تأشيرة النجاح في العلوم الفيزيائية

شهادة البكالوريا

الجزء الأول 1

3 AS ثانوي

تأليف الأستاذ : شنايت عزالدين

أستاذ رئيسي ثانوية الرياضيات «القبة»

تحت إشراف مفتشي التربية الوطنية

- زميت خالد
- مجاهد نور الدين

الشعب :

- رياضيات
- تقني رياضي
- علوم تجريبية

كتابة و رسومات : فديس محمد لمين

دار الفردوس
طباعة، نشر وتوزيع

Scanned by CamScanner

تأشيرة النجاح

في العلوم الفيزيائية

السنة الثالثة ثانوي

الجزء الأوّل

للشّعَب:

- رياضيات
- تقني رياضي
- علوم تجريبية

تأليف الأستاذ: شنايت عزالدين

أستاذ رئيسي ثانوية الرياضيات -القبة-

تحت إشراف مفتشي التربية الوطنية:

زميت خالد مجاهد نورالدين

الطبعة الثانية **2018**

طبعة جديدة ومصححة

Scanned by CamScanner

تأشيرة النجاح

في العلوم الفيزيائية

السنة الثالثة ثانوي

الجزء الأوّل

من إعداد الأستاذ: شنايت عزالدين

طبع على حساب المؤلف

الإيداع القانوني: أوت 2017

ISBN : 987-9947-0-4977-8

الهاتف: 07 – 69 – 68 – 0550

البريد الإلكتروني: chenaitaz@gmail.com

© حقوق النشر والتوزيع محفوظة للمؤلف

لا يجوز نشر أي جزء من هذا الكتاب أو اختزال مادته بطريقة استرجاع أو نقله على أي نحو وبأي طريقة سواء كانت إلكترونية أو بالتصوير أو بالتسجيل أو خلاف ذلك إلا بموافقة المؤلف على ذلك كتابيا

Scanned by CamScanner

بسم الله الرحمن الرحيم

مقدمة:

تلامذتنا الأعزاء،

لقد تم إعداد هذا الكتاب الجديد "*تأشيرة النجاح في العلوم الفيزيائية*" للسنة الثالثة ثانوي شعبة رياضيات، تقني رياضي والعلوم التجريبية وفق التوجيهات الجديدة لوزارة التربية الوطنية.

يتألف الكتاب من ثلاثة أجزاء رئيسية:

- **الجزء الأول:** يحتوي على ثلاث وحدات: المتابعة الزمنية لتحول كيميائي، التحولات النووية والظواهر الكهربائية (ثنائي القطب RC و ثنائي القطب RL).
- **الجزء الثاني:** يحتوي على أربع وحدات: تطور جملة كيميائية نحو حالة التوازن، الظواهر الميكانيكية، مراقبة جهة تطور جملة كيميائية والظواهر المهتزة.
- **الجزء الثالث:** يحتوي على أسئلة نظرية على كامل المقرر الدراسي، بالإضافة إلى مجموعة كبيرة من الاختبارات النموذجية المقترحة لتحضير شهادة البكالوريا.

تتضمن كل وحدة ملخص للدرس يتمثل في الحد الأدنى الضروري الذي يجب عليك استيعابه متبوعا بكم هائل من التمارين تمكنك من اختبار معلوماتك واستدراك ما لم يتم استيعابه بشكل جيد وتدارك الثغرات التي تشوب معلوماتك.

هذه التمارين متدرجة في الصعوبة مرفقة بحلول مفصلة تساعدك على التعامل مع وضعيات فيزيائية مشابهة وتعطيك منهجية في التعامل مع الاختبارات خلال السنة واختبار البكالوريا في نهاية السنة إن شاء الله.

أخذت هذه التمارين من نماذج بكالوريات جزائرية وأخرى أجنبية وامتحانات وفروض لمؤسسات تربوية، قمت بإجراء بعض التغييرات عليها التي أراها مناسبة للتلميذ ووضع تمارين من تأليفي الخاص.

أنصح عزيزي التلميذ أن يقرأ الدرس عدة مرات حتى يتم استيعابه ثم يتدرج في حل التمارين دون النظر إلى الحل وبعدها يقيم الإجابة على ضوء الحل النموذجي المقترح.

نأمل أن تجدو في هذا الكتاب ما يحفزكم ويشجعكم على الاجتهاد والرغبة في المزيد من الاستكشاف والمعرفة.

والله ولي التوفيق

الأستاذ: عزالدين شنايت

Scanned by CamScanner

الإهداء

إلــى الوالدين الكريمين حفظهما الله تعالى

إلــى زوجتي وأبنائي الأعزاء

إلى إخوتي وجميع أفراد عائلتي

إلــى كل من علمني حرفا في هذه الدنيا

إلــى جميع أصدقائي رفقاء دربي

إلى كل الأساتذة الذي دعموني وساندوني في عملي هذا

إلــى تلاميذي الأعزاء

أهدي لكم جميعا هذا العمل المتواضع كتاب "*تأشيرة النجاح في العلوم الفيزيائية*" الذي أرجو أن يكون سندا مفيدا للتلاميذ المقبلين على شهادة البكالوريا.

الأستاذ : عزالدين شنايت

Scanned by CamScanner

الفهرس:

الوحدة الأولى: المتابعة الزمنية لتحول كيميائي

الوحدة الثانية: التحولات النووية

Scanned by CamScanner

الوحدة الثالثة: الظواهر الكهربائية ثنائي القطب RC

الوحدة الثالثة: الظواهر الكهربائية ثنائي القطب RL

Scanned by CamScanner

الوحدة الأولى:

المتابعة الزمنية لتحول كيميائي

I. مكتسبات قبليّة.

II. المدة المستغرقة لتحول كيميائي.

III. طرق المتابعة الزمنيّة.

IV. زمن نصف التفاعل.

V. سرعة التفاعل.

VI. العوامل الحركيّة.

VII. التفسير المجهري للعوامل الحركيّة.

الأستاذ للطلاب: ما هي أسئلتكم
في بداية السنة الدراسية؟؟؟
قال طالب: متى تأتي العطلة يا أستاذ ؟؟؟

Scanned by CamScanner

I. بعض المكتسبات القبلية:

1) كمية المادة n :

هي مقدار فيزيائي يتناسب مع عدد الجسيمات (ذرات، جزيئات، أيونات، إلكترونات ...) مكونة للمادة، وحدتها mol.

أ/ العلاقة بين عدد الأفراد وكمية المادة:

N : عدد الأفراد الكيميائية.

N_A : عدد أفوغادرو. $N_A = 6,023 \times 10^{23}$

$$n = \frac{N}{N_A}$$

ب/ العلاقة بين الكتلة وكمية المادة:

m: كتلة الجسم (g).

M: الكتلة المولية للجسم (g/mol)

$$n = \frac{m}{M}$$

ج/ العلاقة بين الحجم وكمية المادة بالنسبة لغاز مثالي:

V: حجم الغاز (L).

V_M: الحجم المولي (L/mol)

$$n = \frac{V}{V_M}$$

د/ العلاقة بين الضغط وكمية المادة بالنسبة لغاز مثالي:

P: ضغط الغاز بوحدة الباسكال (Pa).

$1\, atm = 1,013 \times 10^5 Pa$; $1\, Bar = 10^5\, Pa$

V: حجم الغاز بوحدة (m^3).

T: درجة الحرارة بوحدة الكلفن (K). $T(K) = 273 + T(°C)$

R : ثابت الغازات المثالية، وقيمته بالوحدة الدولية هي: $8,31\ SI$.

$$PV = nRT$$

2) التركيز المولي (mol/l) والتركيز الكتلي (g/L):

أ/ التركيز المولي لمحلول مائي:

n: كمية مادة الجسم المذاب (mol).

V : حجم المحلول (L).

$$C = \frac{n}{V}$$

ب/ التركيز الكتلي لنوع كيميائي مذاب في محلول

m: كتلة الجسم المذاب (g).

V : حجم المحلول (g).

$$C_m = \frac{m}{V}$$

ج/ العلاقة بين التركيز المولي والتركيز الكتلي

$$C = \frac{n}{V} = \frac{\frac{m}{M}}{V} = \frac{m}{M.V} = \frac{C_m}{M}$$

د/ التركيز المولي لمحلول تجاري

d: كثافة المحلول

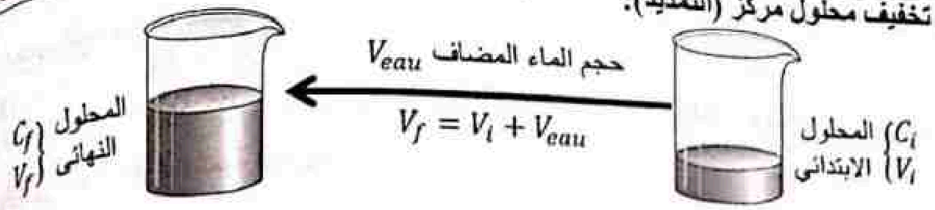
M: الكتلة المولية للنوع الكيميائي

$P\%$: درجة النقاوة الكتلية

$$C = \frac{10 \times P\% \times d}{M}$$

Scanned by CamScanner

3) تخفيف محلول مركز (التمديد):



علاقة التمديد : $C_i . V_i = C_f . V_f$

معامل التمديد : $F = \frac{C_i}{C_f} = \frac{V_f}{V_i}$ $\quad (F > 1)$

4) الجدول الوصفي لتقدم تفاعل كيميائي:

الجدول الوصفي لتقدم تفاعل كيميائي منمذج بالمعادلة: $\alpha A + \beta B \rightarrow \gamma C + \delta D$

المعادلة		αA	$+ \ \beta B$	$= \ \gamma C$	$+ \ \delta D$
الحالة	التقدم	كميات المادة $n(mol)$			
ابتدائية	0	$n_0(A)$	$n_0(B)$	0	0
انتقالية	x	$n_0(A) - \alpha . x$	$n_0(B) - \beta . x$	$\gamma . x$	$\delta . x$
نهائية	x_f	$n_0(A) - \alpha . x_f$	$n_0(B) - \beta . x_f$	$\gamma . x_f$	$\delta . x_f$

حيث : x : تقدم التفاعل (mol) في لحظة t.

x_f : التقدم النهائي للتفاعل: هو تقدم التفاعل لما تتوقف الجملة عن التطور (نجده تجريبيا).

x_{max} : التقدم الأعظمي للتفاعل (mol) الذي من أجله تنعدم (تستهلك) كمية مادة المتفاعل المحد.

◊ طريقة إيجاد x_{max} :

– إذا كان A محدا (يختفي عند نهاية التفاعل) فإنّ:

$$n_0(A) - \alpha . x_{max} = 0 \quad \Rightarrow \quad x_{max} = \frac{n_0(A)}{\alpha}$$

– وإذا كان B محدا فإنّ:

$$n_0(B) - \beta . x_{max} = 0 \quad \Rightarrow \quad x_{max} = \frac{n_0(B)}{\beta}$$

توافق قيمة التقدم الأعظمي للتفاعل أصغر قيمة لـ x_{max}، أي القيمة التي توافق اختفاء المتفاعل المحد.

إذا تساوت قيم x_{max} الممكنة نقول عن المزيج أنه ستوكيومتري أي:

$$x_{max} = \frac{n_0(A)}{\alpha} = \frac{n_0(B)}{\beta}$$

تطبيق:

نمزج $2,7\ g$ من الألمنيوم Al مع $V = 600mL$ من حمض كلور الماء (H_3O^+, Cl^-) تركيزه المولي $C = 1\ mol/L$، تعطى المعادلة المنمذجة للتفاعل الكيميائي الحادث كمايلي:

$$2\,Al_{(s)} + 6\,H_3O^+_{(aq)} = 2Al^{3+}_{(aq)} + 3H_{2(g)} + 6H_2O_{(l)}$$

1- ضع جدولا لتقدم التفاعل.
2- أوجد المتفاعل المحد والتقدم الأعظمي x_{max}.
3- حدد التركيب المولي النهائي للمزيج.
4- احسب حجم الهيدروجين المنطلق وتركيز شوارد الألمنيوم عند نهاية التفاعل

يعطى: $V_M = 24\ L/mol$ $\quad M(Al) = 27\ g/mol$

Scanned by CamScanner

الحل:

1- جدول تقدم التفاعل:

$$n_0(Al) = \frac{m}{M} = \frac{2,7}{27} = 0,1\ mol$$
$$n_0(H_3O^+) = C.V = 1 \times 0,6 = 0,6\ mol$$

المعادلة		$2\,Al_{(s)}$ +	$6\,H_3O^+_{(aq)}$ =	$2Al^{3+}_{(aq)}$ +	$3H_{2(g)}$ +	$6H_2O_{(l)}$
الحالة	التقدم	كميات المادة $n(mol)$				
ابتدائية	0	$0,1$	$0,6$	0	0	بوفرة
انتقالية	x	$0,1-2x$	$0,6-6x$	$2x$	$3x$	بوفرة
نهائية	x_f	$0,1-2x_f$	$0,6-6x_f$	$2x_f$	$3x_f$	بوفرة

2- إيجاد المتفاعل المحد والتقدم الأعظمي x_{max}:

إذا كان المتفاعل المحد هو Al فإن: $0,1 - 2x_{max} = 0 \Rightarrow x_{max} = 0,05\ mol$

إذا كان المتفاعل المحد هو H_3O^+ فإن: $0,6 - 6x_{max} = 0 \Rightarrow x_{max} = 0,1\ mol$

التقدم الأعظمي المقبول هو: $x_{max} = 0,05\ mol$ والمتفاعل المحد هو : Al.

3- تحديد التركيب المولي النهائي للمزيج:

$$n_f(Al) = 0,1 - 2x_{max} = 0$$
$$n_f(H_3O^+) = 0,6 - 6x_{max} = 0,6 - 6 \times 0,05 = 0,3\ mol$$
$$n_f(Al^{3+}) = 2x_{max} = 0,1\ mol$$
$$n_f(H_2) = 3x_{max} = 0,15\ mol$$

4- حساب حجم الهيدروجين المنطلق وتركيز شوارد الألمنيوم عند نهاية التفاعل.

حساب حجم الهيدروجين المنطلق:

$$n = \frac{V_g}{V_M} \Rightarrow V_g = n.V_M$$
$$V_f(H_2) = n_f(H_2).V_M = 0,15 \times 24 = 3,6\ L$$

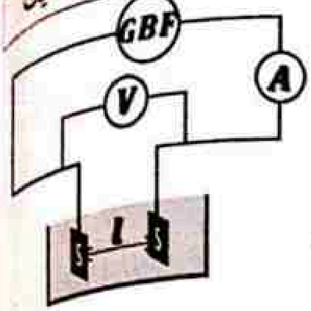
تركيز شوارد الألمنيوم:

$$n_f(Al^{3+}) = [Al^{3+}]_f \times V \quad \Rightarrow \quad [Al^{3+}]_f = \frac{n_f(Al^{3+})}{V}$$
$$[Al^{3+}] = \frac{0,1}{0,6} \simeq 0,166\ mol/L$$

كل إنسان لديه موهبة. و لكن إن
حكمت على السمكة بالفشل لعدم
قدرتها على تسلق شجرة. فقد قتلت
موهبة السباحة لديها . هل وجدت
موهبتك بعد ؟

احمد الشقيري

Scanned by CamScanner



5) الناقلية:

تعطى علاقة الناقلية لمحلول شاردي كما يلي:

$$G = \frac{I}{U}$$

حيث: G :ناقلية المحلول الشاردي ووحدته سيمنس (S).

I :شدة التيار المارة في الدارة، وحدته الأمبير (A).

U :التوتر الكهربائي بين طرفي خلية القياس، وحدته الفولط (V)

كما تعطى بالعلاقة التالية: $G = K\sigma$

حيث: σ : الناقلية النوعية ووحدتها $(s.m^{-1})$

K : ثابت خلية القياس وحدته المتر (m) وعبارته : $K = \frac{s}{l}$

S : مساحة صحيفة خلية قياس الناقلية (m^2).

l : البعد بين الصفيحتين (m).

- تكتب الناقلية النوعية σ لمحلول شاردي يحتوي على الشوارد $M^+_{(aq)}$ و $N^-_{(aq)}$ فقط على الشكل:

$$\sigma = \lambda_{M^+} \times [M^+] + \lambda_{N^-} \times [N^-]$$

حيث يمثل المعاملان λ_{M^+} و λ_{N^-} الناقلية المولية الشاردية لشاردتين $M^+_{(aq)}$ و $N^-_{(aq)}$ بالوحدة $S.m^2.mol^{-1}$

تطبيق:

اكتب عبارة الناقلية النوعية σ للتفاعل المدروس في التطبيق 01 بدلالة تقدم التفاعل x.

يعطى:

$\lambda_{H_3O^+} = 35\ mS.m^2.mol^{-1}$ | $\lambda_{Al^{3+}} = 18{,}3\ mS.m^2.mol^{-1}$ | $\lambda_{Cl^-} = 7{,}6\ mS.m^2.mol^{-1}$

الحل:

$$\sigma = \lambda_{H_3O^+}.[H_3O^+] + \lambda_{Al^{3+}}.[Al^{3+}] + \lambda_{Cl^-}.[Cl^-]$$

$$\sigma = \lambda_{H_3O^+}.\frac{0{,}6 - 6x}{V} + \lambda_{Al^{3+}}.\frac{2x}{V} + \lambda_{Cl^-}.C$$

$$\sigma = (35 \times 10^{-3}).\frac{0{,}6 - 6x}{0{,}6 \times 10^{-3}} + (18{,}3 \times 10^{-3}).\frac{2x}{0{,}6 \times 10^{-3}} + (7{,}6 \times 10^{-3})1 \times 10^3$$

$$\sigma = \mathbf{42{,}6 - 289x}$$

شئ فى جسمك من ثلاثة احرف
الاول والثانى طائر والاول والثالث
مشروب مشهور والثانى والثالث
وحدة موازين فما هو؟

Scanned by CamScanner

6) تفاعلات أكسدة إرجاع:

أ/ مؤكسد: هو كل فرد كيميائي بإمكانه أن يكتسب إلكترون أو أكثر خلال تفاعل كيميائي، نرمز له بـ Ox ويسمى الفرد الناتج مرجع ونرمز له Red، و المعادلة النصفية المنمذجة لتفاعل الإرجاع هي:

$$Ox + ne^- \rightarrow Red$$

ب/ مرجع: هو كل فرد كيميائي بإمكانه أن يفقد إلكترون أو أكثر خلال تفاعل كيميائي، نرمز له بـ Red ويسمى الفرد الناتج مؤكسد ونرمز له Ox، والمعادلة النصفية المنمذجة لتفاعل الأكسدة هي:

$$Red \rightarrow Ox + ne^-$$

ج/ الثنائية (مرجع/مؤكسد): هي ثنائية مكونة من مؤكسد Ox والمرجع المرافق له ونرمز لها بـ (Ox/Red) تفاعل أكسدة-إرجاع: تبادل إلكترونات بين المؤكسد Ox_1 لثنائية (Ox_1/Red_1) والمرجع Red_2 لثنائية (Ox_2/Red_2).

$$Ox_1 + n_1e^- = Red_1$$
$$Red_2 = Ox_2 + n_2e^-$$
$$\overline{n_2Ox_1 + n_1Red_2 \ = \ n_1Ox_2 + n_2Red_1}$$

مثال: تفاعل أكسدة إرجاع بين شوارد البرمنغنات MnO_4^- مع شوارد الحديد Fe^{2+} علما أن الثنائيتين الداخلتين في التفاعل هما: (MnO_4^-/Mn^{2+}) و (Fe^{3+}/Fe^{2+})

◊ كتابة المعادلة النصفية الموافقة للثنائية: (MnO_4^-/Mn^{2+}) .
- إنحفاظ عنصر المنغنيز: $MnO_4^- \rightarrow Mn^{2+}$.
- إنحفاظ عنصر الأكسجين بإضافة جزيئات الماء: $MnO_4^- \rightarrow Mn^{2+} + 4H_2O$
- إنحفاظ عنصر الهيدروجين بإضافة H^+: $MnO_4^- + 8H^+ \rightarrow Mn^{2+} + 4H_2O$
- إنحفاظ الشحنة بتحديد عدد الإلكترونات (e^-): $MnO_4^- + 8H^+ + 5e^- = Mn^{2+} + 4H_2O$

◊ كتابة المعادلة النصفية الموافقة للثنائية (Fe^{3+}/Fe^{2+})
- إنحفاظ عنصر الحديد: $Fe^{2+} \rightarrow Fe^{3+}$.
- إنحفاظ الشحنة بتحديد عدد الإلكترونات (e^-): $Fe^{2+} = Fe^{3+} + 1e^-$

◊ كتابة المعادلة المنمذجة لتفاعل أكسدة-إرجاع:

$$1 \times (MnO_4^- + 8H^+ + 5e^- = Mn^{2+} + 4H_2O)$$
$$5 \times (Fe^{2+} = Fe^{3+} + 1e^-)$$
$$MnO_4^- + 8H^+ + 5Fe^{2+} = Mn^{2+} + 4H_2O + 5Fe^{3+}$$

تطبيق:

اكتب المعادلة أكسدة إرجاع للتفاعلات التالية في وسط حمضي:

1- المغنزيوم Mg مع شوارد الهيدرونيوم H_3O^+	$(H^+_{(aq)}/H_{2(g)})$	$(Mg^{2+}_{(aq)}/Mg_{(s)})$
2- الماء الأوكسجيني H_2O_2 مع شوارد اليود I^-	$(H_2O_{2(aq)}/H_2O_{(l)})$	$(I_{2(aq)}/I^-_{(aq)})$
3- التفكك الذاتي للماء الأوكسجيني H_2O_2	$(H_2O_{2(aq)}/H_2O_{(l)})$	$(O_{2(g)}/H_2O_{2(aq)})$
4- شوارد البرمنغنات MnO_4^- مع الماء الأوكسجيني H_2O_2	$(MnO^-_{4\,(aq)}/Mn^{2+}_{(aq)})$	$(O_{2(g)}/H_2O_{2(aq)})$
5- الأوكساليك $C_2H_2O_4$ مع شوارد البيكرومات $Cr_2O_7^{2-}$	$(CO_{2(aq)}/C_2H_2O_{4(aq)})$	$(Cr_2O^{2-}_{7\,(aq)}/Cr^{3+}_{(aq)})$

Scanned by CamScanner

شنايت

الحل:

1- المغنزيوم Mg مع شوارد الهيدرونيوم H_3O^+

$$Mg = Mg^{2+} + 2e^-$$
$$2H_3O^+ + 2e^- = H_2 + 2H_2O$$
$$Mg_{(s)} + 2H_3O^+_{(aq)} = Mg^{2+}_{(aq)} + H_{2(g)} + 2H_2O$$

2- الماء الأوكسجيني H_2O_2 مع شوارد اليود I^- .

$$H_2O_2 + 2H_3O^+ + 2e^- = 4H_2O$$
$$2I^- = I_2 + 2e^-$$
$$H_2O_{2(aq)} + 2I^-_{(aq)} + 2H_3O^+_{(aq)} = I_{2(aq)} + 4H_2O_{(l)}$$

3- التفكك الذاتي للماء الأوكسجيني H_2O_2.

$$H_2O_{2(aq)} = 2H^+_{(aq)} + 2e^- + O_{2(g)}$$
$$H_2O_{2(aq)} + 2e^- + 2H^+ = 2H_2O_{(l)}$$
$$2H_2O_{2(aq)} = 2H_2O_{(l)} + O_{2(g)}$$

4- شوارد البرمنغنات MnO_4^- مع الماء الأوكسجيني H_2O_2.

$$2(MnO_4^- + 8H_3O^+ + 5e^- = Mn^{2+} + 12H_2O)$$
$$5(H_2O_2 + 2H_2O = O_2 + 2H_3O^+ + 2e^-)$$
$$2MnO_4^- + 5H_2O_2 + 6H_3O^+ = 2Mn^{2+} + 5O_2 + 14H_2O$$

5- الأوكساليك $C_2H_2O_4$ مع شوارد البيكرومات $Cr_2O_7^{2-}$.

$$Cr_2O_7^{2-}{}_{(aq)} + 14H_3O^+_{(aq)} + 6e^- = 2Cr^{3+}_{(aq)} + 21H_2O_{(l)}$$
$$3 \times \left(C_2H_2O_{4(aq)} + 2H_2O_{(l)} = 2CO_{2(aq)} + 2H_3O^+_{(aq)} + 2e^-\right)$$
$$3C_2H_2O_{4(aq)} + 8H_3O^+_{(aq)} + Cr_2O_7^{2-}{}_{(aq)} = 6CO_{2(aq)} + 2Cr^{3+}_{(aq)} + 15H_2O_{(aq)}$$

واحد الزوج كانو شاربين راهم يمشو فالليل شافو القمر
ناضو يدابزو واحد يقول قمر و لوخر يقول شمس
سقساو واحد كان يمشي فالطريق قالولو واش هذا قمر
ولا شمس قاللهم والله غير اسمحولي انا ماشي منا

Scanned by CamScanner

II. المدة المستغرقة لتحول كيميائي:

تصنف التحولات الكيميائية من حيث المدة المستغرقة إلى ثلاثة أقسام:

1) التحول السريع:

يكون التحول سريعا إذا كان تطور المجموعة المتفاعلة لحظيا (يبدو وكأنه انتهى بمجرد حدوث التلامس بين المتفاعلات)، لا يمكن متابعته بالعين المجردة، مدته أقل من $0,1$ ثانية.

مثال: تفاعل حمض قوي (H_3O^+, Cl^-) بأساس قوي (Na^+, OH^-).

2) التحول البطيء:

وهو التحول الذي يمكن متابعة تطوره بالعين المجردة وهو من رتبة ثواني أو دقائق أو ساعات.

مثال: تفاعل المغنزيوم Mg ومحلول حمض كلور الهيدروجين (H_3O^+, Cl^-).

ملاحظة: التحولات البطيئة هي التي سندرسها في هذه الوحدة.

3) التحول البطيء جدا:

يكون تطوره من رتبة أيام فأكثر.

مثال: صدأ الحديد، تحلل المواد البلاستيكية.

ملاحظة : لدراسة التحولات البطيئة جدا يجب تسريع التفاعل باستخدام عوامل حركية سنراها لاحقا.

III. المتابعة الزمنية لتحول كيميائي في وسط مائي:

لمتابعة تفاعل كيميائي يجب قياس أحد المقادير الفيزيائية (حجم غاز منطلق V، الضغط P لغاز، الناقلية النوعية σ للوسط التفاعلي) أو أحد المقادير الكيميائية (المعايرة) وذلك بإتباع المراحل التالية:

- ◊ اختيار مقدار مناسب تربطه علاقة مع تقدم التفاعل x
- ◊ يتم قياس المقدار في لحظات مختلفة.
- ◊ باستعمال جدول التقدم يجب ربط المقدار المقاس بتقدم $x(t)$ للتفاعل المدروس، ومن ثم نستطيع استنتاج تركيب المجموعة في كل لحظة أثناء تطورها.

1) الطريقة 01: المتابعة الزمنية لتحول كيميائي بقياس الحجم (V) لغاز منطلق:

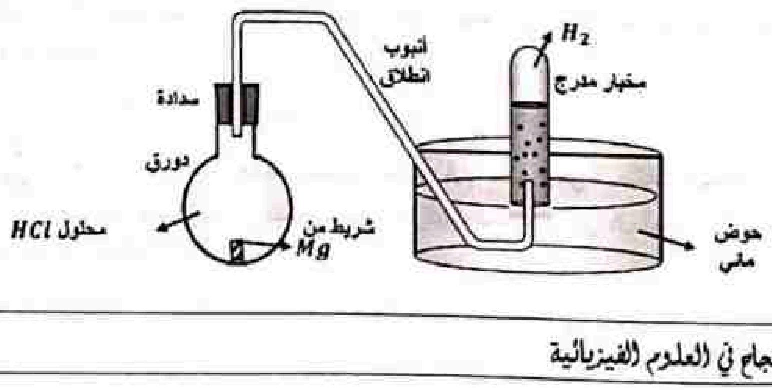
تستعمل هذه الطريقة كثيرا عندما يكون أحد النواتج غازا (كما يمكن استعمالها إذا كان أحد المتفاعلات غاز).

مثال: نمزج $n_0(H_3O^+)$ من حمض كلور الماء مع $n_0(Mg)$ من المغنزيوم، تعطى المعادلة المنمذجة للتفاعل الكيميائي الحادث كما يلي:

$$Mg_{(s)} + 2H_3O^+_{(aq)} = 2H_2O_{(l)} + H_{2(g)} + Mg^{2+}_{(aq)}$$

نلاحظ أن الغاز H_2 من النواتج ومنه نقوم بقياس حجمه في لحظات زمنية مختلفة فنتحصل على جدول القياسات التالي:

$t(min)$	0	1	2	3	4	5	6	7	8
$V_{H_2}(mL)$	0	336	625	810	910	970	985	985	985



Scanned by CamScanner

- يعطى جدول تقدم التفاعل المدروس:

المعادلة		$Mg_{(s)}$ +	$2H_3O^+_{(aq)}$ =	$2H_2O_{(l)}$ +	$H_{2(g)}$ +	$Mg^{2+}_{(aq)}$
الحالة	التقدم	كميات المادة (mol)				
ابتدائية	0	$n_0(Mg)$	$n_0(H_3O^+)$	بوفرة	0	0
انتقالية	x	$n_0(Mg)-x$	$n_0(H_3O^+)-2x$	بوفرة	x	x
نهائية	x_{max}	$n_0(Mg)-\ x_m$	$n_0(H_3O^+)-2\,x_m$	بوفرة	x_m	x_m

من جدول التقدم نربط المقدار الفيزيائي المقاس وهو الحجم (V_{H_2}) بتقدم $x(t)$ للتفاعل المدروس فنجد:

$$n(H_2)=x$$

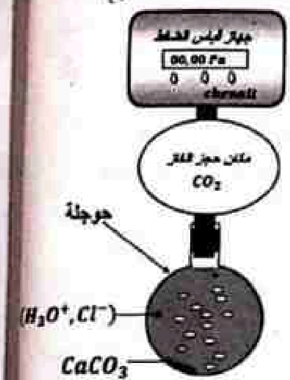
ونعلم أن: $n(H_2)=\frac{V_{H_2}}{V_M}$ ومن العلاقتين نستنتج أن: $x=\frac{V_{H_2}}{V_M}$

ومن هذه العلاقة نستطيع استنتاج قيم التقدم x في اللحظات السابقة ثمّ رسم البيان $x=f(t)$ واستنتاج قيم التقدم x في كل لحظة (من البيان عن طريق التمديد والإسقاط) وبالتالي نستطيع تركيب المجموعة في كل لحظة أثناء تطورها بتعويض x جدول تقدم التفاعل في الحالة الانتقالية.

2) الطريقة 02: المتابعة الزمنية لتحول كيميائي بقياس الضغط (P) :

تستعمل هذه الطريقة غالبا عندما يكون أحد النواتج غاز (كما يمكن استعمالها عندما يكون أحد المتفاعلات غاز)

كمثال لدينا التفاعل المنمذج بالمعادلة التالية:



$$CaCO_{3(g)}+2H^+_{(aq)}=CO_{2(g)}+Ca^{2+}_{(aq)}+H_2O_{(l)}$$

نضع عند $t=0$ قطعة من كربونات الكالسيوم $CaCO_3$ في محلول حمض كلور الماء عند درجة حرارة قدرها $20°C$ فنلاحظ انطلاق غاز CO_2، نقوم بحجزه في دورق حجمه V، ثم نقوم بقياس ضغط الغاز المنطلق CO_2 في لحظات زمنية مختلفة فنتحصل على جدول القياسات التالي:

$t(s)$	20	60	100
$P_{(CO_2)}(Pa)$	2280	5560	7170

- يعطى جدول تقدم التفاعل المدروس:

المعادلة		$CaCO_{3(S)}$ +	$2H^+_{(aq)}$ =	$CO_{2(g)}$ +	$Ca^{2+}_{(aq)}$ +	$H_2O_{(l)}$
الحالة	التقدم	كميات المادة (mol)				
ابتدائية	0	$n_0(CaCO_3)$	$n_0(H^+)$	0	0	بالزيادة
انتقالية	x	$n_0(CaCO_3)-x$	$n_0(H^+)-2x$	x	x	بالزيادة
نهائية	x_{max}	$n_0(CaCO_3)-x_{max}$	$n_0(H^+)-2x_{max}$	x_{max}	x_{max}	بالزيادة

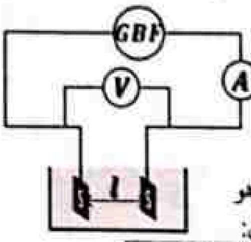
من جدول تقدم التفاعل نربط المقدار الفيزيائي المقاس وهو الضغط $P_{(CO_2)}$ بتقدم $x(t)$ للتفاعل المدروس فنجد: $n(CO_2)=x$ ونعلم أن:

$$P_{CO_2}.V_{CO_2}=n_{CO_2}.R.T\quad\rightarrow\quad n_{CO_2}=\frac{V}{RT}P_{CO_2}$$

ومنه: $x=\frac{V}{RT}P_{CO_2}$ ومن هذه العلاقة نستطيع استنتاج قيم التقدم x في اللحظات السابقة ثمّ رسم البيان $x=f(t)$ واستنتاج x في كل لحظة وبالتالي نستطيع إيجاد تركيب المجموعة في كل لحظة أثناء تطورها بتعويض x تقدم التفاعل في الحالة الانتقالية.

3) الطريقة 03: المتابعة الزمنية لتحول كيميائي بقياس الناقلية النوعية σ للمحلول (أو الناقلية G لجزء من المحلول) :

تستعمل هذه الطريقة كثيرا عندما يكون التفاعل يحتوي على شوارد في المتفاعلات أو في النواتج أو كليهما، الشرط أن يكون على الأقل تركيز بعض هذه الشوارد تتغير بمرور الزمن (لكي يكون هناك تغير في الناقلية)



مثال: نمزج عند $t = 0$: 2-كلورو-2-ميثيل-البروبان مع الماء فيحدث التفاعل المنمذج بالمعادلة التالية:

$$(CH_3)_3C - Cl_{(aq)} + H_2O_{(l)} = (CH_3)_3C - OH_{(aq)} + H^+_{(aq)} + Cl^-_{(aq)}$$

نلاحظ أن الوسط يحتوي على شوارد H_3O^+ و Cl^-، ومنه نقوم بقياس المقدار الفيزيائي وهو الناقلية G ثم نستنتج الناقلية النوعية σ في لحظات زمنية مختلفة فنتحصل على الجدول التالي:

$t(s)$	0	30	60	80	100	120	150	200
$\sigma(s/m)$	0	0,246	0,412	0,502	0,577	0,627	0,688	0,760

- جدول تقدم التفاعل:

المعادلة		$(CH_3)_3C - Cl_{(aq)}$	$+ H_2O_{(l)} =$	$(CH_3)_3C - OH_{(aq)}$	$+ H^+_{(aq)}$	$+ Cl^-_{(aq)}$
الحالة	التقدم	كميات المادة (mol)				
ابتدائية	0	$n_0((CH_3)_3C - Cl)$	بوفرة	0	0	0
انتقالية	x	$n_0((CH_3)_3C - Cl) - x$	بوفرة	x	x	x
نهائية	x_{max}	$n_0((CH_3)_3C - Cl) - x_{max}$	بوفرة	x_{max}	x_{max}	x_{max}

- من جدول تقدم التفاعل نربط التقدم الفيزيائي المقاس وهو الناقلية النوعية σ بتقدم $x(t)$ للتفاعل المدروس فنجد:

$$n(Cl^-) = x \quad و \quad n(H_3O^+) = x$$

و نعلم أن :

$$\begin{cases} [H_3O^+] = \dfrac{n(H_3O^+)}{V_T} = \dfrac{x}{V_T} \; \dots .(1) \\ [Cl^-] = \dfrac{n(Cl^-)}{V_T} = \dfrac{x}{V_T} \quad \dots \dots (2) \end{cases}$$

ولدينا:

$$\delta = \lambda_{H_3O^+} \times [H_3O^+] + \lambda_{Cl^-} \times [Cl^-] \dots .. (3)$$

بتعويض (1) و (2) في (3) نتحصل على :

$$\sigma = \lambda_{H_3O^+} \times [H_3O^+] + \lambda_{Cl^-} \times [Cl^-] = \lambda_{H_3O^+} \times \frac{x}{V_T} + \lambda_{Cl^-} \times \frac{x}{V_T}$$

$$\Rightarrow \sigma = \left(\lambda_{H_3O^+} + \lambda_{Cl^-}\right) \times \frac{x}{V_T} \quad \Rightarrow \quad x = \frac{V_T}{\lambda_{H_3O^+} + \lambda_{Cl^-}} \sigma$$

ومن هذه العلاقة نستطيع استنتاج قيم التقدم x في اللحظات السابقة ثمّ رسم البيان $x = f(t)$، واستنتاج x في كل لحظة وبالتالي نستطيع استنتاج تركيب المجموعة في كل لحظة أثناء تطورها بتعويض x تقدم التفاعل في الحالة الانتقالية.

ملاحظة: يمكن استنتاج قيم التقدم x في لحظات زمنية مختلفة بطريقة أخرى:

عند لحظة t:

$$\sigma = \left(\lambda_{H_3O^+} + \lambda_{Cl^-}\right) \times \frac{x}{V_T} \dots \dots (1)$$

عند نهاية التفاعل:

$$\sigma_f = \left(\lambda_{H_3O^+} + \lambda_{Cl^-}\right) \times \frac{x_f}{V_T} \dots \dots (2)$$

بقسمة (1) على (2) نجد:

$$\frac{\sigma}{\sigma_f} = \frac{x}{x_f}$$

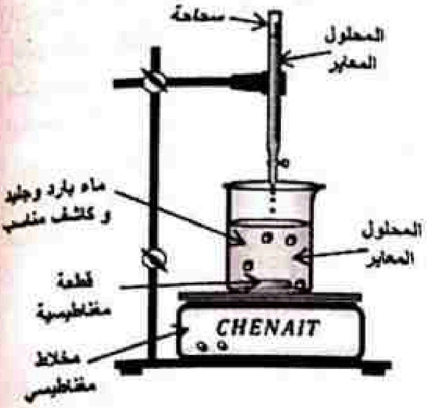
إذن :

$$x = \frac{x_f}{\sigma_f} \sigma$$

Scanned by CamScanner

ومن هذه العلاقة نستطيع استنتاج قيم التقدم x في اللحظات السابقة ثمّ رسم البيان $x = f(t)$، واستنتاج x في كل لحظة وبالتالي نستطيع استنتاج تركيب المجموعة في كل لحظة أثناء تطورها بتعويض x تقدم التفاعل في الحالة الانتقالية.

4) الطريقة 04: المتابعة الزمنية لتحول كيميائي بواسطة المعايرة اللونية:



لإنجاز التتبع الزمني بالمعايرة لتفاعل كيميائي يجب اتباع المراحل التالية (البروتوكول التجريبي للمعايرة):

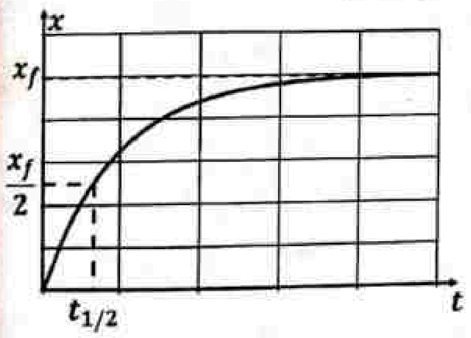
- ◊ تقسيم المزيج الابتدائي إلى عدة أنابيب متساوية الحجم V_0.
- ◊ في لحظات مختلفة t_1 ، t_2 ، t_3 ... نأخذ أحد الأنابيب ونضعه في بيشر يحتوي على ماء بارد وجليد لتوقيف (تعطيل) التفاعل في اللحظة المعتبرة.
- ◊ نضع البيشر فوق مخلاط مغناطيسي ونضيف إليه قليلا من كاشف مناسب.
- ◊ نملأ السحاحة بالمحلول المعاير ذي التركيز المعلوم ونسحح تدريجيا إلى غاية تغير لون الكاشف.
- ◊ نسجل V_E الحجم الواجب إضافته للحصول على التكافؤ (تغير لون الكاشف).
- ◊ نعيد العملية مع باقي الأنابيب في لحظات مختلفة.
- ◊ باستعمال جدول تقدم التفاعل ومعادلة تفاعل المعايرة نربط التقدم $x(t)$ للتفاعل المدروس مع V_E الحجم الواجب إضافته لحصول التكافؤ.

IV. زمن نصف التفاعل:

1) تعريفه:

نسمي زمن نصف التفاعل الذي نرمز له بـ $(t_{1/2})$ المدة الزمنية اللازمة لبلوغ التفاعل نصف قيمة تقدمه النهائي x_f.
ويعرف أيضا إذا كان التفاعل تاما: الزمن اللازم لنفاذ نصف كمية مادة المتفاعل المحد.

$$x(t_{1/2}) = \frac{x_f}{2}$$



ملاحظات:

- ◊ التقدم النهائي x_f هو التقدم الملاحظ تجريبيا (بيانيا) أي عند توقف الجملة عن التطور.
- ◊ التقدم الأعظمي x_{max} هو التقدم الذي من أجله تنعدم كمية مادة المتفاعل المحد. (يستخرج من جدول تقدم التفاعل)
- ◊ إذا كان $x_f = x_{max}$ فإن التفاعل تام.
- ◊ إذا كان $x_f < x_{max}$ فإن التفاعل غير تام.

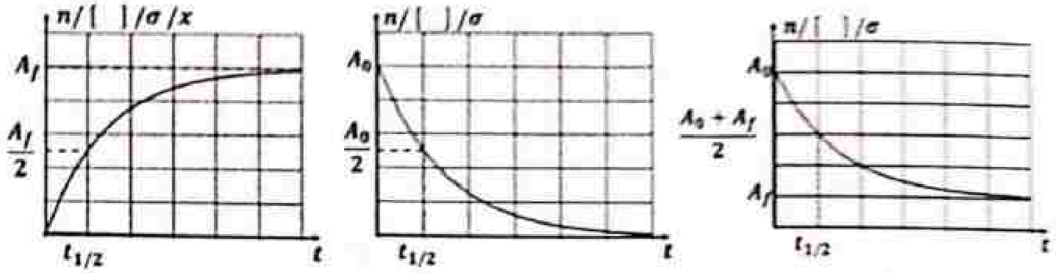
2) بعض استعمالات $t_{1/2}$:

- ◊ يُمكّن $t_{1/2}$ من تقدير المدة الزمنية اللازمة لتوقف التفاعل المدروس ($7t_{1/2}$ تقريبا).
- ◊ يُمكّن $t_{1/2}$ من اختيار الطريقة الملائمة لتتبع التطور الزمني لمجموعة أثناء التحول.
- ◊ يُمكّن $t_{1/2}$ من المقارنة بين تفاعلين من حيث السرعة.

صنائع المعروف
تقي مصارع السوء
أبو بكر الصديق رضي الله عنه

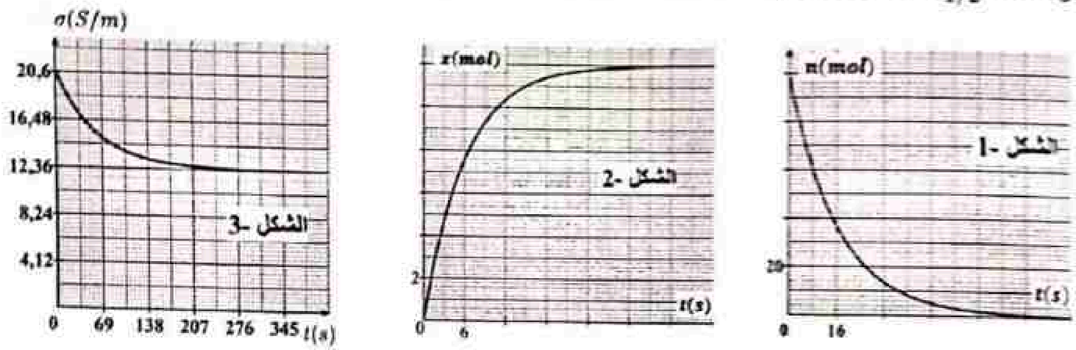
Scanned by CamScanner

3) كيف يستخرج $t_{1/2}$ من مختلف البيانات:



تطبيق:

أوجد قيمة $t_{1/2}$ للأشكال التالية:



الحل:

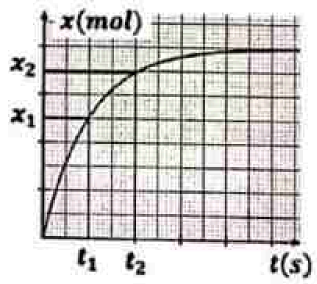
الشكل	1	2	3
زمن نصف التفاعل $t_{1/2}$	11,2 s	4,2 s	41,1 s

V. سرعة التفاعل:

ليكن التفاعل الكيميائي المنمذج بالمعادلة الكيميائية التالية: $\alpha A+\beta B=\gamma C+\delta D$

1) سرعة التفاعل:

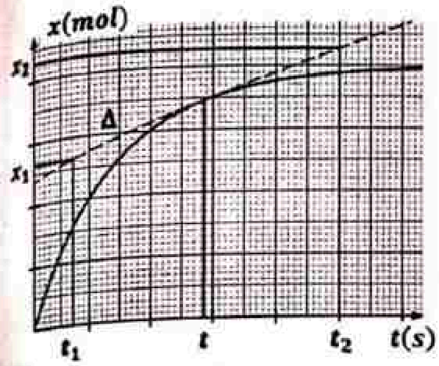
أ/ السرعة المتوسطة للتفاعل بين لحظتين t_1 و t_2: هي مقدار تغير التفاعل خلال مدة زمنية Δt.



$$v_m=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{x(t_2)-x(t_1)}{t_2-t_1}$$

Scanned by CamScanner

ب/ السرعة اللحظية للتفاعل: هي مقدار تغير تقدم التفاعل بالنسبة للزمن عند لحظة t، وحدتها mol/s



$$v = \frac{dx}{dt}$$

وتحسب بيانيا بميل المماس (معامل التوجيه) للمنحنى $x = f(t)$ عند اللحظة t.

لتحديد قيمة سرعة التفاعل في اللحظة t نقوم بما يلي:

-نرسم المنحنى الممثل لتغيرات التقدم بدلالة الزمن.

-نرسم المستقيم (Δ) المماسي لهذا المنحنى عند اللحظة t

-نحسب ميل المستقيم (Δ) (معامل التوجيه) بالعلاقة:

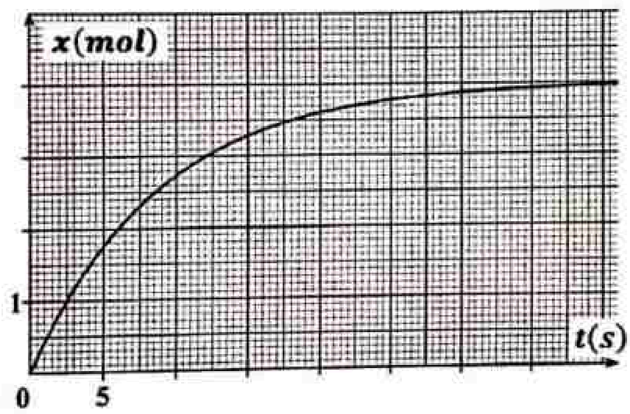
$$v = \frac{dx}{dt} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}$$

ج/ السرعة الحجمية للتفاعل: هي سرعة التفاعل لوحدة حجوم، وحدتها $mol/l.s$، وتعرف أيضا مقدار تغير تقدم التفاعل بالنسبة للزمن في وحدة حجوم.

$$v = \frac{1}{V} \times \frac{dx}{dt}$$

وتحسب بيانيا: بميل المماس (معامل التوجيه) للمنحنى $x = f(t)$ عند اللحظة t مضروب في مقلوب الحجم.

تطبيق : احسب سرعة التفاعل عند اللحظة $t = 20\ s$ من خلال البيان التالي:

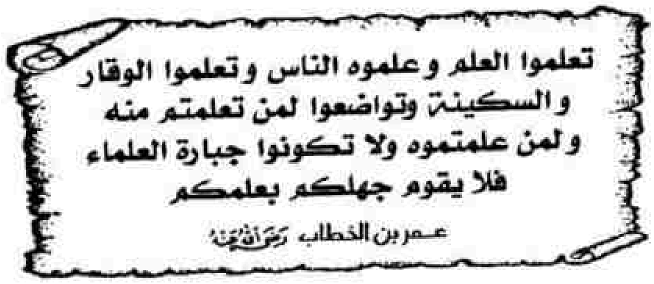


الحل:

نرسم المماس عند $t = 20\ s$ (حاول رسم المماس بنفسك على الشكل).

نحسب ميل المماس باختيار نقطتين من هذا المماس فنجد سرعة التفاعل :

$$v(t = 20s) = 5 \times 10^{-5}\ mol.s^{-1}$$



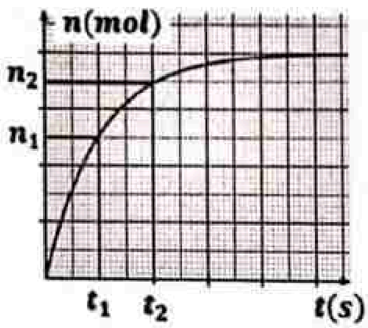
Scanned by CamScanner

2) سرعة تشكل نوع كيميائي C:

أ/ السرعة المتوسطة لتشكل نوع كيميائي C:

هي مقدار تغير كمية مادة C خلال مدة زمنية Δt.

$$v_m = \frac{\Delta n_C}{\Delta t} = \frac{n_2 - n_1}{t_2 - t_1}$$



ب/ السرعة اللحظية لتشكل نوع كيميائي C:

هي مقدار تغير كمية مادة C بالنسبة للزمن t.

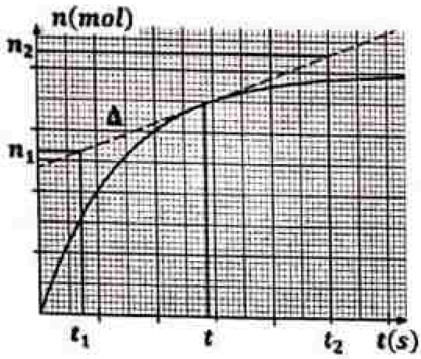
$$v_C = \frac{dn}{dt}$$

و تحسب بيانيا: بميل المماس للمنحنى $n_C = f(t)$ عند اللحظة t.

لتحديد قيمة سرعة تشكل نوع كيميائي في اللحظة t نقوم بما يلي:

- نرسم المنحنى الممثل لتغيرات عدد المولات المتشكلة بدلالة الزمن.
- نرسم المستقيم (Δ) المماسي لهذا المنحنى عند اللحظة t.
- نحسب ميل المستقيم (Δ) (معامل التوجيه) بالعلاقة:

$$v_C = \frac{dn_C}{dt} = \frac{n_2 - n_1}{t_2 - t_1}$$



ج/ السرعة الحجمية لتشكل نوع كيميائي C:

هي سرعة تشكل C لوحدة الحجوم أي هي مقدار تغير كمية مادة C بالنسبة للزمن في وحدة حجوم :

$$v_C = \frac{1}{V} \times \frac{dn_C}{dt}$$

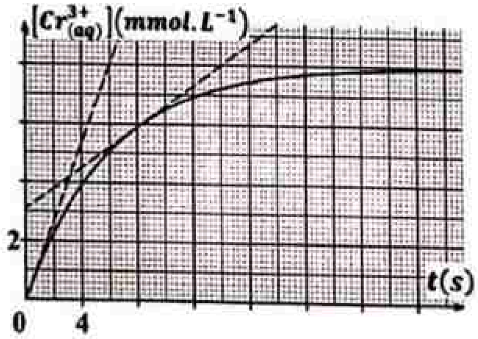
وتحسب بيانيا: بميل المماس للمنحنى $n_C = f(t)$ عند اللحظة t مضروب في مقلوب الحجم.

ملاحظة: في حالة ثبات الحجم نستطيع كتابة العلاقة السابقة كالتالي:

$$v_{vol}(C) = \frac{1}{V} \times \frac{dn_C}{dt} = \frac{1}{V} \times \frac{d([C] \times V)}{dt} = \frac{d[C]}{dt}$$

وتصبح السرعة الحجمية لتشكل النوع C تمثل مقدار تغير تركيز النوع الكيميائي C بالنسبة للزمن.

تطبيق: احسب السرعة الحجمية لتشكل Cr^{3+} عند لحظة $t = 0$ ثم عند اللحظة $t = 8s$ في الشكل التالي:



....

....

....

....

....

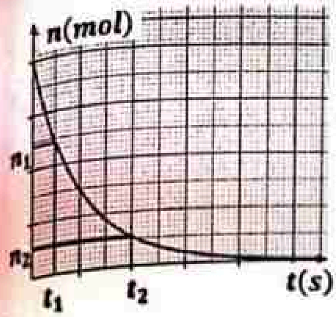
....

Scanned by CamScanner

3) سرعة اختفاء نوع كيميائي A:

أ/ السرعة المتوسطة لاختفاء نوع كيميائي A :

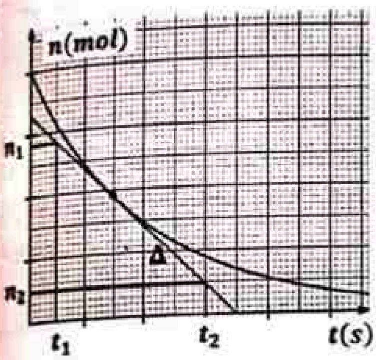
هي المقدار الموجب لتغير كمية مادة A خلال مدة زمنية Δt:



$$v_m = -\frac{\Delta n_A}{\Delta t} = -\frac{n_2 - n_1}{t_2 - t_1}$$

ب/ السرعة اللحظية لاختفاء نوع كيميائي A:

هي المقدار الموجب لتغير كمية مادة A بالنسبة للزمن t



$$v_A = -\frac{dn_A}{dt}$$

وتحسب بيانيا: اعتمادا على ميل المماس للمنحنى $n_A = f(t)$ عند اللحظة t.

لتحديد قيمة سرعة اختفاء نوع كيميائي في اللحظة t نقوم بما يلي:

- نرسم المنحنى الممثل لتغيرات عدد المولات المختفية بدلالة الزمن.
- نرسم المستقيم (Δ) المماسي لهذا المنحنى عند اللحظة t.
- نحسب ميل المستقيم (Δ) (معامل التوجيه) بالعلاقة:

$$v_A = -\frac{dn_A}{dt} = -\frac{n_2 - n_1}{t_2 - t_1}$$

ج/ السرعة الحجمية لاختفاء نوع كيميائي A:

هي سرعة اختفاء A لوحدة الحجوم أي هي المقدار الموجب لتغير كمية مادة A بالنسبة للزمن في وحدة حجوم

$$v_A = -\frac{1}{V} \times \frac{dn_A}{dt}$$

أما بيانيا: تمثل القيمة المطلقة لميل المماس للمنحنى $n_A = f(t)$ عند اللحظة t مضروب في مقلوب الحجم.

ملاحظة: في حالة ثبات الحجم نستطيع كتابة العلاقة السابقة كالتالي:

$$v_{vol}(A) = -\frac{1}{V} \times \frac{dn_A}{dt} = -\frac{1}{\cancel{V}} \times \frac{d([A] \times \cancel{V})}{dt} = -\frac{d[A]}{dt}$$

وتصبح السرعة الحجمية لاختفاء النوع A تمثل مقدار تغير تركيز النوع الكيميائي A بالنسبة للزمن.

ملاحظة هامة:

العلاقة بين سرعة اختفاء المتفاعلات وسرعة تشكل النواتج مع سرعة التفاعل.

لدينا التفاعل التالي: $\alpha A + \beta B = \gamma C + \delta D$

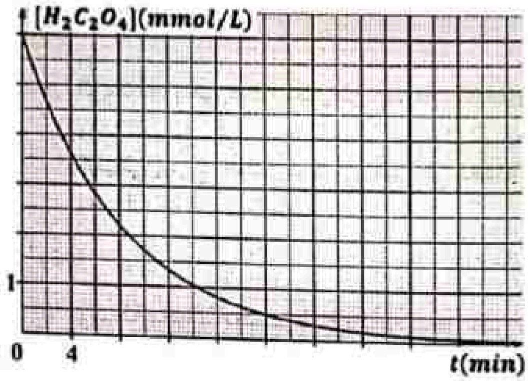
$$V_{\text{تفاعل}} = \frac{v_A}{\alpha} = \frac{v_B}{\beta} = \frac{v_C}{\gamma} = \frac{v_D}{\delta}$$

Scanned by CamScanner

تطبيق:

ليكن التفاعل المنمذج بالمعادلة التالية:

$$3H_2C_2O_{4(aq)} + Cr_2O_7^{2-}{}_{(aq)} + 8H^+_{(aq)} = 6CO_{2(g)} + 2Cr^{3+}_{(aq)} + 7H_2O_{(l)}$$



أ/ بيّن أن عبارة السرعة الحجمية للتفاعل في أي لحظة تكتب بالعلاقة:

$$v_{vol} = -\frac{1}{3} \times \frac{d[H_2C_2O_4]}{dt}$$

ب/ احسب قيمة السرعة الحجمية للتفاعل في اللحظة: $t = 12min$.

الحل:

أ/ إثبات العلاقة:

من جدول التقدم: $n(H_2C_2O_4) = n_1 - 3x \Rightarrow$ و منه $x = \frac{n_1 - n(H_2C_2O_4)}{3}$

لدينا : $v_{vol} = \frac{1}{V} \times \frac{dx}{dt}$

بالتعويض نجد : $v_{vol} = \frac{1}{V} \times \frac{d}{dt}\left(\frac{n_1 - n(H_2C_2O_4)}{3}\right) \Rightarrow v_{vol} = \frac{1}{3V} \times \frac{d(-n(H_2C_2O_4))}{dt}$

$$v_{vol} = \frac{-1}{3V} \times \frac{d(n_{H_2C_2O_4})}{dt} \Rightarrow v_{vol} = \frac{-1}{3\cancel{V}} \times \frac{d[H_2C_2O_4] \times \cancel{V}}{dt}$$

$$v_{vol} = -\frac{1}{3} \times \frac{d[H_2C_2O_4]}{dt}$$

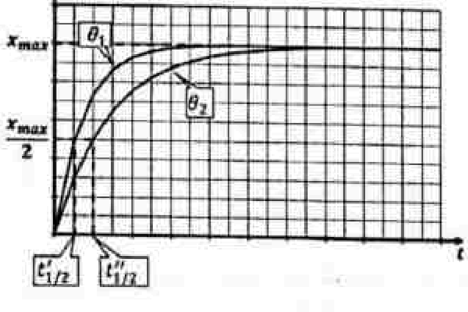
ج-حساب قيمتها عند: $t = 12min$

$$v_{vol} = -\frac{1}{3} \times \left(\frac{(1{,}3 - 2{,}9) \times 10^{-3}}{12 - 0}\right) = 4{,}4 \times 10^{-5} mol/l.min$$

VI. العوامل الحركية:

1) تعريف العامل الحركي:

العامل الحركي هو كل مقدار يعمل على تغيير سرعة التفاعل التي تتطور بها جملة كيميائية.



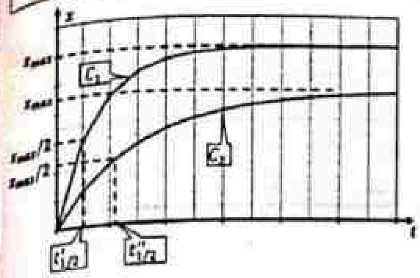
2) بعض العوامل الحركية:

يمكن للعامل الحركي أن يكون:

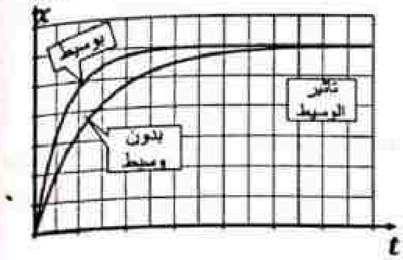
أ/ **درجة الحرارة:** كلما ارتفعت درجة حرارة الوسط التفاعلي، كلما كانت مدة التفاعل أقصر (تزايد سرعة اختفاء المتفاعلات وظهور النواتج).

Scanned by CamScanner

ب/ **تراكيز المتفاعلات:** يكون تطور جملة كيميائية أسرع، كلما كان التركيز الابتدائي للمتفاعلات أكبر.



ج/ **الوساطة:** وهي عملية تأثير الوسيط على التفاعل الكيميائي. ومنه لتسريع تطور جملة كيميائية نستعمل الوسيط، وهو نوع كيميائي يسرع التفاعل دون أن يظهر في معادلة التفاعل ولا يغير الحالة النهائية للجملة.



ونميز منها:

◊ وساطة متجانسة (الوسيط والمتفاعلات في نفس الطور).
◊ وساطة غير متجانسة (الوسيط والمتفاعلات مختلفان في الطور).
◊ وساطة أنزيمية (الوساطة عبارة عن أنزيم).

د/ **عوامل أخرى:** هناك عوامل أخرى يمكن أن تؤثر على سرعة تحول كيميائي مثل: **الضوء، الضغط سطح التلامس، الحالة الفيزيائية...**

3) أهمية العوامل الحركية:

تلعب العوامل الحركية أدوارا مهمة في مجالات متعددة حيث تساعد وتمكن من:

◊ **تبطئ تحول كيميائي:** مثال: وضع المواد العضوية في الثلاجات لتبطئ التعفنات
◊ **توقيف تحول كيميائي:** مثال: غمر خليط متفاعل في قطع ثلجية لتوقيف التفاعل.
◊ **تسريع تحول كيميائي:** مثال: وضع خليط متفاعل في طنجرة مرتفعة الضغط لتسريع التفاعل بتأثير الضغط.
◊ **انطلاق تحول كيميائي:** مثال: تقريب شريط من نحاس متوهج من خليط غازي مكون من ثنائي الأكسجين وثنائي الهيدروجين فينطلق تفاعل لحظي

4) التفسير المجهري للعوامل الحركية:

أ/ درجة الحرارة:

عند ارتفاع درجة الحرارة تزداد الطاقة الحركية للأفراد المتفاعلة مما يؤدي إلى زيادة التصادمات الفعالة فيسبب ذلك زيادة سرعة التفاعل.

درجة الحرارة ↖ $\Leftarrow E_C$ ↖ $\Leftarrow$ **التصادمات الفعالة** ↖ $\Leftarrow v$ ↖ $\Leftarrow t_{1/2}$ ↙

ب/ التركيز الابتدائي للمتفاعلات:

عند زيادة التركيز الابتدائي لأحد لمتفاعلات يزداد عدد الأفراد الكيميائية مما يؤدي إلى زيادة التصادمات الفعالة فيسبب ذلك زيادة سرعة التفاعل.

التركيز الابتدائي ↖ $\Leftarrow$ عدد الأفراد الكيميائية ↖ $\Leftarrow$ التصادمات الفعالة ↖ $\Leftarrow v$ ↖ $\Leftarrow t_{1/2}$ ↙

ج/ الوساطة:

وجود الوسيط المناسب يخفض من الطاقة اللازمة للتفاعل وبالتالي يزداد عدد التصادمات الفعالة مما يؤدي إلى زيادة سرعة التفاعل.

وجود وسيط مناسب↖ $\Leftarrow$ الطاقة اللازمة لحدوث التفاعل↙ $\Leftarrow$التصادمات الفعالة ↖ $\Leftarrow v$ ↖ $\Leftarrow t_{1/2}$ ↙

Scanned by CamScanner

Scanned by CamScanner

تمارين المتابعة الزمنية عن طريق قياس الحجم

التمرين 01:

ننمذج التفاعل الكيميائي التام الحاصل بين المغنيزيوم Mg ومحلول حمض كلور الهيدروجين بمعادلة أكسدة-إرجاع

$$Mg_{(s)} + 2H_3O^+ = 2H_2O_{(l)} + H_{2(g)} + Mg^{2+}_{(aq)}$$

ندخل كتلة من معدن المغنيزيوم $m = 1.0g$ في كاس به محلول من حمض كلور الماء حجمه $V = 60\ mL$ وتركيزه المولي $C = 5{,}0\ mol/L$، فنشاهد انطلاق غاز ثنائي الهيدروجين و تزايد حجمه تدريجيا حتى اختفاء كتلة المغنيزيوم كليا. نجمع غاز ثنائي الهيدروجين المنطلق ونقيس حجمه كل دقيقة نحصل على النتائج المدونة في جدول القياسات أدناه:

$t(min)$	0	1	2	3	4	5	6	7	8
$V_{H_2}(mL)$	0	336	625	810	910	940	960	960	960
$x(mol)$									

1) أنشئ جدولا لتقدم التفاعل.
2) أكمل جدول القياسات حيث x يمثل تقدم التفاعل.
3) ارسم المنحنى البياني $x = f(t)$ بسلم مناسب.
4) أوجد التقدم الأعظمي x_{max} للتفاعل الكيميائي وحدد المتفاعل المحد.
5) عين زمن نصف التفاعل $t_{1/2}$.
6) احسب تركيز شوارد الهيدرونيوم (H_3O^+) في الوسط التفاعلي عند انتهاء التفاعل الكيميائي.
7) أوجد التركيب المولي للمزيج في اللحظة $t = 3\ min$.

نأخذ: $M(Mg) = 24{,}3\ g/mol$ ، الحجم المولي في شروط التجربة $V_M = 24\ L/mol$.

تصحيح التمرين 01:

$$H^+, Cl^- \begin{cases} V = 60ml \\ C = 5.0mol/l \end{cases} \qquad Mg_{(s)} \begin{cases} m = 1g \\ M = 24.3g/mol \end{cases}$$

1) جدول التقدم:

المعادلة		$Mg_{(s)}$ +	$2H_3O^+_{(aq)}$ =	$2H_2O_{(l)}$ +	$H_{2(g)}$ +	$Mg^{2+}_{(aq)}$
الحالة	التقدم	كميات المادة (mol)				
ابتدائية	$x = 0$	0,041	0,3	بوفرة	0	0
انتقالية	x	$0{,}041 - x$	$0{,}3 - 2x$	بوفرة	x	x
نهائية	x_f	$0{,}041 - x_f$	$0{,}3 - 2x_f$	بوفرة	x_f	x_f

$$n_0(Mg) = \frac{m}{M} = \frac{1}{24{,}3} = 0{,}041\ mol$$

$$n_0(H_3O^+) = C.V = 5 \times 60 \times 10^{-3} = 0{,}3\ mol$$

2) جدول القياسات:

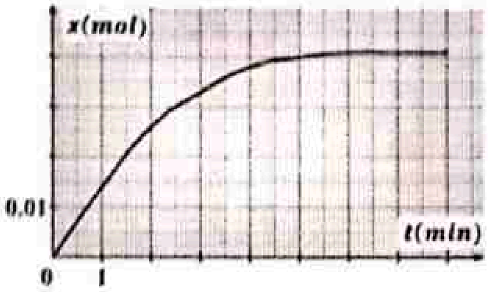
لدينا من جدول التقدم: $n_{(H_2)} = x$ ونعلم أن: $n_{(H_2)} = \frac{V_g}{V_M}$

إذن $V_M = 24\ \ l/mol$ منه : $x = \frac{V_{(H_2)}}{24}$

في كل مرة نعوض $V_{(H_2)}$ المعطاة فنجد قيم x.

$t(min)$	0	1	2	3	4	5	6	7	8
$x\ (mol)$	0	0,014	0,026	0,033	0,038	0,039	0,040	0,040	0,040

Scanned by CamScanner



3) المنحنى البياني: $x = f(t)$

4) تعيين x_{max} والمتفاعل المحد:

$$0,041 - x_{max_1} = 0 \Rightarrow x_{max_1} = 0,041\ mol$$
$$0,3 - 2x_{max_2} = 0 \Rightarrow x_{max_2} = 0,15\ mol$$
$$x_{max_1} < x_{max_2} \Rightarrow \boldsymbol{x_{max} = 0,041\ mol}$$

المتفاعل المحد هو $Mg_{(s)}$ (توجد إشارة إلى ذلك في نص التمرين "يختفي كليا").

5) زمن نصف التفاعل $t_{1/2}$:

$$x(t_{1/2}) = \frac{x_{max}}{2} = \frac{0,041}{2} = 0,0205\ mol$$

بالإسقاط على المنحنى $x = f(t)$ نجد $t_{1/2} \simeq 1,5\ min$.

6) حساب $[H_3O^+]_f$ في الوسط التفاعلي:

$$[H_3O^+]_f = \frac{n_f(H_3O^+)}{V} = \frac{0,3 - 2x_f}{V}$$
$$[H_3O^+]_f = \frac{0,3 - 2(0,041)}{60 \times 10^{-3}} = 3,63\ mol/l$$

7) عند $t = 3\ min$ يكون $x = 0,033\ mol$ بالتعويض في جدول التقدم نجد:

$$n(Mg) = 0,041 - 0,033 = 0,008\ mol$$
$$n(H_3O^+) = 0,3 - 2 \times 0,033 = 0,234\ mol$$
$$n(Mg^{2+}) = n(H_2) = 0,033\ mol$$

"لكل شيء آفة، وآفة العلم نسيانه"
عثمان بن عفان رضي الله عنه

التمرين 02:

في حصة الأعمال المخبرية، أراد فوج من التلاميذ دراسة التحول الكيميائي الذي يحدث للجملة (مغنزيوم، محلول حمض كلور الماء). فوضع أحد التلاميذ شريطا من المغنزيوم $Mg_{(s)}$ كتلته $m = 36\ mg$ في دورق ثم أضاف إليه محلولا لحمض كلور الماء تركيزه C_0، حجمه $V = 30mL$، وسدّ الدورق بعد أن أوصله بتجهيز يسمح بحجز الغاز المنطلق وقياس حجمه من لحظة لأخرى.

1) مثل مخططا للتجربة، مع شرح الطريقة التي تسمح للتلاميذ بحجز الغاز المنطلق، وقياس حجمه والكشف عنه.

2) اكتب المعادلة المعبرة عن التفاعل الكيميائي المنمذج للتحول الكيميائي التام الحادث في الدورق علما أن الثنائيتين المشاركتين هما: $(H_3O^+_{(aq)}/H_{2(g)})$ ، $(Mg^{2+}_{(aq)}/Mg_{(s)})$.

3) يمثل الجدول الآتي نتائج القياسات التي حصل عليها الفوج:

$t(\text{min})$	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18
$V(H_2)(mL)$	0	12,0	19,2	25,2	28,8	32,4	34,8	36,0	36,0	36,0
$x(mol)$										

أ/ ضع جدولا لتقدم التفاعل.

ب/ احسب قيم التقدم x في الأزمنة المبينة في الجدول.

ج/ مثل البيان $x = f(t)$ بسلم مناسب.

د/ عرف زمن نصف التفاعل $t_{1/2}$ ثم عينه بيانيا.

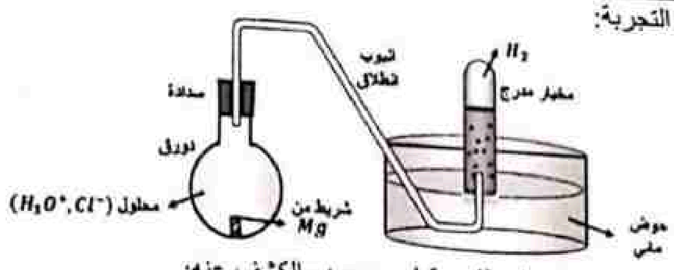
4) تركيز H_3O^+ عند نهاية التفاعل هو $[H_3O^+]_f = 0,1\ mol/L$ استنتج التركيز المولي الابتدائي C_0 لمحلول حمض كلور الماء المستعمل.

يعطى: $M(Mg) = 24\ g.mol^{-1}$ ، $V_M = 24,0\ L.mol^{-1}$

Scanned by CamScanner

تصحيح التمرين 02:

1) تمثيل مخطط التجربة:



شرح الطريقة التي تسمح بحجز الغاز المنطلق وقياس حجمه والكشف عنه:
بعد وضع المتفاعلات في الدورق، نسد بإحكام بواسطة سدادة موصولة بأنبوب معكوف يمتد إلى أنبوب اختبار معكوس في الماء (يكون أنبوب الاختبار مدرج لنقيس حجم الغاز المنطلق)، نسد هذا الأنبوب بالأصبع ونخرجه من الماء المغمور فيه، نشعل عود الثقاب ونقربه من الأنبوب لحظة نزع الاصبع فنسمع فرقعة تدل على وجود غاز H_2

2) كتابة المعادلة المعبرة عن التفاعل:

$$2\,H_3O^+ + 2e^- = H_2 + 2\,H_2O$$
$$Mg = Mg^{2+} + 2e^-$$
$$2H_3O^+_{(aq)} + Mg_{(s)} = Mg^{2+}_{(aq)} + H_{2(g)} + 2\,H_2O_{(l)}$$

3)

أ/ تمثيل جدول التقدم:

الحالة	التقدم					
المعادلة		$2H_3O^+_{(aq)}$ +	$Mg_{(s)}$ =	$Mg^{2+}_{(aq)}$ +	$H_{2(g)}$	$+2H_2O_{(l)}$
		كميات المادة (mol)				
ابتدائية	$x = 0$	$C_0.V$	$n(Mg)$	0	0	بزيادة
انتقالية	x	$C_0.V - 2x$	$n(Mg) - x$	x	x	بزيادة
نهائية	x_f	$C_0.V - 2x_f$	$n(Mg) - x_f$	x_f	x_f	بزيادة

$$n_{Mg} = \frac{m}{M} = \frac{36 \times 10^{-3}}{24} = 1{,}5 \times 10^{-3} mol$$

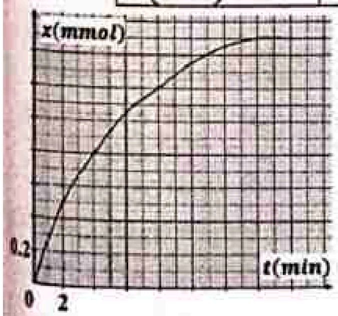
ب/ لدينا من جدول التقدم:

$$n(H_2) = x \quad \Rightarrow \quad x = n(H_2) = \frac{V_{H_2}}{V_M} = \frac{V_{H_2}}{24}$$

في كل مرة نعوض V_{H_2} فنجد x.

$t(min)$	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18
$x(mol)\ 10^{-3}$	0	0,5	0,8	1,05	1,2	1,35	1,45	1,5	1,5	1,5

ج/ رسم البيان:



د/ تعريف $t_{1/2}$: هو الزمن اللازم لبلوغ التفاعل نصف تقدمه النهائي.

$$x(t_{1/2}) = \frac{x_f}{2} = \frac{1{,}5 \times 10^{-3}}{2}$$
$$x(t_{1/2}) = 0{,}75 \times 10^{-3}\ mol$$

بالإسقاط على البيان نجد:

$$t_{1/2} \simeq 3{,}5\ min$$

Scanned by CamScanner

4) استنتاج التركيز المولي الابتدائي لمحلول حمض كلور الماء:

$$[H_3O^+]_f = 0{,}1\ mol/l$$

$$n_f(H_3O^+) = [H_3O^+] \times V_T = 0{,}1 \times 30 \times 10^{-3} = 3 \times 10^{-3} mol$$

و لدينا: Mgالمتفاعل المحد $\Rightarrow\ x_f = x_{max} = 1{,}5\ \times\ 10^{-3} mol$

$$n_f(H_3O^+) = C_0.V - 2x_f \qquad \Rightarrow \qquad C_0V = n_f(H_3O^+) + 2x_f$$

$$\Rightarrow \quad C_0 = \frac{n_f(H_3O^+) + 2x_f}{V} = \frac{3\ \times\ 10^{-3} + 2(1{,}5\ \times\ 10^{-3})}{30\ \times 10^{-3}} = 0{,}2\ mol/l$$

التمرين 03:

لمتابعة التطور الزمني للتحول الكيميائي الحاصل بين محلول حمض كلور الماء ومعدن الزنك، الذي يُنَمذَجُ بتفاعل كيميائي ذي المعادلة:

$$Zn_{(s)} + 2H_3O^+_{(aq)} = Zn^{2+}_{(aq)} + H_{2(g)} + 2\ H_2O_{(l)}$$

ندخل في اللحظة $t = 0$ كتلة $m = 1.0g$ من معدن الزنك في دورق به $V = 40mL$ من محلول حمض كلور الهيدروجين تركيزه المولي $C = 5.0 \times 10^{-1}mol.\,L^{-1}$، نعتبر حجم الوسط التفاعلي ثابتا خلال مدة التحول وأن الحجم المولي للغاز في شروط التجربة: $V_M = 25\ L.mol^{-1}$، نقيس حجم غاز ثنائي الهيدروجين V_{H_2} المنطلق في نفس الشرطين من الضغط ودرجة الحرارة، ندون النتائج في الجدول التالي:

$t(s)$	0	50	100	150	200	250	300	400	500	750
$V_{H_2}(mL)$	0	36	64	86	104	120	132	154	170	200
$x(mol)$										

1) أنجز جدولا لتقدم التفاعل واستنتج العلاقة بين التقدم x وحجم غاز ثنائي الهيدروجين المنطلق V_{H_2}.

2) أكمل الجدول أعلاه.

3) مثل البيان $x = f(t)$ باعتماد سلم الرسم التالي: $1cm \rightarrow\ 100s$ ، $1cm \rightarrow 1{,}0 \times 10^{-3}mol$

4) احسب قيمة السرعة الحجمية للتفاعل في اللحظتين: $t_1 = 100s$ ، $t_2 = 400s$.
كيف تتطور هذه السرعة مع الزمن؟ علل.

5) إن التفاعل الكيميائي السابق تفاعل تام:
أ/ احسب التقدم الأعظمي x_{max} واستنتج المتفاعل المحد.
ب/ عرف زمن نصف التفاعل $t_{1/2}$ وأوجد قيمته.

يعطى: $M(Zn) = 65\ g.mol^{-1}$

تصحيح التمرين 03:

1) جدول التقدم:

المعادلة		$Zn_{(s)}$ +	$2H^+_{(aq)}$ =	$Zn^{2+}_{(aq)}$	$+ H_{2(g)}$	$+ 2\ H_2O_{(l)}$
الحالة	التقدم	كميات المادة (mol)				
ابتدائية	$x = 0$	0,015	0,02	0	0	بزيادة
انتقالية	x	$0{,}015 - x$	$0{,}02 - 2x$	x	x	بزيادة
نهائية	x_f	$0{,}015 - x_f$	$0{,}02 - 2x_f$	x_f	x_f	بزيادة

$$n_0(Zn) = \frac{m}{M} = \frac{1}{65} =\ 0{,}015\ mol$$

$$n_0(H^+) = C.V =\ 0{,}5 \times 40\ \times\ 10^{-3} = 2\ \times\ 10^{-2}mol$$

Scanned by CamScanner

العلاقة بين x و V_{H_2} :

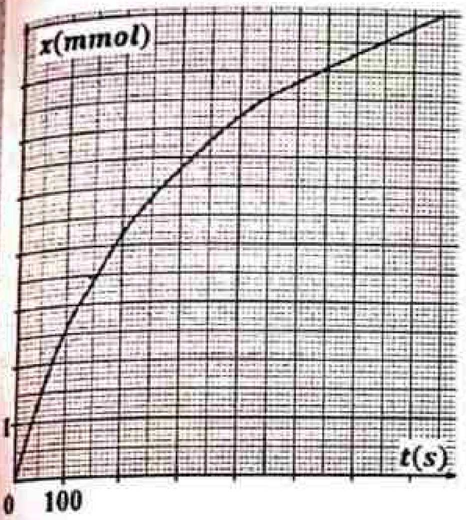
لدينا من جدول التقدم: $x = n(H_2)$ و $n(H_2) = \frac{V(H_2)}{V_M}$ منه: $x = \frac{V(H_2)}{V_M}$

$V_M = 25\,L/mol$ إذن: $x = \frac{V(H_2)}{25}$

2) الجدول:

$t(s)$	0	50	100	150	200	250	300	400	500	750
$x(mmol)$	0	1,4	2,6	3,4	4,2	4,8	5,3	6,2	6,8	8

) البيان $x = f(t)$



) السرعة الحجمية للتفاعل: $v_{vol} = \frac{1}{V} \times \frac{dx}{dt}$

$$v_{vol}(t_1 = 100s) = \frac{1}{40 \times 10^{-3}} \times \frac{(3{,}4 - 1{,}4) \times 10^{-3}}{150 - 50}$$

$$v_{vol}(t_1 = 100s) = 5 \times 10^{-4}\, mol/s.L$$

$$v_{vol}(t_2 = 400s) = \frac{1}{40 \times 10^{-3}} \times \frac{(6{,}8 - 5{,}3) \times 10^{-3}}{500 - 300}$$

$$v_{vol}(t_2 = 400s) = 1{,}875 \times 10^{-4}\, mol/s.L$$

$v(t_1) > v(t_2)$ إذن السرعة الحجمية للتفاعل تتناقص تدريجيا إلى أن تنعدم.

5) التحول تام:

أ/ تحديد x_{max} والمتفاعل المحد:

لدينا من جدول التقدم: $0{,}015 - x_{max} = 0 \rightarrow x_{max1} = 0{,}015\, mol$

$0{,}02 - 2x_{max} = 0 \rightarrow x_{max_2} = 0{,}01\, mol$

$x_{max2} < x_{max1}$ منه: $x_{max} = 0{,}01\, mol$ والمتفاعل المحد هو (H^+)

ب/ تعريف $t_{1/2}$: هو الزمن اللازم لبلوغ التفاعل نصف تقدمه النهائي (غير تام) أو نصف تقدمه الأعظمي (تام)

$$x_{t_{1/2}} = \frac{x_{max}}{2} = \frac{0{,}01}{2} = 0{,}005\, mol$$

بالإسقاط على المنحنى $x = f(t)$ نجد: $t_{1/2} = 270\, s$.

التمرين 04:

ندرس تفكك الماء الأوكسجيني (H_2O_2)، عند درجة حرارة ثابتة $\theta_1 = 12°C$، وفي وجود وسيط مناسب. ننمذج التحول الكيميائي الحاصل بتفاعل كيميائي تام معادلته: $2H_2O_{2(aq)} = 2H_2O_{(l)} + O_{2(g)}$

نعتبر أن حجم المحلول يبقى ثابتا خلال مدة التحول، وأن الحجم المولي للغاز في شروط التجربة، $V_M = 24L/mol$

نأخذ في اللحظة $t = 0$ حجما $V_S = 500\, mL$ من الماء الأوكسجيني تركيزه المولي الابتدائي $[H_2O_2]_0 = 8 \times 10^{-2}\, mol/L$ ، نجمع ثنائي الأوكسجين المتشكل ونقيس حجمه (V_{O_2}) تحت ضغط ثابت كل أربع دقائق، ونسجل النتائج كما في الجدول التالي:

$t(min)$	0	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
$V_{O_2}(mL)$	0	60	114	162	204	234	253	276	288	294	300
$[H_2O_2]\, mol/L$											

1) أنشئ جدول لتقدم التفاعل الكيميائي الحاصل.

2) اكتب عبارة التركيز المولي $[H_2O_2]$ للماء الأوكسجيني في اللحظة t بدلالة: $[H_2O_2]_0$ ، V_S ، V_M ، V_{O_2}

Scanned by CamScanner

3) أ/ أكمل الجدول السابق.
ب/ ارسم المنحنى البياني $[H_2O_2] = f(t)$ باستعمال سلم رسم مناسب.
ج/ أعط عبارة السرعة الحجمية للتفاعل الكيميائي.
د/ احسب سرعة التفاعل الكيميائي في اللحظتين $t_1 = 16min$ و $t_2 = 24min$.
واستنتج كيف تتغير سرعة التفاعل مع الزمن.
ه/ عين زمن نصف التفاعل $t_{1/2}$ بيانيا.

4) إذا أجريت التجربة السابقة في الدرجة $\theta_2 = 35°C$، ارسم كيفيا شكل منحنى تغير $[H_2O_2]$ بدلالة الزمن على البيان السابق مع التبرير.

تصحيح التمرين 04:

1) جدول التقدم:

المعادلة		$2H_2O_{2(aq)}$ =	$2H_2O_{(l)}$	$+ O_{2(g)}$
الحالة	التقدم	كميات المادة (mol)		
ابتدائية	$x = 0$	n_0	بالزيادة	0
انتقالية	x	$n_0 - 2x$	بالزيادة	x
نهائية	x_f	$n_0 - 2x_f$	بالزيادة	x_f

$$n_0(H_2O_2) = [H_2O_2]_0 \times Vs = 8 \times 10^{-3} \times 500 \times 10^{-3} = 0{,}04\, mol$$

2) كتابة عبارة التركيز المولي في كل لحظة: من جدول تقدم التفاعل لدينا:
$$\begin{cases} n(H_2O_2) = n_0 - 2x_t \\ n(O_2) = x \end{cases}$$

$$n(H_2O_2) = n_0 - 2n(O_2)$$

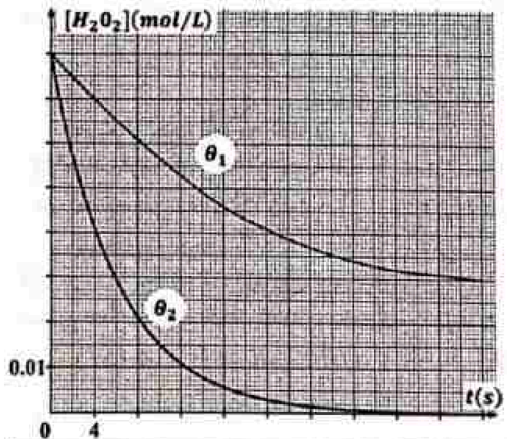
بالتبسيط نجد :
$$[H_2O_2]_t \times V_s = [H_2O_2]_0 \times V_s - 2 \times \frac{Vo_2}{V_m}$$

$$\Rightarrow \quad [H_2O_2]_t = [H_2O_2]_0 - 2 \times \frac{Vo_2}{V_m \times V_s}$$

3) أ/ ملأ الجدول:
$$[H_2O_2]_t = 0{,}08 - 2 \times \frac{V_{O_2}}{24 \times 0{,}5} \quad \Rightarrow \quad [H_2O_2]_t = 0{,}08 - \frac{V_{O_2}}{6}$$

في كل مرة نعوض قيم V_{O_2} فنجد قيم $[H_2O_2]$:

$t\ (min)$	0	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
$[H_2O_2]$ mol/L	0,080	0,070	0,061	0,053	0,046	0,041	0,037	0,034	0,032	0,031	0,030



ب/ المنحنى البياني $[H_2O_2] = f(t)$

ج/ عبارة السرعة الحجمية للتفاعل:
$$v_{vol} = \frac{1}{Vs} \times \frac{dx}{dt}$$

د/ حساب سرعة التفاعل عند اللحظتين:

لدينا : $n(H_2O_2) = n_0 - 2x$ منه $v = \dfrac{dx}{dt}$

$$\Rightarrow \quad x = \frac{n_0 - n(H_2O_2)}{2}$$

$$v = \frac{d}{dt}\left(\frac{n_0 - n(H_2O_2)}{2}\right)$$

Scanned by CamScanner

بما أن n_0 ثابت:

$$v = -\frac{1}{2}.\frac{d}{dt}\left(n(H_2O_2)\right) = -\frac{1}{2}\times\frac{d[H_2O_2]\times V_S}{dt}$$
$$v = -\frac{Vs}{2}\times\frac{d[H_2O_2]}{dt}$$

حيث : $\frac{d[H_2O_2]}{dt}$ يحسب بميل المماس.

عند اللحظة $t_1 = 16\ min$

$$v_1 = -\frac{0.5}{2}\times\frac{0.046-0.07}{16-0} = 3.75\times 10^{-4} mol/min$$

عند اللحظة $t_2 = 24\ min$

$$v_2 = -\frac{0.5}{2}\times\frac{0.037-0.062}{24-0} = 2.6\times 10^{-4} mol/min$$

نلاحظ أن: $v_1 > v_2$ نستنتج أن سرعة التفاعل تتناقص تدريجيا مع الزمن لنقصان تراكيز المتفاعلات.

هـ/ تعيين زمن نصف التفاعل: $t_{1/2}$

$$[H_2O_2]_{t_{1/2}} = \frac{[H_2O_2]_0}{2} = 0{,}04\ mol/l$$

بإسقاط هذه القيمة على المنحنى $[H_2O_2] = f(t)$ نجد $t_{1/2} = 21\ min$

4) شكل المنحنى في الدرجة $\theta' = 35°C$

سرعة التفاعل تتزايد بارتفاع درجة الحرارة في نفس لحظة القياس : $\theta' > \theta$ و منه $V' > V$.

التمرين 05:

لمتابعة التطور الزمني للتحول الكيميائي الحادث بين محلول حمض كلور الماء $(H_3O^+{}_{(aq)} + Cl^-{}_{(aq)})$ ومعدن الزنك $Zn_{(s)}$. نضيف عند اللحظة $t = 0$ كتلة من الزنك $m(Zn) = 0.654g$ إلى دورق به حجم $V = 100mL$ من محلول حمض كلور الماء تركيزه $C = 10^{-2}mol/L$، نعتبر أن حجم الوسط التفاعلي ثابت خلال مدة التحول. نقيس حجم ثنائي الهيدروجين المنطلق مع مرور الزمن في الشروط التجريبية التالية: درجة الحرارة $\theta = 20°C$ والضغط $P = 1.013\times 10^5\ Pa$.

1) اكتب المعادلة المعبرة عن التفاعل المنمذج للتحول الكيميائي الحادث، علما أن الثنائيتين المشاركتين في التفاعل هما: $\left(H_3O^+{}_{(aq)}/H_{2(g)}\right), \left(Zn^{2+}{}_{(aq)}/Zn_{(s)}\right)$

2) أنشئ جدولا لتقدم التفاعل، وحدد المتفاعل المحد.

3) الدراسة التجريبية لهذا التحول مكنت من الحصول على البيان الموضح بالشكل.

أ/ عرف السرعة الحجمية للتفاعل.

ب/ بين أنه يمكن كتابة عبارة السرعة الحجمية للتفاعل بالشكل:

$$v_{vol} = \frac{P}{VRT}\times\frac{dV_{H_2}}{dt}$$

حيث V حجم المزيج التفاعلي.

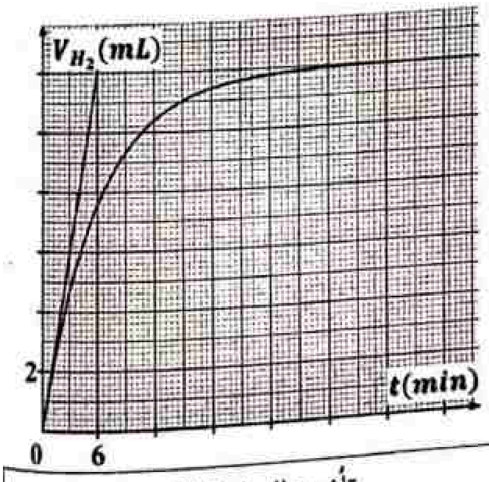
ج/احسب قيمة السرعة الحجمية للتفاعل عند اللحظة $t = 0$

د/ استنتج سرعة اختفاء شوارد $\left(H_3O^+{}_{(aq)}\right)$ عند نفس اللحظة.

4) عرف زمن نصف التفاعل، وحدد قيمته بيانيا.

تعطى عبارة قانون الغاز المثالي بالعلاقة: $PV = nRT$

حيث $R = 8{,}314\ (SI)$، $M(Zn) = 65{,}4\ g/mol$.



Scanned by CamScanner

تصحيح التمرين 05:

1) المعادلة المعبرة عن التفاعل:

$$Zn = Zn^{2+} + 2e^-$$
$$2H_3O^+ + 2e^- = H_2 + 2H_2O$$
$$Zn_{(s)} + 2H_3O^+_{(aq)} = H_{2(aq)} + Zn^{2+}_{(aq)} + 2H_2O_{(l)}$$

2) جدول تقدم التفاعل:

المعادلة		$Zn_{(s)} + 2H_3O^+_{(aq)} = H_{2(aq)} + Zn^{2+}_{(aq)} + 2H_2O_{(l)}$				
الحالة	التقدم	كميات المادة (mol)				
ابتدائية	$x = 0$	n_1	n_2	0	0	بالزيادة
انتقالية	x	$n_1 - x$	$n_2 - 2x$	x	x	بالزيادة
نهائية	x_{max}	$n_1 - x_{max}$	$n_2 - 2x_{max}$	x_{max}	x_{max}	بالزيادة

- تحديد المتفاعل المحد:

$$x_{max} = n_1 = \frac{m}{M} = \frac{0{,}654}{65{,}4} = 10^{-2}mol \Leftarrow n_1 - x_{max} = 0$$
$$x_{max} = \frac{n_2}{2} = \frac{C.V}{2} = \frac{10^{-2} \times 0{,}1}{2} = 5 \times 10^{-4}mol \Leftarrow n_2 - 2x_{max} = 0$$

ومنه المتفاعل المحد هو H_3O^+ و $x_{max} = 5 \times 10^{-4}\ mol$

3) الدراسة التجريبية:

أ/ تعريف السرعة الحجمية للتفاعل: هي تغير تقدم التفاعل بالنسبة لزمن في وحدة الحجوم، وتكتب بالعلاقة:

$$v_{vol} = \frac{1}{V} \times \frac{dx}{dt}$$

ب/ إثبات العبارة: من جدول تقدم التفاعل لدينا:

$$n_{H_2} = x \quad \Rightarrow \quad PV_{H_2} = xRT \quad \Rightarrow \quad x = \frac{PV_{H_2}}{RT}$$

و منه :
$$v_{vol} = \frac{1}{V} \times \frac{dx}{dt} = \frac{1}{V} \times \frac{d}{dt}\left(\frac{PV_{H_2}}{RT}\right) = \frac{\boldsymbol{P}}{\boldsymbol{VRT}} \times \frac{\boldsymbol{dV_{H_2}}}{\boldsymbol{dt}}$$

ج/ السرعة الحجمية للتفاعل عند $t = 0$:

$$v_{vol} = \frac{1{,}013 \times 10^5}{0{,}1 \times 8{,}314 \times 293} \times \frac{(12 - 0) \times 10^{-6}}{(6 - 0)} = 8{,}32 \times 10^{-4} mol.l^{-1}.min^{-1}$$

د/ حساب سرعة اختفاء شوارد H_3O^+ عند نفس اللحظة:

لدينا:
$$v_{H_3O^+} = -\frac{dn(H_3O^+)}{dt} = -\frac{d(n_2 - 2x)}{dt} = 2 \times \frac{dx}{dt} = 2 \times V \times v_{vol}$$
$$v_{H_3O^+} = 2 \times 0{,}1 \times 8{,}32 \times 10^{-4} = 16{,}64 \times 10^{-5}\ mol/min$$

4) تعريف زمن نصف التفاعل: هو الزمن اللازم لبلوغ التفاعل نصف قيمته النهائية.

-قيمته بيانيا:

$$V_{H_2}(t_{1/2}) = \frac{8{,}314 \times 293 \times 2{,}5 \times 10^{-4}}{1{,}013 \times 10^5} = 6\ mL \quad \Rightarrow \quad t_{1/2} \simeq 4{,}2\ min$$

ما اسم الشجرة التي
لا ظل لها و لا ثمار

Scanned by CamScanner

التمرين 06:

نضع في بيشر حجما $V = 100\ mL$ من محلول حمض الأزوت $(H_3O^+ + NO_3^-)$ تركيزه المولي $C = 1\ mol/L$ نضيف له كتلة $m = 19{,}2\ g$ من النحاس (Cu) مع وجود كمية وافرة من شوارد H_3O^+.

1) علما أن الثنائيتين (Ox/Red) الداخلتان في التفاعل هما $(NO_3^-/NO)(Cu^{2+}/Cu)$

أ/ بين أن المعادلة المعبرة عن التفاعل المنمذج للتحول السابق هي:

$$3Cu_{(s)} + 2NO_{3\ (aq)}^- + 8H_{(aq)}^+ = 3Cu_{(aq)}^{2+} + 2NO_{(g)} + 4H_2O_{(l)}$$

ب/ احسب كمية المادة الابتدائية للمتفاعلات.

ج/ أنشئ جدول التقدم وحدد المتفاعل المحد.

2) علما أن التجربة أجريت في درجة الحرارة $20°C$ وتحت الضغط $P = 1{,}013 \times 10^5 Pa$

أ/ بين أن الحجم المولي للغازات في شروط هو:

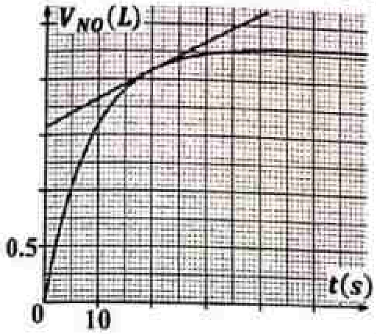
$$V_M = 24\ L/mol$$

ب/ أوجد العلاقة بين حجم غاز أكسيد الأزوت $V_{(NO)}$ المنطلق والتقدم x

3) يعطي البيان تغيرات حجم غاز أكسيد الأزوت $V_{(NO)}$ بدلالة الزمن

أ/ عرف سرعة التفاعل واحسب قيمتها عند اللحظة $t = 20s$.

ب/ استنتج التركيب المولي للمزيج في اللحظة $t = 40s$.



يعطى: $M(Cu) = 64\ g/mol$

تصحيح التمرين 06:

(1

أ/ المعادلة المعبرة عن التفاعل:

$$(Cu = Cu^2 + +2e^-) \quad \times\ 3$$
$$(4H_3O^+ + NO_3^- + 3e^- = NO + 6H_2O) \times 2$$
$$3Cu_{(S)} + 2NO_{3\ (aq)}^- + 8H_3O_{(aq)}^+ = 3Cu_{aq}^{2+} + 2NO_{(aq)} + 12H_2O_{(l)}$$

ب/ حساب كميات المادة الابتدائية:

$$n_0(Cu) = \frac{m}{M} = \frac{19{,}2}{64} = 0{,}3\ mol \qquad ; \qquad n_0(NO_3^-) = C \times V = 1 \times 0{,}1 = 0{,}1\ mol$$

ج/ جدول التقدم:

الحالة	التقدم	$3Cu_{(S)}$	$2NO_{3\ (aq)}^-$	$8H_3O_{(aq)}^+$	$3Cu_{(aq)}^{2+}$	$2NO_{(aq)}$	$12H_2O_{(l)}$
المعادلة		$3Cu_{(s)} + 2NO_{3\ (aq)}^- + 8H_3O_{(aq)}^+ = 3Cu_{(aq)}^{2+} + 2NO_{(aq)} + 12H_2O_{(l)}$					
		كميات المادة (mol)					
ابتدائية	$x = 0$	$0{,}3$	$0{,}1$	بالزيادة	0	0	بالزيادة
انتقالية	x	$0{,}3 - 3x$	$0{,}1 - 2x$	بالزيادة	$3x$	$2x$	بالزيادة
نهائية	x_f	$0{,}3 - 3x_f$	$0{,}1 - 2x_f$	بالزيادة	$3x_f$	$2x_f$	بالزيادة

المتفاعل المحد:

$$0{,}3 - 3x_{max} = 0 \rightarrow \quad x_{max1} = 0{,}1mol$$
$$0{,}1 - 2x_{max} = 0 \ \rightarrow \ x_{max2} = 0{,}05mol$$

نلاحظ أن: $x_{max1} > x_{max2}$ ومنه $x_{max} = 0{,}05\ mol$ و (NO_3^-) هو المتفاعل المحد.

(2

أ/ نبين أن $V_M = 24\ L/mol$

لدينا: $P.V = n.R.T$ منه: $V = \frac{n.R.T}{P}$

من أجل إيجاد V_M نأخذ $n = 1\ mol$

$$\begin{cases} P = 1.013 \times 10^5 \\ \theta = 20°C \\ \theta = 293\ K \end{cases}$$

$$V_M = \frac{1 \times 8.31 \times 293}{1.013 \times 10^5} = 0.024\ m^3 = 24\ L/mol$$

Scanned by CamScanner

ب/ إيجاد العلاقة بين $V(NO)$ و التقدم x:

من جدول التقدم: $n(NO) = \frac{V(NO)}{V_M}$, $n(NO) = 2x$

$$x = \frac{V_{(NO)}}{2V_M} \rightarrow x = \frac{V_{(NO)}}{48}$$

3) $V(NO) = f(t)$

أ/ سرعة التفاعل مقدار تغير تقدم التفاعل خلال وحدة زمن $v = \frac{dx}{dt}$

حساب $v(t = 20\,s)$:

$$v = \frac{dx}{dt} \quad ; x = \frac{V(NO)}{48}$$

ومنه :

$$v = \frac{d}{dt}\left(\frac{V(NO)}{48}\right) \quad \Rightarrow \quad v = \frac{1}{48} \times \frac{dV(NO)}{dt}$$

حيث: $\frac{dv(NO)}{dt}$ هو ميل المماس عند $t = 20(s)$ من المنحنى $V(NO) = f(t)$

$$v(t = 20min) = \frac{1}{48} \times \frac{2{,}1 - 1{,}6}{20 - 0} \simeq 5{,}2 \times 10^{-4} mol/s$$

ب/ استنتاج التركيز المولي عند $t = 40\,s$

في اللحظة $t = 40\,s$ (نهاية التفاعل) يكون من البيان $V_{NO} = 2{,}3\,L$

$$\Rightarrow \quad x = \frac{2{,}3}{48} = 0{,}048\,(mol)$$

ولدينا من جدول التقدم: $\begin{cases} n(Cu) = 0{,}3 - 3x \\ n(NO_3^-) = 0{,}1 - 2x \\ n(Cu^{2+}) = 3x \\ n(NO) = 2x \end{cases}$ نعوض x فيما سبق فنجد: $\begin{cases} n(Cu) = 0{,}156\,mol \\ n(NO_3^-) = 4 \times 10^{-3}\,mol \\ n(Cu^{2+}) = 0{,}144\,mol \\ n(NO) = 0{,}096\,mol \end{cases}$

تمارين المتابعة الزمنية عن طريق قياس الضغط

التمرين 07:

بهدف تتبع التحول الكيميائي التام لتأثير حمض كلور الماء $(H_3O^+ + Cl^-)$ على كربونات الكالسيوم. نضع قطعة كتلتها $2{,}0g$ من كربونات الكالسيوم $CaCO_3$ داخل $100mL$ من حمض كلور الماء تركيزه المولي $C = 1{,}0 \times 10^{-1} mol.L^{-1}$

الطريقة الأولى: نقيس ضغط غاز ثنائي أوكسيد الكربون المنطلق والمحجوز في دورق حجمه لتر واحد $(1L)$ تحت درجة حرارة ثابتة $T = 25°C$، فكانت النتائج المدونة في الجدول التالي:

$t(s)$	20	60	100
$P_{(CO_2)}(Pa)$	2280	5560	7170
$n_{(CO_2)}(mol)$			
$x(mol)$			

المعادلة الكيميائية المعبرة عن التفاعل المنمذج للتحول الكيميائي السابق:

$$CaCO_{3(s)} + 2H_3O^+{}_{(aq)} = CO_{2(g)} + Ca^{2+}{}_{(aq)} + 3H_2O_{(l)}$$

1) أنشئ جدولا لتقدم التفاعل السابق.
2) ما العلاقة بين (n_{CO_2}) كمية مادة الغاز المنطلق و (x) تقدم التفاعل؟
3) بتطبيق قانون الغاز المثالي والذي يعطى بالشكل $P.V = nRT$، أكمل الجدول السابق.

Scanned by CamScanner

4) مثل بيان الدالة $x = f(t)$.

يعطى: $R = 8,31\ SI$ ، $1L = 10^{-3}\ m^3$.

الطريقة الثانية: تتبع قيمة شوارد الهيدروجين(H^+)في وسط التفاعل بدلالة الزمن أعطت النتائج المدونة في الجدول التالي:

$t(s)$	20	60	100
$[H_3O^+](mol.L^{-1})$	0,080	0,056	0,040
$n_{(H_3O^+)}(mol)$			
$x(mol)$			

1) احسب $n(H^+)$ كمية مادة شوارد الهيدروجين في كل لحظة.
2) مستعينا بجدول تقدم التفاعل، أوجد العبارة الحرفية التي تعطي $n(H_3O^+)$ بدلالة التقدم (x).
3) احسب قيمة التقدم (x) في كل لحظة.
4) أنشئ البيان $x = f(t)$ ماذا تستنتج؟
5) حدد المتفاعل المحد.
6) استنتج $t_{1/2}$ زمن نصف التفاعل.
7) احسب السرعة الحجمية للتفاعل في اللحظة $t = 50s$.

$$M(O) = 16\ g/mol ، M(C) = 12g/mol ، M(Ca) = 40g/mol$$

تصحيح التمرين 07:

$$(H_3O^+, Cl^-)\begin{cases} V = 100\ ml \\ C = 0.1\ mol/L \end{cases} \qquad CaCO_3\begin{cases} m = 2g \\ M = 100\ g/mol \end{cases}$$

الطريقة 1: قياس الضغط CO_2 :

1) إنشاء جدول التقدم:

المعادلة		$CaCO_{3(S)}$ +	$2H_3O^+_{(aq)}$ =	$CO_{2(g)}$ +	$Ca^{2+}_{(aq)}$ +	$3H_2O_{(l)}$
الحالة	التقدم	كميات المادة (mol)				
ابتدائية	$x = 0$	0,02	0,01	0	0	بالزيادة
انتقالية	x	$0,02 - x$	$0,01 - 2x$	x	x	بالزيادة
نهائية	x_f	$0,02 - x_f$	$0,01 - 2x_f$	x_f	x_f	بالزيادة

$$n_0(CaCO_3) = \frac{m}{M} = \frac{2}{100} = 0,02\ mol$$

$$n_0(H_3O^+) = C \times V = 10^{-1} \times 10^{-1} = 10^{-2}\ mol$$

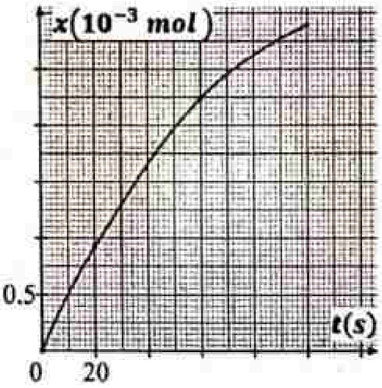
2) العلاقة بين $n(CO2)$ و x :من جدول التقدم: $x = n(CO_2)$

3) ملأ الجدول:

$$P_{CO_2}.V_{CO_2} = n_{CO_2}.R.T \rightarrow n_{CO_2} = \frac{P_{CO_2}V_{CO_2}}{RT} = \frac{P_{CO_2} \times 10^{-3}}{8.31 \times 298}$$

خطرة واحد بلع نص حبة كاشي
نتاع الرقاد رقد بعين وحدة

Scanned by CamScanner



في كل مرة نعوض P_{CO_2} فنجد n_{CO_2}

$t(S)$	20	60	100
$n_{CO_2}\ (mmol)$	0,92	2,24	2,89
$x(mmol)$	0,92	2,24	2,89

4) البيان $x = f(t)$:

الطريقة 2: قياس تراكيز $[H_3O^+]$:

1) حساب كمية مادة $n(H_3O^+)$:

$$n(H_3O^+) = [H_3O^+] \times V = [H_3O^+] \times 0.1$$

$t(s)$	20	60	100
$n(H_3O^+)\ mol$	0,0080	0,0056	0,004
$x\ (mol)$	10^{-3}	$2,2 \times 10^{-3}$	3×10^{-3}

2) العبارة الحرفية لـ$n(H_3O^+)$ بدلالة x :

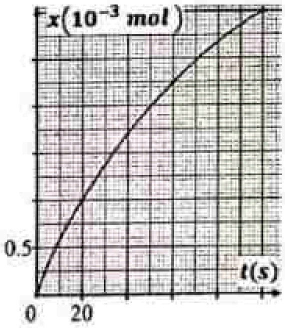
$$n(H_3O^+) = 0,01 - 2x$$

3) حساب x:

$$n(H_3O^+) = [H_3O^+] \times V = [H_3O^+] \times 0,1$$

$$n(H_3O^+) = 0,01 - 2x \ \rightarrow \ x = \frac{0,01 - n(H_3O^+)}{2}$$

في كل مرة نعوض $n(H_3O^+)$ فنجد x.



4) البيان $x = f(t)$:

البيان $x = f(t)$ يكون يماثل البيان السابق، لأن تغيير الطريقة المتبعة لا يؤثر في قيم x أو التراكيز و كميات المادة للمتفاعلات والنواتج.

5) المتفاعل المحد:

$$\begin{cases} 0,02 - x_{max} = 0 \\ 0,01 - 2x_{max} = 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} x_{max_1} = 0,02\ mol \\ x_{max_2} = 0,005\ mol \end{cases}$$

$x_{max_2} < x_{max_1}$ ومنه التقدم الأعظمي المقبول $x_{max} = 0,005\ mol$ ومنه المتفاعل المحد هو: H_3O^+

6) استنتاج $t_{1/2}$:

$$x(t_{1/2}) = \frac{x_{max}}{2} = \frac{0,005}{2} = 2,5 \times 10^{-3}\ mol$$

بإسقاط $x(t_{1/2})$ على البيان فنجد: $t_{1/2} \simeq 70\ (s)$

7) حساب السرعة الحجمية عند $t = 50(s)$:

$$v_{vol}(\mathrm{t} = 50\ \mathrm{s}) = \frac{1}{V} \times \frac{dx}{dt}$$

حيث $\frac{dx}{dt}$ يمثل ميل المماس عند $\mathrm{t} = 50\ (s)$، من البيان $x = f(t)$:

$$v_{vol}(\mathrm{t} = 50\ \mathrm{s}) = \frac{1}{10^{-1}} \times \frac{(2 - 0,7) \times 10^{-3}}{50 - 0} = 2,6 \times 10^{-4} mol/s.L$$

Scanned by CamScanner

التمرين 8:

نريد دراسة التحول التام والبطيء لتحلل غاز بنتا أكسيد ثنائي الأزوت N_2O_5 عند درجة حرارة مرتفعة والذي يتم وفق التفاعل التالي:

$$2N_2O_{5(g)} = 4NO_{2(g)} + O_{2(g)}$$

نعتبر كل الغازات في هذا التفاعل مثالية ونذكر بقانون الغاز المثالي $(P.V = n_G.R.T)$ حيث $n_G(mol)$ كمية مادة الغاز، $P(Pa)$ ضغطه، $V(m^3)$ حجمه، $T(°K)$ درجة حرارته، $R = 8{,}31\ SI$ ثابت الغاز المثالي.نضع غاز N_2O_5 في وعاء مغلق حجمه ثابت $V = 0{,}50\ L$ عند درجة حرارة ثابتة $T = 318°K$. بواسطة مقياس الضغط نتابع تطور الضغط P في الوعاء بمرور الزمن في اللحظة $t = 0$ نجد قيمة الضغط: $P_0 = 463{,}8\ hPa$ قياس النسبة P/P_0 بمرور الزمن أعطى النتائج التالية:

$t(s)$	0	10	20	40	60	80	100
P/P_0	1,000	1,435	1,703	2,047	2,250	2,385	2,422
$x(mol)$							

1) بين أن كمية المادة الابتدائية لغاز N_2O_5 هي: $n_0 = 8{,}8 \times 10^{-3}\ mol$

2) لمتابعة تطور هذا التفاعل، يجب تحديد العلاقة بين P/P_0 وتقدم التفاعل x

أ/ أنشئ جدول تقدم التفاعل المدروس وعين قيمة التقدم الأعظمي x_{max}.

ب/ من جدول تقدم التفاعل عبر عن كمية المادة الكلية للغازات n_G بدلالة n_0 و x.

ج/ بتطبيق قانون الغاز المثالي، استنتج العلاقة:

$$\frac{P}{P_0} = 1 + \frac{3x}{n_0}$$

3) انطلاقا من هذه العلاقة أكمل جدول القياسات بحساب قيم التقدم x ثم ارسم المنحنى $x = f(t)$.

أ/ عرف السرعة الحجمية للتفاعل كيف تتغير هذه السرعة بمرور الزمن؟ علّل.

ب/ عرف زمن نصف التفاعل $t_{1/2}$ ثم عين قيمته من البيان.

ج/ احسب النسبة P_{max}/P_0 حيث P_{max} قيمة الضغط في الوعاء عند بلوغ التقدم قيمته العظمى.

د/ تحقق من أن التفاعل لم ينتهي في اللحظة $t = 100s$

تصحيح التمرين 8:

1) تبين أن $n_0(N_2O_5) = 8{,}8 \times 10^{-3} mol$

$$P.V = n.R.T \quad \Rightarrow \quad n_0(N_2O_5) = \frac{P_0 \times V}{RT}$$

$$n_0(N_2O_5) = \frac{4{,}638 \times 10^4 \times 10^{-3} \times 0{,}5}{8{,}31 \times 318} = 8{,}8 \times 10^{-3} mol$$

2) جدول التقدم:

المعادلة		$2N_2O_{5(g)}$ =	$4NO_{2(g)}$ +	$O_{2(g)}$
الحالة الابتدائية	0	$8{,}8 \times 10^{-3}$	0	0
الحالة الانتقالية	x	$8{,}8 \times 10^{-3} - 2x$	$4x$	x
الحالة النهائية	xf	$8.8 \times 10^{-3} - 2x_f$	$4x_f$	x_f

أ/ تعيين x_{max}:

$$8{,}8 \times 10^{-3} - 2x_{\max} = 0 \quad \Rightarrow \quad x_{max} = 4.4 \times 10^{-3}\ mol$$

ب/ n_G بدلالة n_0 و x:

$$n_G = n(N_2O_5) + n(NO_2) + n(O_2)$$

$$n_G = 8{,}8 \times 10^{-3} - 2x + 4x + x = 8{,}8 \times 10^{-3} + 3x = n_0 + 3x$$

Scanned by CamScanner

ج/ استنتاج العلاقة: $\frac{P}{P_0} = 1 + \frac{3x}{n_0}$

$$P_0.V = n_0.R.T \Rightarrow P_0 = \frac{n_0 \times RT}{V} \; \ldots\ldots ①$$

$$P.V = n_G.R.T \Rightarrow P = \frac{n_G \times RT}{V} \; \ldots\ldots ②$$

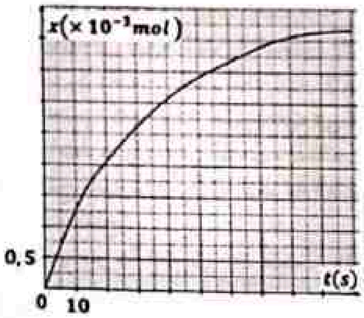
بقسمة ② على ① نجد:

$$\frac{P}{P_0} = \frac{\frac{n_G \times \cancel{RT}}{\cancel{V}}}{\frac{n_0 \times \cancel{RT}}{\cancel{V}}} = \frac{n_G}{n_0} = \frac{n_0 + 3x}{n_0} = \frac{n_0}{n_0} + \frac{3x}{n_0} \Rightarrow \frac{P}{P_0} = 1 + \frac{3x}{n_0}$$

3) ملأ الجدول:

t(s)	0	10	20	40	60	80	100
x (mmol)	0	1,28	2,06	3,07	3,66	4,06	4,17

المنحنى:



أ/ تعريف السرعة الحجمية:
هو مقدار تقدم التفاعل بالنسبة للزمن في وحدة حجوم:

$$v = \frac{1}{V} \times \frac{dx}{dt}$$

حيث $\frac{dx}{dt}$ ميل المماس عند لحظة t من البيان $x = f(t)$
تتناقص السرعة تدريجيا إلى أن تنعدم (من البيان) لأن السرعة مرتبطة بميل المماس الذي يتناقص تدريجيا.
أما مجهريا فإن تناقص تركيز المتفاعلات يؤدي إلى تناقص التصادمات الفعالة وبالتالي تقل سرعة التفاعل.
ب/ زمن نصف التفاعل $t_{1/2}$: هو الزمن اللازم لبلوغ التفاعل نصف تقدمه النهائي (غير تام) الأعظمي (تام).

$$x_{t_{1/2}} = \frac{x_{max}}{2} = 2,2 \times 10^{-3}\, mol$$

بإسقاط القيمة على البيان نجد: $t_{1/2} \simeq 24\ (s)$

ج/ حساب $\frac{P_{max}}{P_0}$:

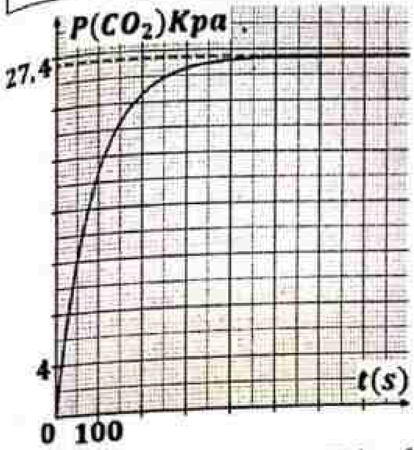
لدينا : $\frac{P}{P_0} = \frac{3x}{n_0} + 1 \Rightarrow \frac{3x}{n_0} = \frac{P}{P_0} - 1$

$$\frac{3x_{max}}{n_0} = \frac{P_{max}}{P_0} - 1 \Rightarrow \frac{P_{max}}{P_0} = \frac{3x_{max}}{n_0} + 1 = \frac{3 \times 4,4 \times 10^{-3}}{8,8 \times 10^{-3}} + 1 = 2,5$$

د/ التحقق أن التفاعل لم ينتهي عند $t = 100(s)$:
لدينا: $x_{max} = 4,4 \times 10^{-3} mol$
ولدينا بيانيا: $x(100(s)) = 4,17 \times 10^{-3}\, mol$
$x_{max} > x(100(s))$ ومنه التفاعل لم ينتهي عند $t = 100(s)$.

اذا تم العقل
نقص الكلام
علي بن أبي طالب رضي الله عنه

Scanned by CamScanner



التمرين 09:

في بالون حجمه $V = 60\ mL$ نسكب V' من محلول حمض الإيثانويك تركيزه $C = 1\ mol.L^{-1}$ وندخل فيه كتلة $m = 1,25g$ من هيدروجينوكربونات الصوديوم $NaHCO_{3(s)}$

نغلق بإحكام البالون بواسطة سدادة مزودة بأنبوب موصول إلى جهاز يمكنه التقاط الضغط التفاضلي للغاز المنطلق يتفاعل مع حمض الإيثانويك مع هيدروجينوكربونات الصوديوم وفق المعادلة:

$$CH_3COOH + HCO_3^- = CO_2 + CH_3COO^- + H_2O$$

ندون ضغط غاز CO_2 الناتج في البالون بدلالة الزمن فنحصل على البيان المقابل:

1) أ/ هل التحول بطيء أم سريع؟ علّل.

ب/ عين باستعمال البيان كمية المادة n_f من غاز CO_2 المنطلقة في نهاية التجربة علما أن التجربة تمت عند درجة حرارة قدرها $T = 298\ K$ وحجم البالون $V = 1,35\ L$ (القانون العام للغازات: $PV = nRT$)

2) أ/ احسب كمية مادة المتفاعلات في الحالة الابتدائية؟

ب/ اعط جدول تقدم التفاعل واستنتج التقدم الأعظمي والمتفاعل المحد.

3) استنتج كمية مادة CO_2 النظرية المتحررة في نهاية التجربة، قارنها مع القيمة المتعينة باستعمال البيان ماذا تستنتج؟

4) احسب سرعة التفاعل عند اللحظة $t = 100s$، كيف تتطور السرعة خلال هذا التفاعل؟

يعطى: $R = 8,31\ SI$، $M(NaHCO_3) = 84\ g/mol$، $1KPa = 1000Pa$

تصحيح التمرين 09:

$$CH_3COOH \begin{cases} C = 1\ mol/l \\ V = 60\ ml \end{cases} \qquad NaHCO_3 \begin{cases} m = 1.25\ g \\ M = 84\ g/mol \end{cases}$$

1) أ/ التحول بطيء لأنه استغرق عدة دقائق.

ب/ تعيين $n_f(CO_2)$:

$T = 298\ K$; $V = 1.35\ L$;

$$P_{CO_2} \times V_{CO_2} = n_{CO_2}.R.T$$

$$n_{CO_2} = \frac{P_{CO_2} \times V_{CO_2}}{R \times T} = \frac{27.4 \times 10^3 \times 1.29 \times 10^{-3}}{8.31 \times 298} = 1.42 \times 10^{-2} mol$$

2) أ/ حساب قيمة كمية مادة المتفاعلات الابتدائية:

$$n_0(CH_3COOH) = C.V = 1 \times 0.06 = 0.06\ mol$$

$$n_0(HCO_3^-) = \frac{m}{M} = \frac{1.25}{84} = 1.48 \times 10^{-2}\ mol$$

ب/ إنشاء جدول التقدم:

المعادلة		$CH_3COOH_{(aq)}$	$+ HCO^-_{3\,(aq)}$	$= CO_{2(g)}$	$+ CH_3COO^-_{(aq)}$
الحالة	التقدم	كميات المادة (mol)			
ابتدائية	$x = 0$	6×10^{-2}	1.48×10^{-2}	0	0
انتقالية	x	$6 \times 10^{-2} - x$	$1.48 \times 10^{-2} - x$	x	x
نهائية	x_f	$6 \times 10^{-2} - x_f$	$1.48 \times 10^{-2} - xf$	x_f	x_f

$$\begin{cases} 6 \times 10^{-2} - x_{max_1} = 0 \\ 1.48 \times 10^{-2} - x_{max_2} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_{max_1} = 6 \times 10^{-2}\ mol \\ x_{max_2} = 1.48 \times 10^{-2} mol \end{cases}$$

$x_{max2} < x_{max1}$ منه المتفاعل المحد هو: (HCO_3^-) و $x_{max} = 1,48 \times 10^{-2} mol$

Scanned by CamScanner

3) استنتاج كمية $n(CO_2)$ النظرية النهائية :

$$n(CO_2)_{max} = x_{max} \quad \Rightarrow \quad n(CO2)_{max} = 1{,}48 \times 10^{-2} mol$$

من البيان لدينا: $n(CO_2)_f = 1{,}42 \times 10^{-2} mol$

نستنتج أنّ التفاعل المدروس شبه تام حيث: $n_{max} \simeq n_f$ أي $x_{max} \simeq x_f$

4) حساب سرعة التفاعل عند $t = 100(s)$: $v(t = 100\,(S)) = \frac{dx}{dt}$

لدينا: $x = n_{CO_2} = \frac{PV}{RT} \quad \Rightarrow \quad P.V = n.R.T$ منه: $\frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt}\frac{P_{CO_2} \times V_{CO_2}}{R \times T}$

حيث (T, R, V) ثوابت ومنه: $\frac{dx}{dt} = \frac{V}{RT}\frac{dP_{CO_2}}{dt}$

$$v(t = 100\,(s)) = \frac{1{,}29 \times 10^{-3}}{8{,}31 \times 298} \times \frac{dP_{CO_2}}{dt}$$

حيث $\frac{dP_{CO_2}}{dt}$ يحسب ميل المماس للمنحنى $P_{CO_2} = f(t)$ عند $t = 100(S)$

$$v\big(t = 100\,(s)\big) = \frac{1{,}29 \times 10^{-3}}{8{,}31 \times 298} \times \frac{(18 - 10) \times 10^3}{100 - 0}$$

$$v(t = 100\,(s)) = 4.17 \times 10^{-5} mol/s$$

تتناقص السرعة تدريجيا إلى أن تنعدم

التعليل بيانيا: السرعة تحسب بميل المماس الذي يتناقص تدريجيا إلى حتى ينعدم.

التعليل مجهريا: أثناء التفاعل تتناقص عدد التصادمات الفعالة نتيجة لتناقص تراكيز المتفاعلات أثناء تفاعلها وبالتالي اختفاؤها.

التمرين 10:

يتحول المركب CH_3OCH_3 ميثوكسي ميتان في الطور الغازي عند درجة $504°C$ إلى غاز الميثان CH_4 والميثانال CH_2O وفق المعادلة التالية: $CH_3OCH_{3(g)} = CH_{4(g)} + CH_2O_{(g)}$

لدراسة حركية هذا التفاعل التام ندخل في دورق حجم ثابت V كمية مادة (a) من المركب CH_3OCH_3 ونقيس عند درجة حرارة ثابتة الضغط P_t في الدورق خلال الزمن نحصل على جدول النتائج التالية:

$t(min)$	0	6	9	16	20,5	25	32,5	38	46	70	96	130	160
$P_t(KPa)$	32	36,2	38,6	41,6	44,6	46,1	48,4	49,9	52	56,8	58	59,6	60

1) أنشئ جدول تقدم التفاعل.

2) عبر عن كمية المادة الكلية $n(t)$ للغازات المتواجدة في الدورق عند لحظة معينة t بدلالة (a) وتقدم التفاعل $x(t)$

3) أ/ بين أن التقدم الحجمي للتفاعل $\frac{x(t)}{V}$ يعطى بالعلاقة: $\frac{x(t)}{V} = \frac{P(t) - P_0}{RT}$ حيث T درجة الحرارة للمزيج المتفاعل، R ثابت الغازات $(R = 8{,}31\ J/mol.K)$ ، P_0 الضغط الابتدائي.

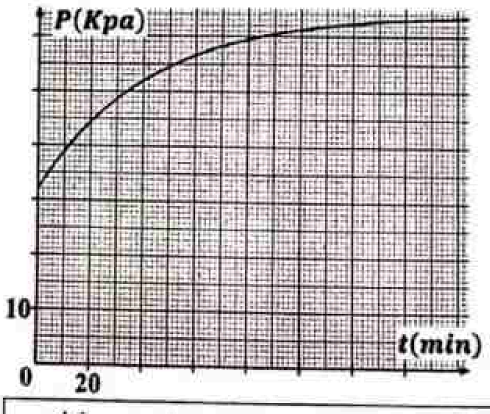
ب/ بين لماذا يجب تثبيت درجة الحرارة للمزيج المتفاعل.

ج/ عبر عدديا عن التقدم الحجمي للتفاعل $\frac{x(t)}{V}$ بدلالة $P(t)$ ثمّ استنتج التراكيز المولية الحجمية لمختلف الغازات المتواجدة في الخليط عند اللحظة $t = 25\ min$

4) يمثل المنحنى المقابل تغيرات $P(t)$.

أ/ عرف السرعة الحجمية للتفاعل واحسب قيمتها عند اللحظة $t = 20min$

ب/ عرف زمن نصف التفاعل ثمّ احسب قيمته.



Scanned by CamScanner

تصحيح التمرين 10:

$n(CH_3OCH_3) = a \quad ; \quad \theta = 504°C = 504 + 273 = 777\ K$

1) إنشاء جدول التقدم:

المعادلة		$CH_3OCH_{3(g)}$ =	$CH_{4(g)}$ +	$CH_2O_{(g)}$
الحالة الابتدائية	$x = 0$	a	0	0
الحالة الانتقالية	x	$a - x$	x	x
الحالة النهائية	x_f	$a - x_f$	x_f	x_f

2) التعبير عن $n(t)$ بدلالة $x(t)$ و a:

لدينا $\begin{cases} n_{CH_3OCH_3} = a - x \\ n_{CH_4} = x \\ n_{CH2O} = x \end{cases}$ ومنه $n(t) = (a - x) + x + x = a + x$

3) أ/ نبين أن : $\frac{x(t)}{V} = \frac{P(t) - P_0}{RT}$

لنا $t = 0$:

$$P_0.V = n.R.T = a.R.T$$

$$P_0 = \frac{aRT}{V} \ \dots\dots\dots ①$$

في لحظة t : $P(t).V = (a + x).R.T \quad \Rightarrow \quad P(t) = \frac{(a+x)RT}{V} \dots\dots\dots\dots\dots ②$

من ① و ② نجد:

$$P_t - P_0 = \frac{(a + x)R.T}{V} - \frac{aRT}{V} = \frac{(a + x - a)R.T}{V} = \frac{x}{V} \times RT$$

$$\Longrightarrow \quad \frac{x(t)}{V} = \frac{P(t) - P_0}{RT}$$

ب/ يصعب تتبع تفاعل بمتغيرين أو أكثر (درجة الحرارة + الضغط) فيثبت درجة الحرارة حتى يبقى متغير واحد وهو الضغط.

ج/ التعبير العددي عن $\frac{x(t)}{V}$:

$$\frac{x(t)}{V} = \frac{P_t - P_0}{R.T} = \frac{P_t - 32 \times 10^3}{8{,}31 \times 777}$$

$$\frac{x(t = 25min)}{V} = 2{,}18\, mol/m^3 = 2{,}18 \times 10^{-3} \quad mol/L$$

د/ التراكيز المولية الحجمية عند $t = 25min$:

$$\begin{cases} [CH_3OCH_3] = \frac{n}{V} = \frac{a - x}{V} = \frac{a}{V} - 2{,}18 \times 10^{-3}\, mol/L \dots\dots\dots\dots (2) \\ [CH_4] = \frac{n}{V} = \frac{x}{V} = 2{,}18 \times 10^{-3}\, mol/L \\ [CH_2O] = \frac{n}{V} = \frac{x}{V} = 2{,}18 \times 10^{-3}\, mol/L \end{cases}$$

لدينا سابقا $P_0.V = a.R.T \quad \Leftarrow \quad \frac{a}{V} = \frac{P_0}{R.T}$

بالتعويض في (2) فنجد:

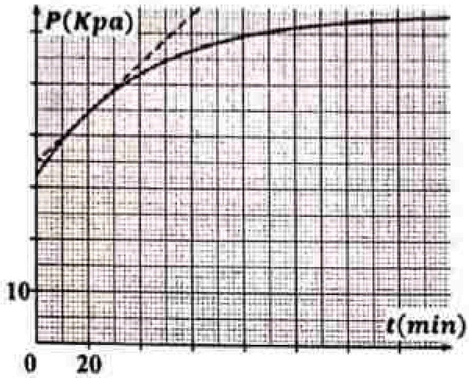
$$[CH_3OCH_3] = \frac{P_0}{RT} - \frac{x}{V}$$

$$[CH_3OCH_3] = \frac{32 \times 10^3}{8{,}31 \times 777} - 2{,}18$$

$$[CH_3OCH_3] = 2{,}77\, mol/m^3 = 2{,}77 \times 10^{-3}\, mol/L$$

Scanned by CamScanner

4)
أ/ السرعة الحجمية للتفاعل: هو مقدار تغير تقدم التفاعل لـ 1 ل خلال وحدة الزمن.



$$v_{vol} = \frac{1}{V} \times \frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{x}{V}\right) = \frac{d}{dt}\left(\frac{P - P_0}{R.T}\right)$$

$$v_{vol} = \frac{1}{RT} \times \frac{d(P)}{dt} = \frac{1}{RT} \times \frac{d(P)}{dt}$$

حيث : $\frac{d(P)}{dt}$ تمثل ميل المماس لـ$P = f(t)$

عند $t = 20\ min$ من البيان المعطى.

$$v_{vol}(\mathrm{t} = 20\mathrm{s}) = \frac{1}{8{,}31 \times 777} \times \frac{(44 - 35) \times 10^3}{20 - 0}$$

$$v_{vol} = 7{,}74 \times 10^{-2}\ mol/m^3.min$$

$$v_{vol} = 7{,}74 \times 10^{-5}\ mol/l.min$$

ب/ زمن نصف التفاعل: هو الزمن اللازم لبلوغ التفاعل نصف تقدمه النهائي $x(t_{1/2}) = \frac{x_f}{2}$

حساب قيمته:

لدينا $\frac{x}{V} = \frac{P - P_0}{R.T}$ منه : $(P - P_0) = \frac{x}{V} \times RT$

$$P(t_{1/2}) = \frac{x_{t_{1/2}}.R.T}{V} + P_0$$

و لدينا: $x(t_{1/2}) = \frac{x_{max}}{2} = \frac{a}{2}$

$$P(t_{1/2}) = \frac{a.R.T}{2V} + P_0 = \frac{a}{V} \times \frac{RT}{2} + P_0$$

لكن: $\frac{a}{V} = \frac{P_0}{RT}$ ...... من ①

$$P(t_{1/2}) = \frac{P_0}{RT} \times \frac{RT}{2} + P_0 \quad \Rightarrow \quad P(t_{1/2}) = \frac{P_0}{2} + P_0 = \frac{3P_0}{2}$$

$$P(t_{1/2}) = \frac{3 \times 32 \times 10^3}{2} = 48 \times 10^3\ pa$$

بإسقاط القيمة نجد: $t_{1/2} = 28\ min$

تمارين المتابعة الزمنية عن طريق قياس الناقلية

التمرين 11:

وضعنا في بيشر حجما $V_0 = 250\ mL$ من مادة مطهرة تحتوي على ثنائي اليود $I_{2(aq)}$ بتركيز $c_0 = 2 \times 10^{-2} mol.L^{-1}$ ثمّ أضفنا له عند درجة حرارة ثابتة، قطعة من معدن الزنك $Zn(s)$ كتلتها $m = 0{,}5g$ التحول الكيميائي البطيء والتام الحادث بين ثنائي اليود والزنك ينمذج بتفاعل كيميائي نعبر عنه بالمعادلة:

$$Zn_{(s)} + I_{2(aq)} = Zn^{2+}_{(aq)} + 2I^-_{(aq)}$$

متابعة التحول عن طريق قياس الناقلية النوعية σ للمزيج التفاعلي في لحظات زمنية مختلفة مكنتنا من الحصول على جدول القياسات التالي:

$t(\times 10^2 s)$	0	1	2	4	6	8	10	12	14	16
$\sigma(S.m^{-1})$	0	0,18	0,26	0,38	0,45	0,49	0,50	0,51	0,52	0,52
$x(mmol)$										

Scanned by CamScanner

1) اشرح لماذا يمكن متابعة هذا التحول عن طريق قياس الناقلية النوعية.
2) احسب كمية المادة الابتدائية للمتفاعلين.
3) أنجز جدولا لتقدم التفاعل الحادث.
4) أ/ اكتب عبارة الناقلية النوعية σ للمزيج التفاعلي بدلالة التقدم x.
ب/أكمل الجدول السابق.
ج/ ارسم البيان $x = f(t)$.
5) أ/ عرف زمن نصف التفاعل $t_{1/2}$ثم عين قيمته.
ب/ جد قيمة السرعة الحجمية للتفاعل في اللحظتين $t_1 = 400\ s$ و $t_2 = 1000s$.
ج/ فسر مجهريا تطور السرعة الحجمية للتفاعل.

يعطى : $M(Zn) = 65.4\ g.mol^{-1}$; $\lambda_{Zn^{2+}} = 10.56\ mS.m^2.mol^{-1}$; $\lambda_{I^-} = 7.70\ mS.m^2.mol^{-1}$

تصحيح التمرين 11:

1) الشرح: لتكوّن شوارد موجبة وسالبة في النواتج أو يمكن القول لتغير تركيز الشوارد في المحلول.
2) حساب كمية المادة الابتدائية: $n_i(I_2) = 5 \times 10^{-3} mol$ و $n_i(Zn) = 7,65 \times 10^{-3} mol$
3) جدول تقدم التفاعل:

معادلة التفاعل		$I_{2(aq)}$ +	$Zn_{(s)}$ =	$2I^-_{(aq)}$ +	$Zn^{2+}_{(aq)}$
الحالة	التقدم	كميات المادة (mol)			
ابتدائية	0	$n_i(I_2)$	$n_i(Zn)$	0	0
انتقالية	x	$n_i(I_2) - x$	$n_i(Zn) - x$	$2x$	x
نهائية	x_f	$n_i(I_2) - x_f$	$n_i(Zn) - x_f$	$2x_f$	x_f

4) أ/ كتابة العبارة الحرفية:

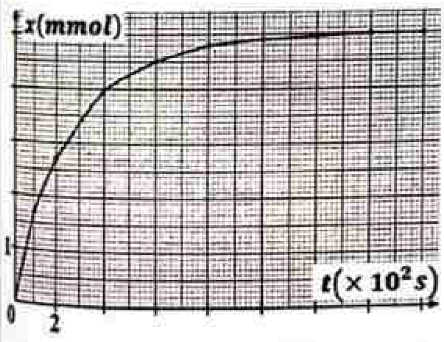
$$\sigma = \lambda_{I^-}[I^-] + \lambda_{Zn^{2+}}[Zn^{2+}] \quad \Rightarrow \quad \sigma = (2\lambda_{I^-} + \lambda_{Zn^{2+}})\frac{x}{V_0} \quad \Rightarrow \quad \sigma = 103,84\, x$$

ب/ تكملة الجدول:

$$x = \frac{V_0}{(2\lambda_{I^-} + \lambda_{Zn^{2+}})}.\sigma = 9,63 \times 10^{-3}\sigma$$

$t(\times 10^2 s)$	0	1	2	4	6	8	10	12	14	16
$x(mmol)$	0	1,7	2,5	3,7	4,5	4,7	4,8	4,9	5,0	5,0

ج/رسم المنحنى البياني $x(t)$:



5) أ/ تعريف زمن نصف التفاعل $t_{1/2}$:
هو المدة الزمنية اللازمة لوصول تقدم إلى نصف قيمته النهائية.
تعيين قيمته: $t_{1/2} = 200s$.

> المثقفون يأتون لحل المشاكل بعد وقوعها، والعباقرة يسعون لمنعها قبل أن تبدأ
> البرت اينشتاين

Scanned by CamScanner

ب/ إيجاد قيمة السرعة الحجمية في اللحظتين $t = 400s$ و $t = 1000s$:

$$v_{vol} = \frac{1}{V_0}.\frac{dx}{dt}$$

$$v_{vol}(400s) = \frac{1}{V_0}\left(\frac{dx}{dt}\right)_{400s} = \frac{1}{250 \times 10^{-3}}\left(\frac{3,7 - 1,7}{400 - 0}\right) = 2 \times 10^{-2} mmol.L^{-1}.s^{-1}$$

$$v_{vol}(1000s) = \frac{1}{V_0}\left(\frac{dx}{dt}\right)_{1000s} = \frac{1}{250 \times 10^{-3}}\left(\frac{4,8 - 4,3}{1000 - 0}\right) = 2,4 \times 10^{-3} mmol.L^{-1}.s^{-1}$$

ج/ التفسير المجهري لتطور السرعة الحجمية: أثناء التفاعل يتناقص تركيز المتفاعلات فتتناقص التصادمات الفعالة مما يؤدي إلى تناقص سرعة التفاعل.

التمرين 12:

نضع في بالونة $2g$ من كربونات الكالسيوم $CaCO_{3(s)}$ ومحلول حمض كلور الماء $\left(H_3O^+_{(aq)} + Cl^-_{(aq)}\right)$ حجمه $V = 100mL$ وتركيزه $0,1\ mol.L^{-1}$، المعادلة المنمذجة للتفاعل المدروس هي:

$$CaCO_{3(s)} + 2H_3O^+_{(aq)} = Ca^{2+}_{(aq)} + CO_{2(g)} + 3H_2O_{(l)}$$

نقوم بمتابعة هذا التحول الكيميائي بواسطة قياس الناقلية في كل لحظة.

1) ماهي الأفراد الكيميائية المسؤولة عن الناقلية؟ ما هو الفرد الخامل؟
2) نلاحظ تجريبيا تناقص في الناقلية النوعية للوسط التجريبي. علّل
3) أنشئ جدول تقدم التفاعل.
4) احسب الناقلية النوعية σ_0 للمحلول عند اللحظة $t = 0$.
5) برهن أن الناقلية النوعية σ مرتبطة بالتقدم x بالعلاقة: $\sigma = 4,25 - 580x$
6) استنتج أن:

$$x = \frac{\sigma - \sigma_0}{\sigma_f - \sigma_0}.x_f \quad \text{و} \quad \sigma(t_{1/2}) = \frac{\sigma_0 + \sigma_f}{2}$$

يعطى : $\lambda(Cl^-) = 7,5\ mS.m^2.mol^{-1}$, $\lambda(H_3O^+) = 35,0\ mS.m^2.mol^{-1}$

$M(CaCO_3) = 100\ g/mol$, $\lambda(Ca^{2+}) = 12,0\ mS.m^2.mol^{-1}$

تصحيح التمرين 12:

1) الأفراد الكيميائية المسؤولة عن الناقلية: Ca^{2+}, Cl^-, H_3O^+، الفرد الخامل هو: Cl^-
2) تتناقص الناقلية النوعية للوسط التجريبي لأن شوارد H_3O^+ تختفي خلال التفاعل رغم تشكل شوارد Ca^{2+} ومنه نقارن بين $\lambda_{ca^{2+}}$ و $2\lambda_{H_3o^+}$ فنجد $2\lambda_{H_3o^+} > \lambda_{ca^{2+}}$

إذن: تتناقص ناقلية المحلول.

3) إنشاء جدول التقدم:

المعادلة		$CaCO_3 +$	$2H_3O^+ =$	Ca^{2+}	$+ Co_2 +$	$3H_2O$
ابتدائية	$x = 0$	n_1	n_2	0	0	بوفرة
انتقالية	x	$n_1 - x$	$n_2 - 2x$	x	x	بوفرة
نهائية	x_f	$n_1 - x_f$	$n_2 - 2x_f$	x_f	x_f	بوفرة

$$n_2 = C.V = 0.1 \times 100 \times 10^{-3} = 0,01\ mol$$

4) حساب الناقلية σ_0 عند $t = 0$:

$$\sigma_0 = \lambda_{cl^-} \times [Cl^-] + \lambda_{H_3o^+} \times [H_3o^+]$$

$$\sigma_0 = (\lambda_{cl^-} + \lambda_{H_3o^+}) \times C = (7.5 \times 10^{-3} + 35 \times 10^{-3}) \times 0,1 \times 10^3 = 4,25\ s/m$$

5) لنبرهن أن $\sigma = 4.25 - 580x$:

Scanned by CamScanner

$$\sigma = \lambda_{cl^-} \times [Cl^-] + \lambda_{H_3o^+} \times [H_3O^+] + \lambda_{ca^+} \times [Ca^{2+}]$$

$$\sigma = \lambda_{cl^-} \times C + \lambda_{H_3o^+} \times \left(\frac{C.V - 2x}{V}\right) + \lambda_{ca^{2+}} \times \left(\frac{x}{V}\right)$$

$$\sigma = (\lambda_{cl^-} + \lambda_{H_3o^+}) \times C + (-2\lambda_{H_3o^+} + \lambda_{ca^{2+}}) \times \left(\frac{x}{V}\right)$$

$$\sigma = \sigma_0 + \frac{x}{V_T}(\lambda_{ca^{2+}} - 2\lambda_{H_3o^+}) = 4{,}25 + \frac{x}{0{,}1}(12 - 70)$$

$$\boldsymbol{\sigma = 4,25 - 580x}$$

6) استنتاج العلاقتان:

$$\begin{cases} \delta = \delta_0 - 580x \\ \delta_f = \delta_0 - 580x_f \end{cases}$$

$$\begin{cases} \delta - \delta_0 = -580x \\ \delta_f - \delta_0 = -580x_f \end{cases}$$

$$\frac{\delta - \delta_0}{\delta_f - \delta} = \frac{x}{x_f}$$

$$\boldsymbol{x = \frac{\sigma - \sigma_0}{\sigma_f - \sigma_0} . x_f}$$

$$\delta_{t_{1/2}} = \delta_0 - 580x_{t_{1/2}}$$

$$\delta_{t_{\frac{1}{2}}} = \delta_0 - 580\frac{x_f}{2}$$

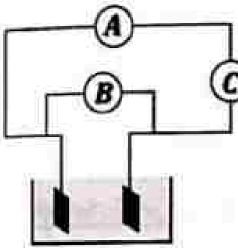
$$\delta_{t_{1/2}} = \frac{2\delta_0 - 580x_f}{2}$$

$$\delta_{t_{1/2}} = \frac{\sigma_0 + (\sigma_0 - 580x_f)}{2}$$

$$\boldsymbol{\sigma_{t_{1/2}} = \frac{\sigma_0 + \sigma_f}{2}}$$

التمرين 13:

من أجل دراسة تطور التفاعل التام لـ 2-كلور 2-ميثيل بروبان (نرمز له بـ $R - Cl$) في الماء.
نسكب في بيشر $80\ mL$ من خليط من ماء وستون، نضيف له حجما $V = 20mL$
من محلول $R - Cl$ تركيزه $C_0 = 0{,}1\ mol/L$



I. نتابع تطور التحول الكيميائي الحاصل عن طريق الناقلية الكهربائية.
من أجل ذلك نشكل الدارة الكهربائية التالية:

المعادلة المنمذجة للتفاعل السابق تعطى بالشكل:

$$R - Cl + 2H_2O = R - OH + H_3O^+ + Cl^-$$

1) لماذا يمكن متابعة تطور التفاعل عن طريق قياس الناقلية؟
2) اذكر ماذا تمثل الرموز A, B, C المشار إليها في الرسم؟
3) الهدف من هذا التركيب هو قياس ناقلية المحلول. اكتب عبارة ناقلية المحلول G بدلالة القياسات الممكنة.

II. بواسطة التجهيز السابق استطعنا رصد تطورات الناقلية ثم استنتجنا تطور الناقلية النوعية للمحلول مع مرور الزمن فكانت النتائج التالية:

$t(s)$	0	30	60	80	100	120	150	200
$\sigma(s/m)$	0	0,246	0,412	0,502	0,577	0,627	0,688	0,760

1) أنجز جدول تقدم التفاعل.
2) أوجد عبارة التقدم اللحظي للتفاعل x بدلالة الناقلية النوعية σ للمزيج ثم أكمل الجدول المرفق:

$t(s)$	0	30	60	80	100	120	150	200
$x(mmol)$								

3) ارسم تغيرات التقدم x بدلالة الزمن.
4) عرف سرعة التفاعل ثم عين قيمتها عند اللحظة $t = 50s$ مع شرح الطريقة المتبعة في ذلك.

Scanned by CamScanner

5) عين قيمة التقدم الأعظمي x_{max} للتفاعل ثم القيمة العظمى للناقلية النوعية σ_{max} للمزيج. هل التفاعل وصل إلى نهايته عند اللحظة $t = 200s$ ؟

6) عين زمن نصف التفاعل بعد تعريفه مع شرح الطريقة التي تسمح بالحصول عليه؟

يعطى: $\lambda(H_3O^+) = 35 \times 10^{-3} s.m^2/mol$ ، $\lambda(Cl^-) = 7,6 \times 10^{-3} s.m^2/mol$

تصحيح التمرين 13:

.I

1) يمكن متابعة هذا التحول عن طريق قياس الناقلية لأنه يحتوي على شوارد موجبة وأخرى سالبة في النواتج.

2) الرموز:

A	B	C
مولد كهربائي (GBF)	فولطمتر	أومبيرمتر

3) عبارة الناقلية G:

$$G = \frac{I}{U}$$

.II

1) إنشاء جدول التقدم:

المعادلة		$(CH_3)_3C-Cl_{(aq)}$	$+ 2H_2O_{(l)} =$	$(CH_3)_3C-OH_{(aq)}$	$+ H_3O^+_{(aq)}$	$+ Cl^-_{(aq)}$
الحالة	التقدم	كميات المادة (mol)				
ابتدائية	$x=0$	$0,002$	بوفرة	0	0	0
انتقالية	x	$0,002-x$	بوفرة	x	x	x
نهائية	x_f	$0,002-x_f$	بوفرة	x_f	x_f	x_f

$$n_0 = C.V = 20 \times 10^{-3} \times 0.1 = 0,002\ mol$$

2) إيجاد عبارة التقدم x بدلالة δ :

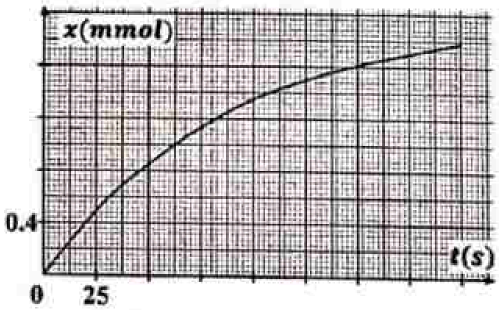
$$\delta = \lambda_{H_3O^+} \times [H_3O^+] + \lambda_{Cl^-} \times [Cl^-] = \lambda_{H_3O^+} \times \frac{x}{V} + \lambda_{Cl^-} \times \frac{x}{V}$$

$$\delta = \frac{x}{V}(35 \times 10^{-3} + 7.6 \times 10^{-3}) = 426x \qquad \Rightarrow \qquad x = \frac{\delta}{426}$$

الجدول:

t(s)	0	30	60	80	100	120	150	200
$x(mmol)$	0	0.58	0.97	1.18	1.35	1.47	1.61	1.78

3) البيان:



4) سرعة التفاعل: هي مقدار تغير تقدم التفاعل بالنسبة للزمن $v = \frac{dx}{dt}$

$v(t = 50\ s) = \frac{dx}{dt}$ حيث $\frac{dx}{dt}$ هي ميل المماس عند $t = 50\ s$

$$v(t = 50s) = \frac{(0,84 - 0,2) \times 10^{-3}}{50 - 0} = 0,0128 \times 10^{-3} mol/s$$

Scanned by CamScanner

5) تعيين x_{max} و δ_{max}: من جدول التقدم: $0,002 - x_{max} = 0$

$$x_{max} = 0,002\ mol$$
$$\delta_{max} = 426 \times x_{max} = 426 \times 0,002 = 0,852\ (s/m)$$
$$\delta(t = 200s) = 426x = 426 \times 1,78 \times 10^{-3} = 0,76\ s/m$$

$\delta(t = 200(s)) < \delta_{max}$ التفاعل لا ينتهي عند $t = 200\ (s)$

6) زمن نصف التفاعل: هو الزمن اللازم لبلوغ التفاعل نصف تقدمه النهائي.

$$x(t_{1/2}) = \frac{x_{max}}{2} = \frac{0,002}{2} = 0,001\ mol = 1\ mmol$$

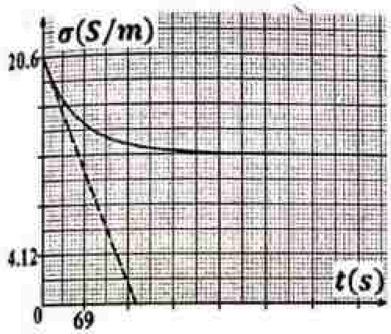
بإسقاط القيمة على البيان نجد: $t_{1/2} \simeq 62,5\ (s)$.

التمرين 14:

لدراسة حركية تطور التحول الكيميائي بين محلول ثيوكبريتات الصوديوم $\left(2Na^+_{(aq)} + S_2O_3^{2-}{}_{(aq)}\right)$ ومحلول حمض كلور الماء $\left(H_3O^+_{(aq)} + Cl^-_{(aq)}\right)$.

في اللحظة $t = 0$ نمزج حجما $V_1 = 480mL$ من محلول ثيوكبريتات الصوديوم تركيزه $C_1 = 0,5\ mol/L$ مع حجم $V_2 = 20\ mL$ من محلول حمض كلور الماء تركيزه $C_2 = 5,0\ mol/l$. ننمذج التفاعل الحادث بالمعادلة الكيميائية التالية:

$$S_2O_3^{2-}{}_{(aq)} + 2H_3O^+_{(aq)} = S_{(s)} + SO_{2(g)} + 3H_2O_{(l)}$$



1) أنشئ جدول تقدم التفاعل.
2) حدد المتفاعل المحد.
3) إن متابعة التحول عن طريق قياس الناقلية النوعية للمزيج التفاعلي مكنت من رسم بيان الشكل والممثل لتغيرات الناقلية النوعية بدلالة الزمن $\sigma = f(t)$.
- علّل دون حساب سبب تناقص الناقلية النوعية.
4) تعطى الناقلية النوعية للمزيج التفاعلي عند لحظة t بالعبارة: $\sigma(t) = 20.6 - 170x$
أ/ عرف السرعة الحجمية للتفاعل.
ب/ بين أن السرعة الحجمية للتفاعل تكتب بالشكل:

$$v_{vol} = -\frac{1}{170\ V} \times \frac{d\sigma(t)}{dt}$$

حيث V حجم الوسط التفاعلي المعتبر ثابتا.
ج/ احسب السرعة الحجمية للتفاعل عند اللحظة $t = 0$.
د/ عرف زمن نصف التفاعل $t_{1/2}$ ثمّ حدد قيمته بيانيا.

الإكراه في الدين لا يصنع مؤمنين وإنما يصنع منافقين
علاء الدين آل راشي

تصحيح التمرين 14:

1) جدول تقدم التفاعل:

الحالة	التقدم	$S_2O_{3(aq)}^{2-}$	$2H_3O^+_{(aq)}$	$S_{(s)}$	$SO_{2(g)}$	$3H_2O_{(l)}$
المعادلة						
		كميات المادة (mol)				
ابتدائية	$x = 0$	n_1	n_2	0	0	بوفرة
انتقالية	x	$n_1 - x$	$n_2 - 2x$	x	x	بوفرة
نهائية	x_{max}	$n_1 - x_{max}$	$n_2 - 2x_{max}$	x_{max}	x_{max}	بوفرة

Scanned by CamScanner

2) تحديد المتفاعل المحد:

$$n_1 - x_{max} = 0 \Rightarrow x_{max} = n_1 = C_1 \times V_1 = 0{,}5 \times 0{,}480 = 0{,}24\ mol$$

$$n_2 - 2x_{max} = 0 \Rightarrow x_{max} = \frac{n_2}{2} = \frac{C_2 \times V_2}{2} = \frac{5 \times 0{,}02}{2} = 0{,}05\ mol$$

ومنه: المتفاعل المحد هو H_3O^+ و $x_{max} = 0{,}05\ mol$

3) تناقص الناقلية بسبب اختفاء شوارد: $S_2O_3^{2-}$ ، H_3O^+.

4) أ/ تعريف السرعة الحجمية للتفاعل: هي مقدار تغير تقدم التفاعل بدلالة الزمن في وحدة الحجوم.

وتعطى بالعلاقة: $v_{vol} = \frac{1}{V} \times \frac{dx}{dt}$

ب/ البرهان:

$$x = \frac{20{,}6 - \sigma(t)}{170} \Rightarrow \frac{dx}{dt} = -\frac{1}{170} \times \frac{d\sigma(t)}{dt} \Rightarrow v_{vol} = -\frac{1}{170V} \times \frac{d\sigma(t)}{dt}$$

ج/ قيمة السرعة الحجمية:

$$v_{vol} = -\frac{1}{170 \times 0{,}5} \times \frac{0 - 20{,}6}{151 - 0} \simeq 1{,}6 \times 10^{-3}\ mol.l^{-1}.s^{-1}$$

$$v_{vol} = 1{,}53 \times 10^{-3} mol.L^{-1}.s^{-1}$$

د/ تعريف زمن نصف التفاعل: هو الزمن اللازم لبلوغ تقدم التفاعل نصف قيمته النهائية.

قيمته:

قيمته :

$$x(t_{1/2}) = \frac{x_f}{2} = \frac{0{,}05}{2} = 0{,}025\ mol$$

$$\sigma(t_{1/2}) = 20{,}6 - 170 \times x_{t_{1/2}} = 20{,}6 - 170 \times 0{,}025 = 16{,}35\ (S/m)$$

ومن البيان نجد: $t_{1/2} \simeq [40 - 50]\ s$

التمرين 15:

ندرس التحول التام لإماهة 2-كلور و 2-ميثيل بروبان ذي الرمز (A)، تكتب المعادلة المعبرة عن التفاعل كما يلي:

$$A_{(aq)} + 2H_2O_{(l)} = B_{(aq)} + H_3O^+_{(aq)} + Cl^-_{(aq)}$$

حيث B يمثل 2-ميثيل بروبان-2-ول، نضيف $n_0 = 9{,}2 \times 10^{-3} mol$ من A لمزيج يحتوي (ماء-إيثانول) حجمه $V = 50mL$. الماء متواجد بوفرة، نقيس الناقلية النوعية $\sigma(ms.m^{-1})$ للمحلول خلال الزمن، بعد مدة زمنية كبيرة تزول الناقلية إلى القيمة $\sigma_f = 1400\ ms.m^{-1}$.

$t(s)$	1	2	3	4	5	6	8	10	12	14	17	20	24
$\sigma(mS.m^{-1})$	102	194	281	366	444	516	645	757	850	930	1026	1100	1170

1) لماذا يعتبر قياس الناقلية طريقة جيدة لمتابعة التفاعل خلال الزمن.

2) أ/ ارسم البيان $\sigma = f(t)$

ب/ أنجز جدول تقدم التفاعل.

ج/ عبر عن الناقلية النوعية σ بدلالة التقدم x والحجم V والنواقل المولية الشاردية.

3) أ/ أوجد التقدم الأعظمي x_{max} للتفاعل المدروس.

ب/ عبر عن الناقلية σ_f عند نهاية التفاعل بدلالة n_0 ، V والنواقل المولية الشاردية

ج/ باستعمال السؤالين 2-ج و 3-ب، أوجد عبارة x في اللحظة t بدلالة σ و σ_f و n_0

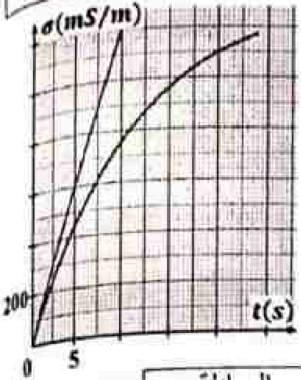
د/ أوجد عبارة السرعة الحجمية للتفاعل بدلالة σ، σ_f، V و n_0.

هـ/ اعتمادا على البيان احسب السرعة الحجمية الابتدائية للتفاعل.

و/ عبر عن الناقلية النوعية عند زمن نصف التفاعل بدلالة σ_f

ز/ اعتمادا على البيان حدد زمن نصف التفاعل $t_{1/2}$.

Scanned by CamScanner



تصحيح التمرين 15:

1) يعتبر قياس الناقلية طريقة جيدة لمتابعة التفاعل خلال الزمن لوجود شوارد موجبة وشوارد سالبة في النواتج.

2)

أ/ رسم البيان:

ب/ إنشاء جدول التقدم:

المعادلة		$A_{(aq)} + 2H_2O_{(l)} = B_{(aq)} + H_3O^+_{(aq)} + Cl^-_{(aq)}$				
الحالة	التقدم	كميات المادة (mol)				
ابتدائية	$x = 0$	n_0	بوفرة	0	0	0
انتقالية	x	$n_0 - x$	بوفرة	x	x	x
نهائية	x_f	$n_0 - x_f$	بوفرة	x_f	x_f	x_f

$n_0 = 9,2 \times 10^{-3}\ mol$

ج/ التعبير عن δ بدلالة x و V وλ:

$$\delta(t) = \lambda_{H_3O^+} \times [H_3O^+] + \lambda_{Cl^-}[Cl^-] = \lambda_{H_3O^+} \times \left(\frac{x}{V}\right) + \lambda_{Cl^-} \times \left(\frac{x}{V}\right)$$

$$\boldsymbol{\delta(t) = (\lambda_{H_3O^+} + \lambda_{Cl^-}) \times \frac{x(t)}{V}}$$

3)

أ/ من جدول التقدم:

$$n_0 - x_{max} = 0 \qquad \Rightarrow \qquad x_{max} = 9,2 \times 10^{-3} mol$$
$$x_{max} = x_f = 9,2 \times 10^{-3} mol$$

ب/ التعبير عن δ_f بدلالة n_0 و V وλ:

لدينا : $$\delta(t) = (\lambda_{H^+} + \lambda_{Cl^-}) \times \left(\frac{x(t)}{V}\right)$$

عند نهاية التفاعل تصبح العلاقة:

$$\delta_f(t) = (\lambda_{H^+} + \lambda_{Cl^-}) \times \frac{x_f}{V} = (\boldsymbol{\lambda_{H^+}} + \boldsymbol{\lambda_{Cl^-}}) \times \frac{\boldsymbol{n_0}}{\boldsymbol{V}}$$

ج/ إيجاد عبارة $x(t)$ بدلالة δ و δ_f و n_0:

$$\frac{\delta}{\delta_f} = \frac{(\lambda_{H^+} + \lambda_{Cl^-}) \times \frac{x(t)}{V}}{(\lambda_{H^+} + \lambda_{Cl^-}) \times \frac{n_0}{V}}$$

$$\frac{\delta}{\delta_f} = \frac{x(t)}{n_0} \qquad \Rightarrow \qquad \boldsymbol{x(t) = \frac{\delta}{\delta_f} \times n_0}$$

د/ السرعة الحجمية:

$$v_{vol} = \frac{1}{V} \times \frac{dx}{dt} = \frac{1}{V}\frac{d}{dt}\left(\frac{\delta}{\delta_f} \times n_0\right) \qquad \Rightarrow \qquad \boldsymbol{v_{vol} = \frac{n_0}{V\delta_f} \times \frac{d\delta}{dt}}$$

حيث $\frac{d\delta}{dt}$ يحسب من ميل المماس للبيان $\sigma(t)$

هـ /حساب السرعة الحجمية:

$$v_{vol} = \frac{1}{50 \times 10^{-3}} \times \frac{9.2 \times 10^{-3}}{1400} \times \left(\frac{1200 - 0}{10 - 0}\right) \simeq 0{,}016\ mol/l.s$$

و/ التعبير عن δ عند $t_{1/2}$ بدلالة δ_∞:

$$\frac{\delta}{\delta_f} = \frac{x(t)}{n_0} \quad \overset{\text{ومنه}}{\Rightarrow} \quad \frac{\delta}{\delta_f} = \frac{x(t)}{x_f}$$

$$\delta = \frac{x(t)}{x_f} \times \delta_f \quad \Rightarrow \quad \delta_{t_{\frac{1}{2}}} = \frac{x_{t\,1/2}}{x_f} \times \delta_f = \frac{\frac{\cancel{x_f}}{2}}{\cancel{x_f}} \times \delta_f \quad \Rightarrow \quad \delta_{t_{1/2}} = \frac{\delta_f}{2}$$

ز/ تحديد $t_{1/2}$:

$$\delta_{t_{1/2}} = \frac{\delta_f}{2} = 700\ (ms/m)$$

بإسقاط هذه القيمة نجد : $t_{1/2} \simeq 9\ (s)$

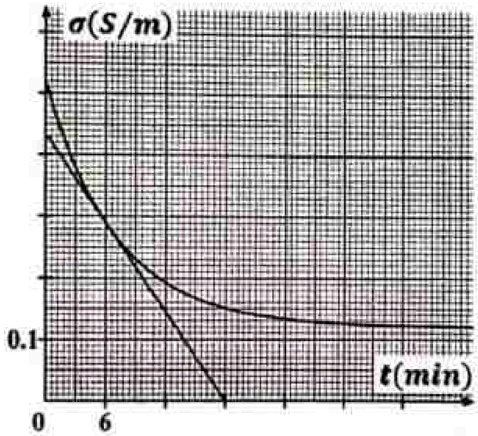
التمرين 16:

لغرض المتابعة الزمنية للتحول الكيميائي المنمذج بالمعادلة:

$$2Al_{(s)} + 6H_3O^+_{(aq)} = 2Al^{3+}_{(aq)} + 3H_{2(g)} + 6H_2O_{(l)}$$

عن طريق قياس الناقلية النوعية عند درجة حرارة $25°C$ نضع في بيشر كتلة $m = 27\ mg$ من الألمنيوم $Al_{(s)}$ ونضيف إليه عند اللحظة $t = 0$ حجما $V = 20mL$ من محلول حمض كلور الماء $(H_3O^+ + Cl^-)$ تركيزه المولي $C = 0{,}012\ mol/l$

ونتابع تغيرات الناقلية النوعية σ بدلالة الزمن t فنحصل على البيان الموضح في الشكل.



1) مثل جدولا لتقدم التفاعل.
2) اكتب عبارة الناقلية النوعية σ للمزيج التفاعلي.
3) بين أن: $\sigma(t) = -1{,}01 \times 10^4 x + 0{,}511$
4) أوجد كمية المادة للفردين الكيميائيين: $Al^{3+}_{(aq)}$ ، $H_3O^+_{(aq)}$ عند اللحظة $t = 6\ min$
5) بين أن سرعة التفاعل في هذه الحالة تعطى بالعلاقة:
$$v(t) = \frac{-1}{1{,}01 \times 10^4} \times \frac{d\sigma(t)}{dt}$$
6) أوجد قيمة سرعة التفاعل عند اللحظة $t = 6min$
7) استنتج السرعة الحجمية لتشكل الفرد الكيميائي $Al^{3+}_{(aq)}$ عند اللحظة $t = 6\ min$.

تعطى عند درجة الحرارة $25°C$:

$\lambda(Al^{3+}) = 4 \times 10^{-3}\ s.m^2/mol$ ، $\lambda(H_3O^+) = 35 \times 10^{-3} sm^2/mol$ ،

$\lambda(Cl^-) = 7{,}6 \times 10^{-3}\ sm^2/mol$ ، $M(Al) = 27\ g/mol$

تصحيح التمرين 16:

1) جدول التقدم:

المعادلة		$2Al_{(s)}$ +	$6H_3O^+_{(aq)}$ =	$2Al^{3+}_{(aq)}$ +	$3H_{2(g)}$	$+ 6H_2O_{(l)}$
ابتدائية	$x = 0$	$n_0(Al)$	$n_0(H_3O^+)$	0	0	بوفرة
انتقالية	x	$n_0(Al) - 2x$	$n_0(H_3O^+) - 6x$	$2x$	$3x$	بوفرة
نهائية	x_f	$n_0(Al) - 2x_f$	$n_0(H_3O^+) - 6x_f$	$2x_f$	$3x_f$	بوفرة

Scanned by CamScanner

$$n_0(Al) = \frac{m}{M} = 10^{-3} mol$$

$$n_0(H_3O^+) = C.V = 20 \times 10^{-3} \times 0{,}012 = 0.24 \times 10^{-3} mol$$

$$\begin{cases} 10^{-3} - 2x_m = 0 \\ 0{,}24 \times 10^{-3} - 6x_m = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_{m_1} = 0{,}5 \times 10^{-3} mol & \text{مرفوض} \\ x_{m_2} = 0{,}04 \times 10^{-3} mol & \text{مقبول} \end{cases}$$

$$x_{m_2} < x_{m_1} \quad \Rightarrow \quad x_m = 0{,}04 \times 10^{-3} mol$$

إذن المتفاعل المحد هو H_3O^+.

2) كتابة عبارة $\delta(t)$:

$$\delta(t) = \lambda_{H_3O^+} \times [H_3O^+] + \lambda_{Al^{3+}}[Al^{3+}] + \lambda_{Cl^-}[Cl^-]$$

3) تبين العبارة المطلوبة:

$$\delta(t) = \lambda_{H_3O^+} \times \left(\frac{n_{0(H_3O^+)} - 6x}{V}\right) + \lambda_{Al^{3+}}\left(\frac{2x}{V}\right) + \lambda_{Cl^-}\left(\frac{n_{0(H_3O^+)}}{V}\right)$$

$$\delta(t) = \left[\left(\lambda_{H_3O^+} + \lambda_{Cl^-}\right) \times \left(\frac{n_{0(H_3O^+)}}{V}\right)\right] + \left[\lambda_{Al^{3+}}\left(\frac{2x}{V}\right) - \lambda_{H_3O^+}\left(\frac{6x}{V}\right)\right]$$

$$\delta(t) = 0{,}511 - 10100x = 0{,}511 - 1{,}01 \times 10^4 x$$

4) إيجاد كمية مادة Al^{3+} و H_3O^+ عند $t = 6\ min$:

عند $t = 6\ min$:

$$\delta = 0{,}3\ s/m$$

$$\delta = 0{,}511 - 1{,}01 \times 10^4 x$$

$$x(t = 6min) = \frac{0{,}511 - \delta}{1{,}01 \times 10^4} = \frac{0{,}511 - 0{,}3}{1{,}01 \times 10^4} = 2{,}08 \times 10^{-5} mol$$

$$n(H_3O^+) = n_0(H_3O^+) - 6x = 11{,}52 \times 10^{-5} mol$$

$$n(Al^{3+}) = 2x = 4{,}16 \times 10^{-5} mol$$

5) تبين عبارة السرعة:

$$v = \frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt}\frac{(0.511 - \delta)}{1{,}01 \times 10^4} = \frac{-1}{1{,}01 \times 10^4}\frac{d(\delta)}{dt}$$

6) إيجاد $v(t = 6\text{min})$

$$v(t = 6\text{min}) = \frac{-1}{1.01 \times 10^4}\frac{d(\delta)}{dt} = -9{,}9 \times 10^{-5} \times \frac{0{,}3 - 0{,}45}{6 - 0}$$

$$v(t = 6\text{min}) = 2{,}47 \times 10^{-6}\ mol/min$$

7) من جدول التقدم:

$$n(Al^{3+}) = 2x \quad \Rightarrow \quad \frac{dn(Al^{3+})}{dt} = 2\frac{dx}{dt}$$

$$\frac{1}{V} \times \frac{dn(Al^{3+})}{dt} = \frac{2}{V} \times \frac{dx}{dt}$$

$$v_{vol}(Al^{3+}) = \frac{1}{V} \times 2\left(\frac{dx}{dt}\right)_{t=6min} = 2{,}47 \times 10^{-4} mol/l.min$$

كان هناك خمس اخوات في منزل واحد،
سجى وسارة ومنى وسلوى وسعاد , كانت سجى تكوي الثياب , وسارة تقرأ كتاب
ومنى تلعب شطرنج , وسلوى تطبخ , فماذا كانت سعاد تفعل ؟

Scanned by CamScanner

التمرين 17:

تصبين استر هو تفاعل الاستر $R - COO - R'$ مع محلول مائي لهيدروكسيد الصوديوم $(Na^+_{(aq)} + OH^-_{(aq)})$،
نمزج في اللحظة $t = 0$ كمية $n_1 = 1\ mmol$ من هيدروكسيد الصوديوم مع كمية زائدة من الاستر.
المعادلة المنمذجة للتفاعل الكيميائي هي:

$$CH_3 - COO - C_2H_{5(aq)} + OH^- = CH_3 - COO^-_{(aq)} + C_2H_5 - OH_{(aq)}$$

1) بين كيف يمكن متابعة هذا التطور بواسطة قياس الناقلية.
2) نقيس ناقلية المزيج في لحظات مختلفة ونسجل النتائج في الجدول التالي:

$t(min)$	0	5	9	13	20	27	نهاية التطور
$G(ms)$	2,5	2,10	1,92	1,78	1,60	1,48	0,91
$x(mmol)$							

أ/ عبر عن الناقلية G بدلالة ثابت خلية القياس K وتراكيز الشوارد المتواجدة في المزيج التفاعلي.
ب/ باستعمال قيمة الناقلية عند اللحظة $t = 0$، احسب النسبة $\frac{K}{V}$ مبينا وحدتها، V هو حجم المزيج التفاعلي.
ج/ أنشئ جدول لتقدم هذا التفاعل ثمّ تأكد من قيمة الناقلية في نهاية التحول.
3) نرمز لـ $G(t)$ الناقلية في اللحظة t، تأكد أن عبارة التقدم x في كل لحظة بدلالة $G(t)$ هي:

$$x = 1,57 \times 10^{-3} - 0,63.G(t)$$

4) باستعمال هذه العلاقة املأ السطر الثالث من الجدول
5) مثّل البيان $x = f(t)$ واستنتج منه زمن نصف التفاعل.

يعطى: $\lambda_{Na^+} = 5,0\ ms.m^2/mol$ ، $\lambda_{CH_3COO^-} = 4,1\ ms.m^2/mol$ ، $\lambda_{OH^-} = 20,0\ ms.m^2/mol$

تصحيح التمرين 17:

1) يمكن متابعة التطور بواسطة قياس الناقلية لوجود شوارد موجبة وسالبة في الوسط التفاعلي.
2) أ/ التعبير عن G بدلالة K والتراكيز: $G = K \times \sigma$

$$G = K \times (\lambda_{Na^+} \times [Na^+] + \lambda_{HO^-} \times [HO^-] + \lambda_{B^-} \times [B^-])$$

نضع: $B^- = CH_3COO^-$

ب/ حساب $\frac{K}{V}$:

$$G_0 = K(\lambda_{Na^+} + \lambda_{HO^-}) \times \frac{n_1}{V} \Rightarrow \frac{K}{V} = \frac{G_0}{(\lambda_{Na^+} + \lambda_{HO^-})n_1} = 100\ m^{-2}$$

ج/ جدول التقدم:

المعادلة		$CH_3 - COO - C_2H_{5(aq)}$	$+ OH^-$	$= CH_3 - COO^-_{(aq)}$	$+ C_2H_5 - OH_{(aq)}$
الحالة	التقدم	كميات المادة (mol)			
ابتدائية	$x = 0$	بوفرة	n_1	0	0
انتقالية	x	بوفرة	$n_1 - x$	x	x
نهائية	x_f	بوفرة	$n_1 - x_f$	x_f	x_f

$$x_f = n_1 = 10^{-3} mol$$

$$G_f = K \times (\lambda_{CH_3COO^-} + \lambda_{Na^+}) \times \frac{n_1}{V} = 0,91\ ms$$

3) إيجاد عبارة x:

$$G(t) = K \times \left[\left(\lambda_{OH^-} \times \frac{n_1 - x}{V}\right) + \lambda_{Na^+} \times \left(\frac{n_1}{V}\right) + \lambda_{B^-} \times \left(\frac{x}{V}\right) \right]$$

Scanned by CamScanner

$$G(t) = \frac{K}{V}[(\lambda_{OH^-}(n_1 - x)) + \lambda_{Na^+}.n_1 + \lambda_{B^-}.x]$$

$$G(t) = \frac{K}{V}[(\lambda_{OH^-} + \lambda_{Na^+}) \times n_1 + (-\lambda_{OH^-} + \lambda_{B^-}).x]$$

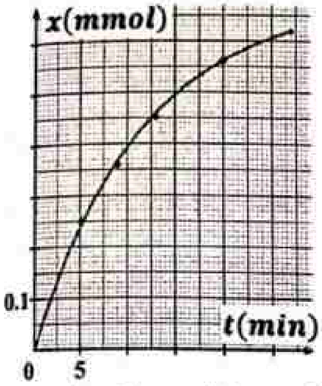
$$G(t) = 2{,}5 \times 10^{-3} - 1{,}59x$$

$$x = \frac{2{,}5 \times 10^{-3} - G(t)}{1{,}59} \Rightarrow x(mol) = 1{,}57 \times 10^{-3} - 0{,}63G(t)$$

4) إكمال الجدول:

$t(min)$	0	5	9	13	20	27	نهاية التطور
$x(mmol)$	0	0,25	0,36	0,45	0,56	0,63	$\simeq 1$

5) رسم البيان واستنتاج $t_{1/2}$:



$$x(t_{1/2}) = \frac{x_f}{2} = \frac{1 \times 10^{-3}}{2} = 0{,}5 \times 10^{-3} mol$$

$$\Rightarrow x(t_{1/2}) = 0{,}5\ mmol$$

بالإسقاط نجد: $t_{1/2} \simeq 15{,}6\ min$

التمرين 18:

نريد اصطناع إيثانوات الصوديوم في المخبر انطلاقا من تفاعل إيثانوات الإيثيل مع محلول هيدروكسيد الصوديوم، عند درجة حرارة المحيط، هذا التحول تام وينمذج بتفاعل كيميائي معادلته كما يلي:

$$Na^+_{(aq)} + HO^-_{(aq)} + C_4H_8O_{2(l)} \rightarrow C_2H_5OH_{(l)} + CH_3CO^-_{2\,(aq)} + Na^+_{(aq)}$$

معطيات:

- الناقلية المولية الشاردية عند $20°C$ لبعض الشوارد:

الشاردة	Na^+	HO^-	$CH_3CO_2^-$
$\lambda(S.m^2.mol^{-1})$	$5{,}0 \times 10^{-3}$	$2{,}0 \times 10^{-2}$	$4{,}1 \times 10^{-3}$

- الكتلة المولية لإيثانوات الإيثيل: $M = 88\ g.mol^{-1}$.
- الكتلة الحجمية لإيثانوات الإيثيل: $\rho = 0{,}90\ g.mL^{-1}$.

1) نضع في بيشر حجما $V_0 = 200\ mL$ من محلول هيدروكسيد الصوديوم تركيزه $C_0 = 10^{-3} mol.L^{-1}$ ونشغل المخلاط المغناطيسي، في اللحظة $t = 0$ نضيف حجما $V_1 = 1{,}0\ mL$ من إيثانوات الإيثيل، ثمّ نغمر في المزيج خلية قياس الناقلية لمتابعة قيمة الناقلية النوعية σ للمزيج بمرور الزمن. درجة حرارة الوسط التفاعلي تبقى ثابتة عند $20°C$.

أ/ احسب كميات المادة الابتدائية في المزيج لكل من هيدروكسيد الصوديوم وإيثانوات الإيثيل.

ب/ أنشئ جدول تقدم التفاعل، وحدد المتفاعل المحد.

2) نهمل الحجم V_1، ونعتبر حجم المزيج $V = V_0$:

أ/ اكتب عبارة الناقلية النوعية للمزيج σ بدلالة $[x_i]$ و λ_i، حيث $[x_i]$ يمثل تركيز النوع الشاردي في المحلول، و λ_i الناقلية النوعية المولية الشاردية لهذا النوع.

ب/ بين أن عبارة الناقلية النوعية للمزيج في اللحظة $t = 0$ هي: $\sigma_0 = (\lambda_{Na^+} + \lambda_{HO^-}).C_0$.

ج/ بين أن عبارة σ للمزيج في أي لحظة t بدلالة تقدم التفاعل x هي:

$$\sigma = \sigma_0 + \frac{x}{V}(\lambda_{CH_3CO_2^-} - \lambda_{HO^-})$$

Scanned by CamScanner

3) متابعة الناقلية النوعية σ للمزيج سمحت بالحصول على جدول القياسات التالي:

$t(min)$	0	2	4	6	8	10	12	14
$\sigma(mS.m^{-1})$	25	15,8	11,9	10,3	9,5	9,2	9,1	9,1
$x(mmol)$	0	0,114	0,165	0,184	0,192	0,196	0,200	0,200

أ/ لماذا تتناقص الناقلية النوعية للمحلول أثناء هذا التحول الكيميائي؟

ب/ ارسم المنحنى $x = f(t)$.

ج/ عرف السرعة الحجمية للتفاعل، كيف تتغير هذه السرعة بمرور الزمن؟ برر إجابتك.

د/ هل يمكن اعتبار التفاعل قد انتهى في اللحظة $t = 14\ min$؟ علّل.

ه/ عرف زمن نصف التفاعل $t_{1/2}$ وحدد قيمته.

و/ نعيد نفس التجربة في حمام مائي عند $40°C$ هل قيمة $t_{1/2}$ تزداد، تتناقص، أم تبقى كما هي؟ برر إجابتك.

تصحيح التمرين 18:

1) أ/ حساب كميات المادة الابتدائية:

$$n_0(OH^-) = C_0.V_0 = 10^{-3} \times 0,2 = 2 \times 10^{-4} mol$$

$$\rho = \frac{m}{V} \quad / \quad m = \rho.V = 0,9g$$

$$n_0(C_4H_8O_2) = \frac{m}{M} = \frac{0,9}{88} = 0,01\ mol$$

ب/جدول تقدم التفاعل:

المعادلة		$C_4H_8O_2 + OH^- = C_2H_5OH + CH_3CO_2^-$			
الحالة	التقدم	كميات المادة (mol)			
ابتدائية	0	0,01	2×10^{-4}	0	0
انتقالية	x	$0,01 - x$	$2 \times 10^{-4} - x$	x	x
نهائية	x_f	$0,01 - x_f$	$2 \times 10^{-4} - x_f$	x_f	x_f

-تحديد المتفاعل المحد: نفرض أن: $C_4H_8O_2$ هو المتفاعل المحد فنجد: $x_{max} = 0,01\ mol$.

نفرض أن: OH^- هو المتفاعل المحد فنجد: $x_{max} = 2 \times 10^{-4}\ mol$.

بما أن: $2 \times 10^{-4} < 0,01$ فإن المتفاعل المحد هو: OH^-.

حيث: $x_{max} = 2 \times 10^{-4} mol$.

2) أ/ عبارة الناقلية النوعية للمزيج σ بدلالة $[xi]$ و λ_i:

$$\sigma = \lambda_{Na^+} \times [Na^+] + \lambda_{OH^-} \times [OH^-] + \lambda_{CH_3CO_2^-} \times [CH_3CO_2^-]$$

ب/ عبارة الناقلية النوعية للمزيج في اللحظة $t = 0$: عند $t = 0$ يكون $CH_3CO_2^-$ لم يتشكل بعد:

$$\sigma_0 = \lambda_{Na^+} \times [Na^+]_0 + \lambda_{OH^-} \times [OH^-]_0$$

$$\sigma_0 = \lambda_{Na^+} \times C_0 + \lambda_{OH^-} \times C_0 = C_0 \times (\lambda_{Na^+} + \lambda_{OH^-})$$

ج/ عبارة σ المزيج في لحظة t:

$$\sigma = \lambda_{Na^+} \times [Na^+] + \lambda_{OH^-} \times [OH^-] + \lambda_{CH_3CO_2^-} \times [CH_3CO_2^-]$$

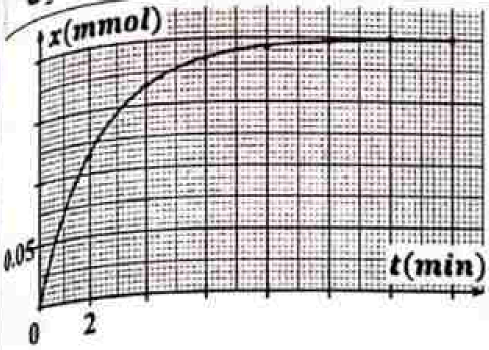
$$\sigma = \lambda_{Na^+} \times C_0 + \lambda_{OH^-} \times \left(\frac{n_0 - x}{V}\right) + \lambda_{CH_3CO_2^-} \times \left(\frac{x}{V}\right)$$

$$\sigma = (\lambda_{Na^+} + \lambda_{OH^-}) \times C_0 + \frac{x}{V}(-\lambda_{OH^-} + \lambda_{CH_3CO_2^-}) = \sigma_0 + \frac{x}{V}(-\lambda_{OH^-} + \lambda_{CH_3CO_2^-})$$

3) أ/ -تتناقص الناقلية النوعية للمحلول أثناء هذا التحول الكيميائي بسبب اختفاء شوارد OH^- ذات الناقلية النوعية المولية الشاردية الكبيرة وتشكل CH_3COO^- ذات الناقلية النوعية المولية الشاردية الصغيرة نسبيا. $(\lambda_{OH^-} > \lambda_{CH_3CO_2^-})$

Scanned by CamScanner

ب/ رسم المنحنى:



ج/ تعريف السرعة الحجمية للتفاعل: هي مقدار تغير تقدم التفاعل بالنسبة للزمن في وحدة الحجم يعطى:

$$v_{vol} = \frac{1}{V} \cdot \frac{dx}{dt}$$

-تتناقص السرعة الحجمية تدريجيا مع مرور الزمن إلى أن تنعدم بسبب تناقص عدد الأفراد الكيميائية وبالتالي التصادمات الفعالة ما يؤدي إلى تناقص في السرعة.

د/ نعم يمكن اعتبار أن التفاعل قد انتهى في اللحظة $t = 14\ min$ لأن $(x_{(t=14\text{min})} = x_{max})$

هـ/ تعريف زمن نصف التفاعل $t_{1/2}$: هو الزمن اللازم لبلوغ التفاعل نصف تقدمه النهائي

$$x_{t_{1/2}} = \frac{x_f}{2} = \frac{2 \times 10^{-4}}{2} = 10^{-4} mol$$

بالإسقاط على البيان نجد: $t_{1/2} \simeq 1{,}8\ min$.

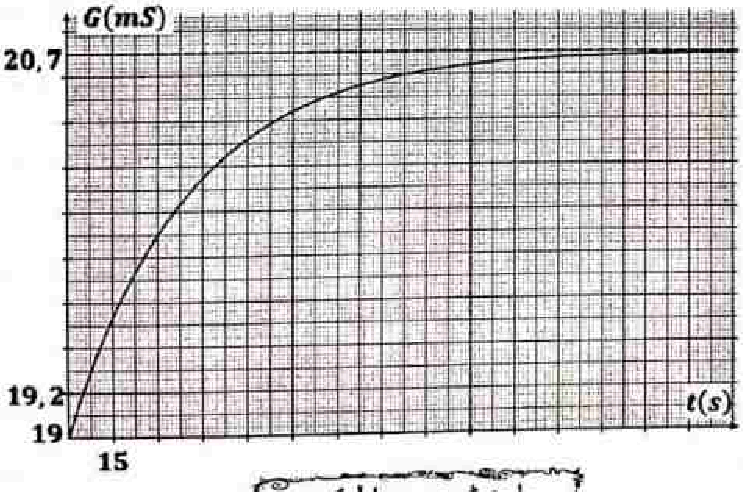
و/ عندما نعيد التجربة في حمام مائي عند $40°C$: يبلغ التفاعل حده في مدة أقل (تزداد سرعة التفاعل) أي تزداد تواتر الاصطدامات الفعالة وبالتالي ينقص زمن نصف التفاعل لأن درجة الحرارة عامل حركي.

التمرين 19:

تفاعل أكسدة وإرجاع بين شوارد بيروكسوديكبريتات $S_2O_8^{2-}{}_{(aq)}$ و شوارد اليود $I^-_{(aq)}$ في محلول مائي.

المعطيات: الثنائيات مرجع/مؤكسد: $\left(S_2O_8^{2-}{}_{(aq)}/SO_4^{2-}{}_{(aq)}\right)$, $\left(I_{2(aq)}/I^-_{(aq)}\right)$

ندخل في كأس، حجما $V_1 = 40\ mL$ لمحلول مائي من بيروكسوديكبريتات البوتاسيوم $\left(2K^+_{(aq)} + S_2O_8^{2-}{}_{(aq)}\right)$ ذي التركيز المولي $C_1 = 1{,}0 \times 10^{-1}\ mol/L$. في اللحظة $t = 0$ نضيف حجما $V_2 = 60\ mL$ من محلول ليود البوتاسيوم $\left(K^+_{(aq)} + I^-_{(aq)}\right)$ ذي التركيز المولي $C_2 = 1{,}5 \times 10^{-1}\ mol/L$. بواسطة جهاز قياس الناقلية مرتبط بنظام لرصد المعطيات والذي يمكن من تتبع تطور ناقلية المحلول خلال الزمن.
المنحنى المحصل عليه هو كالتالي:



واحد شرى صباط كبير
عليه ولا يقادرو

Scanned by CamScanner

1) اكتب المعادلتين النصفيتين الداخلتين في التفاعل.
2) اكتب المعادلة المعبرة عن التفاعل أكسدة-إرجاع للتحول الكيميائي الحادث.
3) أنجز جدول تقدم التفاعل ثمّ اكتب عبارة تراكيز مختلف الأفراد الكيميائية المتواجدة في المزيج بدلالة التقدم x والحجم V للمزيج.
4) بين أن العلاقة بين الناقلية G والتقدم x للتفاعل يكتب على الشكل:
$G = \frac{1}{V}(A + Bx)$ حيث أن V هو الحجم الكلي للمحلول، و A, B ثابتان يطلب تعيين عبارتهما.
5) أ/ عرف السرعة الحجمية للتفاعل بدلالة التقدم x، واستنتج تعبيرها بدلالة الناقلية G.
ب/ من البيان، احسب قيمة السرعة الحجمية عند اللحظة $t = 30s$.
ج/ حدد قيمة التقدم الأعظمي x_{max} للتفاعل.
د/ باستغلال نتيجة السؤال السابق، تحقق حسابيا من قيمة G_{max} الناقلية الأعظمية عند نهاية التفاعل، ثم حدد بيانيا لحظة انتهاء التفاعل.
6) احسب $t_{1/2}$.
نعطي: $A = 1{,}9\ mS.l$ و $B = 42\ mS.l.mol^{-1}$

تصحيح التمرين 19:

1) المعادلتين النصفيتين:

$$S_2O_8^{2-} + 2e^- = 2SO_4^{2-}$$
$$2I^- = I_2 + 2e^-$$

2) معادلة التفاعل الإجمالية:

$$2I^- + S_2O_8^{2-} = 2SO_4^{2-} + I_2$$

3) جدول تقدم التفاعل:

المعادلة		$S_2O_{8\ (aq)}^{2-}$ +	$2I^-_{(aq)}$ =	$2SO^{2-}_{4\ (aq)}$ +	$I_{2(aq)}$
الحالة	التقدم	كميات المادة (mol)			
ابتدائية	$x = 0$	$n_1 = C_1.V_1$	$n_2 = C_2.V_2$	0	0
انتقالية	x	$n_1 - x$	$n_2 - 2x$	$2x$	x
نهائية	x_f	$n_1 - x_f$	$n_2 - 2x_f$	$2x_f$	x_f

حيث : $n_2 = 9 \times 10^{-3} mol$, $n_1 = 4 \times 10^{-3}\ mol$

عبارة التراكيز بدلالة x و V:

$$[S_2O_8^{2-}] = \frac{4 \times 10^{-3} - x}{V} \quad ; \quad [SO_4^{2-}] = \frac{2x}{V}$$
$$[I^-] = \frac{9 \times 10^{-3} - 2x}{V} \quad ; \quad [I_2] = \frac{x}{V}$$
$$[K^+] = \frac{2 \times n_1 + n_2}{V} = \frac{1{,}7 \times 10^{-2}}{V}$$

4) بيان عبارة G: نعلم أن:

$$G = \sigma K = \left(\lambda_{S_2O_8^{2-}} \times [S_2O_8^{2-}] + \lambda_{SO_4^{2-}} \times [SO_4^{2-}] + \lambda_{I^-} \times [I^-] + \lambda_{K^+} \times [K^+]\right) \times K$$
$$G = \frac{K}{V}\left((4 \times 10^{-3} - x).\lambda_{S_2O_8^{2-}} + 2x.\lambda_{SO_4^{2-}} + (9 \times 10^{-3} - 2x).\lambda_{I^-} + (1{,}7 \times 10^{-3}).\lambda_{K^+}\right)$$
$$G = \frac{K}{V}\left((4 \times 10^{-3}\lambda_{S_2O_8^{2-}} + 9 \times 10^{-3}\lambda_{I^-} + 1{,}7 \times 10^{-3}\lambda_{K^+}) + (2\lambda_{SO_4^{2-}} - 2\lambda_{I^-} - \lambda_{S_2O_8^{2-}}).x\right)$$
$$A = K(4 \times 10^{-3}\lambda_{S_2O_8^{2-}} + 9 \times 10^{-3}\lambda_{I^-} + 1{,}7 \times 10^{-3}\lambda_{K^+})$$
$$B = K(2\lambda_{SO_4^{2-}} - 2\lambda_{I^-} - \lambda_{S_2O_8^{2-}})$$

Scanned by CamScanner

5) أ/ تعريف السرعة الحجمية: هي مقدار تغير تقدم التفاعل بالنسبة للزمن خلال وحدة تعطى بالعلاقة:

$$v_{vol} = \frac{1}{V} \times \frac{dx}{dt}$$

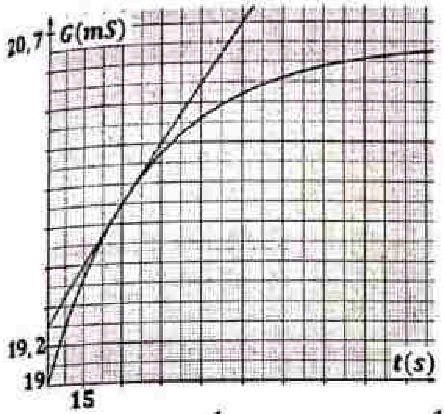
استنتاج العبارة: لدينا: $G = \frac{1}{V}(A + Bx)$ باشتقاق الطرفين:

$$\frac{dG}{dt} = \frac{B}{V} \times \frac{dx}{dt} \quad \Rightarrow \quad \frac{dx}{dt} = \frac{V}{B}\frac{dG}{dt}$$

إذن تصبح عبارة السرعة الحجمية :

$$v_{vol} = \frac{1}{V} \times \frac{dx}{dt} = \frac{1}{\cancel{V}}\left(\frac{\cancel{V}}{B}\frac{dG}{dt}\right) = \frac{1}{B} \times \frac{dG}{dt}$$

ب/ حساب السرعة الحجمية $t = 30\ s$:



$$v_{vol} = \frac{1}{42.10^{-3}}\left(\frac{19{,}9 - 19{,}3}{30 - 0}\right)10^{-3}$$

$$v_{vol} = 4{,}76 \times 10^{-4}\ mol/L.s$$

ج/ حساب x_{max}: من جدول التقدم لدينا:

$$\begin{cases} x_{max} = 4 \times 10^{-3} mol \\ \text{أو} \\ x_{max} = 4{,}5 \times 10^{-3} mol \end{cases}$$

منه x_{max} المقبول هو:

$$x_{max} = 4 \times 10^{-3} mol$$

د/ لدينا: $x_{max} = 4 \times 10^{-3} mol$ ونعلم أن:

$$G_{max} = \frac{1}{V}(A + Bx_{max}) = \frac{1}{0{,}1}(1{,}9 \times 10^{-3} + 42 \times 10^{-3} \times 4 \times 10^{-3})$$

$$G_{max} \simeq 20{,}7\ mS$$

بالإسقاط بيانيا نجد: $t = 210\ s$ وفي اللحظة يمكن اعتبار التفاعل منتهي.

6) إيجاد $t_{1/2}$:

$$G(t_{1/2}) = \frac{G_0 + G_f}{2} = \frac{19 + 20{,}7}{2} = 19{,}85\ mS$$

بالإسقاط نجد: $t_{1/2} \simeq 30\ s$

تمارين المتابعة الزمنية عن طريق المعايرة

التمرين 20:

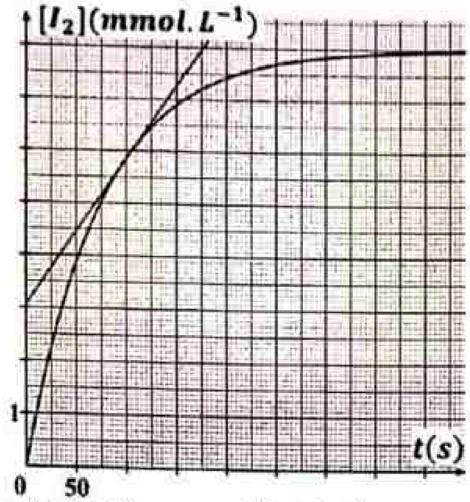
لأجل الدراسة الحركية لتفاعل محلول يود البوتاسيوم مع الماء الأكسجيني، نحضر في بيشر في اللحظة $t = 0$ المزيج التفاعلي s المشكل من الحجم $V_1 = 368\ mL$ من محلول يود البوتاسيوم تركيزه $C_1 = 0{,}05\ mol.L^{-1}$ والحجم $V_2 = 32\ mL$ من الماء الأكسجيني الذي تركيزه $C_2 = 0.1\ mol.L^{-1}$ وكمية كافية من حمض الكبريت المركز، فيتم إرجاع الماء الأكسجيني بواسطة شوارد اليود $I^-_{(aq)}$ وفق تفاعل بطيء ينتج عنه ثنائي اليود.

ننمذج التفاعل الكيميائي الحادث بالمعادلة الآتية:

$$H_2O_{2(aq)} + 2I^-_{(aq)} + 2H^+_{(aq)} = 2H_2O_{(l)} + I_{2(aq)}$$

نتابع التطور الحركي للتفاعل من خلال قياس التركيز المولي لثنائي اليود المتشكل في لحظات زمنية متعاقبة، وذلك باستعمال طريقة المعايرة اللونية الآتية: نأخذ في اللحظة t عينة حجمها $V = 40{,}0\ mL$ من المزيج التفاعلي s ونسكبها في بيشر يحتوي الجليد المنصهر والنشاء، فيتلون المزيج بالأزرق، بعد ذلك نضيف تدريجيا إلى هذه العينة محلولا مائيا لثيوكبريتات الصوديوم $(2Na^+_{(aq)} + S_2O_3^{2-}{}_{(aq)})$ الذي تركيزه المولي $C_3 = 0.1\ mol.L^{-1}$ إلى غاية اختفاء اللون الأزرق. باستغلال الحجم V_E لثيوكبريتات الصوديوم المضاف ومعادلة تفاعل المعايرة نستنتج التركيز المولي لثنائي اليود في اللحظة t.

Scanned by CamScanner



نعيد العملية في لحظات متعاقبة، ثمّ نرسم تطور التركيز المولي لثنائي اليود $[I_{2(aq)}]$ المتشكل بدلالة الزمن t فنحصل على المنحنى البياني.

1) أ/ وضح برسم تخطيطي التركيب المستعمل في عملية المعايرة.

ب/ ما هي الوسيلة التي تستعملها لأخذ $40\ mL$ من المزيج التفاعلي؟

ج/ اكتب معادلة تفاعل المعايرة.

الثنائيتان مرجع/مؤكسد المساهمتان في هذا التحول هما:

$$\left(S_4O_6^{2-}{}_{(aq)}/S_2O_3^{2-}{}_{(aq)}\right) \text{ و } \left(I_{2(aq)}/I^-_{(aq)}\right)$$

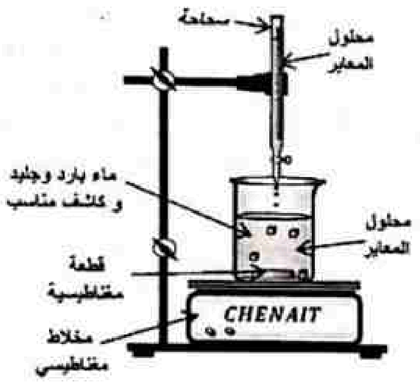
2) عرّف التكافؤ، ثمّ جد العبارة الحرفية الموافقة للتركيز المولي لثنائي اليود $[I_{2(aq)}]$ بدلالة الحجم V والحجم V_E والتركيز المولي C_3 لثيوكبريتات الصوديوم.

3) أنشئ جدولا للتقدم المميز لتفاعل يود البوتاسيوم والماء الأكسجيني وبيّن أن الماء الأكسجيني هو المتفاعل المحد.

4) عرّف v السرعة الحجمية للتفاعل، ثم احسب قيمتها في اللحظة $t = 100s$.

5) جد بيانيا زمن نصف التفاعل $t_{1/2}$.

تصحيح التمرين 20:



1) أ- الرسم التخطيطي:

ب- الوسيلة هي: ماصة عيارية بحجم $20mL$ أو ماصة مدرجة $50\ mL$

ج-معادلة تفاعل المعايرة:

$$I_{2(aq)} + 2S_2O_3^{2-}{}_{(aq)} = 2I^-_{(aq)} + S_4O_6^{2-}{}_{(aq)}$$

2) التكافؤ هو الحالة التي يتم فيها التفاعل الكلي للمحلول المعايَر وفق المعاملات الستوكيومترية، أو الحالة التي يكون فيها المزيج ستوكيومتري.

$$\frac{n(I_2)}{1} = \frac{n_E(S_2O_3^{2-})}{2} \Rightarrow \frac{[I_2]V}{1} = \frac{C_3 \times V_E}{2} \Rightarrow [I_2] = \frac{C_3 \times V_E}{2V}$$

3) جدول تقدم التفاعل:

الحالة	التقدم	$H_2O_{2(aq)}$	$+ 2I^-_{(aq)}$	$+ 2H^+_{(aq)}$	$= 2H_2O_{(l)} +$	$I_{2(aq)}$
		كميات المادة $(mmol)$				
ابتدائية	0	$3,2$	$18,4$	بوفرة	بوفرة	0
انتقالية	x	$3,2 - x$	$18,4 - 2x$	بوفرة	بوفرة	x
نهائية	x_f	$3,2 - x_f$	$18,4 - 2x_f$	بوفرة	بوفرة	x_f

تحديد المتفاعل المحد:

$$\begin{cases} 3,2 - x_{max} = 0 \\ 18,4 - 2x_{max} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_{max_1} = 3,2\ mmol & \text{مقبول} \\ x_{max_2} = 9,2\ mmol & \text{مرفوض} \end{cases}$$

ومنه المتفاعل المحد هو: H_2O_2.

Scanned by CamScanner

4) السرعة الحجمية: هي مقدار تغير تقدم التفاعل بالنسبة للزمن في 1 لتر من الوسط التفاعلي، $v_{vol} = \frac{1}{V}.\frac{dx}{dt}$

لما $t = 100\ s$ فإن:

$$v_{vol} = \frac{1}{V}\frac{dn(I_2)}{dt} = \frac{d[I_2]}{dt} = \frac{6-3{,}2}{100-0} = 2{,}8 \times 10^{-2}\ \ mmol.L^{-1}.s^{-1}$$

5) إيجاد $t_{1/2}$:

$$[I_2]_{t_{1/2}} = \frac{[I_2]_f}{2} = 4\ mmol/L$$

بالإسقاط على البيان نجد: $t_{1/2} \simeq 50s$.

التمرين 21:

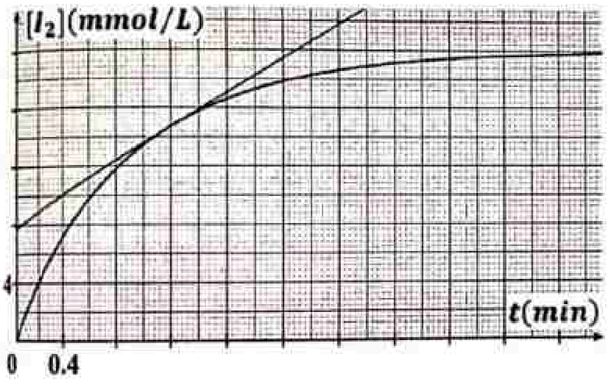
نمزج في اللحظة $t = 0$ حجما $V_1 = 200mL$ من محلول مائي لبيروكسودي كبريتات البوتاسيوم $(2K^+_{(aq)} + S_2O_8^{2-}{}_{(aq)})$ تركيزه المولي $C_1 = 4.00 \times 10^{-2}mol.L^{-1}$ مع حجم $V_2 = 200mL$ من محلول مائي ليود البوتاسيوم $(K^+_{(aq)} + I^-_{(aq)})$ تركيزه المولي $C_2 = 4.0 \times 10^{-1}mol.L^{-1}$.

I. إذا علمت أن الثنائيتين (Ox/Red) الداخلتين في التحول الكيميائي الحاصل هما:

$$\left(I_{2(aq)}/I^-_{(aq)}\right) \quad و \quad \left(S_2O_8^{2-}{}_{(aq)}/SO_4^{2-}{}_{(aq)}\right)$$

1) اكتب المعادلة المعبرة عن التفاعل أكسدة-إرجاع المنمذج للتحول الكيميائي الحاصل.
2) أنجز جدولا تقدم التفاعل الحادث. استنتج المتفاعل المحد.

II. توجد عدة تقنيات لمتابعة تطور تشكل ثنائي اليود I_2 بدلالة الزمن. استخدمت واحدة منها في تقدير كمية ثنائي اليود ورسم البيان:



1) كم يستغرق التفاعل من الوقت لإنتاج نصف كمية ثنائي اليود النهائية؟
2) احسب قيمة السرعة الحجمية لتشكل ثنائي اليود في اللحظة $t = 1{,}2\ min$.

شيء يأكل كل شيء وعندما يشرب يموت فما هو؟

III. إن الطريقة التي أدت نتائجها إلى رسم البيان المقابل، تعتمد في تحديد تركيز ثنائي اليود المتشكل عن طريق المعايرة، حيث تؤخذ عينات متساوية، حجم كل منها $V = 10mL$ من الوسط التفاعلي في أزمنة مختلفة (توضع العينة مباشرة لحظة أخذها في الماء والجليد) ثم نعاير محلول مائي لثيوكبريتات الصوديوم $(2Na^+_{(aq)} + S_2O_3^{2-}{}_{(aq)})$ تركيزه المولي $C' = 1.0 \times 10^{-2}mol.L^{-1}$.

المعادلة المعبرة عن التفاعل الكيميائي المنمذج للتحول الكيميائي الحادث هي:

$$I_{2(aq)} + 2S_2O_3^{2-}{}_{(aq)} = 2I^-_{(aq)} + S_4O_6^{2-}{}_{(aq)}$$

1) اذكر الخواص الأساسية لتفاعل المعايرة.
2) أوجد عبارة $[I_2]$ بدلالة كل من V، V_E، C'.حيث V_E هو حجم محلول ثيوكبريتات الصوديوم اللازم لبلوغ نقطة التكافؤ E.
3) احسب الحجم المضاف V_E في اللحظة $t = 1.2\ min$.

Scanned by CamScanner

تصحيح التمرين 21:

.I

1) كتابة المعادلة المعبرة عن التفاعل:

$$S_2O_8^{2-}{}_{(aq)} + 2e^- = 2SO_4^{2-}{}_{(aq)}$$ (معادلة الإرجاع)

$$2I^-_{(aq)} = I_{2(aq)} + 2e^-$$ (معادلة الأكسدة)

$$S_2O_8^{2-}{}_{(aq)} + 2I^-_{(aq)} = 2SO_4^{2-}{}_{(aq)} + I_{2(aq)}$$ (معادلة أكسدة – إرجاع)

2) جدول التقدم:

المعادلة		$S_2O_8^{2-}{}_{(aq)}+2I^-{}_{(aq)}=2SO_4^{2-}+I_2$			
الحالة	التقدم	كميات المادة (mol)			
ابتدائية	$x=0$	$C_1.V_1$	$C_2.V_2$	0	0
انتقالية	x	$C_1.V_1-x$	$C_2.V_2-2x$	$2x$	x
نهائية	x_f	$C_1.V_1-x_f$	$C_2.V_2-2x_f$	$2x_f$	x_f

$$n(S_2O_8^{2-}) = C_1.V_1 = 4\times10^{-2}\times200\times10^{-3} = 8\times10^{-3}\,mol$$
$$n(I^-) = C_2.V_2 = 4\times10^{-1}\times200\times10^{-3} = 8\times10^{-2}\,mol$$

استنتاج المتفاعل المحد:

$$\begin{cases} n_1 - x_f = 0 \\ n_2 - 2x_f = 0 \end{cases} \begin{cases} x_f = 8\times10^{-3}mol \\ x_f = 4\times10^{-2}mol \end{cases}$$
مقبول
مرفوض

إذن المتفاعل المحد هو: $S_2O_8^{2-}$ و مقدار التقدم الأعظمي $x_{max} = 8\times10^{-3}mol$

.II

1) تحديد الوقت اللازم لإنتاج نصف كمية ثنائي اليود النهائية: $n(I_2)_{t_{1/2}} = \frac{n_f(I_2)}{2}$

$$[I_2]_{t_{1/2}} = \frac{[I_2]_f}{2} = \frac{20}{2} = 10\ mmol/l$$

بإسقاط هذه القيمة نجد: $t_{1/2} = 0,6\ min$

2) حساب السرعة الحجمية لتشكل I_2 عند $t = 1,2\ min$:

$$v_{vol} = \frac{1}{V}\times\frac{dx}{dt} = \frac{1}{v}\times\frac{dn(I_2)}{dt} = \frac{1}{V}\times\frac{d[I_2].V}{dt} = \frac{d[I_2]}{dt} =$$ (ميل المماس)

$$v_{vol} = \frac{(14,8-7,6)\times10^{-3}}{1,2-0} = 6\times10^{-3}\ mol/l.min$$

.III

1) الخواص الأساسية للتفاعل: سريع وتام.

2) إيجاد عبارة $[I_2]$: عند نقطة التكافؤ تكون:

$$\frac{n(I_2)}{1} = \frac{n(S_2O_3^{2-})}{2} \Rightarrow [I_2].V = \frac{C'\times V_E}{2} \Rightarrow [I_2] = \frac{C'\times V_E}{2V}$$

ج/ حساب الحجم المضاف V_E في اللحظة $t = 1,2\ min$:

لما: $t = 1,2\ min$ يكون: $[I_2] = 14,8\ mmol/L$

$$V_E = \frac{2[I_2]\times V}{C'} = \frac{2\times14,8\times10^{-3}\times10\times10^{-3}}{10^{-2}} = 29,6\times10^{-3}L = 29,6\,mL$$

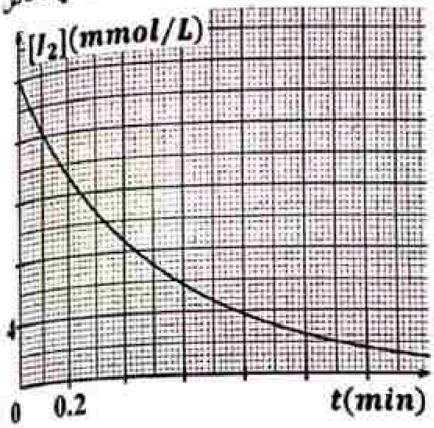
Scanned by CamScanner

التمرين 22:

نأخذ عينة من منظف طبي للجروح عبارة عن سائل يحتوي أساسا على ثنائي اليود $I_{2(aq)}$ تركيزه المولي C_0،
نضيف إليها قطعة من الزنك $Zn_{(s)}$ فنلاحظ تناقص الشدة اللونية للمنظف

1) اكتب المعادلة المعبرة عن التفاعل المنمذج للتحول الكيميائي الحادث، علما أن الثنائيتين الداخلتين في التفاعل هما: $(I_{2(aq)}/I^-_{(aq)})$ ، $(Zn^{2+}_{(aq)}/Zn_{(s)})$.

2) التجربة الأولى: عند درجة الحرارة $20°C$ نضيف إلى حجم $V = 50mL$ من المنظف قطعة من Zn، ونتابع تغيرات $[I_{2(aq)}]$ بدلالة الزمن t فنحصل على البيان $[I_{2(aq)}] = f(t)$ (الشكل).



أ/ اقترح طريقة لمتابعة هذا التفاعل.
ب/ عرف السرعة الحجمية لاختفاء I_2 مبينا طريقة حسابها بيانيا.
ج/ كيف تتطور السرعة الحجمية لاختفاء I_2 مع الزمن؟ فسر ذلك بيانيا ومجهريا.

3) التجربة الثانية نأخذ نفس الحجم V من نفس العينة عند الدرجة $20°C$، نضعها في حوجلة عيارية سعتها $100mL$ ثم نكمل الحجم بواسطة الماء المقطر إلى خط العيار ونسكب محتواها في بيشر ونضيف إلى المحلول قطعة من الزنك. توقع شكل البيان (2)، $[I_2] = g(t)$ وارسمه كيفيا، في نفس المعلم مع البيان (1) للتجربة الأولى. علل.

4) التجربة الثالثة: نأخذ نفس الحجم V من نفس العينة، ترفع درجة الحرارة إلى $80°C$، توقع شكل البيان(3) وارسمه كيفيا، في نفس المعلم السابق.

5) ماهي العوامل الحركية التي تبرزها هذه التجارب؟ فسرها مجهريا؟

تصحيح التمرين 22:

(1

$$Zn(s) = Zn^{2+}(aq) + 2e^-$$
$$I_2(aq) + 2e^- = 2I^-_{(aq)}$$
$$Zn_{(s)} + I_2(aq) = Zn^{2+}(aq) + 2I^-(aq)$$

2) أ/يمكن متابعة هذا التفاعل بعدة طرق نذكر من بينها:
- ✓ طريقة المعايرة اللونية لثنائي اليود المتشكل بواسطة ثيوكبريتات الصوديوم.
- ✓ طريقة قياس الناقلية لاحتواء المحلول على شوارد موجبة وسالبة.

ب) تعريف السرعة الحجمية لاختفاء I_2: هي المقدار الموجب لتغير كمية مادة ثنائي اليود I_2 بالنسبة لزمن خلال وحدة حجوم.

$$v = -\frac{d[I_2]}{dt} \qquad v = -\frac{1}{V}.\frac{dn(I_2)}{dt}$$

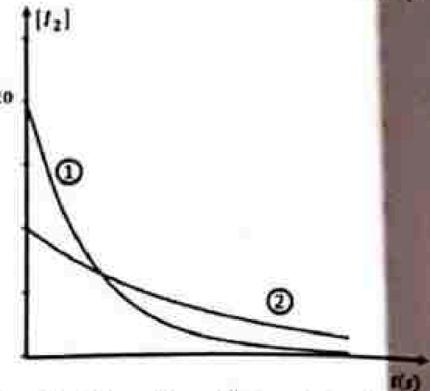
تحسب السرعة بيانيا بالقيمة الموجبة لميل المماس للمنحنى في كل لحظة t.

ج) السرعة الحجمية تتناقص مع مرور الزمن
التفسير البياني : ميل المماس يتناقص.
التفسير المجهري: أثناء التفاعل يتناقص تركيز المتفاعلات وبالتالي تتناقص الاصطدامات الفعالة مما يؤدي إلى نقصان في سرعة التفاعل.

لا تقلق من تدابير البشر فأقصى
ما يستطيعون فعله معك هو تنفيذ إرادة الله
محمد متولي الشعراوي رحمه الله

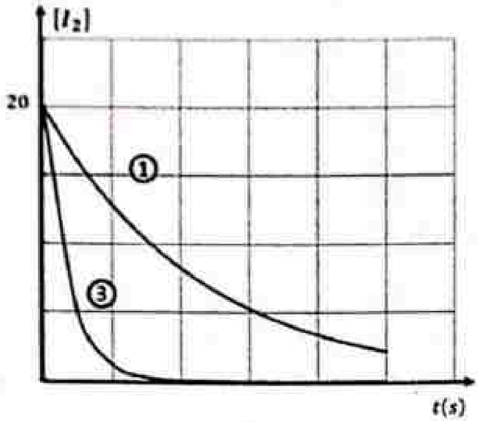
Scanned by CamScanner

3) شكل المنحنى:



- السرعة عند $t=0$ أقل من السرعة في التجربة (1)
- عند نفس اللحظة بسبب التناقص في التركيز الابتدائي.

4) عند درجة الحرارة $80°C$.



5) العوامل الحركية هي:

-التركيز المولي للمتفاعلات.

-درجة الحرارة.

التفسير المجهري للعوامل الحركية:

درجة الحرارة: عند ارتفاع درجة الحرارة تزداد الطاقة الحركية للأفراد المتفاعلة مما يؤدي إلى زيادة التصادمات الفعالة فيسبب ذلك زيادة سرعة التفاعل.

التركيز الابتدائي للمتفاعلات: عند زيادة التركيز الابتدائي لأحد لمتفاعلات يزداد عدد الأفراد الكيميائية مما يؤدي إلى زيادة التصادمات الفعالة فيسبب ذلك زيادة سرعة التفاعل.

التمرين 23:

يعرف محلول بيروكسيد الهيدروجين بالماء الأكسجيني، الذي يستعمل في تطهير الجروح وتنظيف العدسات اللاصقة وكذلك في التبييض. يتفكك الماء الأكسجيني ذاتيا وفق التفاعل البطيء والتام المنمذج بالمعادلة الكيميائية التالية:

$$2H_2O_{2(aq)} = 2H_2O_{(l)} + O_{2(g)}$$

اقترح على التلاميذ في حصة الأعمال التطبيقية دراسة حركية التحول السابق.

وضع الأستاذ في متناولهم المواد والوسائل التالية:

- قارورة تحتوي على $500\ mL$ من الماء الأكسجيني S_0 منتج حديثا كتب عليها ماء أكسجيني $10\ V$.
(كل $1L$ من الماء الأكسجيني يحرر $10L$ من غاز ثنائي الأكسجين في الشرطين النظاميين، الحجم المولي: $(V_M = 22.4\ L/mol$.
- الزجاجيات:
  - حوجلات عيارية: $50mL$ ،$100mL$ ،$200mL$ ،$250mL$.
  - بيشر سعته: $250mL$.
  - ماصة عيارية: $1mL$ ،$5mL$ ،$10mL$ وإجاصة مص.
  - سحاحة مدرجة سعتها: $50mL$.
- قارورة محلول برمنغنات البوتاسيوم محضر حديثا تركيزه المولي بشوارد البرمنغنات $C' = 2\times10^{-3} mol.L^{-1}$
- ماء مقطر.
- قارورة حمض الكبريت المركز 98%.
- حامل.

قام الأستاذ بتفويج التلاميذ إلى أربع مجموعات مصغرة (A, B, C, D) ثم طلب منهم القيام بما يلي:

أولا: تحضير محلول S بحجم 200mL أي بتمديد عينة من المحلول S_0 40 مرة.

1) ضع بروتوكولا تجريبيا لتحضير المحلول S.
2) أنشئ جدولا لتقدم التفاعل. (تفكك الماء الأكسجيني).
3) احسب التركيز المولي للمحلول S_0 . استنتج التركيز المولي للمحلول S.

Scanned by CamScanner

ثانيا: تأخذ كل مجموعة حجما من المحلول S، وتضيف إليه حجما معينا من محلول يحتوي على شوارد الحديد الثلاثي كوسيط وفق الجدول التالي:

D	C	B	A	رمز المجموعة
2	0	5	1	حجم الوسيط التفاعلي (mL)
48	50	45	49	حجم $H_2O_2(mL)$
50	50	50	50	حجم الوسط التفاعلي (mL)

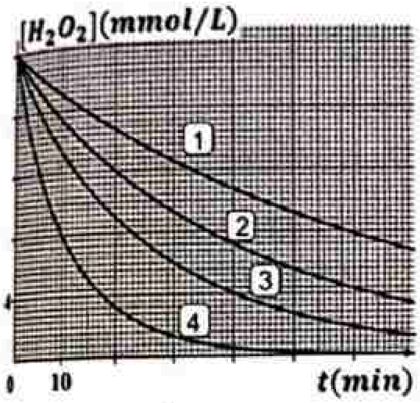
1) ما دور الوسيط؟ ما نوع الوساطة؟
2) تأخذ كل مجموعة، في لحظات زمنية مختلفة، حجما مقداره $V_0 = 10mL$ من الوسط التفاعلي الخاص بها و يوضع في الماء البارد والجليد و تجرى له عملية المعايرة بمحلول برمنغنات البوتاسيوم المحمضة (بإضافة قطرات من حمض الكبريت المركز).

أ/ ما الغرض من استعمال الماء البارد و الجليد؟

ب/ اكتب معادلة تفاعل المعايرة علما أن الثنائيات الداخلة في التفاعل هي: (O_2/H_2O_2) , (MnO_4^-/Mn^{2+})

ج/ برهن أن تركيز الماء الأكسجيني: $[H_2O_2] = \frac{5C'.V_E}{2V_0}$

حيث V_E هو حجم برمنغنات البوتاسيوم اللازم إضافته لحدوث التكافؤ.



3) سمحت عمليات المعايرة برسم المنحنيات البيانية (الشكل).

أ/ حدد البيان الخاص بكل مجموعة.

ب/ أوجد من البيان التركيز المولي للمحلول S المعاير. استنتج التركيز المولي للمحلول S_0.

ج/ هل النتائج المتوصل إليها متطابقة مع ما هو مسجل على القارورة؟

د/ أوجد قيمة زمن نصف التفاعل للبيان الموافق للمجموعة C.

تصحيح التمرين 23:

أولا:

1) البروتوكول التجريبي لتحضير المحلول S.

حجم المحلول S_0 الواجب أخذه بالماصة: معامل التمديد: $F = \frac{C_0}{C} = \frac{V}{V_0} = 40$ ومنه: $V_0 = \frac{V}{40} = 5\ ml$

الأدوات المستعملة: ماصة عيار $5ml$، حوجلة سعتها $200\ ml$، إجاصة مص.

المواد المستعملة: الماء الأكسجيني، الماء المقطر.

طريقة العمل: بواسطة ماصة عيارية سعتها $5\ ml$ مزودة بإجاصة مص نأخذ $5ml$ من المحلول S_0 ونضعها في حوجلة عيارية سعتها $200\ mL$، نكمل بالماء المقطر حتى خط العيار، ثم نرج المحلول جيدا للحصول على محلول متجانس.

2) جدول تقدم التفاعل:

معادلة التفاعل		$2H_2O_{2(aq)}$	$= O_{2(g)} +$	$2H_2O_{(l)}$
ابتدائية	0	n_0	0	بوفرة
انتقالية	x	$n_0 - 2x$	x	بوفرة
نهائية	x_f	$n_0 - 2x_f$	x_f	بوفرة

3) التركيز المولي للمحلول S_0:

$$n_0 - 2x_f = 0 \Rightarrow n_0 = 2x_f \Rightarrow n_0 = 2.n_f(O_2)$$

$$C_0.V = 2 \times \frac{V_{O_2}}{V_M} \Rightarrow C_0.\cancel{V} = 2 \times \frac{10\cancel{V}}{V_M} \Rightarrow C_0 = \frac{20}{22,4} = 0,893\ mol/l$$

- التركيز المولي للمحلول S: $c = \frac{c_0}{40} = 2,23 \times 10^{-2} mol.L^{-1}$.

Scanned by CamScanner

نتائج:

1) الوسيط عامل حركي يعمل على تسريع أو تبطيء التفاعل دون أن يظهر في المعادلة المعبرة عن التفاعل.
نوع الوساطة: متجانسة لأن الوسيط والمحلول يشكلان طورا واحدا (سائل).

2) أ/ الغرض من إضافة الماء البارد والجليد: إيقاف تطور التفاعل.
ب/ المعادلة المعبرة عن التفاعل:

$$2(MnO_4^- + 8H^+ + 5e^- = Mn^{2+} + 4H_2O)$$
$$5(H_2O_2 = O_2 + 2H^+ + 2e^-)$$
$$2MnO_4^- + 5H_2O_2 + 6H^+ = 2Mn^{2+} + 5O_2 + 8H_2O$$

ج/ البرهان: عند التكافؤ المزيج ستوكيومتري

$$\frac{n(MnO_4^-)}{2} = \frac{n(H_2O_2)}{5} \Rightarrow \frac{C'.V_E}{2} = \frac{[H_2O_2]V_0}{5} \Rightarrow [H_2O_2] = \frac{5C'.V_E}{2V_0}$$

3) أ/ تحديد البيانات:

-البيان (1) ـــــ المجموعة (C) -البيان (2) ـــــ المجموعة (A)
-البيان (3) ـــــ المجموعة (D) -البيان (4) ـــــ المجموعة (B)

ب/ من الرسم: $c = 4 \times 5 \times 10^{-3} = 2 \times 10^{-2} mol.L^{-1}$

$$c_0 = F.c = 40 \times 2 \times 10^{-2} = 0{,}8\ mol.L^{-1}$$

ج/ النتائج: متطابقة في حدود أخطاء التجربة والقياس.
د/ زمن نصف التفاعل:

$$t_{1/2} \simeq 45\ min$$

التمرين 24:

ينمذج التحول الكيميائي الذي يحدث بين شوارد البيروكسوديكبريتات $(S_2O_8^{2-})$ وشوارد اليود (I^-) في الوسط المائي بتفاعل تام معادلته: $S_2O_8^{2-}{}_{(aq)} + 2I^-_{(aq)} = 2SO_4^{2-}{}_{(aq)} + I_{2(aq)}$

I. لدراسة تطور هذا التفاعل في درجة حرارة ثابتة $(\theta = 35°C)$ بدلالة الزمن، نمزج في اللحظة $(t = 0)$ حجما $V_1 = 100mL$ من محلول مائي لبيروكسوديكبريتات البوتاسيوم $(2K^+ + S_2O_8^{2-})$ تركيزه المولي $c_1 = 4.0 \times 10^{-2}mol/L$ مع حجم $V_2 = 100mL$ من محلول مائي ليود البوتاسيوم $(K^+ + I^-)$ تركيزه المولي $c_2 = 8.0 \times 10^{-2}mol/L$ فنحصل على مزيج حجمه $V_T = 200mL$.

1) أنشئ جدولا لتقدم التفاعل الحاصل.
2) اكتب عبارة التركيز المولي $[S_2O_8^{2-}]$ لشوارد البيروكسوديكبريتات في المزيج خلال التفاعل بدلالة: C_1، V_1، V_2، $[I_2]$ التركيز المولي لثنائي اليود (I_2) في المزيج.
3) احسب قيمة $[S_2O_8^{2-}]$ التركيز المولي لشوارد البيروكسوديكبريتات في اللحظة $(t = 0)$ لحظة انطلاق التفاعل بين شوارد $(S_2O_8^{2-})$ وشوارد (I^-).

II. لمتابعة التركيز المولي لثنائي اليود المتشكل بدلالة الزمن. نأخذ في أزمنة مختلفة $t_1, t_2, t_3, \ldots, t_i$ عينات من المزيج حجم كل عينة $V_0 = 10mL$ ونبردها مباشرة بالماء البارد والجليد وبعدها نعاير ثنائي اليود المتشكل خلال المدة t_i بواسطة محلول مائي لثيوكبريتات الصوديوم $(2Na^+ + S_2O_3^{2-})$ تركيزه المولي $C' = 1.5 \times 10^{-2}mol/L$ وفي كل مرة تسجل V' حجم محلول ثيوكبريتات الصوديوم اللازم لاختفاء ثنائي اليود فنحصل على جدول القياسات التالي:

$t(min)$	0	5	10	15	20	30	45	60
$V'(mL)$	0	4.0	6.7	8.7	10.4	13.1	15.3	16.7
$[I_2](mmol/L)$								

1) لماذا تبرد العينات مباشرة بعد فصلها عن المزيج؟

Scanned by CamScanner

2) في تفاعل المعايرة تتدخل الثنائيتان: ${S_4O_6^{2-}}_{(aq)}/{S_2O_3^{2-}}_{(aq)}$ و $I_{2(aq)}/I^-_{(aq)}$.
اكتب المعادلة الاجمالية لتفاعل الأكسدة-إرجاع الحاصل بين الثنائيتين.

3) بين مستعينا بجدول تقدم تفاعل المعايرة أن التركيز المولي لثنائي اليود في العينة عند نقطة التكافؤ يعطى بالعلاقة:

$$[I_2] = \frac{1}{2} \times \frac{C' \times V'}{V_0}$$

4) أكمل جدول القياسات.

5) ارسم على ورقة ميليمترية البيان $[I_2] = f(t)$.

6) احسب بيانيا السرعة الحجمية للتفاعل في اللحظة $(t = 20\ min)$.

تصحيح التمرين 24:

.I

1) أ-جدول التقدم:

المعادلة		${S_2O_8^{-2}}_{(aq)}$ +	$2I^-_{(aq)}$ =	${2SO_4^{2-}}_{(aq)}$ +	$I_{2(aq)}$
الحالة	التقدم	كميات المادة (mol)			
ابتدائية	$x = 0$	4×10^{-3}	8×10^{-3}	0	0
انتقالية	x	$4 \times 10^{-3} - x$	$8 \times 10^{-3} - 2x$	$2x$	x
نهائية	x_f	$4 \times 10^{-3} - x_f$	$8 \times 10^{-3} - 2x_f$	$2x_f$	x_f

2) عبارة التركيز المولي اللحظي $[S_2O_8^{2-}](t)$: من جدول التقدم الحالة الانتقالية نجد أن كمية مادة شوارد بيروكسوديكبريتات المتبقية في المزيج هي: $n_{(S_2O_8^{2-})} = C_1 \times V_1 - x$

$$[S_2O_8^{2-}](t) = \frac{n(S_2O_8^{2-})}{V_T} = \frac{C_1V_1 - x}{V_T} = \frac{C_1V_1}{V_T} - \frac{n(I_2)}{V_T} = \frac{C_1V_1}{V_1 + V_2} - [I_2](t)$$

3) قيمة التركيز المولي $[S_2O_8^{2-}]_0$ في اللحظة $t = 0$: بما أن تركيز ثنائي اليود في اللحظة $t = 0$ معدوما فإن

$$[S_2O_8^{2-}]_0 = \frac{C_1 \times V_1}{V_1 + V_2} = \frac{4 \times 10^{-2}\ \times 0{,}1}{0{,}2} = 2 \times 10^{-2} mol/L$$

-II

1) تبرد العينات مباشرة بعد أخذها من المزيج لإبطاء التفاعل والمحافظة على تركيب العينة على ما هو عليه لحظة فصلها عن المزيج.

2) المعادلة الإجمالية لتفاعل المعايرة:

المعادلة النصفية الأولى $\quad 2S_2O_3^{2-} = S_4O_6^{2-} + 2e^-$

المعادلة النصفية الثانية $\quad I_2 + 2e^- = 2I^-$

المعادلة الإجمالية $\quad 2S_2O_3^{2-} + I_2 = S_4O_6^{2-} + 2I^-$

المعادلة	$2S_2O_3^{2-}$ +	I_2 =	$S_4O_6^{2-}$ +	$2I^-$
حالة التكافؤ	$n(S_2O_3^{2-}) - 2x_E$	$n(I_2) - x_E$	x_E	$2x_E$

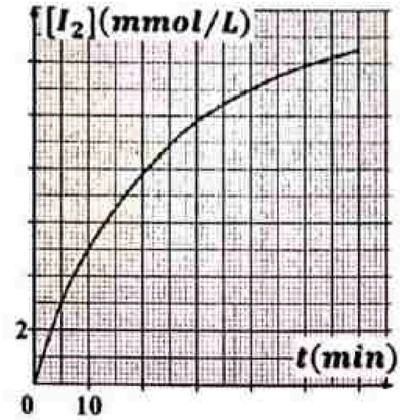
3) عبارة التركيز المولي لثنائي اليود بدلالة C', V', V_0.

عند التكافؤ: $\begin{cases} n(I_2) - x_E = 0 \\ n(S_2O_3^{2-}) - 2x_E = 0 \end{cases} \Leftarrow \quad n(I_2) = \frac{n(S_2O_3^{2-})}{2}$ ومنه: $[I_2]_t = \frac{1}{2} \times \frac{C'.V'}{V_0}$.

4) إتمام جدول القياسات:

$t(min)$	0	5	10	15	20	30	45	60
$V'\ (mL)$	0	4,0	6,7	8,7	10,4	13,1	15,3	16,7
$[I_2](mmol/L)$	0	3,0	5,0	6,5	7,8	9,8	11,5	12,5

Scanned by CamScanner



5) رسم البيان $[I_2] = f(t)$

6) حساب السرعة الحجمية:

$$v_{vol}(t = 20min) = \frac{\Delta[I_2]}{\Delta t}$$

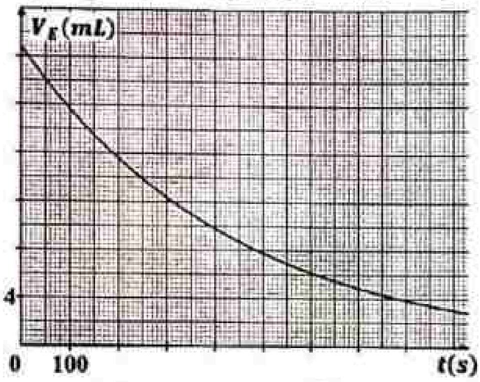
$.v(t = 20\ min) \simeq 2,4 \times 10^{-4} mol.min^{-1}.L^{-1}$

التمرين 25:

للماء الأكسجيني H_2O_2 أهمية بالغة، فهو معالج للمياه المستعملة ومطهر للجروح ومعقم في الصناعات الغذائية. الماء الأكسجيني يتفكك بتحول بطيء جدا في الشروط العادية معطيا غاز ثنائي الأكسجين والماء وفقا للمعادلة المنمذجة للتفاعل الكيميائي:

$$2H_2O_{2(aq)} = O_{2(g)} + 2H_2O_{(l)}$$

لدراسة تطور التفكك الذاتي للماء الأكسجيني بدلالة الزمن، نأخذ مجموعة أنابيب اختبار يحتوي كل منها على حجم $V_0 = 10mL$ من هذا المحلول ونضعها عند اللحظة $t = 0$ في حمام مائي درجة حرارته ثابتة.



عند كل لحظة t، نفرغ أنبوبة اختبار في بيشر ونضيف إليه ماء وقطع جليد وقطرات من حمض الكبريت المركز $(2H_3O^+ + SO_4^{2-})$ ثمّ نعاير المزيج بمحلول مائي لثنائي كرومات البوتاسيوم $(2K^+ + Cr_2O_7^{2-})$ تركيزه المولي $c = 0,1\ mol.L^{-1}$ فنحصل في كل مرة على الحجم V_E اللازم لبلوغ التكافؤ. سمحت النتائج المحصل عليها برسم المنحنى الممثل في الشكل.

1) معادلة تفاعل المعايرة هي:

$$3H_2O_{2(aq)} + Cr_2O_7^{2-}{}_{(aq)} + 8H_3O^+_{(aq)} = 3O_{2(g)} + 2Cr^{3+}_{(aq)} + 15H_2O_{(l)}$$

أ/ اكتب المعادلتين النصفيتين للأكسدة والإرجاع الموافقتين لهذا التفاعل.

ب/ هل يمكن اعتبار حمض الكبريت كوسيط في هذا التفاعل؟ علّل.

ج/ هل يؤثر إضافة الماء وقطع الجليد على قيمة حجم التكافؤ V_E؟ لماذا؟

2) عبر عن التركيز المولي $[H_2O_2]$ لمحلول الماء الأكسجيني بدلالة c و V_E و V_0.

3) القارورة التي أخذ منها الماء الأكسجيني المستخدم في هذه التجربة كتب عليها الدلالة $(10V)$ أي: (كل $1L$ من محلول الماء الأكسجيني يحرر $10L$ من غاز ثنائي الأكسجيني O_2 في الشرطين النظاميين).

- هل المحلول محضرا حديثا؟ علّل.

4) بالاعتماد على المنحنى والعبارة المتوصل إليها في السؤال -2 جد:

أ/ زمن نصف التفاعل $t_{1/2}$.

ب/ عبارة السرعة الحجمية لاختفاء $H_2O_{2(aq)}$ بدلالة V_E.

ج/ قيمة السرعة الحجمية لاختفاء الماء الأكسجيني عند اللحظتين $t_1 = 200s$ ،$t_2 = 600s$. ماذا تلاحظ؟ علّل.

يعطى: $.V_M = 22.4\ L.mol^{-1}$

تدور ولا تتعب وتأكل ولا تشرب فما هي ؟

Scanned by CamScanner

تصحيح التمرين 25:

1) أ/ المعادلتين النصفيتان:

$$H_2O_{2(aq)} + 2H_2O_{(l)} = O_{2(g)} + 2H_3O^+_{(aq)} + 2e^-$$

$$Cr_2O_7^{2-}{}_{(aq)} + 14H_3O^+_{(aq)} + 6e^- = 2Cr^{3+}_{(aq)} + 21H_2O_{(l)}$$

ب/لا يمكن اعتبار حمض الكبريت ($2H_3O^+, SO_4^{2-}$)كوسيط لأنه استهلك في التفاعل (الشاردة $H_3O^+_{(aq)}$)

ج/إضافة الماء وقطع الجليد لا تؤثر في قيمة V_E لأن كمية الماء الأكسجيني $H_2O_{2(aq)}$ لا تتغير (التكافؤ يتعلق بكمية المادة وليس التركيز).

2) عبارة التركيز المولي $[H_2O_2]$ عند نقطة التكافؤ. جدول تقدم التفاعل: (يمكن عدم استعماله).

معادلة التفاعل		$3H_2O_{2(aq)}$	$+ Cr_2O_7^{2-}{}_{(aq)}$	$+ 8H_3O^+_{(aq)}$	$= 3O_{2(g)}$	$+ 2Cr^{3+}_{(aq)}$	$+ 15H_2O_{(l)}$
ابتدائية	0	n_1	n_2	بوفرة	0	0	بوفرة
انتقالية	x	$n_1 - 3x$	$n_2 - x$	بوفرة	$3x$	$2x$	بوفرة
نهائية	x_f	$n_1 - 3x_E$	$n_2 - x_E$	بوفرة	$3x_E$	$2x_E$	بوفرة

عند نقطة التكافؤ المزيج ستوكيومتري.

$$\frac{n_1}{3} = \frac{n_2}{1} \Rightarrow \frac{[H_2O_2].V_0}{3} = C.V_E \Rightarrow [H_2O_2] = \frac{3 \times C.V_E}{V_0}$$

3) صحة المعلومات المكتوبة على القارورة.

-حساب $[H_2O_2]$ من البيان: عند $t = 0$ لدينا: $V_{E0} = 6{,}2 \times 4\ ml = 24{,}8\ ml$

بالتعويض في العبارة السابقة نجد:

$$[H_2O_2]_0 = \frac{3 \times 0{,}1 \times 24{,}8 \times 10^{-3}}{10 \times 10^{-3}} = 0{,}74\ mol/L$$

-حساب التركيز من المعلومات المكتوبة : جدول التقدم للتفكك الذاتي للماء الأكسجيني.

المعادلة	$2H_2O_{2(aq)}\ =$	$O_{2(g)}\ +$	$2H_2O_{(l)}$
ابتدائية	n	0	بوفرة
انتقالية	$n - 2x$	x	بوفرة
نهائية	$n - 2x_{max}$	x_{max}	بوفرة

من أجل H_2O_2 متفاعل محد فإن:

$$n - 2x_{max} = 0 \Rightarrow n = 2x_{max} \Rightarrow n = 2n(O_2)_{max} \Rightarrow C.V = 2 \times \frac{V_{O_2}}{V_m}$$

$$C.\cancel{V} = 2 \times \frac{10\cancel{V}}{22{,}4} \Rightarrow C = \frac{20}{22{,}4} = 0{,}892\ mol > 0{,}74\ mol/L$$

إذن المحلول غير حديث التحضير.

4) أ/ زمن نصف التفاعل:

$$t = t_{1/2} \quad \rightarrow \quad x(t_{1/2}) = \frac{x_{max}}{2} \quad \rightarrow \quad [H_2O_2]_{t_{1/2}} = \frac{[H_2O_2]_0}{2}$$

$$V_E(t_{1/2}) = \frac{V_E(0)}{2}$$

من البيان نجد: $t_{1/2} \simeq 300s$

ب/ عبارة السرعة الحجمية لاختفاء H_2O_2 بدلالة V_E.

$$v_{vol} = -\frac{1}{V}.\frac{dn(H_2O_2)}{dt} = -\frac{d}{dt}.\left(\frac{n}{V}\right) = -\frac{d[H_2O_2]}{dt}$$

$$v_{vol} = -\frac{d}{dt} \times \left(\frac{3.C.V_E}{V_0}\right) = -\frac{3.C}{V_0} \times \frac{dV_E}{dt}$$

Scanned by CamScanner

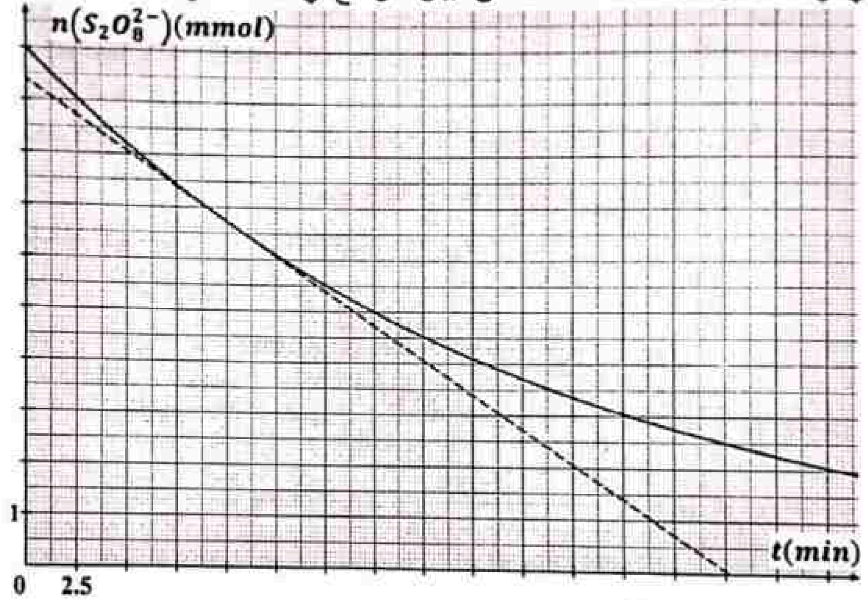
ج/ قيمة السرعة الحجمية لاختفاء H_2O_2 .

- عند اللحظة $t_1 = 200s$: $v_1 = 1{,}17 \times 10^{-3} mol/L.s$ تقبل بين $[1{,}1 \rightarrow 1{,}3]$
- عند اللحظة $t_1 = 600s$: $v_2 = 0{,}42 \times 10^{-3} mol/L.s$ تقبل بين $[0{,}35 \rightarrow 0{,}55]$
- نلاحظ أن: $v_1 > v_2$
- التعليل: تتناقص السرعة بسبب تناقص التركيز المولي للماء الأكسجيني أثناء التفاعل.

تمارين عامة حول المتابعة الزمنية

التمرين 26:

نريد دراسة تطور التحول الكيميائي الحاصل بين شوارد محلول (S_1) البيروكسوديكبريتات البوتاسيوم $(2K^+_{(aq)} + S_2O_8^{2-})$ وشوارد محلول (S_2) ليود البوتاسيوم $(K^+_{(aq)} + I^-_{(aq)})$ في درجة حرارة ثابتة. لهذا الغرض نمزج في اللحظة $t = 0$ حجما $V_1 = 50mL$ من المحلول (S_1) تركيزه $C_1 = 2 \times 10^{-1} mol.L^{-1}$ مع حجم $V_2 = 50mL$ من المحلول (S_2) تركيزه $C_2 = 1.0\ mol.L^{-1}$ نتابع تغيرات كمية مادة $S_2O_8^{2-}$ المتبقية في الوسط التفاعلي في لحظات زمنية مختلفة، فنحصل على البيان الموضح في الشكل التالي:



نمذج التحول الكيميائي الحاصل بالتفاعل الذي معادلته:

$$2I^-_{(aq)} + S_2O_8^{2-}{}_{(aq)} = I_{2(aq)} + 2SO_4^{2-}{}_{(aq)}$$

1) حدد الثنائيتين ox/red المشاركتين في التفاعل.
2) أنشئ جدولا لتقدم التفاعل.
3) حدد المتفاعل المحد علما أن التحول تام.
4) عرف زمن نصف التفاعل $(t_{1/2})$ واستنتج قيمته بيانيا.
5) أوجد التراكيز المولية للأنواع الكيميائية المتواجدة في الوسط التفاعلي عند اللحظة $t_{1/2}$.
6) استنتج بيانيا قيمة السرعة الحجمية للتفاعل في اللحظة $t = 10\ min$.

قام أحد الأشخاص ببناء نزل جديد يحتوي على 100 غرفة .
تم تعيين رسام مشهور لرسم الأرقام على أبواب الغرف من 1 إلى 100 .
كم مرة سوف يرسم الرسام الرقم ثمانية ؟

Scanned by CamScanner

تصحيح التمرين 26:

1) تحديد الثنائيات:

$$(S_2O_8^{2-}{}_{(aq)}, SO_4^{2-}{}_{(aq)}) \quad ; \quad (I_{2(aq)}/I^-_{(aq)})$$

2) إنشاء جدول التقدم:

	المعادلة	$2I^-$ +	$S_2O_8^{2-}$ =	I_2 +	$2SO_4^{2-}$
الحالة	التقدم	كميات المادة (mol)			
ابتدائية	$x = 0$	n_2	n_1	0	0
انتقالية	x	$n_2 - 2x$	$n_1 - x$	x	$2x$
نهائية	x_f	$n_2 - 2x_f$	$n_1 - x_f$	x_f	$2x_f$

$$n_1 = C_1 \times V_1 = 2 \times 10^{-1} \times 50 \times 10^{-3} = 10^{-2} mol$$
$$n_2 = C_2 \times V_2 = 1 \times 50 \times 10^{-3} = 5 \times 10^{-2} mol$$

3) تحديد المتفاعل المحد:

$$\begin{cases} n_1 - x_{max_1} = 0 \\ n_2 - 2x_{max_2} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_{max_1} = 10^{-2} mol & \text{(مقبول)} \\ x_{max_2} = 2{,}5 \times 10^{-2} mol & \text{(مرفوض)} \end{cases}$$

و منه المتفاعل المحد هو: $(S_2O_8^{2-})$

4) زمن نصف التفاعل: هو الزمن اللازم لبلوغ التفاعل نصف تقدمه النهائي، قيمته $t_{1/2}$:

$$N(S_2O_8^{2-})_{t_{1/2}} = \frac{x_{max}}{2} = \frac{10}{2} = 5\ mmol$$

بإسقاط القيمة نجد : $t_{1/2} = 17{,}5\ min$

5) إيجاد التراكيز المولية عند $t = t_{1/2}$:

$$x(t_{1/2}) = \frac{x_M}{2} = \frac{10^{-2}}{2} = 5 \times 10^{-3}\ mol$$

$$[S_2O_8^{2-}]_{t_{1/2}} = \frac{n_{t_{1/2}}(S_2O_8^{2-})}{V_T} = \frac{5 \times 10^{-3}}{100 \times 10^{-3}} = 5 \times 10^{-2} mol/l$$

$$[I^-]_{t_{1/2}} = \frac{n_2 - 2x(t_{1/2})}{V_T} = 4 \times 10^{-1} mol/l$$

$$[I_2]_{t_{1/2}} = \frac{x(t_{1/2})}{V_T} = 5 \times 10^{-2} mol/l$$

$$[SO_4^{2-}]_{t_{1/2}} = \frac{2.x(t_{1/2})}{V_T} = 10^{-1} mol/l$$

$$[K^+]_{t_{1/2}} = \frac{2n_1 + n_2}{V_T} = 7 \times 10^{-1}\ mol/l$$

6) استنتاج قيمة v_{vol} للتفاعل عند $t = 10\ min$:

$$v_{vol} = \frac{1}{V} \times \frac{dx}{dt}$$

من جدول التقدم:

$$n(S_2O_8^{2-}) = n_1 - x$$

$$\frac{dn(S_2O_8^{2-})}{dt} = -\frac{dx}{dt}$$

$$v_{vol} = -\frac{1}{V_T} \times \frac{dn(S_2O_8^{2-})}{dt} = -\frac{1}{V_T} \times \left(\begin{matrix}\text{ميل المماس} \\ \text{عند } t = 10\,\text{min}\end{matrix}\right) = \frac{-1}{0{,}1} \times \left(\frac{6{,}7 - 9{,}4}{10 - 0}\right) \times 10^{-3}$$

$$v_{vol} \simeq 2{,}7 \times 10^{-3}\ mol/L.min$$

Scanned by CamScanner

التمرين 27:

يحفظ الماء الأكسجيني (محلول لبيروكسيد الهيدروجين $H_2O_{2(aq)}$) في قارورات خاصة بسبب تفككه الذاتي البطيء. تحمل الورقة الملصقة على قارورته في المختبر الكتابة ماء أكسجيني $(10V)$، وتعني أن $(1L)$ من الماء الأكسجيني ينتج بعد تفككه $10L$ من غاز ثنائي الأكسجين في الشرطين النظاميين حيث $V_M = 22{,}4\ L.mol^{-1}$

1) ينمذج التفكك الذاتي للماء الأكسجيني بالتفاعل ذي المعادلة الكيميائية التالية:

$$2H_2O_{2(aq)} = 2H_2O_{(l)} + O_{2(g)}$$

أ/ بين أن التركيز المولي الحمضي للماء الأكسجيني هو: $C_0 = 0.89\ mol \times L^{-1}$.

ب/ نضع في حوجلة حجما V_0 من الماء الأكسجيني ونكمل الحجم بالماء المقطر إلى $V_1 = 100mL$.

- كيف تسمى هذه العملية؟
- استنتج الحجم V_0 علما أن المحلول الناتج تركيزه المولي $C_1 = 0{,}1mol.L^{-1}$.

2) لغرض التأكد من الكتابة السابقة $(10V)$ عايرنا $V' = 20mL$ من المحلول الممدد بواسطة محلول برمنغنات البوتاسيوم $\left(K^+_{(aq)} + MnO^-_{4\ (aq)}\right)$ المحمض، تركيزه المولي $C_2 = 0{,}02\ mol.L^{-1}$ فكان الحجم المضاف عند التكافؤ $V_E = 38\ mL$.

أ/ اكتب المعادلة المعبرة عن التفاعل أكسدة-إرجاع المنمذج لتحول المعايرة علما أن الثنائيتان الداخلتين في هذا التفاعل هما: $\left(O_{2(g)}/H_2O_{2(l)}\right)$ و $\left(MnO^-_{4\ (aq)}/Mn^{2+}_{(aq)}\right)$

ب/ استنتج التركيز المولي الحجمي لمحلول الماء الأكسجيني الابتدائي. وهل تتوافق هذه النتيجة التجريبية مع ما كتب على ملصوقة القارورة؟

تصحيح التمرين 27:

1) أ/لنبين أن التركيز المولي الحجمي للماء الأكسجيني هو: $C_0 = 0{,}893\ mol/l$

معادلة التفاعل		$2H_2O_{2(aq)} =$	$O_{2(aq)} +$	$2H_2O_{(l)}$
الحالة	التقدم	كميات المادة (mol)		
ابتدائية	0	n_0	0	بوفرة
انتقالية	x	$n_0 - 2x$	x	بوفرة
نهائية	x_f	$n_0 - 2x_f$	x_f	بوفرة

لدينا عند نهاية التفاعل: $n_0 - 2x_f = 0 \Rightarrow x_f = \frac{n_0}{2}$

ومن جهة أخرى: $x_f = n_f(O_2) = \frac{V_{O_2}}{V_M}$ إذن : $\frac{n_0}{2} = \frac{V(O_2)}{V_M}$

$$\frac{C_0.V}{2} = \frac{10V}{V_M} \Rightarrow C_0 = \frac{20}{V_M} \Rightarrow \mathbf{C_0 = 0{,}893\ mol/L}$$

ب/تسمى هذه العملية بعملية التمديد (التخفيف).

استنتاج الحجم V_0: لدينا: $C_0.V_0 = C_1.V_1$

$$V_0 = \frac{C_1.V_1}{C_0} = \frac{0.1 \times 100 \times 10^{-3}}{0{,}893} = 0{,}011\ L = 11ml$$

2) أ/ كتابة المعادلة المعبرة عن التفاعل:

$$5 \times (H_2O_2 = O_2 + 2H^+ + 2e^-)$$
$$2 \times (MnO_4^- + 8H^+ + 5e^- = Mn^{2+} + 4H_2O)$$
$$5\,H_2O_2 + 2\,MnO_4^- + 6H^+ = 5O_2 + 2Mn^{2+} + 8H_2O$$

ب/ استنتاج التركيز المولي لمحلول الماء الأكسجيني الابتدائي:

عند نقطة التكافؤ يكون المزيج ستوكيومتري فتحقق العلاقة التالية:

Scanned by CamScanner

$$\frac{n(H_2O_2)}{5}=\frac{n(MnO_4^-)}{2} \Rightarrow \frac{[H_2O_2].V'}{5}=\frac{C_2.V_E}{2}$$

$$[H_2O_2]=\frac{C_2.V_E.5}{2V'}=\frac{0.02\times 38\times 10^{-3}\times 5}{2\times 20\times 10^{-3}}=0,095\ mol/l$$

استنتاج C_0:

من قانون التمديد: $[H_2O_2].V_1 = C_0.V_0$

$$C_0=\frac{[H_2O_2].V_1}{V_0}=\frac{0,095\times 100}{11}=0,86\ mol/l$$

ومنه النتائج لا تتوافق مع النتائج السابقة.

التمرين 28:

إن احتراق وقود السيارات ينتج غاز SO_2 الملوث للجو من جهة والمسبب للأمطار الحامضية من جهة أخرى. من أجل معرفة التركيز الكتلي لغاز SO_2 في الهواء، نحل $20\ m^3$ من الهواء في $1L$ من الماء لنحصل على محلول S_0 (نعتبر أن كمية SO_2 تنحل كليا في الماء). نأخذ حجما $V = 50mL$ من (S_0) ثمّ نعايرها بواسطة محلول برمنغنات البوتاسيوم $\left(K^+{}_{(aq)} + MnO_4^-{}_{(aq)}\right)$ تركيزه $C_1 = 2\times 10^{-4} mol\times l^{-1}$.

1) اكتب المعادلة المعبرة عن التفاعل المنمذج للمعايرة علما أن الثنائيتان الداخلتين في التفاعل هما:

$$\left(MnO_4^-{}_{(aq)}/Mn^{2+}{}_{(aq)}\right) \quad ; \quad \left(SO_4^{2-}{}_{(aq)}/SO_{2(aq)}\right)$$

2) كيف تكشف تجريبيا عن حدوث التكافؤ؟

3) إذا كان حجم محلول برمنغنات البوتاسيوم $\left(K^+{}_{(aq)} + MnO_4^-{}_{(aq)}\right)$ المضاف عند التكافؤ $V_E = 9,5mL$ استنتج التركيز المولي (C) للمحلول المعاير.

4) عين التركيز الكتلي لغاز SO_2 المتواجد في الهواء المدروس.

5) إذا كانت المنظمة العالمية للصحة تشترط أن لا يتعدى تركيز SO_2 في الهواء $250\mu g.m^{-3}$، هل الهواء المدروس ملوث؟ برر.

يعطى: $M(O) = 16g\times mol^{-1}$ ، $M(S) = 32g\times mol^{-1}$.

تصحيح التمرين 28:

1) كتابة المعادلة المعبرة عن التفاعل:

$$5\times(2H_2O + SO_2 = SO_4^{2-} + 4H^+ + 2é)$$

$$2\times(MnO_4^- + 8H^+ + 5é = Mn^{2+} + 4H_2O)$$

$$2MnO_4^- + 5SO_2 + 2H_2O = 5SO_4^{2-} + 2Mn^{2+} + 4H^+$$

2) نكشف تجريبيا عن حدوث التكافؤ: بظهور اللون البنفسجي المستقر (ثبوت اللون البنفسجي) دلالة على وجود شوارد MnO_4^-.

3) عند بلوغ التكافؤ يصبح المزيج ستوكيومتري ومنه تتحقق العلاقة التالية:

$$\frac{n(SO_2)}{5}=\frac{n(MnO_4^-)}{2} \Rightarrow \frac{[SO_2].V}{5}=\frac{C_1V_E}{2}$$

$$[SO_2]=\frac{C_1V_E}{V}\times\frac{5}{2}$$

$$[SO_2]=\frac{2\times 10^{-4}\times 9.5\times 10^{-3}}{50\times 10^{-3}}\times\frac{5}{2}$$

$$[SO_2]=9.5\times 10^{-5} mol/l$$

Scanned by CamScanner

4) تعيين التركيز الكتلي لغاز SO_2 الموجود في الهواء:

لدينا:
$$C_m = C \times M = 9{,}5 \times 10^{-5} \times 64 = 6{,}08 \times 10^{-3}\ g/l$$
نعلم أن : في 1 لتر من المحلول يوجد $20m^3$ من الهواء.

$$C_m = 608 \times \frac{10^{-5}g}{L} \quad \Rightarrow \quad C'_m = 608 \times \frac{10^{-5}g}{20m^3}$$

$$C'_m = 304 \times 10^{-6}\ g/m3$$

5) بما أن: $C'_m > 250 \times 10^{-6} g/m^3$ منه الهواء ملوث.

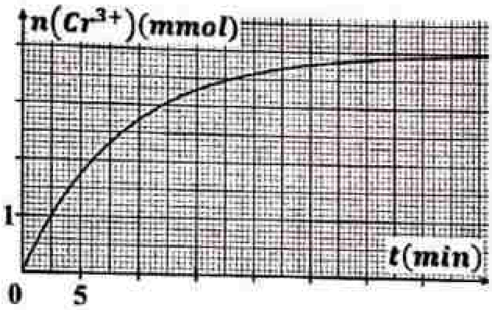
التمرين 29:

لدراسة تطور حركية التحول بين شوارد البيكرومات $Cr_2O_7^{2-}{}_{(aq)}$ ومحلول حمض الأوكساليك $C_2H_2O_{4(aq)}$ نمزج في اللحظة $t = 0\ s$ حجما $V_1 = 40\ mL$ من محلول بيكرومات البوتاسيوم $(2K^+_{(aq)} + Cr_2O_7^{2-})$ تركيزه المولي $C_1 = 0{,}2\ mol.L^{-1}$ مع حجم $V_2 = 60mL$ من محلول حمض الأوكساليك تركيزه المولي مجهول C_2.

1) إذا كانت الثنائيتان المشاركتان في التفاعل هما: $\left(Cr_2O_7^{2-}{}_{(aq)}/Cr^{3+}_{(aq)}\right)\left(CO_{2(aq)}/C_2H_2O_{4(aq)}\right)$

أ/ اكتب المعادلة المعبرة عن التفاعل أكسدة-إرجاع المنمذج للتحول الكيميائي الحادث.

ب/ انشئ جدولا لتقدم التفاعل.



2) يمثل الشكل المنحنى البياني لتطور كمية مادة $Cr^{3+}_{(aq)}$ بدلالة الزمن. أوجد من البيان:

أ/ سرعة تشكل شوارد $Cr^{3+}_{(aq)}$ في اللحظة $t = 20\ min$

ب/ التقدم النهائي للتفاعل x_f.

ج/ زمن نصف التفاعل $t_{1/2}$.

3) أ/ باعتبار التحول تاما عين المتفاعل المحد.

ب/ أوجد التركيز المولي لمحلول حمض الأوكساليك C_2.

تصحيح التمرين 29:

1) أ/ المعادلة المنمذجة للتحول:

$$Cr_2O_7^{2-}{}_{(aq)} + 14H^+_{(aq)} + 6e^- = 2Cr^{3+}_{(aq)} + 7H_2O_{(l)}$$
$$3 \times \left(C_2H_2O_{4(aq)} = 2CO_{2(aq)} + 2H^+_{(aq)} + 2e^-\right)$$
$$3C_2H_2O_{4(aq)} + 8H^+_{(aq)} + Cr_2O_7^{2-}{}_{(aq)} = 6CO_{2(aq)} + 2Cr^{3+}_{(aq)} + 7H_2O_{(aq)}$$

ب/ جدول تقدم التفاعل:

معادلة التفاعل		$3C_2H_2O_{4(aq)}$	$+ Cr_2O_7^{2-}{}_{(aq)}$	$+ 8H^+_{(aq)}$	$= 6CO_{2(aq)}$	$+ 2Cr^{3+}_{(aq)}$	$+ 7H_2O_{(aq)}$
$t = 0$	0	$C_2.V_2$	$C_1.V_1$	بالزيادة	0	0	بالزيادة
$t \neq 0$	x	$C_2.V_2 - 3x$	$C_1.V_1 - x$	بالزيادة	$6x$	$2x$	بالزيادة
t_f	x_f	$C_2.V_2 - 3x_f$	$C_1.V_1 - x_f$	بالزيادة	$6x_f$	$2x_f$	بالزيادة

2) أ/ سرعة تشكل شوارد $Cr^{3+}_{(aq)}$:

$$v(t) = \frac{dn\left(Cr^{3+}_{(aq)}\right)}{dt} \simeq 5 \times 10^{-5} mol.min^{-1}$$

Scanned by CamScanner

ب/حساب التقدم النهائي:

$$2x_f = 4 \times 10^{-3}mol \Rightarrow x_f = 2 \times 10^{-3}mol$$

ج-حساب $t_{1/2}$: من أجل $x = \frac{x_f}{2}$ فإن:

$$n_{Cr^{3+}}(t_{1/2}) = \frac{n_f(Cr^{3+})}{2}$$

بالإسقاط نجد: $t_{1/2} \simeq 6\ min$.

3) أ/ المتفاعل المحد: باعتبار التفاعل تام $x_{max} = x_f = 2 \times 10^{-3}mol$

نفرض أن $Cr_2O_7^{2-}$ هو المحد إذن: $x_{max} = c_1.v_1 = 8\ mmol$ وهذا مرفوض

وعليه المتفاعل المحد هو حمض الأكساليك.

ب/ تركيز محلول حمض الأوكساليك:

$$c_2 = \frac{3x_{max}}{V_2} = 0,1\ mol.L^{-1}$$

التمرين 30:

نسكب في بيشر حجما $V_1 = 50\ mL$ من محلول يود البوتاسيوم $(K^+_{(aq)} + I^-_{(aq)})$ تركيزه المولي $C_1 = 3.2 \times 10^{-1}mol.L^{-1}$، ثم نضيف له حجما $V_2 = 50mL$ من محلول بيروكسوديكبريتات البوتاسيوم $(2K^+_{(aq)} + S_2O_8^{2-}{}_{(aq)})$ تركيزه المولي $C_2 = 0.20\ mol.L^{-1}$. نلاحظ أن المزيج التفاعلي يصفر، ثم يأخذ لونا بنيا نتيجة التشكل التدريجي لثنائي اليود $I_{2(aq)}$ وأن الثنائيتين المشاركتين في التفاعل هما:

$$\left(S_2O_8^{2-}{}_{(aq)}/SO_4^{2-}{}_{(aq)}\right) \quad و \quad \left(I_{2(aq)}/I^-_{(aq)}\right)$$

1) اكتب المعادلة المعبرة عن التفاعل المنمذج للتحول الكيميائي الحادث.

2) أنشئ جدولا لتقدم التفاعل، ثم عيّن المتفاعل المحد.

3) بيّن أنّ التركيز المولي لثنائي اليود المتشكل $I_{2(aq)}$ في كل لحظة t يعطى بالعلاقة:

$$\left[I_{2(aq)}\right] = \frac{c_1V_1}{2V} - \frac{[I^-_{(aq)}]}{2} \quad \text{حيث} \quad V = V_1 + V_2.$$

4) سمحت إحدى طرق متابعة التحول الكيميائي بحساب التركيز المولي لشوارد اليود $[I^-_{(aq)}]$ كل $5\ min$ في المزيج التفاعلي ودوّنت النتائج في الجدول التالي:

$t(min)$	0	5	10	15	20	25
$[I^-_{(aq)}](10^{-2}mol.L^{-1})$	16.0	12.0	9.6	7.7	6.1	5.1
$[I_{2(aq)}](10^{-2}mol.L^{-1})$						

أ/ أكمل الجدول، ثم ارسم المنحنى البياني $\left[I_{2(aq)}\right] = f(t)$.

ب/ عرف زمن نصف التفاعل $t_{1/2}$، ثم عين قيمته.

ج/ احسب سرعة التفاعل في اللحظة $t = 20min$، ثم استنتج سرعة اختفاء شوارد اليود في نفس اللحظة.

تصحيح التمرين 30:

1) كتابة المعادلة المعبرة عن التفاعل:

$$S_2O_8^{2-} + 2é = 2SO_4^{2-}$$
$$2I^- = I_2 + 2e^-$$
$$\overline{S_2O_8^{2-} + 2I^- = 2SO_4^{2-} + I_2}$$

قيل لأرسطو : كيف تحكم على إنسان ؟ فأجاب : أسأله كم كتابا يقرأ وماذا يقرأ ؟

Scanned by CamScanner

2) إنشاء جدول التقدم:

معادلة التفاعل		$S_2O_8^{2-}$ +	$2I^-$ =	$2SO_4^{2-}$	+ I_2
الحالة	التقدم	كميات المادة (mol)			
ابتدائية	0	n_2	n_1	0	0
انتقالية	x	$n_2 - x$	$n_1 - 2x$	$2x$	x
نهائية	x_f	$C_2.V_2 - x_f$	$n_1 - 2x_f$	$2x_f$	x_f

$$n_1 = C_1 \times V_1 = 3{,}2 \times 10^{-1} \times 50 \times 10^{-3} = 0{,}016\ mol$$
$$n_2 = C_2 \times V_2 = 0{,}2 \times 50 \times 10^{-3} = 0{,}01\ mol$$

تعيين المتفاعل المحد:

$$\begin{cases} n_1 - 2x_{max} = 0 \\ n_2 - x_{max} = 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} x_{max} = 8 \times 10^{-3} mol & \text{(مقبول)} \\ x_{max} = 10^{-2} mol & \text{(مرفوض)} \end{cases}$$

إذن المتفاعل المحد هو: I^-

3) لنبين أن: $[I_2] = \frac{C_1.V_1}{2V} - \frac{[I^-]}{2}$ حيث $V = V_1 + V_2$

من جدول التقدم: $n(I^-) = n_1 - 2x$ و $n(I_2) = x$ ، ومنه: $n(I^-) = n_1 - 2n(I_2)$

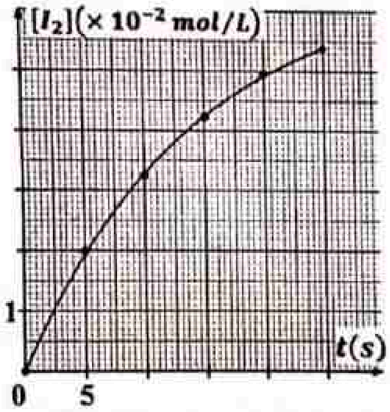
اي: $2n(I_2) = n_1 - n(I^-) \Rightarrow 2[I_2] \times V = C_1 \times V_1 - [I^-] \times V$

$$[I_2] = \frac{C_1V_1 - [I^-].V}{2 \times V} \Rightarrow [I_2] = \frac{C_1.V_1}{2V} - \frac{[I^-]}{2}$$

4/أ/إكمال الجدول: $[I_2] = 0.08 - \frac{[I^-]}{2}$ في كل مرة نعوض قيمة $[I^-]$ فنجد $[I_2]$:

$t(min)$	0	5	10	15	20	25
$[I_2](10^{-2}mol/l)$	0	2	3.2	4.15	4.95	5.45

رسم المنحنى:



ب/زمن نصف التفاعل: هو الزمن اللازم لبلوغ التفاعل نصف تقدمه النهائي x_f.

تعيين قيمته: $x(t_{1/2}) = \frac{x_{max}}{2}$

من جدول التقدم: $n(I_2) = x = [I_2].V$

$$[I_2].V = \frac{x_{max}}{2}$$
$$[I_2]_{t_{1/2}} = \frac{x_{max}}{2V} = \frac{[I_2]_{max}}{2}$$
$$[I_2]_{t_{1/2}} = \frac{8 \times 10^{-3}}{2 \times 0.1} = 4 \times 10^{-2} mol/L$$

بإسقاط القيمة على محور الأزمنة نجد $t_{1/2} \simeq 14\ min$.

Scanned by CamScanner

ج/حساب سرعة التفاعل عند $t = 20\ min$

بما أن: $v = \frac{dx}{dt}$ ، ولدينا من جدول التقدم: $n(I_2) = x \Rightarrow [I_2].V = x$

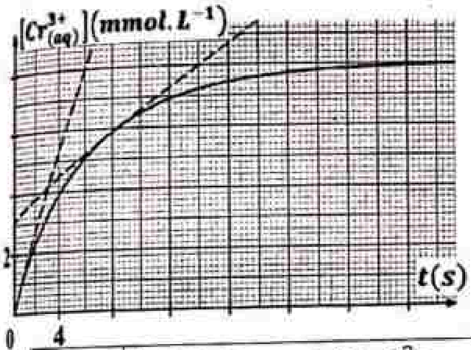
$$v = \frac{d[I_2].V}{dt} = V_t \times \frac{d[I_2]}{dt} = 0,1 \times \frac{(4,95 - 2,2)}{(20 - 0)} \times 10^{-2} = 1,37\ \times\ 10^{-4}\ mol/min$$

استنتاج سرعة اختفاء شوارد اليود عند $t = 20mim$:

$$v_{تفاعل} = \frac{1}{2}\ \times v_{(I^-)} \qquad \Rightarrow \qquad v_{(I^-)} = 2v = 2\ \times 1.37 \times\ 10^{-4}$$
$$\Rightarrow\ V_{(I^-)} = 2.75 \times 10^{-4} mol/min$$

التمرين 31:

لدراسة تطور التفاعل الحادث بين محلول حمض الأوكساليك $H_2C_2O_{4(aq)}$ ومحلول بيكرومات البوتاسيوم $(2K^+_{(aq)} + Cr_2O_7^{2-}{}_{(aq)})$ بدلالة الزمن، حضّرنا مزيجا تفاعليا يحتوي على حجم $V_1 = 100mL$ من محلول حمض الأوكساليك الذي تركيزه المولي $C_1 = 3.0 \times 10^{-2} mol.L^{-1}$ وحجم $V_2 = 100mL$ من محلول بيكرومات البوتاسيوم الذي تركيزه المولي $c_2 = 0.8 \times 10^{-2}$ وبضع قطرات من حمض الكبريت المركز، نتابع تطور المزيج التفاعلي من خلال معايرة شوارد الكروم $Cr^{3+}_{(aq)}$ المتشكلة بدلالة الزمن فنحصل على المنحنى البياني (الشكل) الذي يمثل تطور التركيز المولي لشوارد الكروم $[Cr^{3+}_{(aq)}]$ بدلالة الزمن t.



1) كيف نصنف هذا التفاعل من حيث مدة استغراقه؟
2) اعتمادا على المعطيات والمنحنى البياني أكمل جدول التقدم المميز لهذا التفاعل.

	$3H_2C_2O_{4(aq)}$	$+ Cr_2O_7^{2-}{}_{(aq)}$	$+ 8H^+_{(aq)}$	$= 2Cr^{3+}_{(aq)}$	$+ 6CO_{2(aq)}$	$+ 7H_2O_{(l)}$
الحالة	كميات المادة $(mmol)$					
الابتدائية			بوفرة			بوفرة
الانتقالية			بوفرة			بوفرة
النهائية			بوفرة			بوفرة

هل التفاعل تام أم غير تام؟ لماذا؟

3) عرّف زمن نصف التفاعل $t_{1/2}$، ثم قدّر قيمته بيانيا.
4) أ/ عرّف السرعة الحجمية v للتفاعل، ثم عبر عنها بدلالة التركيز المولي لشوارد الكروم $[Cr^{3+}_{(aq)}]$.
ب/ احسب السرعة الحجمية في اللحظتين $t = 0$ و $t = 8s$.
ج/ فسر على المستوى المجهري تناقص هذه السرعة مع مرور الزمن.

تصحيح التمرين 31:

1) نصف هذا التفاعل من حيث مدة استغراقه بأنه بطيء لاستغراقه عدة ثواني.
2) إكمال الجدول:

المعادلة		$3H_2C_2O_4$	$+ Cr_2O_7^{2-}$	$+ 8H^+$	$= 2Cr^{3+}$	$+ 6CO_2$	$+ 7H_2O$
الحالة	التقدم	كميات المادة $(mmol)$					
ابتدائية	$x = 0$	3	0,8	بوفرة	0	0	بوفرة
انتقالية	x	$3 - 3x$	$0,8 - x$	بوفرة	$2x$	$6x$	بوفرة
نهائية	x_f	$3 - 3x_f$	$0,8 - x_f$	بوفرة	$2x_f$	$6x_f$	بوفرة

Scanned by CamScanner

$$n_1 = C_1 \times V_1 = 3 \times 10^{-2} \times 100 \times 10^{-3} = 3 \times 10^{-3}\, mol = 3\, mmol$$
$$n_2 = C_2 \times V_2 = 0,8 \times 10^{-2} \times 100 \times 10^{-3} = 0,8 \times 10^{-3}\, mol = 0,8\, mmol$$

حتى يكون التفاعل تام فإنه يختفي على الأقل أحد المتفاعلات ومنه إيجاد x_{max}:

$$\begin{cases} n_1 - 3x_{max} = 0 \\ n_2 - x_{max} = 0 \end{cases} \begin{cases} x_{max} = 10^{-3} mol \\ x_{max} = 0,8 \times 10^{-3} mol \end{cases}$$

ومنه: $x_{max} = 0.8 \times 10^{-3} mol$ ومنه المتفاعل المحد هو: $Cr_2O_7^{2-}$

حساب $[Cr^{3+}]_f$:

$$[Cr^{3+}]_f = \frac{n}{V} = \frac{2x_{max}}{V} = 8\ mmol/L$$

و هو ما يوافق البيان إذ نلاحظ بيانيا أنه في نهاية التفاعل $[Cr^{3+}]_f = 8\, mmol/l$ و منه هذا التفاعل تام.

3) تعريف زمن نصف التفاعل $t_{1/2}$: هو الزمن اللازم لبلوغ التفاعل نصف تقدمه الأعظمي.

-إيجاد قيمته بيانيا: $[Cr^{3+}] = \frac{2x}{V_T} \quad \rightarrow \quad [Cr^{3+}]_{t_{1/2}} = \frac{2x_{t_{1/2}}}{V_T}$

$$[Cr^{3+}]_{t_{1/2}} = \frac{2\, x_{t_{1/2}}}{V_T} = \frac{2 \times \frac{x_f}{2}}{V_T} = \frac{x_f}{V_T} = \frac{0,8 \times 10^{-3}}{0,2} = 4 \times 10^{-3}\, mol/l$$

بإسقاط هذه النتيجة على البيان نجد: $t_{(1/2)} = 4s$

4) أ/ تعريف السرعة الحجمية:

هي مقدار تغير تقدم التفاعل بالنسبة للزمن خلال وحدة حجوم، تعطى العبارة $v_{vol} = \frac{1}{V} \times \frac{dx}{dt}$

-التعبير عنها: من جدول التقدم:

لدينا : $n(Cr^{3+}) = 2x$ أي : $\frac{dn(Cr^{3+})}{dt} = 2\frac{dx}{dt}$ ومنه : $\frac{dx}{dt} = \frac{1}{2} \times \frac{dn(Cr^{3+})}{dt}$

$$v_{vol} = \frac{1}{V_T} \times \frac{1}{2} \times \frac{d[Cr^{3+}].V_T}{dt} \quad \Rightarrow \quad v_{vol} = \frac{1}{2} \times \frac{d[Cr^{3+}]}{dt}$$

ب/حساب السرعة الحجمية:

$$v_{vol}(t = 0\, s) = \frac{1}{2} \times \frac{(8-0)}{(6-0)} \times 10^{-3} = 6,66 \times 10^{-4}\, mol/L.s$$
$$v_{vol}(t = 8\, s) = \frac{1}{2} \times \frac{(6-3)}{(8-0)} \times 10^{-3} = 1,87 \times 10^{-4}\, mol/L.s$$

ج/التفسير:

مع مرور الزمن يقل عدد الأفراد الكيميائية المتفاعلة وبالتالي تتناقص التصادمات الفعالة مما يؤدي إلى تناقص سرعة التفاعل إلى أن تنعدم.

> في الحياة رذيلتان اثنتان فقط أن تكذب على نفسك وأن تخاف من انسان يمرض مثلك ويموت مثلك ..تخلص منهما وكن جرئ القلب ..تكن رجلا فاضلا
>
> مصطفى محمود

Scanned by CamScanner

التمرين 32:

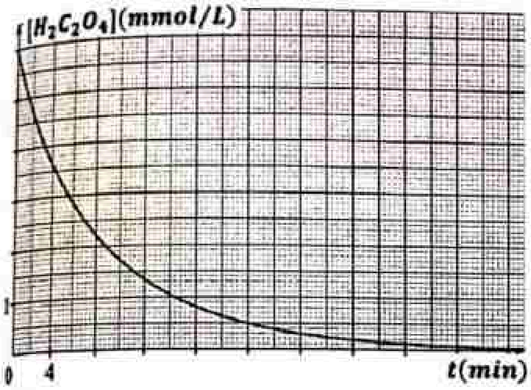
لمتابعة تطور تفاعل حمض الأوكساليك $H_2C_2O_{4(aq)}$ مع شوارد ثنائي الكرومات $Cr_2O_7^{2-}{}_{(aq)}$ نمزج في اللحظة $t = 0\ min$ حجما: $V_1 = 50\ mL$ من محلول حمض الأكساليك، تركيزه المولي: $C_1 = 12\ mmol/L$ مع حجم: $V_2 = 50\ mL$ من محلول ثنائي كرومات البوتاسيوم $(2K^+_{(aq)} + Cr_2O_7^{2-}{}_{(aq)})$ تركيزه المولي: $C_2 = 16\ mmol\backslash L$ وبوجود وفرة من حمض الكبريت المركز. ننمذج التحول الحاصل بالمعادلة التالية:

$$3H_2C_2O_{4(aq)} + Cr_2O_7^{2-}{}_{(aq)} + 8H^+_{(aq)} = 6CO_{2(g)} + 2Cr^{3+}_{(aq)} + 7H_2O_{(l)}$$

1) أ/ حدد الثنائيتان (Ox/Red) المشاركتين في التفاعل.

ب/ أنشئ جدول تقدم التفاعل ،ثمّ حدّد المتفاعل المحد.

2) البيان يمثل تغيرات التركيز المولي لحمض الأوكساليك بدلالة الزمن.



أ/ عرف السرعة الحجمية للتفاعل.

ب/ بيّن أن عبارة السرعة الحجمية للتفاعل في أي لحظة تكتب بالعلاقة:

$$v = -\frac{1}{3} \times \frac{d[H_2C_2O_4]}{dt}$$

ج/ احسب قيمة السرعة الحجمية للتفاعل في اللحظة: $t = 12min$.

3) عرف زمن نصف التفاعل، ثمّ احسبه.

تصحيح التمرين 32:

1) أ/ تحديد الثنائيات:

$H_2C_2O_4 = 2CO_2 + 2H^+ + 2e^-$ (معادلة الأكسدة)

$Cr_2O_7^{2-} + 14H^+ + 6e^- = 2Cr^{3+} + 7H_2O$ (معادلة الإرجاع)

ومنه الثنائيتين هما: $(CO_2/H_2C_2O_4)$, ; $(Cr_2O_7^{2-}/Cr^{3+})$

ب/ جدول تقدم التفاعل:

الحالة	التقدم	$3H_2C_2O_4 +$	$Cr_2O_7^{2-} +$	$8H^+ =$	$2Cr^{3+} +$	$6CO_2 +$	$7H_2O$
		كميات المادة (mol)					
ابتدائية	$x = 0$	n_1	n_2	بوفرة	0	0	بوفرة
انتقالية	x	$n_1 - 3x$	$n_2 - x$	بوفرة	$2x$	$6x$	بوفرة
نهائية	x_f	$n_1 - 3x_f$	$n_2 - x_f$	بوفرة	$2x_f$	$6x_f$	بوفرة

$$n_1 = C_1 \times V_1 = 12 \times 10^{-3} \times 50 \times 10^{-3} = 0{,}6 \times 10^{-3}\ mol$$
$$n_2 = C_2 \times V_2 = 16 \times 10^{-3} \times 50 \times 10^{-3} = 0{,}8 \times 10^{-3}\ mol$$

تحديد المتفاعل المحد:

$$\begin{cases} n_1 - 3x_{max} = 0 \\ n_2 - x_{max} = 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} x_{max} = 0{,}2 \times 10^{-3} mol \\ x_{max} = 0{,}8 \times 10^{-3} mol \end{cases}$$

ومنه: $x_f = 0{,}2 \times 10^{-3} mol$ ومنه المتفاعل المحد هو: $H_2C_2O_4$

2) أ/ تعريف السرعة الحجمية:

هي مقدار تغير تقدم التفاعل لواحد لتر من المحلول خلال وحدة زمن تعطى العبارة: $v_{vol} = \frac{1}{v} \times \frac{dx}{dt}$

Scanned by CamScanner

بـ لنبين أن: $v_{vol} = -\frac{1}{3}\times\frac{d[H_2C_2O_4]}{dt}$

من جدول التقدم: و منه $x = \frac{n_1 - n(H_2C_2O_4)}{3} \Rightarrow n(H_2C_2O_4) = n_1 - 3x$

لدينا : $v_{vol} = \frac{1}{V}\times\frac{dx}{dt}$

بالتعويض نجد : $v_{vol} = \frac{1}{3V}\times\frac{d(-n(H_2C_2O_4))}{dt} \Rightarrow v_{vol} = \frac{1}{V}\times\frac{d}{dt}\left(\frac{n_1 - n(H_2C_2O_4)}{3}\right)$

$$v_{vol} = \frac{-1}{3V}\times\frac{d[H_2C_2O_4]\times \cancel{V}}{dt} \Rightarrow v_{vol} = \frac{-1}{3V}\times\frac{d(n_{H_2C_2O_4})}{dt}$$

$$v_{vol} = -\frac{1}{3}\times\frac{d[H_2C_2O_4]}{dt}$$

ج/ حساب قيمتها عند $t = 12min$:

$$v_{vol} = -\frac{1}{3}\times\left(\frac{(1{,}3 - 2{,}9)\times 10^{-3}}{12 - 0}\right) = 4{,}4\times 10^{-5} mol/l.min$$

3) زمن نصف التفاعل $t_{1/2}$: هو الزمن اللازم لبلوغ التفاعل نصف تقدمه الأعظمي.

حسابه: لدينا من جدول التقدم:

$$n(H_2C_2O_4) = n_1 - 3x \Rightarrow [H_2C_2O_4] = \frac{n_1 - 3x}{V_T}$$

$$V_T = V_1 + V_2 \quad \text{مع} \quad [H_2C_2O_4]_{t_{1/2}} = \frac{n_1 - 3x(t_{1/2})}{V_T}$$

$$[H_2C_2O_4]_{t_{1/2}} = \frac{n_1 - 3\left(\frac{x_f}{2}\right)}{V_T} = \frac{0{,}6\times 10^{-3} - 3\times\left(\frac{0{,}2\times 10^{-3}}{2}\right)}{10^{-1}} = 3\times 10^{-3} mol/l$$

بإسقاط هذه القيمة نجد: $t_{1/2} \simeq 5{,}6\ min$

التمرين 33:

كتب على قارورة ماء جافيل المعلومات التالية:

- يحفظ في مكان بارد معزولا عن الأشعة الضوئية.
- لا يمزج مع منتوجات أخرى.
- بملامسته لمحلول حمضي ينتج غاز سام.

إن ماء جافيل منتوج شائع، يستعمل في التنظيف والتطهير. نحصل على ماء جافيل مع تفاعل غاز ثنائي الكلور Cl_2 مع محلول هيدروكسيد الصوديوم $(Na^+_{(aq)} + HO^-_{(aq)})$ ينمذج هذا التحول بالمعادلة (1):

$$Cl_{2(g)} + 2HO^-_{(aq)} = ClO^-_{(aq)} + Cl^-_{(aq)} + H_2O_{(l)} \ldots\ldots\ldots (1)$$

يتفكك ماء جافيل ببطء في الشروط العادية وفق المعادلة (2):

$$2ClO^-_{(aq)} = 2Cl^-_{(aq)} + O_{2(g)} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$

أما في وسط حمضي ينمذج التفاعل وفق المعادلة (3):

$$ClO^-_{(aq)} + Cl^-_{(aq)} + 2H_3O^+_{(aq)} = Cl_{2(g)} + 3H_2O_{(l)} \ldots\ldots\ldots (3)$$

1) أنجز جدولا لتقدم التفاعل المنمذج وفق المعادلة (2).

2) اعتمادا على البيانيين (الشكل)، المعبرين عن تغيرات تركيز شوارد $ClO^-_{(aq)}$ في التفاعل المنمذج بالمعادلة (2) بدلالة الزمن.

Scanned by CamScanner

أ/ استنتج تركيز شوارد ClO^- في اللحظة: $t = 8semaines$ من أجل درجتي الحرارة:

$\theta_2 = 40°C$ و $\theta_1 = 30°C$

ب/ عرف السرعة الحجمية للتفاعل، وبين أنّ عبارتها تكتب بالشكل التالي:

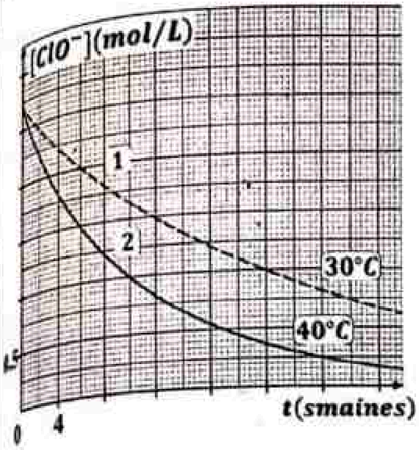
$$v_{vol} = -\frac{1}{2} \times \frac{d[ClO^-]}{dt}$$

ج/ احسب قيمة السرعة الحجمية في اللحظة: $t = 0$ من أجل درجتي الحرارة: $\theta_1 = 30°C$ و $\theta_2 = 40°C$.

د/ هل النتائج المحصل عليها في السؤالين (2-أ) و(2-ج) تبرر المعلومة "يحفظ في مكان بارد"؟ علّل.

3) عرف زمن نصف التفاعل، ثمّ جد قيمته انطلاقا من المنحنى (2)، علما أن التفكك تام.

4) أعط رمز واسم الغاز السام المشار على القارورة.



تصحيح التمرين 33:

1) إنشاء جدول التقدم للمعادلة (2):

المعادلة		$2ClO^- =$	$2Cl^- +$	O_2
الحالة	التقدم	كميات المادة (mol)		
ابتدائية	$x = 0$	n_0	0	0
انتقالية	x	$n_0 - 2x$	$2x$	x
نهائية	x_f	$n_0 - 2x_f$	$2x_f$	x_f

2) أ/ تركيز شوارد(ClO^-) في اللحظة $t = 8\ semaines$

عند $\theta_1 = 30°C$: $[ClO^-] = 1{,}8\ mol/L$

عند $\theta_2 = 40°C$: $[ClO^-] = 1{,}2\ mol/L$

ب/تعريف السرعة الحجمية للتفاعل: هي مقدار تغير تقدم التفاعل لواحد لتر من المحلول خلال وحدة زمن

تعطى العبارة: $v_{vol} = \frac{1}{v} \times \frac{dx}{dt}$

- لنبين أن:

$$v_{vol} = -\frac{1}{2} \times \frac{d[ClO^-]}{dt}$$

من جدول التقدم:

$$n(ClO^-) = n_0 - 2x \Leftarrow 2x = n_0 - n(ClO^-) \Leftarrow x = \frac{n_0}{2} - \frac{n(ClO^-)}{2}$$

$$v_{vol} = \frac{1}{V} \times \frac{d(\frac{n_0}{2} - \frac{n(ClO^-)}{2})}{dt} \Rightarrow v_{vol} = \frac{1}{V} \times \frac{-1}{2} \times \frac{d\left(n(ClO^-)\right)}{dt}$$

$$v_{vol} = \frac{1}{\cancel{V}} \times \frac{-1}{2} \times \frac{d([ClO^-] \times \cancel{V})}{dt} \Rightarrow v_{vol} = -\frac{1}{2} \times \frac{d[ClO^-]}{dt}$$

ج/حساب السرعة الحجمية عند $t = 0$:

من أجل $\theta = 30°$: $v_{vol} = -\frac{1}{2} \times \left(\frac{0 - 2.7}{14 - 0}\right) = 9{,}6 \times 10^{-2}\ mol/L.semaine$

من أجل $\theta = 40°$: $v_{vol} = -\frac{1}{2} \times \left(\frac{0 - 2.7}{8 - 0}\right) = 16{,}8 \times 10^{-2}\ mol/L.semaine$

د/ النتائج المحصل عليها في السؤالين المذكورين تبرر المعلومة المذكورة لأن زيادة درجة الحرارة تسرع تفكك شوارد ClO^- إلى Cl^- و O_2 (درجة الحرارة عامل حركي).

3) تعريف زمن نصف التفاعل: هو الزمن اللازم لبلوغ التفاعل نصف تقدمه الأعظمي.
إيجاد قيمته بيانيا: (المنحنى 2): من البيان نجد:

$$[ClO^-]_{t_{1/2}} = \frac{[ClO^-]_0}{2} = \frac{2,7}{2} = 1.35\ mol/L$$

بإسقاط هذه القيمة نجد:
$$t_{1/2} = 7,2\ semaines$$

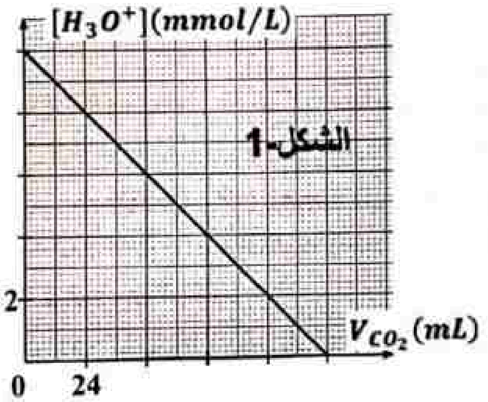
4) رمز الغاز Cl_2 واسمه: غاز الكلور (هو غاز خانق سام لونه أخضر).

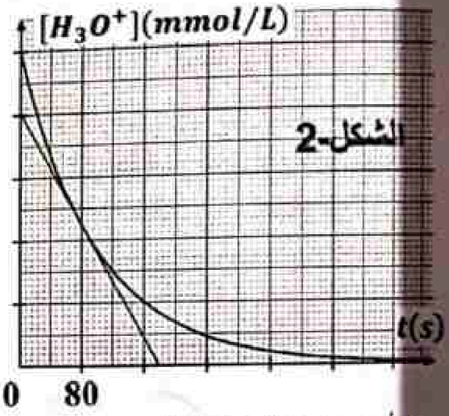
التمرين 34:

من أجل المتابعة الزمنية لتحول كربونات الكالسيوم $CaCO_3$ الصلبة مع حمض كلور الماء $(H_3O^+ + Cl^-)_{aq}$، الذي ينمذج بتفاعل كيميائي يعبر عنه بالمعادلة التالية:

$$CaCO_{3(s)} + 2H_3O^+_{(aq)} = Ca^{2+}_{(aq)} + CO_{2(g)} + 3H_2O_{(l)}$$

نضع في دورق حجما V من حمض كلور الماء تركيزه المولي c ونضيف إليه $2g$ من كربونات الكالسيوم، يسمح تجهيز مناسب بقياس حجم غاز ثنائي أكسيد الكربون V_{CO_2} المنطلق عند لحظات مختلفة، تمت معالجة النتائج المحصل عليها بواسطة برمجية خاصة ، فأعطت المنحنيين الموافقين للشكلين -1 و -2.





1) أنجز جدولا لتقدم التفاعل.
2) أثبت أن التركيز المولي لشوارد $H_3O^+_{(aq)}$ في أي لحظة يعطى بالعلاقة:

$$[H_3O^+] = c - \frac{2V_{CO_2}}{V.V_M}$$

حيث V_M الحجم المولي للغازات. (نعتبر: $V_M = 24L.mol^{-1}$)

3) بالاعتماد على المنحنى الموافق للشكل -1 جد:
أ/ كلا من التركيز المولي الابتدائي c للمحلول الحمضي وحجم الوسط التفاعلي V.
ب/ القيمة النهائية لتقدم التفاعل واستنتج المتفاعل المحد.

4) المنحنى $[H_3O^+] = f(t)$ الموضح في الشكل -2 ينقصه سلم الرسم الخاص بالتركيز $[H_3O^+]$.
أ/ حدّد السلم الناقص في الرسم.
ب/ احسب السرعة الحجمية للتفاعل عند اللحظة $t = 80s$.
ج/ جد من المنحنى زمن نصف التفاعل وحدد أهميته.

يعطى : $M(C) = 12\ g.mol^{-1}$; $M(C_a) = 40\ g.mol^{-1}$; $M(O) = 16\ g.mol^{-1}$

Scanned by CamScanner

تصحيح التمرين 34:

1) جدول تقدم التفاعل:

معادلة التفاعل		$CaCO_{3(s)}$ +	$2H_3O^+_{(aq)}$ =	$Ca^{2+}_{(aq)}$ +	$CO_{2(g)}$ +	$3H_2O_{(l)}$
الحالة	التقدم	كميات المادة (mol)				
$t=0$	$x=0$	$n_1=\frac{m}{M}=0,02$	$n_2=C.V$	0	0	بزيادة
$t>0$	$x>0$	n_1-x	$C.V-2x$	x	x	بزيادة
$t\infty$	x_f	n_1-x_f	$C.V-2x_f$	x_f	x_f	بزيادة

2) إثبات العلاقة:

$$[H_3O^+]=C-\frac{2V_{CO_2}}{V.V_m}$$

من جدول تقدم التفاعل: $\begin{cases} n_{H_3O^+}=C.V-2x \\ n_{CO_2}=x \end{cases} \Rightarrow n_{H_3O^+}=C.V-2.n_{CO_2}$

$$[H^3O^+]\times V=C.V-2\left(\frac{V_{CO_2}}{V_M}\right)$$

$$[H_3O^+]=C-\frac{2V_{CO_2}}{V.V_m}$$

3) أ/ إيجاد c: لدينا بيانيا: $[H_3O^+]=a.V_{CO_2}+b$

لدينا نظريا: $[H_3O^+]=-\frac{2}{V.V_m}V_{CO_2}+c$

بالمطابقة نجد: $c=b=10\ mmol.L^{-1}$

-إيجاد قيمة الحجم V: بالمطابقة أيضا نجد: $a=-\frac{2}{V.V_m} \Rightarrow V=-\frac{2}{a.V_m}$

حيث a قيمة ميل المنحني.

حساب a: $a=\frac{\Delta([H_3O^+])}{\Delta V_{CO_2}}=-0,0833\ mol.L^{-1}$ ومنه: $V=1L$.

ب/ المتفاعل المحد وقيمة x_f:

المتفاعل المحد H_3O^+ (الاعتماد على البيان أو جدول التقدم) و $x_f=5\times10^{-3}mol$

4) أ/تحديد السلم الناقص في الرسم:

لما $t=0$: $c=[H_3O^+]_0=10\ mmol.L^{-1}$ ومن البيان -2- نجد أن هذه القيمة ممثلة بـ $5cm$

ومنه: $1cm\rightarrow 2mmol.L^{-1}$

ب/ حساب السرعة الحجمية لما $t=80s$:

$$V_{VOL(80s)}=\frac{1}{V}.\frac{dx}{dt}=-\frac{1}{2}\times\frac{d[H_3O^+]}{dt}=[0,015\ ;\ 0,025]\ mmol.L^{-1}.S^{-1}$$

جـ/ تحديد زمن نصف التفاعل: $x(t_{1/2})=\frac{x_f}{2}\Rightarrow[H_3O^+]_{t_{1/2}}=\frac{[H_3O^+]_0}{2}=5\ mmol.L^{-}.s^{-1}$

بإسقاط هذه القيمة على البيان -2 نجد: $t_{1/2}\simeq 64\ s$

أهميته: -المقارنة بين تفاعلين من ناحية السرعة.

-تحديد القيمة التقريبية لمدة التفاعل (من $4t_{1/2}$ إلى $7t_{1/2}$)

Scanned by CamScanner

التمرين 35:

لدراسة حركة التفاعل الكيميائي البطيء والتام بين الماء الأكسجيني $H_2O_{2(aq)}$ ومحلول يود البوتاسيوم $(K^+_{(aq)} + I^-_{(aq)})$ في وسط حمضي و المنمذج بالمعادلة:

$$H_2O_{2(aq)} + 2I^-_{(aq)} + 2H_3O^+_{(aq)} = I_{2(aq)} + 4H_2O_{(l)}$$

مزجنا في بيشر عند اللحظة $t = 0$ ودرجه الحرارة $25°C$، حجما $V_1 = 100\ mL$ من محلول الماء الأكسجيني تركيزه المولي $C_1 = 4.5 \times 10^{-2} mol.L^{-1}$ مع حجم $V_2 = 100mL$ من محلول يود البوتاسيوم تركيزه المولي $C_2 = 6 \times 10^{-2} mol.L^{-1}$ وبضع قطرات من محلول حمض الكبريت المركز $\left(2H_3O^+_{(aq)} + SO_4^{2-}{}_{(aq)}\right)$

I. 1) اكتب المعادلتين النصفتين للأكسدة والإرجاع.

2) احسب كميتي المادة $n_0(H_2O_2)$ للماء الأكسجيني و $n_0(I^-)$ لشوارد اليود في المزيج الابتدائي.

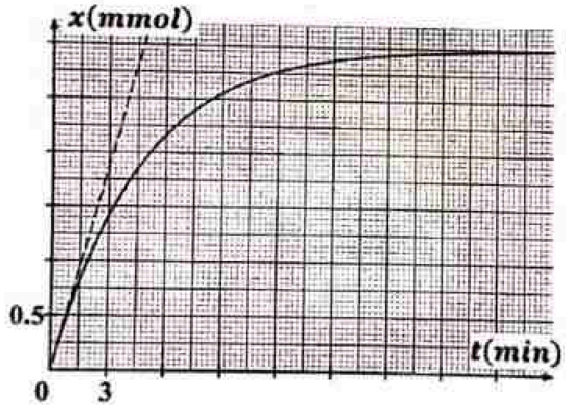
3) أعد كتابة جدول التقدم للتفاعل وأكمله.

معادلة التفاعل		$H_2O_{2(aq)}$	$+ 2I^-_{(aq)}$	$+ 2H_3O^+_{(aq)}$	$= I_{2(aq)}$	$+ 4H_2O_{(l)}$
الحالة	التقدم	كميات المادة (mol)				
ابتدائية	0			بوفرة		بوفرة
انتقالية	x			بوفرة		بوفرة
نهائية	x_f			بوفرة	3×10^{-3}	بوفرة

4) استنتج المتفاعل المحد.

II. لتحديد كمية ثنائي اليود $I_{2(aq)}$ المتشكلة في لحظات زمنية مختلفة، نأخذ في كل مره نفس الحجم من المزيج التفاعلي ونضع فيه (ماء + جليد) وبضع قطرات من صمغ النشاء ونعايره بمحلول لثيوكبريتات الصوديوم $\left(2Na^+{}_{(aq)} + S_2O_3^{2-}{}_{(aq)}\right)$ معلوم التركيز.

معالجة النتائج المتحصل عليها مكنتنا من رسم المنحنى $x = f(t)$ الممثل لتطور تقدم التفاعل الكيميائي المدروس في المزيج الأصلي بدلالة الزمن (الشكل)



1) ما الهدف من إضافة الماء والجليد؟

2) ضع رسما تخطيطيا للتجهيز التجريبي المستخدم في عملية المعايرة.

3) أ/عرف واكتب عبارة السرعة الحجمية للتفاعل.

ب/احسب السرعة الحجمية للتفاعل في اللحظتين $t_0 = 0$ و $t_1 = 9min$.

ج/عبر عن سرعة اختفاء شوارد $I^-_{(aq)}$ بدلالة السرعة الحجمية للتفاعل واحسب قيمتها في اللحظة t_1.

تصحيح التمرين 35:

I. 1) المعادلتان النصفيتان:

$$H_2O_2 + 2H_3O^+ + 2e^- = 4H_2O$$
$$2I^- = I_2 + 2e^-$$

2) كميات المادة الابتدائية $n_0(H_2O_2)$ و $n_0(I^-)$:

$$\begin{cases} n_0(H_2O_2) = C_1.V_1 = 4,5 \times 10^{-3} mol \\ n_0(I^-) = C_2.V_2 = 6,0 \times 10^{-3} mol \end{cases}$$

غبي يقول لصاحبو : عيني حمره وش ندير ؟؟؟؟ قاله: اذا ولات خضرا ديماري

Scanned by CamScanner

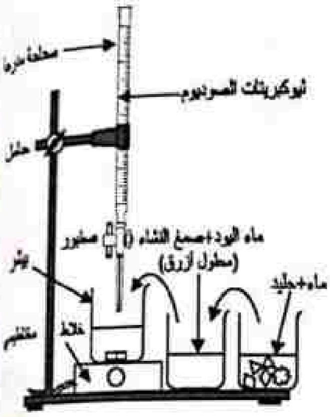
3) جدول تقدم التفاعل:

معادلة التفاعل		$H_2O_{2(aq)}$ +	$2I^-_{(aq)}$ +	$2H_3O^+_{(aq)}$ =	$I_{2(aq)}$ +	$4H_2O_{(l)}$
الحالة	التقدم	كميات المادة $(mmol)$				
ابتدائية	0	4,5	6,0	بوفرة	0	بوفرة
انتقالية	x	$4,5-x$	$6,0-2x$	بوفرة	x	بوفرة
نهائية	x_f	1,5	0	بوفرة	3	بوفرة

4) من الجدول وفي الحالة النهائية لدينا: $n_f(I^-) = 0$، ومنه شوارد اليود $I^-_{(aq)}$ هي المتفاعل المحد.

II-1) التوقيف الأني (التعطيل) لتفاعل تشكل ثنائي اليود $I_{2(aq)}$ في اللحظة المعتبرة t.

2) لاحظ الشكل.



3) أ/ السرعة الحجمية هي سرعة التفاعل في وحدة الحجوم.

عبارتها: $v_{vol} = \frac{1}{V}.v(t) = \frac{1}{V}.\frac{dx(t)}{dt}$

ب/ بيانيا:

$$\begin{cases} V_{vol}(0\,min) = 3,33 \times 10^{-3} mol.min^{-1}.L^{-1} \\ V_{vol}(9\,min) = 0,55 \times 10^{-3} mol.min^{-1}.L^{-1} \end{cases}$$

ج/
$$v(I^-) = 2V.v_{vol}$$

$$v(I^-)_{(9\,min)} = 0,22 \times 10^{-3} mol.min^{-1}$$

التمرين 36:

عند اللحظة $t = 0$ نمزج حجما $V_1 = 50mL$ من محلول برمنغنات البوتاسيوم $(K^+ + MnO_4^-)$ المحمض تركيزه $C_1 = 0,2\ mol/L$ وحجما $V_2 = 50mL$ من محلول لحمض الأوكساليك $H_2C_2O_4$ تركيزه $C_2 = 0,6mol/L$.

تعطى الثنائيات (Ox/Red) الداخلة في التفاعل: $\left(MnO^-_{4\,(aq)}/Mn^{2+}{}_{(aq)}\right)$، $\left(CO_{2(aq)}/H_2C_2O_{4(aq)}\right)$

1) أعط تعريف لكل من المؤكسد والمرجع.

2) اكتب المعادلتين النصفيتين واستنتج معادلة تفاعل أكسدة-إرجاع.

3) أنشئ جدول تقدم التفاعل.

4) هل المزيج الابتدائي في الشروط الستوكيومترية للتفاعل؟

5) لمتابعة تطور التفاعل نسجل خلال كل دقيقة التركيز المولي للمزيج بشوارد البرمنغنات MnO_4^- في الجدول التالي:

$t(min)$	0	1	2	3	4	5	6	7
$[MnO_4^-](\times 10^{-3}mol.L^{-1})$	100	98	92	60	30	12	5	3

أ/ احسب التركيز المولي الابتدائي لـMnO_4^- و $H_2C_2O_4$ في المزيج.

ب/ بين أن التركيز المولي $[Mn^{2+}]$ عند اللحظة (t) يعطى بالعلاقة:

$$[Mn^{2+}](t) = \frac{C_1}{2} - [MnO_4^-](t)$$

ج/ ارسم منحنى تغيرات $[MnO_4^-]$ بدلالة الزمن

د/ أوجد عبارة السرعة الحجمية للتفاعل بدلالة $[MnO_4^-](t)$ ثم احسب قيمتها عند اللحظة $t = 2\ min$.

Scanned by CamScanner

تصحيح التمرين 36:

1) المؤكسد: كل فرد كيميائي يكتسب إلكترونا أو أكثر خلال تفاعل كيميائي.
المرجع: كل فرد كيميائي يتخلى عن إلكترون أو أكثر خلال تفاعل كيميائي.

2) كتابة المعادلتين النصفيتين واستنتج معادلة تفاعل أكسدة-إرجاع:

الأكسدة
$$H_2C_2O_{4(aq)} = 2CO_{2(aq)} + 2H^+_{(aq)} + 2e^-$$
الإرجاع
$$MnO^-_{4\ (aq)} + 8H^+_{(aq)} + 5e^- = Mn^{2+}_{(aq)} + 4H_2O_{(l)}$$
اكسدة – إرجاع
$$5H_2C_2O_{4(aq)} + 2MnO^-_{4\ (aq)} + 6H^+_{(aq)} = 10CO_{2(aq)} + 2Mn^{2+}_{(aq)} + 8H_2O_{(l)}$$

3) جدول تقدم التفاعل:

المعادلة		$5H_2C_2O_{4(aq)}$	$+ 2MnO^-_{4\ (aq)}$	$+ 6H^+_{(aq)}$	$= 10CO_{2(aq)}$	$+ 2Mn^{2+}_{(aq)}$	$+ 8H_2O_{(l)}$
ابتدائية	$x = 0$	$C_2.V_2$	$C_1.V_1$	بزيادة	0	0	بزيادة
انتقالية	x	$C_2.V_2 - 5x$	$C_1.V_1 - 2x$	بزيادة	$10x$	$2x$	بزيادة
نهائية	x_f	$C_2.V_2 - 5x_{max}$	$C_1.V_1 - 2x_{max}$	بزيادة	$10x_f$	$2x_f$	بزيادة

4) المزيج ليس ستوكيومتري لأن: $\frac{C_1V_1}{2} = 5\ mmol$ و $\frac{C_2V_2}{5} = 6\ mmol$

ومنه : $\frac{C_1.V_1}{2} \neq \frac{C_2.V_2}{5}$

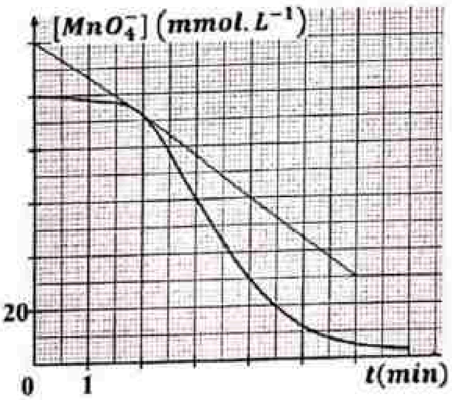
5) أ/ التركيز المولي الابتدائي لـ MnO_4^- و $H_2C_2O_4$ في المزيج.

$$[MnO_4^-]_0 = \frac{C_1.V_1}{V_1 + V_2} = 0{,}1\ mol.L^{-1}$$
$$[H_2C_2O_4]_0 = \frac{C_2.V_2}{V_1 + V_2} = 0{,}3\ mol.L^{-1}$$

ب/ إثبات العلاقة:

$$[Mn^{2+}] = \frac{2x}{V_T}$$
$$[MnO_4^-] = \frac{C_1.V_1 - 2x}{V_T} = \frac{C_1.V_1}{V_T} - \frac{2x}{V_T}$$
حيث: $V_T = 2.V_1$ ومنه:
$$[Mn^{2+}](t) = \frac{C_1}{2} - [MnO_4^-](t)$$

ج/ رسم المنحنى:



د/ السرعة الحجمية للتفاعل:
$$v_{vol} = -\frac{1}{2} \times \frac{d[MnO_4^-]}{dt}$$
$$v_{vol} \in [7{,}3\ ;\ 8{,}3]\ mmol.L^{-1}.min^{-1}$$

التمرين 37:

نريد إجراء متابعة زمنية لتحول كيميائي بين الألمنيوم Al ومحلول حمض كلور الماء $\left(H_3O^+{}_{(aq)} + Cl^-{}_{(aq)}\right)$ الذي ينمذج بتفاعل كيميائي تام معادلته: $2Al_{(s)} + 6H_3O^+_{(aq)} = 2Al^{3+}_{(aq)} + 3H_{2(g)} + 6H_2O_{(l)}$

نضع في حوجلة قطعة من الألمنيوم Al كتلتها m_0 مملغمة ثم نضيف إليها في اللحظة $t = 0$ الحجم $V = 100\ mL$ من محلول حمض كلور الماء تركيزه المولي C.

Scanned by CamScanner

شنايت

لمتابعة تطور التفاعل الكيميائي عند درجة حرارة ثابتة وضغط ثابت، نسجل في كل لحظة t حجم غاز الهيدروجين المنطلق، ثم نستنتج كتلة الألمنيوم المتبقية، وندون النتائج في الجدول التالي:

$t(min)$	0	1.00	2.00	3.00	4.00	5.00	6.00	7.00	8.00
$m(g)$	4.05	2.84	2.27	1.94	1.78	1.70	1.64	1.62	1.62

1) أ/ ارسم على ورق ميليمتري منحنى تغيرات الكتلة $m(t)$ للألمنيوم المتبقي بدلالة الزمن باعتماد السلم:

$$1cm \rightarrow 0,5g$$
$$1cm \rightarrow 1min$$

ب/ حدد المتفاعل المحد.

2) أ/ أنشئ جدول تقدم التفاعل الحادث.

ب/ احسب كميات المادة الابتدائية $n_0(Al)$ و $n_0(H_3O^+)$ للمتفاعلات ثم استنتج التركيز المولي C لمحلول حمض كلور الماء. تعطى الكتلة المولية للألمنيوم $M = 27\ g/mol$.

3) بين أن كتلة الألمنيوم المتبقية في اللحظة $t = t_{1/2}$ (زمن نصف التفاعل) تعطى بالعبارة:

$$m_{t_{1/2}} = \frac{m_0 + m_f}{2}$$

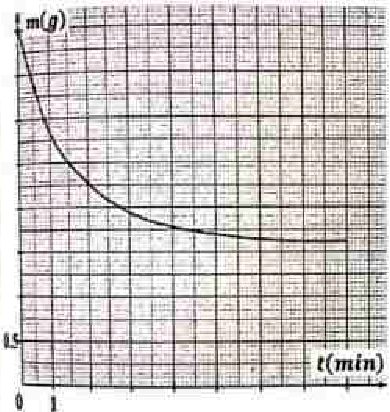
حيث m_f هي كتلة الألمنيوم المتبقية في الحالة النهائية. استنتج بيانيا قيمة $t_{1/2}$.

4) بين أن عبارة السرعة الحجمية للتفاعل تعطى بـ: $v_{vol} = -\frac{1}{2VM}\frac{dm(t)}{dt}$

احسب قيمتها في اللحظة $t = 3min$.

تصحيح التمرين 37:

1) أ/رسم المنحنى البياني



ب/ المتفاعل المحد: بما أنه يتبقى من الألمنيوم كتلة

$$m_f(Al) = 1,62\ g$$

والتفاعل تام فإنّ المتفاعل المحد هو H_3O^+ (حمض كلور الماء).

2) أ- جدول تقدم التفاعل:

المعادلة		$2Al_{(s)}$	$+\ 6H_3O^+_{(aq)}$	$=\ 2Al^{3+}_{(aq)}$	$+\ 3H_{2(g)}$	$+\ 6H_2O_{(l)}$
الحالة	التقدم	كميات المادة (mol)				
ابتدائية	$x = 0$	n_0	$C.V$	0	0	بزيادة
انتقالية	x	$n_0 - 2x$	$C.V - 6x$	$2x$	$3x$	بزيادة
نهائية	x_f	$n_0 - 2x_{max}$	$C.V - 6x_{max}$	$2x_f$	$3x_f$	بزيادة

ب/ حساب كميات المادة الابتدائية:

$$n_0(Al) = \frac{m}{M} = 0,15\ mol$$

$$n_0(Al) - 2x_{max} = n_f(Al) \quad \Rightarrow \quad x_{max} = \frac{n_0(Al) - n_f(Al)}{2} = 4,5 \times 10^{-2} mol$$

$$n_0(H_3O^+) = C.V = 6x_{max} \quad n_0(H_3O^+) = 0,27\ mol$$

$$C = \frac{n_0(H_3O^+)}{V} = 2,7\ mol/L$$

Scanned by CamScanner

3) لما $x = \frac{x_f}{2}$ لدينا:

$$n_{t_{1/2}}(Al) = n_0(Al) - 2x_{t_{1/2}} = n_0(Al) - \frac{2x_{max}}{2} = n_0 - x_{max}$$

$$n_{t_{1/2}}(Al) = n_0(Al) - \left(\frac{n_0(Al) - n_f(Al)}{2}\right) \Rightarrow n_{t_{1/2}} = \frac{n_0(Al) + n_f(Al)}{2}$$

$$\frac{m_{t_{1/2}}}{M} = \frac{\frac{m_0}{M} + \frac{m_f}{M}}{2} \Rightarrow m_{t_{1/2}} = \frac{m_0 + m_f}{2}$$

من البيان نجد: $t_{1/2} = 1\ min$

4) إثبات عبارة السرعة الحجمية: $v_{vol} = \frac{1}{V}\frac{dx}{dt}$

$$n(Al)_t = n_0 - 2x \quad ; \quad m = m_0 - 2Mx$$

$$\frac{dm}{dt} = -2M\frac{dx}{dt} \Rightarrow \frac{dx}{dt} = -\frac{1}{2M}\frac{dm}{dt} \Rightarrow v_{vol} = -\frac{1}{2VM}.\frac{dm}{dt}$$

قيمة السرعة الحجمية عند اللحظة $t = 3\ min$: من البيان أو بحسابها من الجدول بين اللحظتين $2min$ و $4\ min$

نقبل النتائج المحصورة في المجال: $[0{,}042 : 0{,}046]\ mol.min^{-1}.L^{-1}$

التمرين 38:

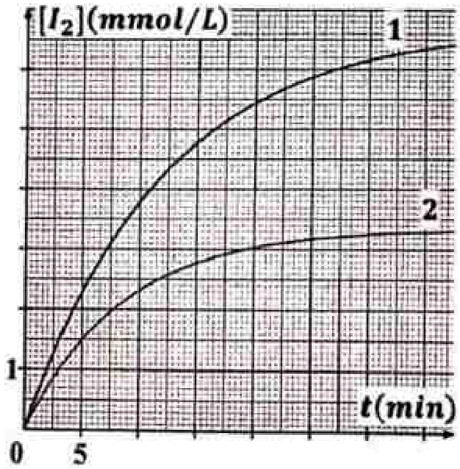
لأجل إجراء دراسة حركية للتحول الكيميائي التام و البطيء بين محلول يود البوتاسيوم $\left(K^+{}_{(aq)} + I^-_{(aq)}\right)$ والماء الأكسجيني $H_2O_{2\ (aq)}$ لهما نفس التركيز المولي $C = 0.1mol/L$، نحضر في اللحظة $t = 0$ وعند نفس درجة الحرارة المزيجين التاليين:

المزيج الأول: $4mL$ من $H_2O_{2\ (aq)}$ و $36mL$ من $\left(K^+{}_{(aq)} + I^-{}_{(aq)}\right)$

المزيج الثاني: $2mL$ من $H_2O_{2\ (aq)}$ و $20mL$ من $\left(K^+{}_{(aq)} + I^-{}_{(aq)}\right)$

نضيف لكل مزيج حجم من الماء المقطر وقطرات من حمض الكبريت المركز، فيصبح حجم المزيج التفاعلي لكل منهما $V = 60\ mL$. ينمذج التحول الحادث في كل مزيج بالمعادلة الكيميائية التالية:

$$H_2O_{2(aq)} + 2I^-_{(aq)} + 2H^+_{(aq)} = I_{2(aq)} + 2H_2O_{(l)}$$



1) اكتب المعادلتين النصفيتين أكسدة-إرجاع، ثم استنتج الثنائيتين (Ox/Red) المشاركتين في التفاعل.

2) أ/ احسب كمية المادة الابتدائية للمتفاعلات في كل مزيج.

ب/ أنشئ جدول تقدم التفاعل الحادث في المزيج الأول.

3) البيانان (1) و (2) في الشكل يمثلان على الترتيب تطور تركيز ثنائي اليود المتشكل في كل مزيج بدلالة الزمن.

أ/ احسب تركيز ثنائي اليود المتشكل في الحالة النهائية في المزيج الأول.

ب/ استنتج من البيان (1) تركيز ثنائي اليود المتشكل في الحالة اللحظة $t = 30min$.

ج/ هل يتوقف التفاعل في المزيج (1) عند $t = 30min$؟ علّل.

4) أ/ أوجد عبارة السرعة الحجمية لتشكل ثنائي اليود بدلالة التركيز $[I_2]$.

ب/ احسب السرعة الحجمية للتفاعل في كلا المزيجين عند اللحظة $t = 10min$.

ماذا تستنتج؟

Scanned by CamScanner

تصحيح التمرين 38:

(I_2/I^-) $$2I^- = I_2 + 2e^-$$

(H_2O_2/H_2O) $$H_2O_2 + 2H^+ + 2e^- = 2H_2O$$

1) أ/المزيج الأول: $n(H_2O_2) = 4 \times 10^{-3} \times 0,1 = 4 \times 10^{-4} mol$

$n(I^-) = 36 \times 10^{-3} \times 0,1 = 36 \times 10^{-4} mol$

المزيج الثاني $n(H_2O_2) = 2 \times 10^{-3} \times 0,1 = 2 \times 10^{-4}\ mol$

$n(I^-) = 20 \times 10^{-3} \times 0,1 = 20 \times 10^{-4} mol$

ب/ جدول تقدم التفاعل:

المعادلة		H_2O_2 +	$2I^-$ +	$2H^+$ =	I_2 +	$2H_2O$
الحالة	التقدم	كميات المادة (mol)				
ابتدائية	$x = 0$	4×10^{-4}	36×10^{-4}	/	0	/
انتقالية	x	$4 \times 10^{-4} - x$	$36 \times 10^{-4} - 2x$	/	x	/
نهائية	x_f	$4 \times 10^{-4} - x_{max}$	$36 \times 10^{-4} - 2x_{max}$	/	x_{max}	/

2) أ/ $x_{max} = 4 \times 10^{-4} = n(I_2)$

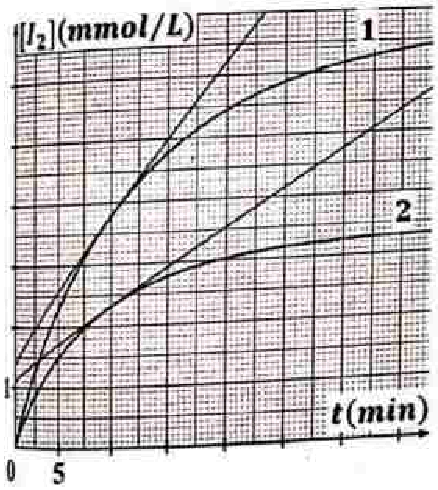
$$[I_2]_n = \frac{n(I_2)}{V_s} = \frac{4 \times 10^{-4}}{60 \times 10^{-3}} = 6,7 \times 10^{-3}\ mol/L$$

ب/من البيان (1) عند $t = 30\ min$:

$$[I_2]_n = 6,2 \times 10^{-3}\ mol/L$$

ج/ بما أن: $[I_2]_{t=30\ min} < [I_2]_m$

إذن: التفاعل في المزيج (1) لم ينته عند $t = 30\ min$.



3) أ/ $v_{vol}(I_2) = \frac{1}{V_s} \cdot \frac{dn(I_2)}{dt}$

$$v_{vol}(I_2) = \frac{d}{dt}\left(\frac{n(I_2)}{V_s}\right) = \frac{d[I_2]}{dt}$$

ب/ $v_{vol} = \frac{1}{V_s} \cdot \frac{dx}{dt} = \frac{1}{V_s} \cdot \frac{dn(I_2)}{dt} = \frac{d[I_2]}{dt}$

4) المزيج الأول:

$$v_{vol} = \frac{2,5 \times 10^{-3}}{10}$$

$$v_{vol} = 2,5 \times 10^{-4} mol.L^{-1}.min^{-1}$$

المزيج الثاني:

$$v_{vol} = \frac{1,5 \times 10^{-3}}{2,5 \times 5}$$

$$v_{vol} = 1,2 \times 10^{-4}\ mol.L^{-1}.min^{-1}$$

السرعة الحجمية في المزيج الأول أكبر.

التعليل: التراكيز الابتدائية في المزيج الأول أكبر مما في المزيج الثاني(كمية المادة أكبر والحجم متساو).

وقاض قد قضى للناس عدلاً
له كف وليس له بنان
رأيت الناس قد قبلوا قضاه
ولا نطق لدية ولا لسان ؟

Scanned by CamScanner

التمرين 39:

نحضر ماء جافيل من تفاعل ثنائي الكلور $Cl_2(g)$ مع محلول هيدروكسيد الصوديوم $(Na^+{}_{(aq)} + OH^-{}_{(aq)})$ التحول الكيميائي التام الحادث ينمذج بتفاعل كيميائي يعبر عنه بالمعادلة التالية:

$$Cl_{2(g)} + 2OH^-{}_{(aq)} = ClO^-{}_{(aq)} + Cl^-{}_{(aq)} + H_2O_{(l)}$$

1) تُعرَّف الدرجة الكلورومترية $(°Chl)$ بأنها توافق عدد لترات غاز ثنائي الكلور في الشرطين النظاميين اللازم استعمالهما لتحضير لتر واحد من ماء جافيل .بين أن: $°Chl = C_0.V_M$

حيث $V_M = 22.4\ L.mol^{-1}$ هو الحجم المولي للغاز و C_0 هو التركيز المولي لماء جافيل.

2) نأخذ عينة (A) من ماء جافيل المحفوظ عند درجة الحرارة $20°C$ تركيزه المولي بشوارد الهيبوكلوريت ClO^- هو C_0، ونمددها 4 مرات ليصبح تركيزه المولي C_1. نأخذ منها حجما $V_1 = 2mL$ ونضيف إليها كمية كافية من يود البوتاسيوم $(k^+{}_{(aq)} + I^-{}_{(aq)})$ في وسط حمضي، فيتشكل ثنائي اليود $I_{2\,(aq)}$ وفق تفاعل تام ينمذج بالمعادلة التالية:

$$ClO^-{}_{(aq)} + 2I^-_{(aq)} + 2H_3O^+{}_{(aq)} = I_{2(aq)} + Cl^-{}_{(aq)} + 3H_2O_{(l)}$$

نعاير ثنائي اليود المتشكل في نهاية التفاعل بمحلول ثيوكبريتات $(2Na^+_{(aq)} + S_2O_3^{2-}{}_{(aq)})$ تركيزه بالشوارد $S_2O_3^{2-}$ هو $C_2 = 10^{-1}mol.L^{-1}$ بوجود كاشف ملون (صمغ النشا أو التيودان) فيكون الحجم ثيوكبريتات الصوديوم المضاف عند التكافؤ $V_E = 20mL$. تعطى الثنائيتين (Ox/Red) الداخلتين في تفاعل المعايرة:

$$\left(S_4O_6^{2-}{}_{(aq)}/S_2O_3^{2-}{}_{(aq)}\right) \quad و \quad \left(I_{2(aq)}/I^-{}_{(aq)}\right)$$

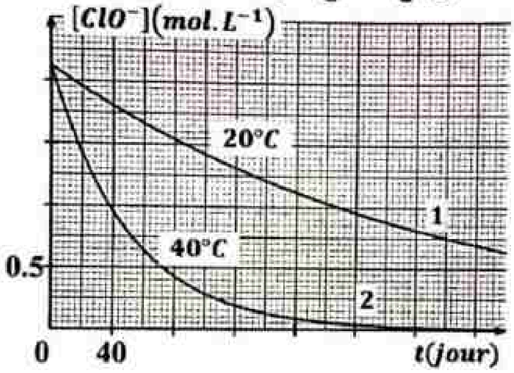
أ/ اكتب المعادلتين النصفيتين للأكسدة والإرجاع ثم معادلة تفاعل أكسدة-إرجاع المنمذج لتحول المعايرة.

ب/ بين أن:

$$C_1 = \frac{C_2.V_E}{2V_1}$$

ج/ احسب C_1 ثم استنتج C_0 و $°Chl$.

3) يتفكك ماء جافيل وفق تحول تام و بطيء، معادلته الكيميائية: $2ClO^-_{(aq)} = 2Cl^-_{(aq)} + O_{2(g)}$



يمثل الشكل المحنيين البيانيين لتغيرات تركيز شوارد ClO^- بدلالة الزمن الناتجين عن المتابعة الزمنية لتطور عينتين من ماء جافيل حضرتا بنفس الدرجة الكلورومترية للعينة (A) عند درجتي الحرارة $20°C$ بالنسبة للعينة (1) و $40°C$ بالنسبة للعينة (2). العينتان حديثتا الصنع عند اللحظة $t = 0$.

أ/ استنتج بيانيا التركيز الابتدائي للعينتين (1) و(2) بالشوارد ClO^-. هل العينة (A) السابقة حديثة الصنع؟

ب/ اكتب عبارة السرعة الحجمية لاختفاء شوارد ClO^- ، ثم احسب قيمتها في اللحظة $t = 50jours$ بالنسبة لكل عينة. قارن بين القيمتين، ماذا تستنتج؟

ج/ ماهي النتيجة التي نستخلصها من هذه الدراسة للحفاظ على ماء جافيل لمدة أطول؟

تصحيح التمرين 39:

1) بين أن: $°Chl = C_0.V_M$

الطريقة 1:

Cl_2 +	$2OH^-$ =	ClO^- +	Cl^- +	H_2O
$n(Cl_2)$	n	0	0	/
$n(Cl_2) - x_{max}$	$n - 2x_{max}$	x_{max}	x_{max}	/

$$°Chl = V(Cl_2)$$

$$n(Cl_2) - x_{max} = 0 \quad \rightarrow \quad n(Cl_2) = x_{max}$$

$$n(Cl_2) = n(ClO^-)$$

Scanned by CamScanner

$$\frac{V(Cl_2)}{V_M} = C_0.V \qquad \Rightarrow \qquad V(Cl_2) = C_0.V.V_M$$

لما $:V = 1L$ $\qquad V(Cl_2) = C_0.V_M$

وبالتالي : $\qquad °Chl = C_0.V_M$

الطريقة 2:

$$1\,mol\,(Cl_2) \rightarrow 1\,mol\,(ClO^-)$$
$$n\,mol\,(Cl_2) \rightarrow n\,mol\,(ClO^-)$$

إذن : $\qquad n(Cl_2) = n(ClO^-) \qquad \frac{V(Cl_2)}{V_M} = C_0.V$

لما $:V = 1L$ $\qquad V(Cl_2) = C_0.V_M$

وبالتالي : $\qquad °Chl = C_0.V_M$

2) أ/

$$I_2 + 2e^- = 2I^-$$
$$2S_2O_3^{2-} = S_4O_6^{2-} + 2e^-$$
$$\overline{I_2 + 2S_2O_3^{2-} = S_4O_6^{2-} + 2I^-}$$

ب/ جدول تقدم التفاعل:

المعادلة		ClO^- +	$2I^-$ +	$2H_3O^+$ =	I^2 +	Cl^- +	$3H_2O$
الحالة	التقدم	كميات المادة (mol)					
ابتدائية	$x = 0$	$C_1.V_1$	بوفرة	بوفرة	0	0	بوفرة
انتقالية	x	$C_1.V_1 - x$	بوفرة	بوفرة	x	x	بوفرة
نهائية	x_f	$C_1.V_1 - x_{max}$	بوفرة	بوفرة	x_{max}	x_{max}	بوفرة

لدينا: $n(I_2) = x_{max} = C_1.V_1$ في نهاية التفاعل ومن تفاعل المعايرة لدينا:

$$n(I_2) = \frac{1}{2}n(S_2O_3^{2-}) \qquad\qquad n(ClO^-) = \frac{1}{2}n(S_2O_3^{2-})$$

$$C_1V_1 = \frac{1}{2}C_2V_E \qquad \Rightarrow \qquad C_1 = \frac{C_2V_E}{2V_1}$$

ج/ $C_1 = \frac{0,1\times 20}{4} = 0,5\ mol/L$

$$C_0 = C_1 \times F = 0,5 \times 4 = 2\,mol/L$$
$$°Chl = 2 \times 22,4 = 44,8$$

3) أ/ العينتان لهما نفس التركيز المولي الابتدائي:

$$[ClO^-]_0 = 4,3 \times 0,5 = 2,15\ mol/L$$

العينة A السابقة ليست حديثة الصنع لأن:

$$C_0 < [ClO^-]_0$$

ب/ $v_{vol}(ClO^-) = -\frac{d[ClO^-]}{dt}$

العينة (1) :

$$v_{vol} = -\left(-\frac{2 \times 0,5}{2,9 \times 50}\right) = 7,14 \times 10^{-3} mol.L^{-1}.J^{-1}$$

العينة (2) :

$$v_{vol} = -\left(-\frac{1,5 \times 0,5}{50}\right) = 1,5 \times 10^{-2} mol.L^{-1}.J^{-1}$$

السرعة الحجمية لاختفاء ClO^- في العينة 2 أكبر من السرعة الحجمية لاختفاء ClO^- في العينة (1).

السبب: درجة الحرارة عامل حركي.

ج/ للحفاظ على ماء جافيل يجب وضعه في مكان بارد، أو على الأقل وضعه بعيدا عن أشعة الشمس.

Scanned by CamScanner

التمرين 40:

يتفاعل محلول حمض كلور الهيدروجين $\left(H_3O^+{}_{(aq)} + Cl^-{}_{(aq)}\right)$ مع الألمنيوم وفق معادلة تفاعل تام منتجا غاز ثنائي الهيدروجين وشوارد الألمنيوم (Al^{3+}).

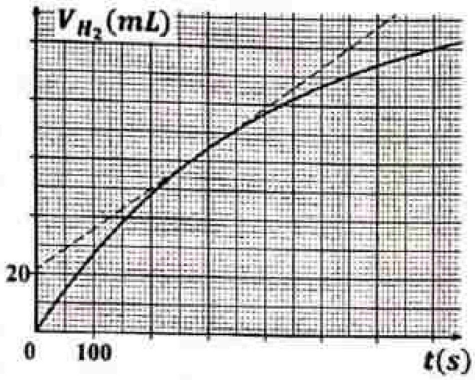
في اللحظة $t = 0$ ندخل عينة كتلتها $m = 0{,}81g$ من حبيبات الألمنيوم في بالون (دورق) يحتوي على حجم $V = 60mL$ من محلول حمض كلور الهيدروجين تركيزه المولي $C = 0{,}18\ mol.L^{-1}$. نغلق البالون بسدادة مزودة بأنبوب انطلاق موصول بمقياس غاز مدرج ومنكس في حوض مائي لجمع الغاز الناتج وقياس حجمه في لحظات مختلفة.

النتائج المحصل عليها مكنتنا من رسم البيان الممثل لتطور حجم الغاز المنطلق بدلالة الزمن $V_{H_2} = f(t)$

ننمذج التفاعل الكيميائي الحادث بالمعادلة الكيميائية التالية:

$$2Al_{(s)} + 6H_3O^+_{(aq)} = 2Al^{3+}_{(aq)} + 3H_{2(g)} + 6H_2O_{(l)}$$

1) اكتب المعادلتين النصفيتين الإلكترونيتين للأكسدة والإرجاع مع تحديد الثنائيتين (Ox/Red) المشاركتين في التفاعل.



2) أ/ أنشئ جدولا لتقدم التفاعل الكيميائي الحادث.

ب/ جد قيمة التقدم الأعظمي x_{max} ثم حدد المتفاعل المحد

3) أ/جد العلاقة بين تقدم التفاعل $x(t)$ وحجم غاز ثنائي الهيدروجين الناتج $V_{H_2}(t)$.

ب/استنتج حجم غاز ثنائي الهيدروجين المنطلق عند نهاية التفاعل $V_f(H_2)$.

ج/ بين أن حجم غاز ثنائي الهيدروجين المنطلق في زمن نصف التفاعل $t_{1/2}$ يعطى بالعلاقة:

$$V_{H_2}(t_{1/2}) = \frac{V_f(H_2)}{2}$$

ثم استنتج قيمة $t_{1/2}$.

4) أ/ بين أن سرعة التفاعل في اللحظة t تعطى بالعلاقة:

$$v = \frac{1}{3V_M}.\frac{dV_{H_2}(t)}{dt}$$

ب/ احسب قيمة هذه السرعة في اللحظة $t = 300s$.

المعطيات: $M(Al) = 27g.mol^{-1}$، الحجم المولي في شروط التجربة $V_M = 24L.mol^{-1}$.

تصحيح التمرين 40:

1) المعادلات:

$$Al_{(s)} = Al^{3+}_{(aq)} + 3e^- \qquad \left(Al^{3+}_{(aq)}/Al_{(s)}\right)$$

$$2H_3O^+_{(aq)} + 2e^- = H_{2(g)} + 2H_2O_{(l)} \qquad \left(H_3O^+_{(aq)}/H_{2(g)}\right)$$

2) أ/جدول تقدم التفاعل:

المعادلة		$2Al_{(s)}$ +	$6H_3O^+_{(aq)}$ =	$2Al^{3+}_{(aq)}$ +	$3H_{2(Ag)}$ +	$6H_2O_{(l)}$
الحالة	التقدم	كميات المادة (mol)				
ابتدائية	$x = 0$	$0{,}03$	$1{,}08 \times 10^{-2}$	0	0	بزيادة
انتقالية	x	$0{,}03 - 2x$	$1{,}08 \times 10^{-2} - 6x$	$2x$	$3x$	
نهائية	x_f	$0{,}03 - 2x_f$	$1{,}08 \times 10^{-2} - 6x_f$	$2x_f$	$3x_f$	

ب/ $x_{max} = 1{,}8 \times 10^{-3}\ mol$ المتفاعل المحد هو: H_3O^+.

Scanned by CamScanner

3) أ/ $x = \frac{V_{H_2}}{3V_M}$

ب/ $V_f(H_2) = 0,13\ L$

ج/ $x(t_{1/2}) = \frac{x_{max}}{2}$

$$V_{H_2}(t_{1/2}) = x(t_{1/2}).3V_M = \frac{3V_M.x_{max}}{2} = \frac{V_{f(H_2)}}{2}$$

قيمة $t_{1/2}$: $t_{1/2} \simeq 300s$

4) أ/ $v = \frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{V_{H_2}}{3V_M}\right)$

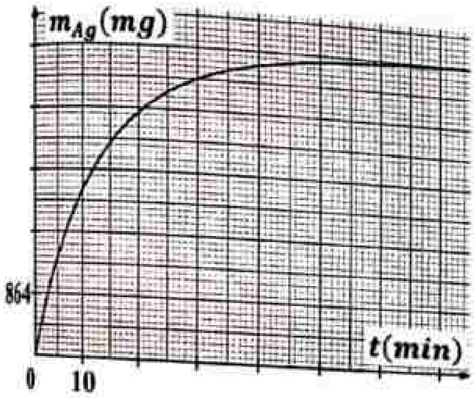
$$v = \frac{1}{3V_M}\frac{dV_{H_2}}{dt}$$

ب/ $v = 2,0 \times 10^{-6}\ mol/s$

التمرين 41:

لدراسة حركية تحول كيميائي تام، غمرنا في لحظة $t = 0$ صفيحة من النحاس كتلتها $m = 3.175\ g$ في حجم قدره $V = 200\ mL$ من محلول نترات الفضة $\left(Ag^+_{(aq)} + NO^-_{3\ (aq)}\right)$ تركيزه المولي c_0. سمحت لنا متابعة تطور هذا التحول من رسم البيان الممثل في الشكل الذي يعبر عن تغيرات كتلة الفضة المتشكلة بدلالة الزمن $m_{Ag} = f(t)$ المعادلة المعبرة عن التفاعل المنمذج لهذا التحول هي:

$$Cu_{(s)} + 2Ag^+_{(aq)} = Cu^{2+}_{(aq)} + 2Ag_{(s)}$$



1) هل التحول الحادث سريع أم بطيء؟ برر إجابتك.

2) حدد الثنائيتين (Ox/Red) المشاركتين في التفاعل واكتب عندئذ المعادلتين النصفيتين للأكسدة والإرجاع.

3) أنشئ جدولا تقدم التفاعل واحسب قيمة التقدم الأعظمي x_{max}.

4) احسب c_0 التركيز المولي الابتدائي لمحلول نترات الفضة.

5) جد التركيب المولي (حصيلة المادة) في الحالة النهائية.

6) عرف زمن نصف التفاعل $t_{1/2}$ وحدد قيمته بيانيا.

7) أ/ بين أن السرعة اللحظية لتشكل الفضة تعطى بالعبارة:

$$V_{Ag}(t) = \frac{1}{2\,M_{Ag}}.\frac{dm_{Ag}(t)}{dt}$$

حيث: M_{Ag} الكتلة المولية للفضة.

ب/احسب سرعة التفاعل في اللحظة $t = 0$.

يعطى: $M(Cu) = 63.5\ g.mol^{-1}$ ، $M(Ag) = 108\ g.mol^{-1}$

يستمر الغضب فقط مع الجهلة

البرت اينشتاين

Scanned by CamScanner

تصحيح التمرين 41:

1) التحول الكيميائي بطيء لأن المتابعة الزمنية استغرقت عدة دقائق.

2) الثنائيتين ox/red الداخلتين في التفاعل: Ag^+/Ag ، Cu^{2+}/Cu

الأكسدة $Cu = Cu^{2+} + 2e^-$

الإرجاع $2Ag^+ + 2e^- = 2Ag$

3) جدول تقدم التفاعل:

المعادلة		Cu	$+\ 2Ag^+$	$=\ Cu^{2+}$	$+\ 2Ag$
الحالة	التقدم	كميات المادة (mol)			
ابتدائية	$x = 0$	n_1	n_2	0	0
انتقالية	x	$n_1 - x$	$n_2 - 2x$	x	$2x$
نهائية	x_f	$n_1 - x_f$	$n_2 - 2x_f$	x_f	$2x_f$

حساب التقدم الأعظمي: لدينا من جدول تقدم التفاعل: $n_f(Ag) = 2x_{max}$

ومن البيان نجد : $n_f(Ag) = \frac{4,32}{108} = 0,04\ mol$ ومنه: $x_{max} = 0,02\ mol$

4) حساب التركيز C_0 : من جدول التقدم:

$$n_f(Cu) = n_0(Cu) - x_{max} = \frac{m}{M_{Cu}} - x_{max}$$

بالتعويض نجد: $n_f(Cu) = 0,03\ mol$

ومنه: Cu ليس متفاعل محد، إذن: Ag^+ متفاعل محد ومنه تصبح: $n_0(Ag) - 2x_{max} = 0$

ومنه: $C_0.V = 2x_{max}$ نجد:

$$C_0 = \frac{2x_{max}}{V} = \frac{2 \times 0,02}{0,2} = 0,2\ mol/L$$

5) حصيلة المادة في الحالة النهائية:

الأفراد	Ag^+	Cu	Ag	Cu^{2+}
$n_f(mol)$	0	$0,03$	$0,04$	$0,02$

6) تعريف وتعيين $t_{1/2}$: هو الزمن اللازم لبلوغ التفاعل نصف تقدمه النهائي.

من البيان $t_{1/2} = 10\ min$ مع توضيح الطريقة.

7) أ/ عبارة السرعة اللحظية لتشكل الفضة:

$$v(Ag) = \frac{dn(Ag)}{dt}$$

لدينا: $n(Ag) = \frac{m(Ag)}{M_{Ag}}$ ، ومنه: $\frac{d_n(Ag)}{dt} = \frac{1}{M_{Ag}}\frac{dm(Ag)}{dt}$

بالتعويض نجد: $v(Ag) = \frac{1}{M_{Ag}}\frac{dm(Ag)}{dt}$ وهو المطلوب.

ب/ سرعة التفاعل في $t = 0s$:

لدينا $v = \frac{dx}{dt}$ من معادلة التفاعل : $v(Ag) = 2.v$

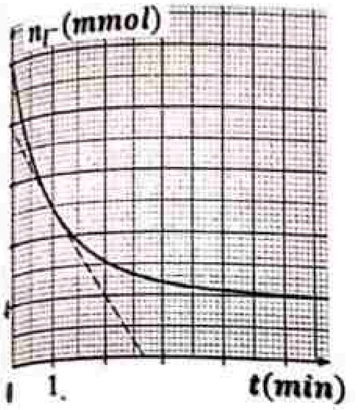
$$\Rightarrow v = \frac{1}{2M}\frac{dm(Ag)}{dt} = \frac{1}{2 \times 108} \times \frac{3,5 \times 0,864}{10}$$

$$\Rightarrow \quad \boldsymbol{v = 1,4 \times 10^{-3}\ mol.min^{-1}}$$

Scanned by CamScanner

التمرين 42:

نمزج عند اللحظة $t = 0$، حجما V_1 من محلول مائي لبيروكسوديكبريتات البوتاسيوم $\left(2K^+_{(aq)} + S_2O_8^{2-}{}_{(aq)}\right)$ تركيزه المولي C_1 مع حجم $V_2 = 200\,mL$ من محلول مائي ليود البوتاسيوم $\left(K^+_{(aq)} + I^-_{(aq)}\right)$ تركيزه المولي C_2، نتابع تغيرات كمية مادة $\left(I^-_{(aq)}\right)$ المتبقية في الوسط التفاعلي في لحظات زمنية مختلفة، فتحصلنا على البيان.



1) إذا علمت أن الثنائيتين الداخلتين في التحول الكيميائي الحاصل هما: $\left(S_2O_8^{2-}{}_{(aq)}/SO_4^{2-}{}_{(aq)}\right)$ و $\left(I_{2(aq)}/I^-_{(aq)}\right)$.

أ/ اكتب معادلة أكسدة-إرجاع المنمذجة للتفاعل الكيميائي الحاصل.

ب/ أنجز جدول تقدم التفاعل.

2) اعتمادا على البيان:

أ/ استنتج التركيز المولي C_2 لمحلول يود البوتاسيوم.

ب/ حدد المتفاعل المحد علما أن التفاعل تام.

ج/ استنتج قيمة التقدم الأعظمي x_{max}.

3) أ/ استنتج بيانيا قيمة سرعة اختفاء شوارد اليود $\left(I^-_{(aq)}\right)$ عند اللحظة $t = 1\,min$.

ب/ أوجد قيمة الحجم الكلي V_T للوسط التفاعلي علما أن قيمة السرعة الحجمية للتفاعل عند اللحظة $t = 1\,min$ هي $v_{vol} = 9{,}1 \times 10^{-3} mol.L^{-1}.min^{-1}$.

ج/ استنتج قيمة الحجم V_1 لمحلول بيروكسوديكبريتات البوتاسيوم وتركيزه المولي C_1.

4) أ/ عرف زمن نصف التفاعل $t_{1/2}$.

ب/ بين أن كمية مادة شوارد اليود $n_{(I^-)}(t_{1/2})$ عند اللحظة $t_{1/2}$ تعطى بالعلاقة

$$n_{I^-}(t_{1/2}) = \frac{n_0(I^-) + n_f(I^-)}{2}$$

حيث $n_0(I^-)$ هي كمية مادة شوارد اليود الابتدائية في الوسط التفاعلي، $n_f(I^-)$ هي كمية مادة شوارد اليود في الوسط التفاعلي عند نهاية التفاعل.

ج/ استنتج قيمة $t_{1/2}$ بيانيا.

تصحيح التمرين 42:

1) أ/ كتابة معادلة تفاعل الأكسدة الإرجاعية المنمذجة للتحول الحاصل:

$$2e^- + S_2O_8^{2-} = 2SO_4^{2-}$$

$$2I^- = I_2 + 2e^-$$

$$S_2O_8^{2-}{}_{(aq)} + 2I^-_{(aq)} = 2SO_4^{2-}{}_{(aq)} + I_{2(aq)}$$

ب/ جدول تقدم التفاعل:

المعادلة		$S_2O_8^{2-}{}_{(aq)}$	$+ 2I^-_{(aq)}$	$= 2SO_4^{2-}{}_{(aq)}$	$+ I_{2(aq)}$
الحالة	التقدم	كميات المادة (mol)			
ابتدائية	$x = 0$	$C_1.V_1$	$C_2.V_2$	0	0
انتقالية	x	$C_1.V_1 - x$	$C_2.V_2 - 2x$	$2x$	x
نهائية	x_f	$C_1.V_1 - x_f$	$C_2.V_2 - 2x_f$	$2x_f$	x_f

2) اعتمادا على البيان:

أ/ عند $t = 0$: $n_0(I^-) = C_2.V_2$ ومن البيان: $n_0(I^-) = 20 \times 10^{-3} mol$

$$C_2 = \frac{20 \times 10^{-3}}{V_2} = \frac{20 \times 10^{-3}}{0{,}2} \Rightarrow C_2 = 0{,}1\,mol/l$$

Scanned by CamScanner

ب/ من البيان: $n_f(I^-) \neq 0$ منه المتفاعل المحد هو: $(S_2O_8^{2-})$

ج/ وعليه $C_2.V_2 - 2x_{max} = n_f(I^-) \Leftarrow x_{max} = \frac{C_2.V_2 - n_f(I^-)}{2}$

منه $x_{max} = 8\ mmol$

3) أ/ استنتاج سرعة اختفاء شوارد اليود (I^-) عند $t = 1\ min$

$$v(I^-) = \frac{-dn(I^-)}{dt} \quad \Rightarrow \quad v(I^-) = \frac{-(16-0)\times 10^{-3}}{0-2{,}4} = 6{,}66\times 10^{-3}\ mol/min$$

ب/ إيجاد الحجم الكلي V_T:

نعلم أن: $v_{vol}(\text{تفاعل}) = \frac{v_{vol}(I^-)}{2}$ منه $v_{vol}(\text{تفاعل}) = \frac{1}{2}.\frac{v(I^-)}{V_T}$

إذن: عند $t = 1\ min$: $V_T = \frac{v(I^-)}{2\times v_{vol}} \simeq 365\ mL \Rightarrow V_T = 0{,}365\ L$

ج/ استنتاج الحجم V_1: $V_1 = V_T - V_2 = 165\ ml$

-استنتاج C_1:

$$x_{max} = C_1.V_1 \quad \Rightarrow \quad C_1 = \frac{x_{max}}{V_1} \quad \Rightarrow \quad C_1 = 0{,}048\ mol/l$$

4) أ/ تعريف زمن نصف التفاعل $t_{\frac{1}{2}}$: هو الزمن اللازم لبلوغ التفاعل نصف تقدمه النهائي x_f حيث

$$x(t_{1/2}) = \frac{x_f}{2}$$

ب/ بيان العلاقة: عند $t = t_f$: $n_f(I^-) = n_0(I^-) - 2x_f$

عند $t = t_{1/2}$: $n_{t_{1/2}}(I^-) = n_0(I^-) - 2x_{t_{1/2}}$

وعليه: $n_{t_{1/2}} = n_0(I^-) - 2.\frac{x_f}{2} \Rightarrow n_{t_{1/2}} = n_0(I^-) - x_f$

إذن: $x_f = n_0(I^-) - n_{t_{\frac{1}{2}}}(I^-)$ نعوض في $n_f(I^-)$

نجد: $n_f(I^-) = n_0(I^-) - 2\left(n_0(I^-) - n_{t_{1/2}}(I^-)\right) = -n_0(I^-) + 2n_{t_{1/2}}(I^-)$

منه: $n_f(I^-) + n_0(I^-) = 2n_{t_{1/2}}$ إذن: $n_{t_{1/2}}(I^-) = \frac{n_0(I^-) + n_f(I^-)}{2}$

ج/ استنتاج $t_{1/2}$:

عند $t = t_{1/2}$: $n_{t_{1/2}}(I^-) = \frac{20+4}{2} = 12mmol$ بالإسقاط على البيان نجد: $t_{1/2} \simeq 0{,}7\ min$

التمرين 43:

نعتبر التفاعل الكيميائي المنمذج بالمعادلة الكيميائية التالية: $\alpha A + \beta B = \gamma C + \lambda D$

1) أثبت أن سرعة اختفاء النوع الكيميائي A يعبر عنها بدلالة سرعة تشكل النوع الكيميائي C كما يلي:

$$\frac{V_{(A)}}{\alpha} = \frac{V_{(c)}}{\gamma}$$

2) تتأكسد شوارد اليود $\left(I^-_{(aq)}\right)$ بواسطة الماء الأكسجيني H_2O_2 في وسط حمضي H_3O^+ وفق التفاعل ذي المعادلة:

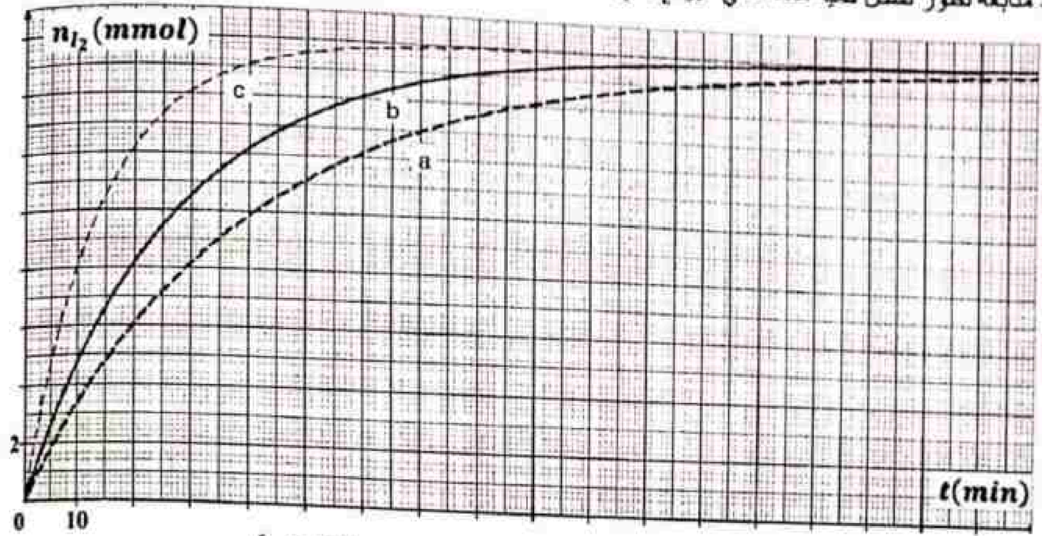
$$2I^-_{(aq)} + H_2O_{2(l)} + 2H_3O^+_{(aq)} = I_{2(aq)} + 4H_2O_{(l)}$$

نحقق ثلاث تجارب في أحجام متساوية حسب شروط كل تجربة كما يوضحه الجدول التالي:

رقم التجربة	1	2	3
كمية المادة الابتدائية من $H_2O_2(mmol)$	n_0	n_0	n_0
كمية المادة الابتدائية من $I^-(mmol)$	40	80	80
كمية المادة الابتدائية من H_3O^+	بزيادة	بزيادة	بزيادة
درجة حرارة الوسط التفاعلي	$20°C$	$40°C$	$20°C$

Scanned by CamScanner

بعد متابعة تطور تشكل كمية مادة ثنائي اليود I_2 في التجارب الثلاثة تحصلنا على المنحنيات الثلاثة التالية: (a) ,(b) ,(c).



أ/ هل شوارد H_3O^+ تلعب دور وسيط أم متفاعل في التجارب الثلاثة؟ علّل.

ب/ أنسب رقم التجربة 1, 2, 3 لكل منحنى مع التعليل.

ج/ انطلاقا من البيان: عين السرعة المتوسطة لتشكل ثنائي اليود I_2 بين اللحظتين $t_1 = 20\ min$ و $t_2 = 60\ min$ بالنسبة للتجربة (b).

/إذا كانت سرعة اختفاء $\left(I^-_{(aq)}\right)$ هي $v_{(I^-)} = 0,4\ mmol/min$، احسب سرعة تشكل H_2O التي نعتبرها $v_{(H_2O)}$

تصحيح التمرين 43:

إثبات : $\frac{v_A}{\alpha} = \frac{v_C}{\gamma}$

الحالة	التقدم	αA + βB	=	γC +	λD
	المعادلة	$\alpha A + \beta B = \gamma C + \lambda D$			
الحالة	التقدم	كميات المادة (mol)			
ابتدائية	$x = 0$	n_1	n_2	0	0
انتقالية	x	$n_1 - \alpha x$	$n_2 - \beta x$	γx	λx
نهائية	x_f	$n_1 - \alpha x_f$	$n_2 - \beta x_f$	γx_f	$x\lambda_f$

-لدينا: $v_A = -\frac{dn_A}{dt}$ ، من جدول تقدم التفاعل: $n_A(t) = n_1 - \alpha x$

$$v_A = -\frac{d(n_1 - \alpha x)}{dt} \quad \Rightarrow \quad v_A = -(-\alpha)\frac{dx}{dt} \quad \Rightarrow \quad \frac{dx}{dt} = \frac{v_A}{\alpha}$$

-و لدينا: $v_C = \frac{dn_C}{dt}$ ، من جدول تقدم التفاعل: $n_C(t) = \gamma x$

$$v_C = \frac{d(\gamma x)}{dt} \quad \Rightarrow \quad v_C = (\gamma)\frac{dx}{dt} \quad \Rightarrow \quad \frac{dx}{dt} = \frac{v_C}{\gamma}$$

ومنه بما أن: $\frac{dx}{dt} = \frac{v_A}{\alpha}$ و $\frac{v_C}{\gamma} = \frac{dx}{dt}$ فإن: $\frac{v_C}{\gamma} = \frac{v_A}{\alpha}$

أ/ الشوارد (H_3O^+) تلعب دور متفاعل في التجارب الثلاثة لأن الشوارد شاركت في التفاعل من حيث التوازن الذري و الشحني.

ب/ تجربة 01 ← البيان a : درجة حرارة قليلة وكمية المادة صغيرة بالمقارنة بالتجربتين.

تجربة02 ← البيان c : درجة حرارة مرتفعة وكمية المادة أيضا مرتفعة بالنسبة للتجربتين.

تجربة 03 ← البيان b : درجة حرارة قليلة وكمية مادة مرتفعة بالنسبة للتجربة 01

Scanned by CamScanner

ج/ السرعة المتوسطة لتشكل ثنائي اليود I_2 بين اللحظتين $t_1 = 20\ min$ و $t_2 = 60\ min$ بالنسبة للتجربة (b)

$$v_m = \frac{\Delta(n_{I_2})}{\Delta t} = \frac{14-8}{60-20} = 0,15\ \ mmol/min$$

د/ من الجواب 1 لدينا: $\frac{v_{H_2O}}{4} = \frac{v_{I_2}}{2}$

$$\Rightarrow v_{H_2O} = \frac{4v_{I^-}}{2} = 2v_{I^-} = 2 \times 0,4 = 0,8\ mmol/min$$

التمرين 44:

إن التفاعل بين محلول بيروكسو ثنائي كبريتات البوتاسيوم $(2K^+, S_2O_8^{-2})$ ومحلول يود البوتاسيوم $(K^+; I^-)$ هو تفاعل تام وبطيء.ننمذج التفاعل بالمعادلة الكيميائية التالية: $S_2O_8^{2-} + 2I^-_{(aq)} = I_{2(aq)} + 2SO_4^{2-}{}_{(aq)}$

كلف الأستاذ ثلاثة أفواج من التلاميذ لإجراء ثلاثة تجارب ملخصة في الجدول (1):

$V_2 = 100\ ml$ $[I^-](mol/l)$	$V_1 = 100\ ml$ $[S_2O_8^{2-}](mol/l)$	درجة الحرارة	
0,04	0,02	$20°C$	المزيج A
0,02	0,01	$20°C$	المزيج B
0,04	0,02	$35°C$	المزيج C

الجدول (1)

قدم كل فوج نتائج تجربته فكانت كالتالي في الجدول (2):

0,008	0,006	0,004	0,002	$[I_2](mol/l)$
20,0	13,3	7,5	3,3	الفوج الأول $t(min)$
60,0	36,7	21,7	8,3	الفوج الثاني $t(min)$
390	230	110	35	الفوج الثالث $t(min)$

الجدول (2)

1) ارفق كل تجربة بالفوج الذي قام بها اعتمادا على عوامل حركية يطلب ذكرها.
2) احسب التقدم الكيميائي في المزيج C في اللحظة التي يكون فيها $[I_2] = 8 \times 10^{-3} mol/l$، هل انتهى التفاعل في هذه اللحظة؟
3) أراد تلميذ أن يتأكد من قيمة تركيز ثنائي اليود في المزيج الخاص بالفوج الأول عند اللحظة $t = 20\ min$، أخذ من هذا المزيج حجما قدره $V = 10\ ml$ وأضاف له $100ml$ من الماء المثلج، ثم عاير محلول ثنائي اليود بواسطة محلول ثيوكبريتات الصوديوم $(2Na^+; S_2O_3^{2-})$ تركيزه المولي $C_3 = 0,01\ mol/L$ فكان حجم اللازم للتكافؤ $V_E = 16\ ml$
أ/ ما هو الغرض من إضافة الماء المثلج؟ كيف نسمي هذه العملية؟
ب/ اكتب معادلة المعايرة، ثم أوجد العلاقة بين التركيز المولي لثنائي اليود $[I_2]$ و C و V و V_E ، ثم احسب قيمة $[I_2]$.
ج/ هل تتوافق النتيجة مع نتيجة الفوج الأول؟

تعطى الثنائية: $(S_4O_6^{2-}/S_2O_3^{2-})$

تصحيح التمرين 44:

1) الفوج الأول ← المزيج C (أعلى درجة حرارة أكبر تركيز).
الفوج الثاني ← المزيج A (أكبر تركيز).
الفوج الثالث ← المزيج B (أعلى درجة حرارة أكبر تركيز).
العاملان الحركيان: ـدرجة الحرارة $(T \nearrow \leftarrow v \nwarrow)$
ـالتراكيز الابتدائية للمتفاعلات $(C \nearrow \leftarrow v \nwarrow)$

Scanned by CamScanner

2) من معادلة تفاعل $x_f = n_{(I_2)f} = [I_2](V_1+V_2) = 1{,}6\times10^{-3}mol$

لدينا : $\frac{[S_2O_8^{2-}].V_1}{1} = \frac{[I^-].V_2}{2} = 2\times10^{-3}$

المزيج ستوكيومتري و $x_{max} = 2\times10^{-3}mol$

نلاحظ أن: $x_f < x_{max}$ ومنه: التفاعل لم ينته في هذه اللحظة.

ورزقك ليس ينقصه التأني
وليس يزيد في الرزق العناء
الإمام الشافعي رحمه الله

3) أ/ الغرض من إضافة الماء المثلج: إيقاف التفاعل.
نسمي العملية: "عملية التمديد" ثمّ المعايرة
ب/معادلة تفاعل المعايرة:

$$2S_2O_3^{2-} \rightarrow S_4O_6^{2-} + 2e^-$$
$$I_2 + 2e^- \rightarrow 2I^-$$
$$2S_2O_3^{2-}{}_{(aq)} + I_{2(aq)} = S_4O_6^{2-}{}_{(aq)} + 2I^-_{(aq)}$$

عند التكافؤ لدينا:

$$\frac{n_0(S_2O_3^{2-})}{2} = \frac{n_0(I_2)}{1}$$

$\frac{C_3V_E}{2} = [I_2].V$ منه $[I_2] = \frac{C_3V_E}{2V}$

$$[I_2] = \frac{0{,}01\times16}{2\times10} = 8\times10^{-3}\ mol/L$$

ومنه النتيجة تتوافق مع نتيجة الفوج الأول.

التمرين 45:

محلول لحمض كلور الهيدروجين تركيزه $C_1 = 4\ mol.L^{-1}$ نأخذ منه حجما $V_1 = 10\ ml$ ونضيف إليه حجما $V_2 = 40\ ml$ من ثيوكبريتات الصوديوم $(2Na^+ + S_2O_3^{2-})$ تركيزه $C_2 = 0{,}5\ mol.L^{-1}$.

فيحدث التحول المنمذج بالتفاعل ذي المعادلة: $S_2O_3^{2-}{}_{(aq)} + 2H^+_{(aq)} = S_{(s)} + SO_{2(aq)} + H_2O_{(l)}$

-سمحت عملية المتابعة الزمنية للتحول من معرفة تركيز شوارد ثيوكبريتات المتبقية كما مبينة في الجدول:

$t(s)$	0	15	30	45	60	90	120	180	240	300	360
$[S_2O_3^{2-}{}_{(aq)}]\ (mol.L^{-1})$	0,4	0,33	0,26	0,2	0,16	0,11	0,07	0,03	0,02	0,01	0
$x(mmol)$											

1) كيف تصنف هذا التحول من حيث مدة استغراقه؟
2) ما نوع التحول؟ استنتج الثنائيات الداخلة في التحول.
3) بعد الإضافة مباشرة احسب تركيزا شوارد H^+ و $S_2O_3^{2-}$ الابتدائيين.
4) أنشئ جدولا لتقدم التفاعل.
5) جد عبارة التقدم x بدلالة $[S_2O_3^{2-}{}_{(aq)}]_i$ و $[S_2O_3^{2-}{}_{(aq)}]$ حجم المزيج الابتدائي V.
6) أكمل الخانة الأخيرة من الجدول ثم ارسم البيان $x = f(t)$.
7) استنتج سرعة اختفاء شوارد $S_2O_3^{2-}$ بدلالة سرعة سرعة التفاعل. ثم احسبها عند $t = 0$.
8) علما أن التحول تام، أوجد:
أ/ المتفاعل المحد.
ب/ زمن نصف التفاعل $t_{1/2}$

Scanned by CamScanner

تصحيح التمرين 45:

1) التحول بطيء، لأنه استغرق $360\ s = 6\ min$.

2) التحول أكسدة-إرجاع لوجود إلكتروني وفق المعادلات النصفية:

$$4e^- + S_2O_3^{2-} + 6H^+ = 2S + 3H_2O$$

$$S_2O_3^{2-} + H_2O = 2SO_2 + 2H^+ + 4e^-$$

بالجمع طرف لطرف والاختزال نجد معادلة التفاعل منه فإن الثنائيات الداخلة في التفاعل:

$$(S_2O_3^{2-}/S) \quad (SO_2/S_2O_3^{2-})$$

3) $[H^+]_i = \frac{C_1.V_1}{V_1+V_2} = 0{,}8\ mol/L$ $[S_2O_3^{2-}] = \frac{C_2.V_2}{V_1+V_2} = 0{,}4\ mol/L$

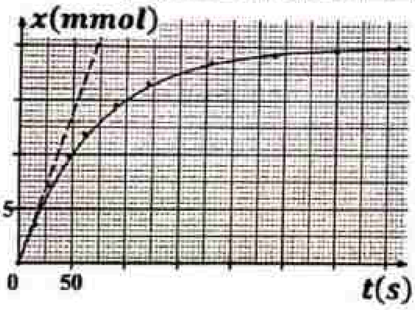
4) جدول تقدم التفاعل:

المعادلة		$S_2O_3^{2-}$ +	$2H^+$ =	S +	SO_2 +	H_2O
الحالة	التقدم	كميات المادة (mol)				
ابتدائية	$x = 0$	$C_2.V_2$	$C_1.V_1$	0	0	بوفرة
انتقالية	x	$C_2.V_2 - x$	$C_1.V_1 - 2x$	x	x	بوفرة
نهائية	x_f	$C_2.V_2 - x_f$	$C_1.V_1 - 2x_f$	x_f	x_f	بوفرة

5) لدينا: $n(S_2O_3^{2-}) = n_0(S_2O_3^{2-}) - x$ منه: $x = V([S_2O_3^{2-}]_0 - [S_2O_3^{2-}])$

6) إكمال الجدول ورسم البيان:

$t(s)$	0	15	30	45	60	90	120	180	240	300	360
$x(mmol)$	0	3,5	7	10	12	14,5	16,5	18,5	19	19,5	20



7) لدينا: $v_{S_2O_3^{2-}} = v(\text{التفاعل}) = \frac{dx}{dt}$ منه:

$$v_{S_2O_3^{2-}}(0) = \text{ميل المماس} = 0{,}27\ mmol/s$$

8) أ/ إذا كان H^+ محد فإن $C_1.V_1 - 2x_{max} = 0$ معناه:

$$x_{max} = 0{,}02\ mol$$

إذا كان $S_2O_3^{2-}$ محد فإن $C_2.V_2 - x_{max} = 0$ معناه:

$$x_{max} = 0{,}02\ mol$$

إذن: المزيج ستوكيومتري (لا يوجد متفاعل محد).

ب/ $t_{1/2}$ هو الزمن اللازم لبلوغ التفاعل نصف تقدمه النهائي منه:

$$x = \frac{x_{max}}{2} = 0{,}01\ mol$$

إذن بالإسقاط على المنحني ثم على محور الأزمنة نجد: $t_{1/2} = 45\ s$

التمرين 46:

لدراسة تطور تفاعل حمض الأوكساليك $(H_2C_2O_4)$ مع شوارد البيكرومات $(Cr_2O_7^{2-})$ نحضر مزيجا يتكون من $V_1 = 50\ mL$ من محلول حمض الأكساليك تركيزه المولي الحجمي $C_1 = 2{,}1 \times 10^{-2} mol/L$

و $V_2 = 50\ mL$ من محلول بيكرومات البوتاسيوم تركيزه المولي الحجمي $C_2 = 1{,}0 \times 10^{-2} mol/L$

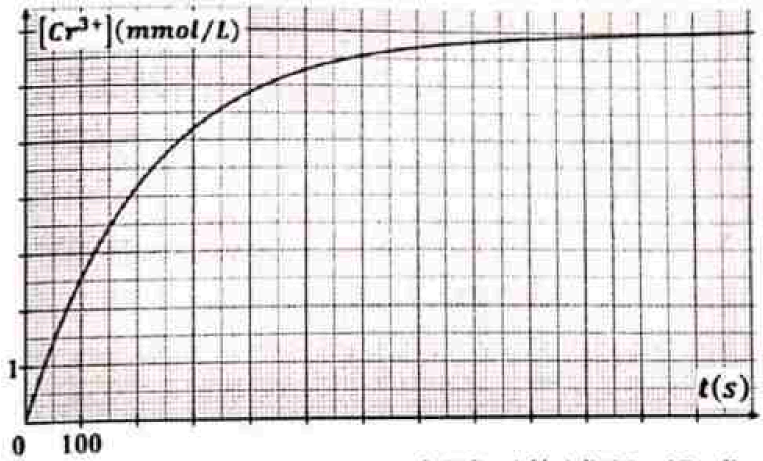
والمحمض بحمض الكبريت المركز.ننمذج التفاعل الكيميائي الحادث بالمعادلة التالية:

$$Cr_2O_7^{2-}{}_{(aq)} + 3H_2C_2O_{4(aq)} + 8H^+_{(aq)} = 2Cr^{3+}_{(aq)} + 6CO_{2(g)} + 7H_2O_{(l)}$$

نثبت درجة حرارة التفاعل عند القيمة $\theta = 15°C$ ونتابع تطور التفاعل، عن طريق المعايرة اللونية لشوارد Cr^{3+} المتشكلة فنحصل على المنحنى الممثل لتغيرات $[Cr^{3+}]$ بدلالة الزمن المبين في الشكل الموالي.

Scanned by CamScanner

شنايت



1) حدد الثنائيتين (Ox/Red) الداخلة في التفاعل.
2) أنشئ جدولا لتقدم التفاعل واستنتج التقدم الأعظمي والمتفاعل المحد لهذا التفاعل الكيميائي (شوارد H^+ موجودة بزيادة).
3) عرف السرعة الحجمية للتفاعل وعبر عنها بدلالة $[Cr^{3+}]$
4) أوجد السرعة الحجمية للتفاعل عند اللحظة $t = 100\,s$.
5) كيف تتطور السرعة الحجمية للتفاعل مع تطور الزمن؟ علّل.
6) احسب تركيز المزيج النهائي بشوارد Cr^{3+}.
7) أوجد زمن نصف التفاعل $t_{1/2}$.

تصحيح التمرين 46:

1) المعادلة المعبرة عن التفاعل:

$$Cr_2O_7^{2-}{}_{(aq)} + 3H_2C_2O_{4(aq)} + 8H^+_{(aq)} = 2Cr^{3+}_{(aq)} + 6CO_{2(g)} + 7H_2O_{(l)}$$

المعادلتين النصفيتين:

$$\begin{cases} Cr_2O_7^{2-}{}_{(aq)} + 14H^+ + 6e^- = 2Cr^{3+}_{(aq)} + 7H_2O_{(l)} \\ \left(H_2C_2O_{4(aq)} = 2CO_{2(g)} + 2H^+_{(aq)} + 2e^-\right) \times 3 \end{cases}$$

الثنائيات الداخلة هي: $\left(Cr_2O_7^{2-}{}_{(aq)}/Cr^{3+}_{(aq)}\right)$

$(CO_2/H_2C_2O_4)$

2) جدول تقدم التفاعل:

المعادلة		$Cr_2O_7^{2-}{}_{(aq)}$ +	$3H_2C_2O_{4(aq)}$ +	$8H^+_{(aq)}$ =	$2Cr^{3+}_{(aq)}$ +	$6CO_{2(g)}$ +	$7H_2O_{(l)}$
الحالة	التقدم	كميات المادة (mol)					
ابتدائية	$x = 0$	n_2	n_1	بوفرة	0	0	بوفرة
انتقالية	x	$n_2 - x$	$n_1 - 3x$	بوفرة	$2x$	$6x$	بوفرة
نهائية	x_f	$n_2 - x_f$	$n_1 - 3x_f$	بوفرة	$2x_f$	$6x_f$	بوفرة

- إيجاد التقدم النهائي والمتفاعل المحد: $n_1 - 3x_{max} = 0 \rightarrow x_{max} = \frac{C_1.V_1}{3} = 3,5 \times 10^{-4} mol$

مرفوض $n_2 - x_{max} = 0 \rightarrow x_{max} = C_2.V_2 = 5 \times 10^{-4} mol$

$x_{max} = 3,5 \times 10^{-4} mol$ هو التقدم الأعظمي، ومنه: حمض الأكساليك هو المتفاعل المحد.

3) تعريف السرعة الحجمية: هي مقدار تقدم التفاعل خلال مدة زمنية في وحدة الحجوم

$$v_{vol} = \frac{1}{V} \times \frac{dx}{dt} = \frac{dC}{dt}$$

Scanned by CamScanner

من جدول تقدم التفاعل: $[Cr^{3+}] = \frac{2x}{V_T}$، وبما أن V ثابت، فإن: $v_{vol} = \frac{dC}{dt} = \frac{d[Cr^{3+}]}{dt} \times \frac{1}{2}$

4) إيجاد السرعة الحجمية للتفاعل عند $t = 100s$: $\frac{d[Cr^{3+}]}{dt}$ هو ميل المماس عند اللحظة $t = 100s$ منه:

$$v_{vol} = \frac{(2,6 - 0.6) \times 10^{-3}}{(100 - 0) \times 2} = \frac{2 \times 10^{-3}}{2 \times 10^{2}} = 1 \times 10^{-5} \ mol/L.s$$

السرعة تتناقص تدريجيا إلى أن تنعدم لأن: كمية مادة المتفاعلات تنقص وبالتالي تنقص التصادمات الفعالة ومنه تنقص السرعة.

5) حساب تركيز المزيج النهائي بشوارد Cr^{3+}: $n_{f(Cr^{3+})} = 2x_{max} = 7 \times 10^{-4} mol$

$$[Cr^{3+}]_f = \frac{7 \times 10^{-4}}{100 \times 10^{-3}} = 7 \times 10^{-3} mol/L$$

إيجاد زمن نصف التفاعل $t_{1/2}$: عند $t = t_{1/2}$ تكون $x(t_{1/2}) = \frac{x_{max}}{2}$

$$n_{\frac{1}{2}}(Cr^{3+}) = 2x(t_{1/2}) = 2.\frac{x_{max}}{2} = 3,5 \times 10^{-4} mol$$

$$[Cr^{3+}]_{t_{1/2}} = \frac{3,5 \times 10^{-4}}{10^{-1}} = 3,5 \times 10^{-3} mol/L$$

بإسقاط هذه القيمة على البيان نجد: $t_{1/2} = 150s$.

التمرين 47:

لدراسة تطور حركية التحول بين شوارد البرمنغنات $(MnO^-_{4\,(aq)})$ ومحلول يحتوي على شوارد الطرطرات $(C_4H_4O_6^{2-})$ نضع في بيشر حجما $V_1 = 500\ mL$ من محلول برمنغنات البوتاسيوم $(K^+_{(aq)} + MnO^-_{4\,(aq)})$ تركيزه $C_1 = 0,1\ mol.L^{-1}$ في اللحظة $t = 0$ نضيف له حجما $V_2 = 500\ mL$ من محلول يحتوي على شوارد الطرطرات تركيزه المولي C_2 . تعطى: $(MnO^-_{4\,(aq)}/Mn^{2+}_{(aq)})$ و $(CO_{2(g)}/C_4H_4O^{2-}_{6\,(aq)})$

1) أ/ بين أن المعادلة أكسدة-إرجاع المنمذجة لهذا التحول هي كما يلي:

$$2MnO^-_{4\,(aq)} + C_4H_4O^{2-}_{6\,(aq)} + 8H^+_{(aq)} = 2Mn^{2+}_{(aq)} + 4CO_{2(g)} + 6H_2O_{(l)}$$

ب/ أنجز جدول تقدم التفاعل.

2) يمثل الشكل المنحنى البياني الممثل لتطور كمية مادة شوارد المنغنيز $n_{Mn^{2+}}$ بدلالة الزمن $n_{Mn^{2+}} = f(t)$.

استغل البيان في إيجاد ما يلي:

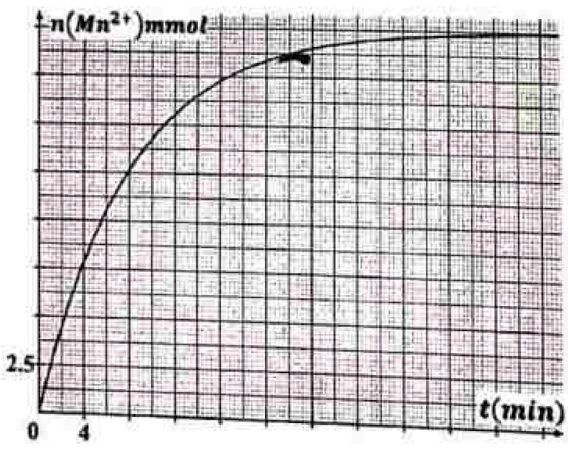
أ/ السرعة الحجمية لتشكل شوارد المنغنيز عند اللحظة $t = 12\ min$ ثمّ استنتج السرعة الحجمية للتفاعل عندئذ.

ب/ التقدم النهائي للتفاعل x_f .

ج/ زمن نصف التفاعل $t_{1/2}$.

3) أ/ باعتبار التحول تاما عين المتفاعل المحد.

ب/ عين التركيز المولي لشوارد الطرطرات C_2 .



Scanned by CamScanner

تصحيح التمرين 47:

1) أ/ كتابة معادلة أكسدة إرجاع.

أكسدة شوارد الطرطرات $C_4H_4O_6^{2-} + 2H_2O = 4CO_2 + 8H^+ + 10e^-$

إرجاع البرمنغنات $2 \times (MnO_4^- + 8H^+ + 5e^- = Mn^{2+} + 4H_2O)$

المعادلة الإجمالية $C_4H_4O_6^{2-}{}_{(aq)} + 2MnO_4^-{}_{(aq)} + 8H^+_{(aq)} = 2Mn^{2+}_{(aq)} + 4CO_{2(aq)} + 6H_2O_{(l)}$

ب/ جدول تقدم التفاعل:

المعادلة		$C_4H_4O_6^{2-}{}_{(aq)}$	$+ 2MnO_4^-{}_{(aq)}$	$+ 8H^+_{(aq)}$	$= 2Mn^{2+}_{(aq)}$	$+ 4CO_{2(aq)}$	$+ 6H_2O_{(l)}$
الحالة	التقدم	كميات المادة (mol)					
ابتدائية	$x = 0$	$C_2.V_2$	$C_1.V_1$	بوفرة	0	0	بوفرة
انتقالية	x	$C_2.V_2 - x$	$C_1.V_1 - 2x$	بوفرة	$2x$	$4x$	بوفرة
نهائية	x_f	$C_2.V_2 - x_f$	$C_1.V_1 - 2x_f$	بوفرة	$2x_f$	$4x_f$	بوفرة

2) حساب السرعة الحجمية لتشكل شوارد المغنزيوم لما $t = 12\ min$:

$$v_{vol(Mn^{2+})} = \frac{1}{V_T} \times \frac{dn_{(Mn^{2+})}}{dt} = \frac{16-10}{12} \times 10^{-3} = 5 \times 10^{-4}\ mol/min.L$$

من جدول تقدم التفاعل: لدينا: $n_{(Mn^{2+})} = 2x \quad \Rightarrow \quad x = \frac{n_{(Mn^{2+})}}{2}$

بالاشتقاق نجد: $\frac{dx}{dt} = \frac{1}{2} \times \frac{dn(Mn^{2+})}{dt}$ ومنه: $\frac{dx}{dt} \times \frac{1}{V} = \frac{1}{2V_T} \times \frac{dn(Mn^{2+})}{dt}$

$$(v_{vol})_{t=12min} = \frac{1}{2} v_{vol}(Mn^{2+})_{t=12min}$$

$$\Rightarrow (v_{vol}\ x)_{t=12\ min} = 2{,}5 \times 10^{-4} mol/L.min$$

ب/من جدول تقدم التفاعل:

$$n_{f\,(Mn^{2+})} = 2x_f \quad \Rightarrow \quad x_f = \frac{n_f(Mn^{2+})}{2}$$

من البيان : $n_f(Mn^{2+}) = 20\ mmol$ منه: $x_f = 10^{-2} mol$

ج/ زمن نصف التفاعل $t_{1/2}$:

$$n(t_{1/2}) = 2x(t_{1/2}) = 2\left(\frac{x_f}{2}\right) = x_f \quad \Rightarrow \quad n(t_{1/2}) = 10^{-2} mol$$

بالإسقاط والتمديد علة محور الأزمنة نجد: $t_{1/2} = 5{,}6\ min$.

3) أ/ تعيين المتفاعل المحد:

$$n_f(MnO_4^-) = C_1.V_1 - 2x_f = 0{,}05 - 0{,}02 = 0{,}03\ mol$$

التفاعل تام. $n_f(MnO_4^-) \neq 0$ ومنه المتفاعل المحد هو شوارد الطرطرات $C_4H_4O_6^{2-}$.

ب/ تعيين C_2:

$$n_f(C_4H_4O_4^{2-}) = 0 \quad \Rightarrow \quad C_2.V_2 - x_f = 0$$

$$x_f = C_2.V_2 \quad \Rightarrow \quad C_2 = \frac{x_f}{V_2} = \frac{0{,}01}{0{,}5} = 0{,}02\ mol/L$$

العالم حقا من استشكل
الواضحة ووضح المشكل
البورفيسور عبد الحميد بن شيكو

Scanned by CamScanner

التمرين 48:

I. الماء الأكسجيني التجاري عبارة عن محلول مائي لبيروكسيد الهيدروجين (H_2O_2)، يستعمل كمطهر للجروح لـ H_2O_2 ثنائيتين(Ox/Red) هما $H_2O_{2(aq)}/H_2O_{(l)}$ و $O_{2(g)}/H_2O_{2(aq)}$.

يتفكك بيروكسيد الهيدروجين ذاتيا وينمذج هذا التحول بتفاعل كيميائي نعبر عنه بالمعادلة التالية:

$$2H_2O_{2(aq)} = 2H_2O_{(l)} + O_{2(g)}$$

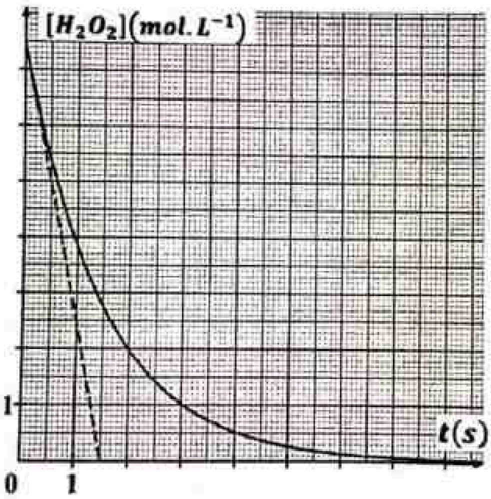
1) اكتب المعادلتين النصفيتين للأكسدة والإرجاع.

2) أكمل جدول تقدم التفاعل.

المعادلة		$2H_2O_{2(aq)} = 2H_2O_{(l)} + O_{2(g)}$		
حالة الجملة	التقدم x	كميات المادة بـ mol		
ح. الابتدائية	0	$n_0(H_2O_2)$	بوفرة	
ح. الانتقالية	x		بوفرة	
ح. النهائية	x_{max}		بوفرة	

3) أعط تعريفا للوسيط، وما نوع الوساطة عندما نستخدم شوارد الحديد الثلاثية Fe^{3+} وذلك بإضافة محلول كلور الحديد الثلاثي للماء الأكسجيني.

II. لدراسة تطور هذا التفاعل عند درجة حرارة ثابتة نضيف عند اللحظة $t = 0$ كمية قليلة من أكسيد المغنيز MnO_2 ونتابع تطورا كمية المادة للماء الأكسجيني المتبقي عند لحظات مختلفة نتحصل على المنحنى البياني الممثل في الشكل.



1) عبر عن تقدم التفاعل x بدلالة:(كمية مادة $n(H_2O_2)$ في اللحظة t) و ($n_0(H_2O_2)$)

2) بين أنه يمكن التعبير عن السرعة الحجمية للتفاعل بالعلاقة:

$$v_{vol} = -\frac{1}{2} \times \frac{d[H_2O_2]}{dt}$$

3) احسب السرعة الحجمية في اللحظتين: $t = 0$ و $t = 25\ s$، كيف تتطور؟

4) ما العامل الحركي الذي لعب دورا في هذا التطور؟

5) أعط تعريفا لزمن نصف التفاعل $t_{1/2}$.

6) بين أنه عند اللحظة $t = t_{1/2}$ يكون:

$$[H_2O_2]_{t_{1/2}} = \frac{[H_2O_2]_0}{2}$$

واستنتج قيمة $t_{1/2}$ بيانيا.

تصحيح التمرين 48:

I. 1) المعادلتين النصفيتين:

معادلة الأكسدة: $H_2O_{2(aq)} = 2H^+_{(aq)} + 2e^- + O_{2(g)}$

معادلة الإرجاع: $H_2O_{2(aq)} + 2e^- + 2H^+ = 2H_2O_{(l)}$

2) إكمال جدول تقدم التفاعل:

المعادلة		$2H_2O_{2(aq)} = 2H_2O_{(l)} + O_{2(g)}$		
حالة الجملة	التقدم	كميات المادة بـ mol		
ح. الابتدائية	0	$n_0(H_2O_2)$	بوفرة	0
ح. الانتقالية	x	$n_0 - 2x$	بوفرة	x
ح. النهائية	x_{max}	$n_0 - 2x_{max}$	بوفرة	x_{max}

3) تعريف الوسيط: هو نوع كيميائي مسرع للتفاعل دون أن يظهر في المعادلة الكيميائية.

نوع الوساطة: متجانسة (لأننا نستعمل المحاليل).

Scanned by CamScanner

II. 1) التعبير عن x بدلالة $n(H_2O_2)$ و n_0: من جدول التقدم والتفاعل نجد: $n_0 - 2x = n_t(H_2O_2)$

ومنه : $x = \frac{1}{2}\left(n_0 - n(H_2O_2)\right)$

2) عبارة السرعة الحجمية:

$$v_{vol} = \frac{1}{V} \times \frac{dx}{dt} = \frac{1}{2V} \times \frac{d\left(n_0 - n(H_2O_2)\right)}{dt}$$

$$v_{vol} = -\frac{1}{2\cancel{V}} \times \frac{d[H_2O_2] \times \cancel{V}}{dt} = -\frac{1}{2} \times \frac{d[H_2O_2]}{dt}$$

قالك واحد ما رقدش
بكري و كي رقد
صاب الحلم بدا

3) حساب السرعة الحجمية:

$$v_{vol} = -\frac{1}{2} \times \frac{d[H_2O_2]_0}{dt}$$

$$v_{vol}(t = 0\ s) = -\frac{1}{2} \times \frac{7{,}5}{-1{,}5} = 2{,}5\ mol/l.s$$

$v_{vol}(t = 25\ s) = 0\ mol/l.s$ (لانتهاء التفاعل)

تطور السرعة: تتناقص السرعة الحجمية للتفاعل إلى أن تنعدم بانعدام ميل المماس

4) العامل الحركي الذي لعب دورا في هذا التطور هو الوسيط Fe^{3+}.

5) تعريف $t_{1/2}$: هو الزمن اللازم لبلوغ التفاعل نصف تقدمه النهائي x_f

6) بين أنه عند $t = t_{1/2}$:

يكون $\frac{[H_2O_2]}{2} = [H_2O_2]_{t_{1/2}}$، بما أن التفاعل تام فإن $x_f = x_{max}$ وبالتالي عند $t_{1/2}$ يكون:

$$x(t_{1/2}) = \frac{x_{max}}{2} \quad \Rightarrow \quad n_{t_{1/2}}(H_2O_2) = \frac{n_0(H_2O_2)}{2}$$

$$\cancel{V}.[H_2O_2]_{t_{1/2}} = \frac{[H_2O_2]_0 \times \cancel{V}}{2} \quad \Rightarrow \quad [H_2O_2]_{t_{1/2}} = \frac{[H_2O_2]_0}{2} = \frac{7{,}5}{2} = 3{,}75\ mol/L$$

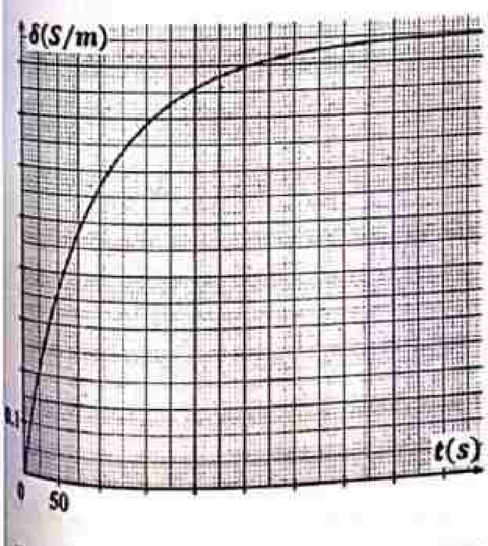
-قيمة $t_{1/2}$ بيانيا: $[H_2O_2]_{t_{1/2}} = 3{,}75\ mol/L$ بالإسقاط على البيان نجد أن: $t_{1/2} \simeq 1{,}2s$.

التمرين 49:

إن تفاعل إماهة 2-كلور و 2-مثيل بروبان هو تفاعل بطيء وتام ينمذج بالمعادلة الكيميائية التالية:

$$(CH_3)_3C - Cl_{(aq)} + 2H_2O_{(l)} \rightarrow (CH_3)_3C - OH_{(l)} + H_3O^+_{(aq)} + Cl^-_{(aq)}$$

بهدف دراسة تطور هذا التفاعل عن طريق قياس الناقلية النوعية σ للمحلول، عند اللحظة $(t = 0)$ نمزج كمية قدرها $1{,}85\ mmol$ من 2-كلور و 2-مثيل بروبان مع كمية وفيرة من الماء عند الدرجة $25°C$، قسنا الناقلية النوعية للمحلول في فترات زمنية مختلفة فتحصلنا على البيان التالي (نهمل التفكك الذاتي للماء)



1) اشرح لماذا يمكن متابعة هذا التحول عن طريق قياس الناقلية النوعية؟

2) أنجز جدول تقدم التفاعل واحسب التقدم الأعظمي.

3) أوجد عبارة تقدم التفاعل $x(t)$ بدلالة الناقلية النوعية σ والناقلية النوعية الأعظمية σ_{max} والتقدم الأعظمي x_{max}.

4) أعط عبارة سرعة تشكل $H_3O^+_{(aq)}$ ثم احسبها في اللحظة $t = 100\ s$

5) عرف زمن نصف التفاعل $t_{1/2}$ ثم أوجده.

6) ارسم كيفيا وفي نفس البيان $\sigma = f(t)$ عند $T = 50°C$

Scanned by CamScanner

تصحيح التمرين 49:

1) يمكن متابعة هذا التحول عن طريق قياس الناقلية لأنه يوجد شوارد تؤثر في التفاعل: H_3O^+ و Cl^-.

2) جدول تقدم التفاعل:

المعادلة		$(CH_3)C-Cl_{(aq)}$	$+\ 2H_2O_{(aq)}$	$\rightarrow (CH_3)_3C-OH_{(aq)}$	$+\ H_3O^+_{(aq)}$	$+\ Cl^-_{(aq)}$
الحالة	التقدم	كميات المادة (mol)				
ابتدائية	$x=0$	$1{,}85\times10^{-3}$	بوفرة	0	0	0
انتقالية	x	$1{,}85\times10^{-3}-x$	بوفرة	x	x	x
نهائية	x_f	$1{,}85\times10^{-3}-x_f$	بوفرة	x_f	x_f	x_f

حساب التفاعل الأعظمي: -عند نهاية التفاعل:

$$1{,}85\times10^{-3}-x_{max}=0 \quad\Rightarrow\quad x_{max}=1{,}85\times10^{-3}mol$$

3) إيجاد عبارة تقدم التفاعل x_t بدلالة σ، σ_{max}، x_{max}.

لدينا عند لحظة t:
$$\sigma_t=[H_3O^+]\lambda_{H_3O^+}+[Cl^-]\lambda_{Cl^-}$$

من جدول التقدم لدينا: $n_t(H_3O^+)=n_t(Cl^-)$ منه: $[H_3O^+]=[Cl^-]$

$$\sigma_t=[H_3O^+]\times\left(\lambda_{H_3O^+}+\lambda_{Cl^-}\right)=\frac{x_t}{V_T}\left(\lambda_{H_3O^+}+\lambda_{Cl^-}\right)$$

$$\Rightarrow\quad x_t=\frac{\sigma_t.V_T}{\lambda_{H_3O^+}+\lambda_{Cl^-}}$$

بنفس الطريقة نجد:

$$x_{max}=\frac{\sigma_{max}.V_T}{\lambda_{H_3O^+}+\lambda_{Cl^-}}\quad\Rightarrow\quad\frac{x_t}{x_{max}}=\frac{\sigma_t}{\sigma_{max}}\quad\Rightarrow\quad x_t=\frac{\sigma_t.x_{max}}{\sigma_{max}}$$

4) عبارة سرعة تشكل (H_3O^+):

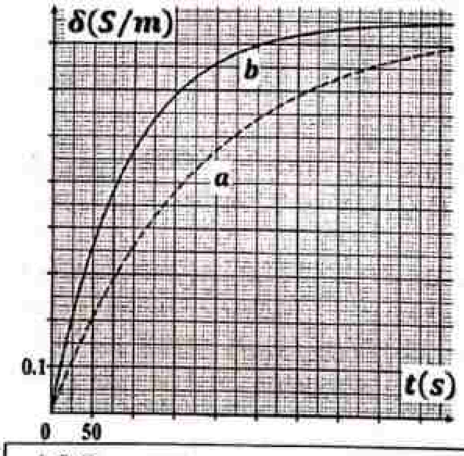
$$v_{(H_3O^+)}=\frac{dn(H_3O^+)}{dt}=\frac{dx}{dt}=\frac{d}{dt}\left(\frac{\sigma_t.x_{max}}{\sigma_{max}}\right)=\frac{x_{max}}{\sigma_{max}}.\frac{d\sigma_t}{dt}$$

$\frac{d\sigma_t}{dt}$ هو ميل مماس البيان عند لحظة t.

-بيانيا: نجد: $\sigma_{max}=0{,}85\,s/m$.

$$\left(\frac{d\sigma}{dt}\right)_{t=100s}=\frac{0{,}27-0{,}57}{0-100}=3\times10^{-3}\ S/m.s$$

$$v(t=100s)=\frac{1{,}85\times10^{-3}}{0{,}85}\times3\times10^{-3}=6{,}5\times10^{-6}\ mol/s$$



5) زمن نصف التفاعل $t_{1/2}$: هو زمن اللازم لبلوغ التفاعل نصف تقدمه النهائي x_f.

بيانيا $\sigma_{t_{1/2}}=\frac{\sigma_0+\sigma_{max}}{2}=0{,}42\ s/m$

بإسقاط قيمة $\sigma_{t_{1/2}}$ على محور الفواصل نجد:

$t_{1/2}\simeq 60s$

6) الرسم البياني لتطور تغيرات الناقلية النوعية σ للمحلول عند $T=50°C$.

(a) بيان تغيرات σ عند $T=25°C$

(b) بيان تغيرات σ عند $T=50°C$

ملاحظة: تغيرت قيمة σ_{max} لأنها تتعلق بدرجة الحرارة.

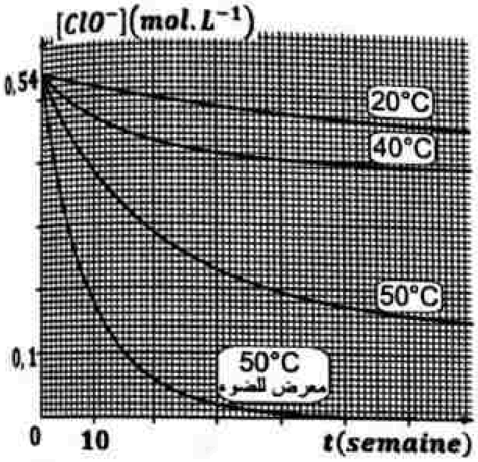
Scanned by CamScanner

التمرين 50:

ماء جافيل هو مادة كيميائية تستعمل كثيرا في المنازل، لأنه مطهر بفعالية كبيرة ضد الجراثيم، يصنع ماء جافيل بإذابة غاز ثنائي الكلور في محلول هيدروكسيد الصوديوم.
الفرد الكيميائي الفعال في ماء جافيل هو الشاردة المؤكسدة "شاردة الهيبوكلوريت" $ClO^-_{(aq)}$.
تعرف الدرجة الكلورومترية d_{Cl} لماء جافيل على أنها حجم غاز ثنائي الكلور اللازم لإنتاج لتر واحد من المحلول، والعلاقة التي تربطه بالتركيز المولي $[ClO^-]$ لشوارد الهيبوكلوريت هي: $[ClO^-]=\frac{d_{Cl}}{V_m}$
حيث $V_m = 22,4\ L/mol$ هو الحجم المولي للغازات في الشرطين النظاميين.

1) احسب التركيز المولي للشوارد ClO^- الموجودة في ماء جافيل الذي درجته هي $d_{Cl} = 12,1$.
2) بإمكان شاردة الهيبوكلوريت أن تؤكسد الماء إلى ثنائي الأكسجين وترجع بدورها إلى شوارد الكلور. و هذا يعني أن محلول ماء جافيل لا يحافظ على درجته الكلورومترية مع مرور الزمن.

علما أن الثنائيتين (مرجع/مؤكسد) المساهمتين في هذا التفاعل هما: $\left(O_{2(g)}/H_2O_{(l)}\right)$ و $\left(ClO^-_{(aq)}/Cl^-_{(aq)}\right)$
اكتب المعادلتين النصفيتين للأكسدة والإرجاع الموافقتين لهما، ثم المعادلة الكيميائية للتفاعل.



3) لأجل دراسة الظروف المناسبة لتخزين ماء جافيل، مكنت الدراسة التجريبية لحركية تفاعل تفككه السابق من رسم المنحنيات المبينة بالشكل الموالي، والتي تعبر عن تغيرات التركيز المولي لشاردة الهيبوكلوريت مع مرور الزمن في ظروف مختلفة.

أ/ أنشئ جدولا لتقدم التفاعل.
ب/ عرف السرعة الحجمية للتفاعل.
ج/ أوجد العلاقة التي تربط السرعة الحجمية للتفاعل بكمية المادة n للشوارد ClO^- في المحلول، ثمّ عبر عنها بدلالة التركيز المولي $C=[ClO^-]$
د/ أوجد من البيان الموافق لـ $\theta = 50°C$ بمعزل عن الضوء، قيمة السرعة الحجمية عند اللحظة $t = 15\ semaines$.
ه/ اذكر العوامل الحركية التي تناولتها الدراسة التجريبية.
و/ إذا افترضنا أن تناقص التركيز المولي لشوارد الهيبوكلوريت المسموح به تجاريا لا يجب أن يتجاوز 10% من قيمته الابتدائية، ماهي في هذه الحالة المدة الزمنية القصوى t_1 الموافقة لتخزين ماء جافيل بمعزل عن الضوء عند درجة الحرارة $50°C$؟ ثمّ عند درجة الحرارة $20°C$؟ ماذا تستنتج؟

التمرين 51:

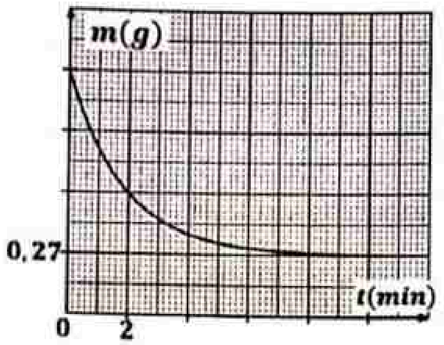
لمتابعة تطور التحول الحادث بين معدن الألمنيوم Al ومحلول كلور الهيدروجين $\left(H^+_{(aq)} + Cl^-_{(aq)}\right)$ الذي ينمذج بتفاعل كيميائي ذي المعادلة:

$$2Al_{(s)} + 6H^+_{(aq)} = 2Al^{3+}_{(aq)} + 3H_{2(g)}$$

ندخل في اللحظة $t = 0$ صفيحة من الألمنيوم كتلتها $m = 1,08\ g$ بواسطة خيط داخل محلول حمض كلور الهيدروجين حجمه $V = 90\ mL$ تركيزه C ومن لحظة إلى اخرى نخرج الصفيحة ونزنها ثمّ نعيدها إلى المحلول.

إن المنحنى البياني الموالي يمثل تغيرات كتلة صفيحة الألمنيوم بدلالة الزمن $m = f(t)$، نعتبر حجم الوسط التفاعلي ثابتا خلال مدة التحول وأن درجة الحرارة ثابتة.
1) حدد الثنائيتين (Ox/Red) الداخلتان في التفاعل مع كتابة المعادلتين النصفيتين .
2) أنشئ جدول تقدم التفاعل.

Scanned by CamScanner



3) هل المزيج ستوكيومتري؟ حدد المتفاعل المحد.
4) أوجد التقدم الأعظمي x_{max} للتفاعل
واستنتج قيمة التركيز المولي C.
5) باستعمال جدول تقدم التفاعل بين صحة العلاقة:
$$\frac{dm}{dt} = \frac{M.V}{3} \times \frac{d[H^+]}{dt} = 0{,}81 \times \frac{d[H^+]}{dt}$$
6) احسب السرعة الحجمية لاختفاء شوارد $(H^+_{(aq)})$ في اللحظتين: $t = 0\ min$، $t = 10\ min$ ماذا تلاحظ؟
7) عين زمن نصف التفاعل $t_{1/2}$ ثمّ احسب عندئذ كل من حجم الهيدروجين V_{H_2} وتركيز شوارد الألمنيوم $Al^{3+}_{(aq)}$.

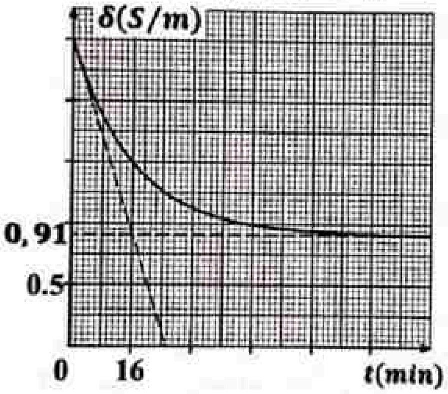
يعطى: $M(Al) = 27\ g/mol$ ، الحجم المولي للغاز في شروط التجربة $V_M = 24\ L/mol$.

التمرين 52:

إن تفاعل التصبن الذي يحدث بين إيثانوات الإيثيل $CH_3COO - C_2H_5$ و الصودا (Na^+,OH^-) هو تفاعل بطيء في البرودة. المعادلة المعبرة عن التفاعل الحادث هي:
$$CH_3COO - C_2H_5 + OH^- = CH_3COO^- + C_2H_5OH$$
نتابع تطورات التفاعل بطريقتين:

الطريقة الأولى:

نمزج عند اللحظة $t = 0$: $n_0\ mol$ من الصودا مع $n_0\ mol$ من إيثانوات الإيثيل حيث حجم المزيج $V = 100\ mL$ نقوم بقياس الناقلية النوعية للمزيج في لحظات زمنية مختلفة ثم نمثل البيان التالي:



1) أنشئ جدول التقدم لتفاعل السابق.
2) أ/ أوجد الناقلية النوعية الابتدائية σ_0 لمزيج عند اللحظة $t = 0$ بدلالة: λ_{OH^-} ، λ_{Na^+} ، V ، n_0
ب/ أحسب قيمة n_0.
3) أ/ أوجد العلاقة التي تربط بين الناقلية النوعية σ عند اللحظة t و التقدم x
ب/ أحسب تقدم التفاعل عند اللحظة $t = 40\ min$
4) بين أن تفاعل التصبن هو تفاعل تام.
5) أ/عرف السرعة الحجمية للتفاعل
ب/ أوجد السرعة الحجمية للتفاعل عند اللحظة $t = 0$.
6) عين زمن نصف التفاعل $t_{1/2}$

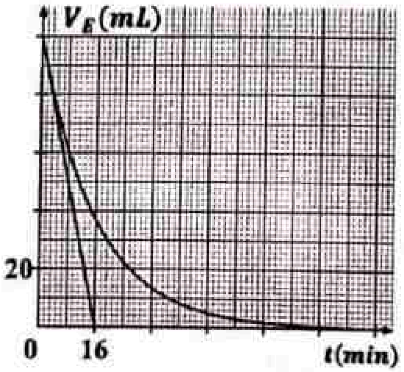
الطريقة الثانية:

نمزج عند اللحظة $t = 0$ $10^{-2}mol$ من الصودا مع 10^{-2} من إيثانوات الإيثيل حيث حجم المزيج $V = 100mL$.

نتابع تطور التفاعل بواسطة معايرة شوارد الهيدروكسيد OH^{-1} بواسطة محلول حمض كلور الهيدروجين (H_3O^+, Cl^-) تركيزه المولي: $C_a = 0{,}1\ mol/L$.

معادلة تفاعل المعايرة هي: $H_3O^+ + OH^- = 2H_2O$

نمثل الحجم اللازم لتكافؤ المزيج بدلالة الزمن $V_E = f(t)$ كالآتي:



Scanned by CamScanner

1) اوجد العلاقة بين V_E والتقدم x عند اللحظة t ، ثم أحسب التقدم عند اللحظة $t = 40\ min$

2) بين أن سرعة التفاعل تعطى بالعلاقة : $v = -\frac{1}{10}\frac{dV_E}{dt}$

3) أحسب السرعة الحجمية للتفاعل عند اللحظة $t = 0$

4) عرف $t_{1/2}$ ثم حدده بيانيا .

5) هل تتوافق هذه النتائج مع تلك المتحصل عليها بالطريقة الأولى.

يعطى:

$\lambda_{Na^+} = 5ms.m^2.mol^{-1}$ ، $\lambda_{OH^-} = 20\ ms.m^2.mol^{-1}$ ، $\lambda_{CH_3COO^-} = 4,1\ ms.m^2.mol^{-1}$

التمرين 53:

ندخل في اللحظة $t = 0$ كتلة قدرها $m = 2g$ من المغنزيوم في بيشر يحتوي على $50\ mL$ من محلول حمض كلور الهيدروجين $(H_3O^+_{(aq)} + Cl^-_{(aq)})$ تركيزه المولي $C_0 = 10^{-2}\ mol/L$، فيحدث التفاعل الكيميائي المنمذج بالمعادلة التالي:

$$Mg_{(s)} + 2H_3O^+_{(aq)} = Mg^{2+}_{(aq)} + 2H_2O_{(l)} + H_{2(g)}$$

1) اكتب المعادلتين النصفيتين الإلكترونيتين أكسدة-إرجاع ثم استنتج الثنائيتين (Ox/Red) المشاركتين في هذا التفاعل الكيميائي.

2) إن قياس الـ pH للمحلول الناتج في لحظات مختلفة أعطى النتائج المدونة في الجدول التالي:

$t(min)$	0	2	4	6	8	10	12	14
pH	2,00	2,12	2,27	2,44	2,66	2,95	3,41	4,36
$[H_3O^+] \times 10^{-3}\ mol/L$								
$[Mg^{2+}] \times 10^{-3}\ mol/L$								

أ/ أنجز جدول التقدم للتفاعل المنمذج للتحول الكيميائي الحادث.

ب/ بين أن المغنزيوم موجود بالزيادة في المحلول.

ج/ بين أن التركيز المولي للشوارد Mg^{2+} يعطى في كل لحظة بالعلاقة التالية:
$[Mg^{2+}]_{(t)} = \frac{1}{2}(10^{-2} - [H_3O^+]_{(t)})$ ثم أكمل الجدول أعلاه .

د/ ارسم في نفس المعلم البيان (1) الموافق لـ $[Mg^{2+}] = f(t)$
والبيان (2) الموافق لـ $[H_3O^+] = g(t)$

ه/ باستعمال البيان (1) احسب السرعة الحجمية لتشكل شوارد المغنزيوم Mg^{2+} في اللحظة $t = 2\ min$. ثم استنتج السرعة الحجمية لاختفاء شوارد الهيدرونيوم

و/ تأكد من قيمة السرعة الحجمية لاختفاء شوارد الهيدرونيوم H_3O^+ عند نفس اللحظة.

3) أ/ عرف زمن نصف التفاعل $t_{1/2}$.

ب/ احسب التركيز المولي لكل من شوارد الهيدرونيوم وشوارد المغنزيوم في اللحظة $t = t_{1/2}$ ثم استنتج قيمة $t_{1/2}$ بيانيا. باستعمال المنحنى (2) H_3O^+

تعطى: الكتلة المولية الذرية للمغنزيوم $M(Mg) = 24\ g/mol$.

يستطيع أي إنسان جعل الأشياء تبدو أكبر و أعقد ، لكنك تحتاج إلى عبقري شجاع لجعلها تبدو عكس ذلك

البرت اينشتاين

Scanned by CamScanner

الوحدة الثانية: التحولات النووية

I. مكتسبات قبلية.

II. النشاط الإشعاعي.

III. التناقص الإشعاعي.

IV. المظهر الطاقوي.

V. الانشطار والاندماج.

الأستاذ للتلميذ: ماذا يعجبك في الثانوية؟
التلميذ : الجرس يا أستاذ ..!!

Scanned by CamScanner

Scanned by CamScanner

I. بعض المكتسبات القبلية:

1) بنية النواة:

كل نواة عنصر يرمز لها بالرمز: $_Z^AX$ حيث: A العدد الكتلي (عدد النوكليونات)، و Z العدد الشحني (العدد الذري) أو (عدد البروتونات). مع $A = Z + N$، و N هو عدد النيترونات.

مثال: تركيب نواة الكربون $_6^{14}C$.

عدد البروتونات $Z = 6$، عدد النوكليونات $A = 14$ ، عدد النيترونات $N = A - Z = 8$

	رمزه	كتلته	شحنته
البروتون	$_1^1P$	$1{,}6726 \times 10^{-27}Kg$	$1{,}6 \times 10^{-19}eV$
النترون	$_0^1n$	$1{,}6749 \times 10^{-27}Kg$	0
الإلكترون	$_{-1}^0e$	$9{,}1093 \times 10^{-31}Kg$	$-1{,}6 \times 10^{-19}eV$

ملاحظة : كتلة نواة : $m_{\text{نواة}} \simeq m_{\text{نواة}} \simeq A.m_p \simeq A.m_n$

شحنة نواة : $q_{\text{نواة}} = Z.|e^-|$

2) النظائر:

هي أنوية عنصر التي تحتوي على نفس العدد الذري Z وتختلف في العدد الكتلي A، أي في عدد النيترونات.

$$_Z^{A_1}X\ ,\ _Z^{A_2}X\ ,\ _Z^{A_3}X\ ,\ _Z^{A_4}X$$

مثال: نظائر الهيدروجين هي: $_1^1H\ ,\ _1^2H\ ,\ _1^3H$.

نظائر الكربون هي: $_6^{11}C\ ,\ _6^{12}C\ ,\ _6^{13}C\ ,\ _6^{14}C$.

3) حجم النواة:

باعتبار أن النواة هي عبارة عن كرة، حجمها يعطى بالعلاقة: $V = \frac{4}{3} \times \pi \times R^3$.

4) نصف قطر النواة:

نصف قطر نواة R تعطى بالعلاقة: $R = R_0.A^{1/3}$، حيث $R_0 = 1{,}3 \times 10^{-15}\ m$ هو نصف قطر البروتون، مع: $A^{1/3} = \sqrt[3]{A}$.

مثال: أوجد نصف القطر R نواة الليثيوم $_3^8Li$.

$$R = 1{,}3 \times 10^{-15} \times \sqrt[3]{8} \quad \Rightarrow \quad R = 2{,}6 \times 10^{-15}\ m$$

5) القوة النووية القوية:

إن بقاء النواة متماسكة رغم وجود التنافر بين البروتونات دليل على وجود قوة نووية قوية تتغلب على قوى التنافر بين البروتونات.

سؤال للبحث: ما الفرق بين القوة النووية والقوة الكهربائية؟

المال جزء من الرزق ، ولكن هناك رزق الصحة
ورزق الولد ورزق الطعام ورزق في البركة
وكل نعمة من الله سبحانه وتعالى هي رزق
وليس المال وحده
محمد متولي الشعراوي رحمه الله

Scanned by CamScanner

II. النشاط الإشعاعي:

1) مقدمة حول اكتشاف ظاهرة النشاط الإشعاعي:

وضع الفيزيائي الفرنسي هنري بيكريل صدفة في درج مكتبه عينة من أملاح اليورانيوم فوق لوح فوتوغرافي و هذا حينما كان يقوم بأبحاث علمية على الأشعة السينية، في أول مارس 1896 فتح الدرج فلاحظ باندهار كبير أن الألواح متأثرة رغم عدم تعرض الأملاح لأشعة الشمس.

و هذا ما أدى إلى اكتشاف أن أملاح اليورانيوم انبعثت منها تلقائيا أشعة غير مرئية تركت أثارا على الألواح الفوتوغرافية، فدعاها بأشعة اليورانيوم.

2) تعريف ظاهرة النشاط الإشعاعي:

هي تحول طبيعي تلقائي و غير مرتقب في الزمن، تتحول خلاله نواة غير مستقرة إلى نواة متولدة أكثر استقرارا مع انبعاث جسيم أو أكثر، نسمي النواة غير المستقرة (المشعة) بالنواة الأم ونرمز لها X، والنواة المتولدة (الناتجة) بالنواة البنت ونرمز لها Y.

3) خصائص النشاط الإشعاعي:

إن ظاهرة النشاط الإشعاعي ظاهرة عشوائية، تلقائية، حتمية، إحصائية، لا تتعلق بالعوامل الفيزيائية كدرجة الحرارة والضغط ولا بالتركيب الكيميائي.

4) قانوني صودي:

خلال كل تحول نووي معادلته:

$${}^{A_1}_{Z_1}X + {}^{A_2}_{Z_2}X \rightarrow {}^{A_3}_{Z_3}X + {}^{A_4}_{Z_4}X$$

تحفظ الأعداد الذرية:
$$Z_1 + Z_2 = Z_3 + Z_4$$

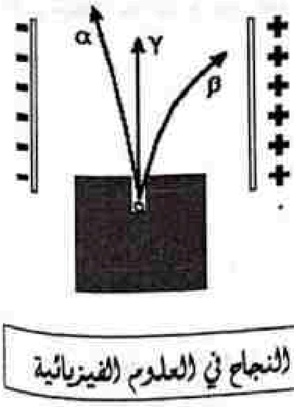
والأعداد الكتلية:
$$A_1 + A_2 = A_3 + A_4$$

تطبيق: أكمل المعادلات النووية التالية:

${}^{4}_{2}He + {}^{14}_{6}C \rightarrow {}^{A}_{Z}N + {}^{1}_{1}H$	$A =$	$Z =$ ....
${}^{A}_{Z}Be + {}^{4}_{2}He \rightarrow {}^{1}_{0}n + {}^{12}_{6}C$	$A =$	$Z =$ ....
${}^{14}_{7}N + {}^{4}_{2}He \rightarrow {}^{A}_{1}H + {}^{17}_{Z}O$	$A =$	$Z =$ ....
${}^{235}_{92}U + {}^{1}_{0}n \rightarrow {}^{A}_{54}Xe + {}^{93}_{Z}Sr + 3{}^{1}_{0}n$	$A =$	$Z =$ ....

5) اكتشاف بعض أنواع النشاط الإشعاعي:

أكمل العالم إرنست رذرفورد ما بدأ به بيكريل فدرس ظاهرة النشاط الإشعاعي بالتفصيل، وتبيّن له بعد التجارب أنّ النشاط الإشعاعي ينقسم إلى ثلاثة أنواع وهي الفا α، وبيتا β^-، وغاما γ واكتشف بعد ذلك الإشعاع β^+، وسنقوم الآن بشرح هذه الإشعاعات:



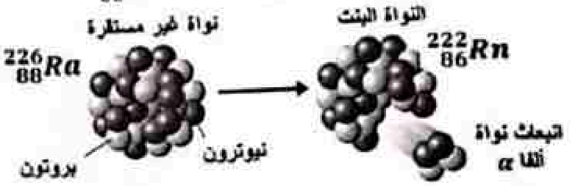
Scanned by CamScanner

أ/ الإشعاع α:

❖ تعريفه: نواة الهيليوم $^{4}_{2}He$ يصدر من الأنوية الثقيلة التي لها فائض من البروتونات والنيترونات $A > 190$

❖ معادلته:
$$^{A}_{Z}X \rightarrow {}^{A-4}_{Z-2}Y + {}^{4}_{2}He$$

مثال:
$$^{210}_{84}Po \rightarrow {}^{206}_{82}Pb + {}^{4}_{2}He$$
$$^{226}_{88}Ra \rightarrow {}^{222}_{86}Rn + {}^{4}_{2}He$$



❖ خصائصه: طاقة حركية مرتفعة لحظة إصداره، توقفه ورقة بصورة سريعة ومشرد قوي (مؤين للمادة)، خطير إذا لمس جسم الإنسان، ينحرف بالمجال الكهربائي والمغناطيسي.

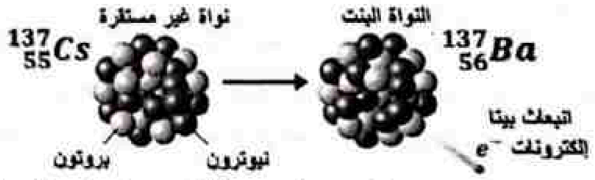
ب/ الإشعاع β^-:

❖ تعريفه: هو عبارة عن إلكترون $^{0}_{-1}e$ يصدر من الأنوية التي لها فائض في النيترونات، حيث يتحول نترون إلى بروتون ويصدر إلكترون.

$$^{1}_{0}n \rightarrow {}^{1}_{1}P + {}^{0}_{-1}e$$

❖ معادلته:
$$^{A}_{Z}X \rightarrow {}_{Z+1}^{A}Y + {}^{0}_{-1}e$$

مثال:
$$^{14}_{6}C \rightarrow {}^{14}_{7}N + {}^{0}_{-1}e$$
$$^{137}_{55}Cs \rightarrow {}^{137}_{56}Ba + {}^{0}_{-1}e$$



❖ خصائصه: أكثر نفاذا من α. توقفه بعض السنتمترات من الألمنيوم، ينحرف بالمجال الكهربائي والمغناطيسي، له كتلة صغيرة مقارنة مع جسيم α

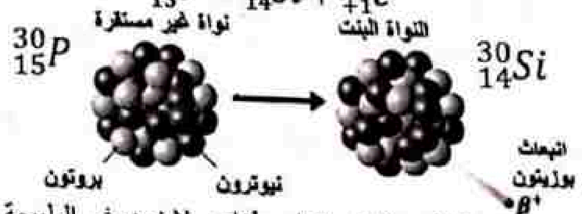
ج/ الإشعاع β^+:

❖ تعريفه: هو عبارة عن بوزيتون $^{0}_{+1}e$ يصدر من الأنوية التي لها فائض من البروتونات، حيث يتحول بروتون إلى نيترون و يصدر بوزيتون.

$$^{1}_{1}P \rightarrow {}^{1}_{0}n + {}^{0}_{+1}e$$

❖ معادلته:
$$^{A}_{Z}X \rightarrow {}_{Z-1}^{A}Y + {}^{0}_{+1}e$$

مثال:
$$^{18}_{9}F \rightarrow {}^{18}_{8}O + {}^{0}_{+1}e$$
$$^{30}_{15}P \rightarrow {}^{30}_{14}Si + {}^{0}_{+1}e$$



❖ خصائصه: نفس خصائص β^-، إلا أن هذا شعاع اصطناعي لا نجده في الطبيعة إلا نادرا.

Scanned by CamScanner

د/ الإشعاع غاما γ:

❖ **تعريفه**: هو عبارة عن موجه كهرومغناطيسية $^{0}_{0}\gamma$، وهو إشعاع تابع للإشعاعات السابقة يصدر من النواة البنت إذا كانت مثارة حيث تفقد النواة المثارة طاقتها الزائدة وتنزل إلى مستوى طاقة أقل.

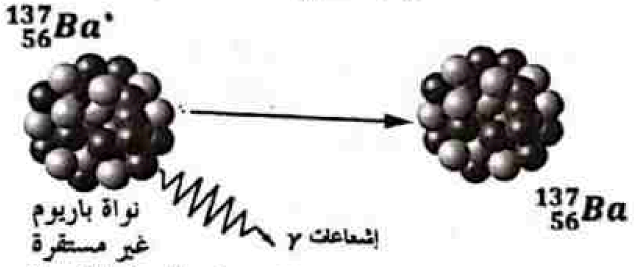
❖ معادلته:

$$^{A}_{Z}Y^{*} \rightarrow {}^{A}_{Z}Y + {}^{0}_{0}\gamma$$

مثال:

$$^{18}_{8}O^{*} \rightarrow {}^{18}_{8}O + {}^{0}_{0}\gamma$$

$$^{137}_{56}Ba^{*} \rightarrow {}^{137}_{56}Ba + {}^{0}_{0}\gamma$$



❖ **خصائصه**: موجة كهرومغناطيسية وليس جسيم، لا ينحرف بالمجال الكهربائي والمغناطيسي، قدرة نفاذ عالية، خطير جدا إذا لمس جسم الإنسان.

تطبيق:

1) يتفكك البولونيوم 210 معطيا جسيمات α ونواة ابن هي $^{A}_{Z}Pb$.
اكتب معادلة التفاعل المنمذج للتحول النووي الحاصل محددا قيمة كل من A و Z.

....
....
....
....

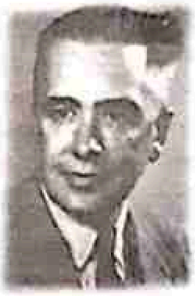
2) اكتب معادلة التفاعل المنمذج لتفكك نواة السيزيوم $^{137}_{55}Cs$ المشعة، التي تصدر جسيمات β^{-} وإشعاعات γ مستنتجا رمز النواة الناتجة $^{A}_{Z}Y$ من بين الأنوية التالية: $^{131}_{54}Xe$ ،$^{137}_{56}Ba$ ،$^{138}_{57}La$.

....
....
....
....

سأل أحد التلاميذ مدرس الرياضيات قائلاً: يا أستاذ علمنا بعض الأدعية ..
المعلم: اللهم لا تجعلني منحرفاً و لا شبه منحرف.. و اجعل زاوية خطيئتي حادة و لا تجعلها منفرجة و اجعل دائرة معارفي واسعة .
فرد عليه التلميذ: يا أستاذ لقد علمتنا الطرح فطرحت منا الشر، و علمتنا الجمع و نجمع لك الخير كله، و علمتنا الضرب فنضرب بك الأمثال ،و علمتنا القسمة و نقسم ألا ننسى جميلك أبداً.

Scanned by CamScanner

6) مخطط سيغري:



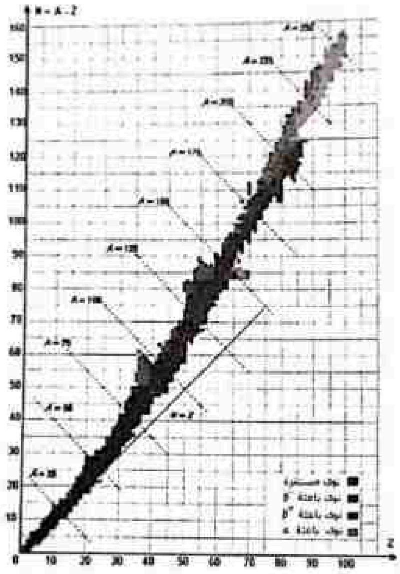
يمثل تغيرات عدد النترونات بدلالة عدد البروتونات $N = f(Z)$ لجميع الأنوية $^{A}_{Z}X$ المستقرة والغير مستقرة، ويمكن تقسيمه إلى أربعة مناطق:

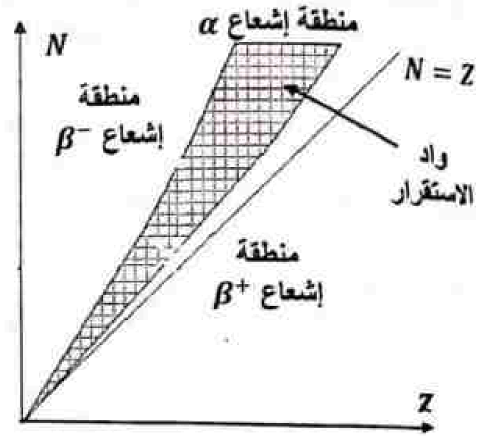
المنطقة 1: واد الاستقرار وتضم جميع الأنوية المستقرة.

المنطقة 2: يسار حافة واد الاستقرار: وتضم الأنوية التي لها فائض في النوترونات بالنسبة للأنوية المستقرة. و تصدر إشعاع من نوع (β^-) حتى تقترب من واد الاستقرار.

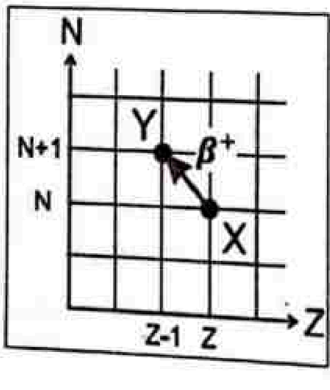
المنطقة 3: يمين حافة واد الاستقرار: وتضم الأنوية التي لها فائض في البروتونات بالنسبة للأنوية المستقرة. و تصدر إشعاع من نوع (β^+) حتى تقترب من واد الاستقرار.

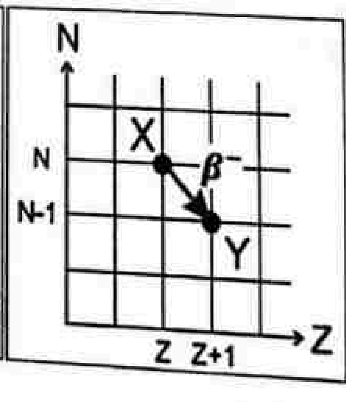
المنطقة 4: أعلى واد الاستقرار: وتضم الأنوية الثقيلة $(A > 190)$ و تصدر إشعاع من نوع (α) حتى تقترب من واد الاستقرار.

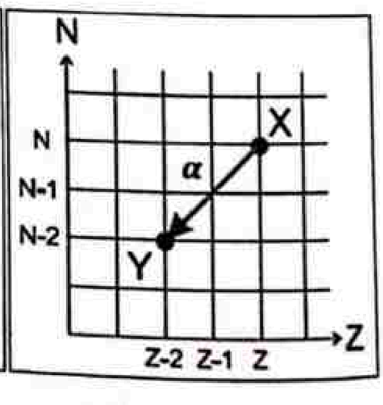




ملاحظة:
يمكن رسم البيانات $A = f(Z)$ ، $A = f(N)$ ، $Z = f(N)$ ويتغير شكل واد الاستقرار ولا يسمى حينئذ مخطط سيغري.



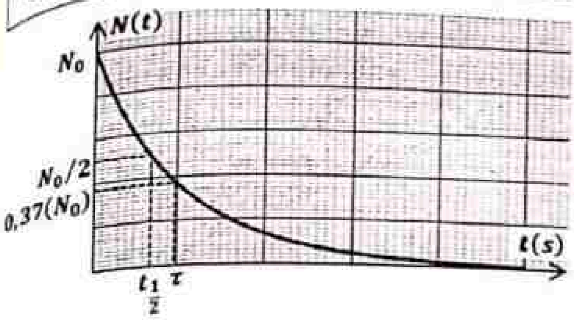




Scanned by CamScanner

III. التناقص الإشعاعي:

1) ظاهرة التناقص الإشعاعي:



لتكن لدينا عينة مشعة عدد أنويتها الابتدائية N_0 تتفكك هذه الأنوية فيتناقص عددها تدريجيا بشكل أسي إلى أن تنعدم، كما يوضحه البيان المقابل حيث:

N : عدد الأنوية المتبقية في لحظة t.

N_0: عدد الأنوية المشعة الابتدائية.

2) تعريف زمن عمر النصف $t_{1/2}$:

هو الزمن اللازم لتفكك نصف عدد الأنوية الابتدائية أو الزمن اللازم لبقاء نصف الأنوية الابتدائية، وحدته الدولية هي الثانية (s)

$$N(t_{1/2}) = \frac{N_0}{2}$$

ملاحظة: يتعلق $t_{1/2}$ بنوع النظير **فقط** ولا يتعلق بدرجة الحرارة ولا بالضغط ولا بالحالة الفيزيائية.

3) تعريف ثابت الزمن τ:

هو الزمن اللازم لتفكك 63% من الأنوية الابتدائية أي لبقاء 37% من الأنوية الابتدائية، وحدته الدولية هي الثانية (s). $N(\tau) = 0,37N_0$ ويقصد به فيزيائيا متوسط عمر عينة مشعة.

4) تعريف ثابت النشاط الإشعاعي λ:

هو احتمال تفكك نواة خلال ثانية واحدة ويعطى بالعلاقة: $\lambda = \frac{1}{\tau}$ وحدته الدولية s^{-1}.

5) قانون التناقص الإشعاعي:

عزيزي التلميذ هذا البرهان الموجود في إطار لا يمكنك فهمه إلا بعد دراسة المعادلات التفاضلية وحلولها، لذا يمكن الاستغناء عنه الآن.

ليكن لدينا N_0 نواة مشعة عند اللحظة $t = 0$ بعد مرور مدة زمنية قدرها Δt يكون عدد الأنوية المتبقية هو N، نسمي المقدار $(-\Delta N)$ بعدد الأنوية المتفككة وقيمته $(-\Delta N) = N_0 - N$.

- $(-\Delta N)$ يتناسب طردا مع عدد الأنوية N.
- $(-\Delta N)$ يتناسب طردا مع المدة الزمنية Δt
- $(-\Delta N)$ يتناسب طردا مع الجداء $N \times \Delta t$

فنكتب :

$$-\frac{\Delta N}{N \times \Delta t} = cte$$

وهو يمثل رياضيا احتمال تفكك نواة خلال مجال زمني أي ثابت التناسب λ

$$-\frac{\Delta N}{N \times \Delta t} = \lambda \quad \Rightarrow \quad -\frac{\Delta N}{\Delta t} = \lambda N$$

خلال مجال زمني Δt صغير جدا تصبح المعادلة السابقة $-\frac{dN}{dt} = \lambda N$

إذن :

$$\frac{\mathbf{dN}}{\mathbf{dt}} + \boldsymbol{\lambda N} = \mathbf{0}$$

وهي معادلة تفاضلية حلها من الشكل $N = N_0 . e^{-\lambda t}$

إنّ تناقص الأنوية المشعة يتم بشكل أسي وفقا للعلاقة: $N(t) = N_0 . e^{-\lambda t}$، حيث:

$N(t)$: عدد الأنوية المتبقية في لحظة t.

N_0: عدد الأنوية الابتدائية عند $t = 0$.

λ: ثابت النشاط الإشعاعي، وحدته s^{-1}.

t: اللحظة الزمنية المعتبرة.

6) العلاقة بين $t_{1/2}$ و λ:

$$N(t_{1/2}) = N_0 . e^{-\lambda t_{1/2}} \quad \Rightarrow \quad \frac{\cancel{N_0}}{2} = \cancel{N_0} . e^{-\lambda t_{1/2}} \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{2} = e^{-\lambda t_{1/2}} \quad \Rightarrow \quad ln\,1 - ln\,2 = -\lambda t_{1/2}$$

إذن :

$$t_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = \tau . \ln 2$$

Scanned by CamScanner

7) تعريف النشاط الإشعاعي A:

هو عدد التفككات خلال 1 ثانية وحدته البيكريل وجهاز قياسه عداد جيجر ويعطى بالعلاقة التالية:

$$A(t) = -\frac{\Delta N}{\Delta t}$$

إذا كان Δt مجال زمني صغير جدا، تصبح العلاقة السابقة تكتب بالشكل التالي:

$$A(t) = -\frac{dN(t)}{dt}$$

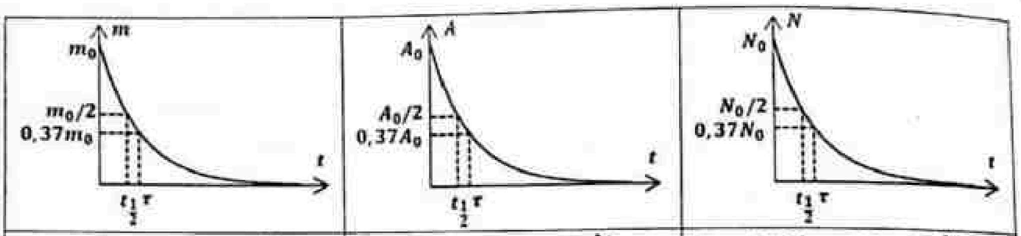
$$A(t) = -\frac{d(N_0.e^{-\lambda t})}{dt} = -N_0.(-\lambda.e^{-\lambda t}) = \lambda.N_0e^{-\lambda t} = \lambda.N(t)$$

إذن :

$$A(t) = \lambda.N(t)$$

$$A_0 = \lambda N_0$$

ملاحظة: يمكن كتابة قانون التناقص الإشعاعي للنشاط $A(t)$ بالشكل التالي: $A(t) = A_0.e^{-\lambda t}$
كما يمكن كتابة قانون التناقص الإشعاعي للكتلة المشعة المتبقية $m(t)$ كما يلي: $m(t) = m_0.e^{-\lambda t}$



$N(t) = N_0.e^{-\lambda t}$	$A(t) = A_0.e^{-\lambda t}$	$m(t) = m.e^{-\lambda t}$

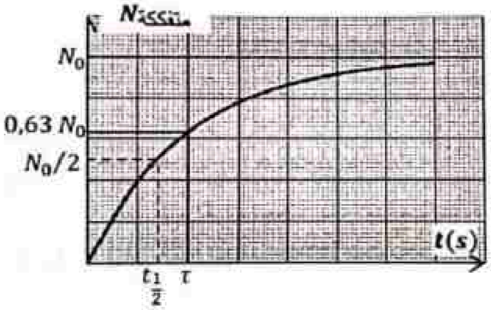
8) العبارة اللحظية للأنوية المتفككة $N'(t)$:

$$N'(t) + N(t) = N_0$$

$$\Rightarrow \quad N'(t) = N_0 - N(t)$$

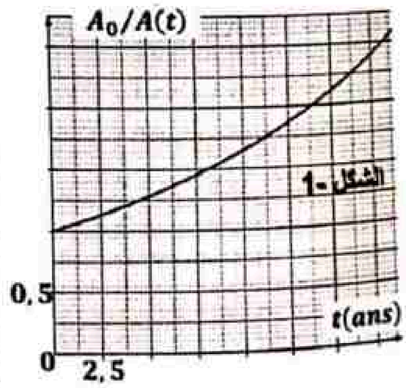
$$N'(t) = N_0 - N_0e^{-\lambda t}$$

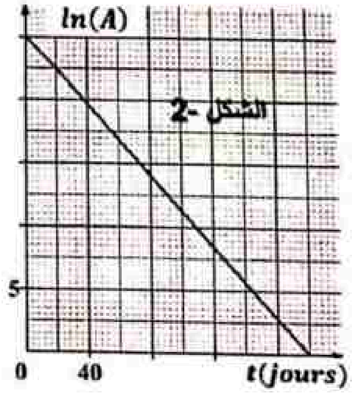
$$N'(t) = N_0(1 - e^{-\lambda t})$$

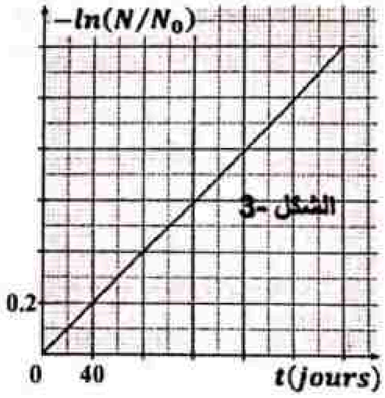


تطبيق:

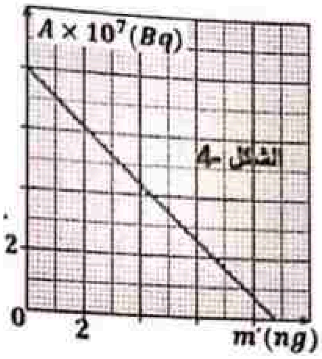
لديك البيانات التالية استخرج منها قيمة λ, $t_{1/2}$ و τ.

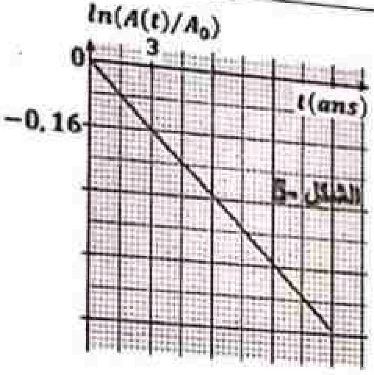


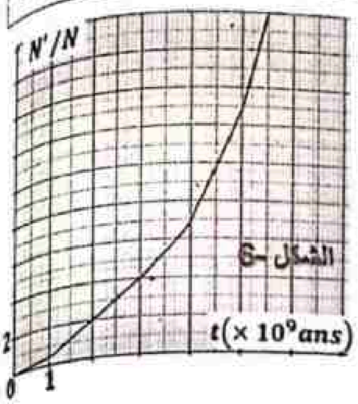




Scanned by CamScanner







الشكل	1	2	3	4	5	6
$t_{1/2}$						
λ						
τ						

9) التأريخ بالإشعاع:

لتحديد عمر عينة (قطعة خشب، جمجمة إنسان، عظام كائن حي) نستعمل التأريخ بالإشعاع.

مثال: التأريخ بواسطة ^{14}C يستند إلى النظرية القائلة بأن: النسبة $\frac{N(^{14}C)}{N(^{12}C)}$ ثابتة في العالم الحي، وهذا بفضل التبادلات في التركيب الضوئي والتغذية، وعندما يموت عضو فإن الكربون ^{14}C الذي يحتويه لا يتجدد ويبدأ في التناقص، فإذا رمزنا بـ A_0 للنشاط الإشعاعي الابتدائي للعينة لحظة الموت و $A(t)$ نشاط العينة بعد مدة t من موتها فإن:

$$A = A_0 . e^{-\lambda t} \Rightarrow \frac{A}{A_0} = e^{-\lambda t} \Rightarrow \ln\left(\frac{A}{A_0}\right) = -\lambda t \Rightarrow t = -\frac{1}{\lambda} ln\left(\frac{A}{A_0}\right)$$

$$t = -\frac{t_{1/2}}{ln\, 2} \times ln\left(\frac{A}{A_0}\right)$$

حيث:

t : عمر العينة المشعة.

$t_{1/2}$: زمن عمر نصف المادة المشعة في العينة.

A_0 : نشاط العينة عند $t = 0$.

A : نشاط العينة الآن.

تطبيق: سمح تأريخ قطعة من الخشب القديم كتلتها $m(g)$ اكتشفت عام 2000، بمعرفة النشاط A لهذه العينة والذي قدر بـ 11.3 تفككا في الدقيقة، في حين قدر النشاط A_0 لعينة حية مماثلة بـ 13.6 تفككا في الدقيقة.
احسب عمر قطعة الخشب القديم، وماهي سنة قطع الشجرة التي انحدرت منها؟

يعطى : $t_{1/2}(^{14}C) = 5570\ ans$

الحل:

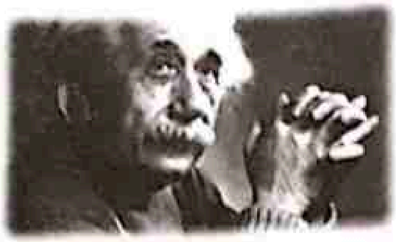
$$t = -\frac{t_{1/2}}{\ln 2} \times \ln\left(\frac{A}{A_0}\right) = \frac{5570}{\ln 2}\ln\left(\frac{11,3}{13,6}\right) \simeq 1489\ ans$$

$$2000 - 1489 \simeq 511$$

منه : تم قطع الشجرة في سنة 511 ميلادي

استخرج أربع حيوانات من كلمة "قرنبيط"

IV. المظهر الطاقوي:



1) علاقة أينشتاين:

علاقة التكافؤ (كتلة ـ طاقة)، يمكن للكتلة أن تتحول إلى طاقة وللطاقة أن تتحول إلى كتلة وفقا للعلاقة: $E = mC^2$ حيث:

- E : الطاقة بوحدة الجول $(Joule)$.
- m : الكتلة بوحدة Kg.
- C : سرعة الضوء ومقدارها: $C = 3 \times 10^8 m/s$.

2) تعريف وحدة الكتل الذرية u:

هي $\frac{1}{12}$ من كتلة ذرة الكربون ^{12}C ومقدارها: $1u = 1,66 \times 10^{-27} Kg$ ، $1u = \frac{1}{12} m(^{12}C)$

3) بعض وحدات الطاقة:

$$1eV = 1,6 \times 10^{-19} Joule$$
$$1\,MeV = 1,6 \times 10^{-13}\,Joule$$
$$1\,u = 931,5\,MeV/C^2$$

4) النقص الكتلي لنواة ^A_ZX:

وجد تجريبيا أن كتلة النويات (مكونات النواة) أكبر من كتلة النواة، وسمي الفرق بالنقص الكتلي ويرمز له بـ Δm.

$$\Delta m = m_{\text{نوكليونات}} - m_{\text{النواة}}$$

$$\Delta m = \left[\left(Z.m_p + (A-Z).m_n\right) - m(^A_ZX)\right]$$

تطبيق: احسب نقص الكتلة لنواتي ^4_2He , $^{235}_{92}U$ بوحدة u ثم بالـ Kg

يعطى: $m(^4_2He) = 4.0015\,u$ ، $m(^1_1p) = 1.00728\,u$ ، $m(^{235}U) = 234,99332\,u$ ، $m(^1_0n) = 1.00866\,u$

الحل:

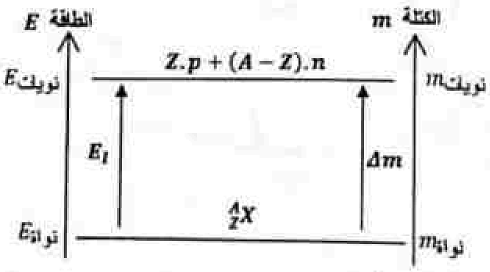
النقص الكتلي	بوحدة u	بوحدة Kg
$\Delta m(^4_2He)$	0,03038	$5,04 \times 10^{-29}$
$\Delta m(^{235}_{92}U)$	1,91482	$3,17 \times 10^{-27}$

5) طاقة الربط النووي:

هي الطاقة اللازم إعطاؤها للنواة وهي ساكنة لتفكيكها إلى مكوناتها (نوكليونات) المعزولة والساكنة، أي هي طاقة تماسك النواة، يرمز لها E_l وتحسب وفقا للعلاقة التالية:

$$E_l = \left[\left(Z.m_p + (A-Z).m_n\right) - m(^A_ZX)\right].C^2$$

$$\begin{cases} E_l(J) = \Delta m(Kg).C^2 \\ E_l(MeV) = \Delta m(u) \times 931,5 \end{cases}$$



حيث: Δm هو النقص الكتلي للنواة ^A_ZX .

تطبيق: احسب طاقة الربط لنواتي ^4_2He , $^{235}_{92}U$ بوحدة MeV ثم بالجول J

الحل:

طاقة الربط	بوحدة MeV	بوحدة $Joule$
$E_l(^4_2He)$	28,29897	$4,54 \times 10^{-12}$
$E_l(^{235}_{92}U)$	1783,65483	$2,86 \times 10^{-10}$

Scanned by CamScanner

6) طاقة الربط لكل نوية (نيوكليون): $E_{l/A}(^{A}_{Z}X)$

هي النسبة بين طاقة الربط وعدد النوكليونات أي طاقة الربط للنوكليون الواحد، والهدف منها مقارنة استقرار الأنوية، تعطى بالعلاقة:

$$E_{l/A} = \frac{E_l(^{A}_{Z}X)}{A}$$

ملاحظة: النواة الأكثر استقرارا هي التي تملك $E_{l/A}$ أكبر.

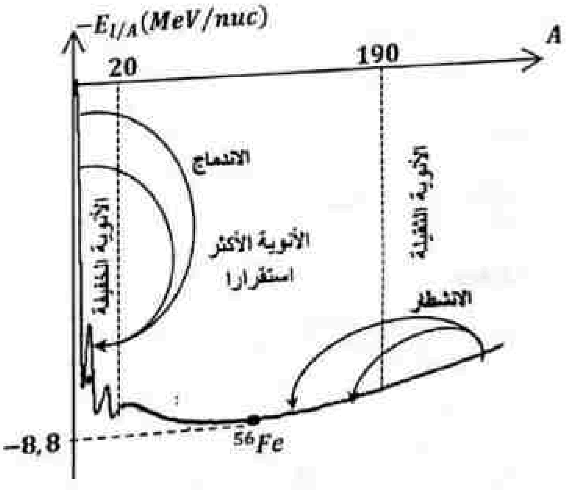
تطبيق: رتب الأنوية التالية تصاعديا من الأقل إلى الأكثر استقرارا.

	$^{2}_{1}H$	$^{3}_{1}H$	$^{4}_{2}He$	$^{14}_{6}C$	$^{14}_{7}N$	$^{94}_{38}Sr$	$^{140}_{54}Xe$	$^{235}_{92}U$
$E_l(MeV)$	2,23	8,57	28,41	99,54	101,44	810,50	1164,75	1790,5
$E_{l/A}(MeV/nuc)$								
الترتيب								

7) منحنى أستون: $(Aston)$

يمثل منحنى أستون تغيرات معاكس طاقة الربط لكل نوكليون $-E_{l/A}$ بدلالة العدد الكتلي A ونميز فيه ثلاثة مناطق:

- المنطقة 1: $20 < A < 190$: الأنوية تكون أكثر استقرارا (أكثر تماسكا) ولها طاقة الربط لكل نيوكليون كبيرة تقارب قيمتها $8\ MeV/nucléon$، كالحديد 56 بالخصوص.
- المنطقة 2: $A < 20$: أنوية خفيفة يمكن لها أن تتحد فيما بينها لتكون نواة أكثر تماسكا تسمى هذه الظاهرة الاندماج النووي.
- المنطقة 3: $A > 190$: أنوية ثقيلة غير مستقرة يمكن لها أن تنشطر إلى نواتين أكثر تماسكا وتسمى الظاهرة الانشطار النووي.



من يصنعه, لا يحتاج اليه
من يشتريه, لا يستخدمه
من يستخدمه لا يستطيع رؤيته او الاحساس به,
ما هو؟

الفائدة منه:

- نقارن به استقرار الأنوية ، النواة الأكثر استقرارا من لها أكبر $E_{l/A}$ وتقع في أسفل البيان.
- يوضح البيتين لاستقرار الأنوية: الانشطار النووي للأنوية الثقيلة والاندماج النووي للأنوية الخفيفة.

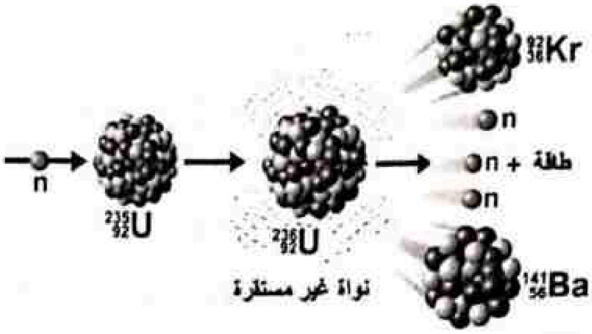
Scanned by CamScanner

V. التفاعلات النووية المفتعلة (الانشطار والاندماج النوويين):

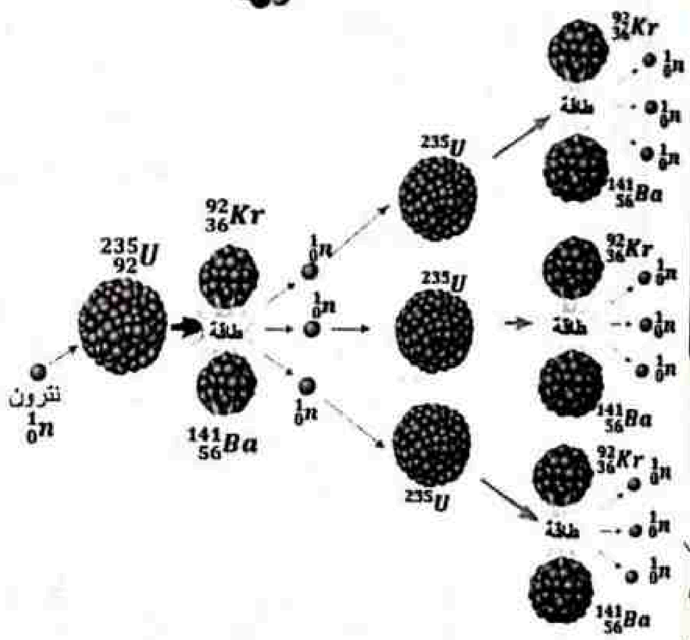
1) تعريف الانشطار النووي:

هو تفاعل نووي مفتعل يتم فيه قذف نواة ثقيلة بنترون فتنقسم إلى نواتين أكثر استقرار ونترونات ويحرر طاقة.

$$^{235}_{92}U + ^{1}_{0}n \rightarrow ^{140}_{54}Xe + ^{93}_{38}Sr + 3^{1}_{0}n$$
$$^{235}_{92}U + ^{1}_{0}n \rightarrow ^{92}_{36}Kr + ^{141}_{56}Ba + 3^{1}_{0}n$$



يعرف التفاعل السابق على أنه تسلسلي مغذى ذاتيا أي أن النترونات المتحررة تعيد بعث التفاعل من جديد إثر اصطدامها بأنوية اليورانيوم المتبقية.

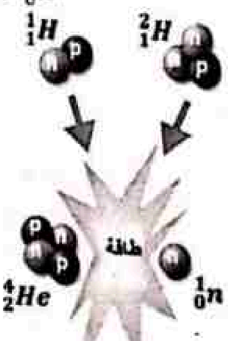


2) تعريف الاندماج النووي:

هو تفاعل نووي مفتعل يتم فيه دمج نواتين خفيفتين لتصبح نواة أكثر استقرارا ويحرر طاقة.

$$^{2}_{1}H + ^{3}_{1}H \rightarrow ^{4}_{2}He + ^{1}_{0}n$$

يصبح الانسان عجوزاً حين تحل الأعذار محل الأمل
جون ناريمور



Scanned by CamScanner

3) الحصيلة الطاقوية لتفاعل نووي:

تحسب الطاقة المحررة E_{lib} من تفاعل نووي معادلته:

$$^{A_1}_{Z_1}X_1 + ^{A_2}_{Z_2}X_2 \rightarrow ^{A_3}_{Z_3}X_3 + ^{A_4}_{Z_4}X_4$$

بإحدى الطرق التالية:

__طريقة 1:__ باستخدام كتل الأنوية المتفاعلة والناتجة.

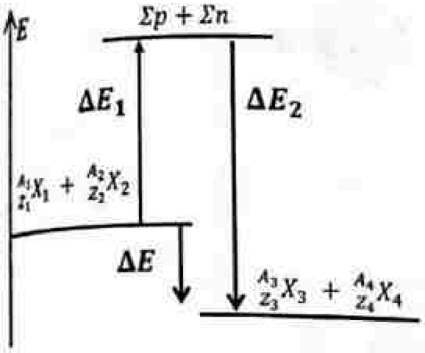
$$\begin{cases} E_{lib}(J) = \Delta m(Kg).C^2 \\ E_{lib}(MeV) = \Delta m(u) \times 931,5 \end{cases}$$

حيث:

$$\Delta m = m_{\text{متفاعلات}} - m_{\text{نواتج}} = \left(m(X_1) + m(X_2)\right) - \left(m(X_3) + m(X_4)\right)$$

C : سرعة الضوء $C = 3 \times 10^8\ m/s$

__طريقة 2:__ باستخدام طاقات الربط للأنوية المتفاعلة والناتجة.



$$\Delta E_1 = E_l(\text{المتفاعلات}) = E_l(X_1) + E_l(X_2)$$
$$\Delta E_2 = -E_l(\text{النواتج}) = -E_l(X_3) - E_l(X_4)$$
$$\Delta E = \Delta E_1 + \Delta E_2$$
$$E_{lib} = |\Delta E|$$
$$\boldsymbol{E_{lib} = \left|\left(E_l(X_1) + E_l(X_2)\right) - \left(E_l(X_3) + E_l(X_4)\right)\right|}$$

تطبيق: احسب الطاقة المحررة من التفاعلات التالية بالـ MeV ثم بالجول J .

(1) $^{210}_{84}Po \rightarrow ^{206}_{82}Pb + ^{4}_{2}He$

(2) $^{2}_{1}H + ^{3}_{1}H \rightarrow ^{4}_{2}He + ^{1}_{0}n$

(3) $^{235}_{92}U + ^{1}_{0}n \rightarrow ^{140}_{54}Xe + ^{94}_{38}Sr + 2^{1}_{0}n$

__المعطيات:__ $1MeV = 1,6 \times 10^{-13}\ Joul$, $1u = 931,5\ MeV/C^2$

	$^{94}_{38}Sr$	$^{140}_{54}Xe$	$^{235}_{92}U$	$^{210}_{84}Po$	$^{206}_{82}Pb$	$^{4}_{2}He$	$^{1}_{0}n$	$^{2}_{1}H$	$^{3}_{1}H$
$m(u)$	93,8945	139,8920	234,9935	209,9553	205,9494	4,0015	1,00866	2,01355	3,0155

الطاقة المحررة	MeV	$Joule$
التفاعل (1)	4,10	$6,56 \times 10^{-13}$
التفاعل (2)	17,60	$2,29 \times 10^{-12}$
التفاعل (3)	184,75	$2,96 \times 10^{-11}$

سأل أستاذ تلميذه: ما اسم الحيوان الذي تصحو على صوته كل صباح؟
أجاب: بابا

Scanned by CamScanner

ملاحظات هامة:

- ✓ في حالة انشطار كتلة m من مادة اليورانيوم، الطاقة الكلية المحررة هي:

$$E_{Tot} = N.E_{lib} = \frac{m}{M}.N_A.E_{lib}$$

- ✓ في حالة انشطار مزيج ستوكيومتري من أنوية الديتريوم $_1^2H$ والتريتيوم $_1^3H$ كتلته m فإن الطاقة الكلية المحررة هي:

$$E_{Tot} = N.E_{lib} = \frac{m}{M(_1^2H) + M(_1^3H)}.N_A.E_{lib}$$

- ✓ تظهر الطاقة المحررة E_{lib} على شكل:
  - طاقة حرارية(إشعاعية).
  - طاقة حركية.
- ✓ الطاقة المحررة لكل نوكليون هي النسبة بين الطاقة المحررة على عدد النوكليونات المشاركة في التفاعل.

$$E_{lib/A} = \frac{E_{lib}}{\text{مجموع النوكليونات}} = \frac{E_{lib}}{\Sigma A}$$

تطبيق: أيهما أفضل طاقويا الانشطار أم الاندماج النووي؟
الحل: الاندماج أفضل لأن:

$$\frac{E_{lib}}{A}(\text{الاندماج}) > \frac{E_{lib}}{A}(\text{الانشطار})$$

4) المفاعل النووي:

أ/ تعريفه:

جهاز لإنتاج كميات ضخمة من الطاقة النووية باستخدام كمية قليلة من الوقود. وفيه تُقذف نواة ذرة اليورانيوم 235 المستخدم وقودا في المفاعل بنيوترون حر مما يؤدي إلى انشطار النواة وإطلاقها كمية هائلة من الطاقة الحرارية وتحريرها في نفس الوقت لعدد من النيوترونات التي تصطدم مجددا بذرات يورانيوم أخرى.

ويسمى هذا التفاعل بالانشطار النووي المتسلسل ويتم خلاله انشطار ملايين ذرات اليورانيوم خلال جزء من مليون من الثانية مما يولد طاقة حرارية هائلة.

ب/ مردوده:

$$r = \frac{E_{\text{منتجة}}}{E_{\text{مستهلكة}}} = \frac{E_{\text{كهربائية}}}{E_{\text{نووية}}} = \frac{P.t}{N.E_{lib}} = \frac{P.t}{\frac{m}{M}.N_A.E_{lib}}$$

ج/ إيجابيات وسلبيات المفاعلات النووية:

<u>إيجابيات المفاعل:</u> تشغل المفاعلات النووية مساحات جغرافية صغيرة نسبيا من الأرض وتحتاج في توليد الطاقة النووية السلمية إلى وقود من اليورانيوم -متوفر بكثرة في عدة دول ويمتاز بسهولة نقله واستخراجه- أقل بكثير من الفحم أو البترول المستخدمين في توليد نفس الكمية من الطاقة.
وتتميز المفاعلات النووية بكلفتها المنخفضة مقارنة مع المصادر الأخرى لإنتاج الطاقة بالإضافة إلى أن المفاعلات النووية تخلف نفايات ضئيلة مقارنة بما تخلفه الوسائل الأخرى لتوليد الطاقة.
<u>سلبيات المفاعل:</u> يؤدي استخدام الطاقة النووية إلى إنتاج نفايات ذات إشعاعات عالية، ولا تتضمن خططُ التخلص منها حماية كافية للأفراد والمياه الجوفية من إشعاعاتها الخطيرة، كما يتسبب الماء المستخدم في المفاعلات النووية في مشكلات تهدد سلامة البيئة. وتصيب المفاعلات النووية حوادث وكوارث طبيعية يترتب عليها تعرض مئات الآلاف من البشر للإشعاعات المتسربة وإصابتهم بالأورام الخبيثة المميتة مثلما حدث في كارثتي تشرنوبيل الأوكرانية وفوكوشيما اليابانية.

Scanned by CamScanner

التمرين 01:

انطلاقا من قانوني الانحفاظ أكمل المعادلات النووية التالية واذكر صنف التحولات (انشطار، اندماج، إشعاع α، إشعاع β^-، إشعاع β^+، إشعاع γ، تفاعل مفتعل)

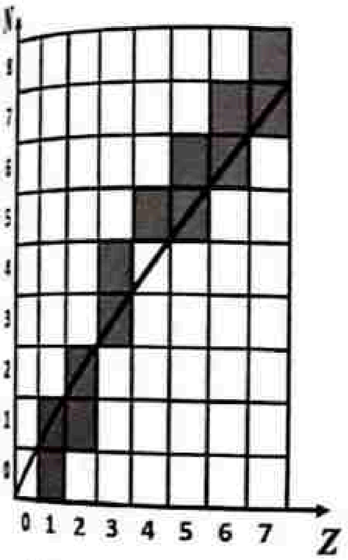
المعادلة النووية	إيجاد المجاهيل		الصنف
$^{30}_{15}P \rightarrow {}^{30}_{14}Si + {}^{A}_{Z}X$	$A =$	$Z =$	
$^{A}_{1}H + {}^{3}_{1}H \rightarrow {}^{4}_{Z}He + {}^{1}_{0}n$	$A =$	$Z =$	
$^{106}_{47}Ag \rightarrow {}^{106}_{48}Cd + {}^{A}_{Z}X$	$A =$	$Z =$	
$^{A}_{Z}Mn + {}^{4}_{2}He \rightarrow {}^{57}_{27}Co + {}^{1}_{0}n$	$A =$	$Z =$	
$^{210}_{84}Po \rightarrow {}^{206}_{82}Pb + {}^{A}_{Z}X$	$A =$	$Z =$	
$^{235}_{92}U + {}^{1}_{0}n \rightarrow {}^{139}_{Z}Xe + {}^{94}_{38}Sr + \alpha\, {}^{1}_{0}n$	$\alpha =$	$Z =$	
$^{137}_{55}Cs \rightarrow {}^{137}_{56}Ba + {}^{A}_{Z}Y$	$A =$	$Z =$	
$^{137}_{56}Ba^{*} \rightarrow {}^{137}_{56}Ba + {}^{A}_{Z}Y$	$A =$	$Z =$	
$^{14}_{6}C \rightarrow {}^{14}_{Z}N + {}^{A}_{-1}e$	$A =$	$Z =$	
$^{A}_{Z}I \rightarrow {}^{131}_{54}Xe + {}^{0}_{-1}e$	$A =$	$Z =$	

التمرين 02:

1) من بين الأسباب المحتملة لعدم استقرار النواة ما يلي:
- عدد كبير من النوكليونات.
- عدد كبير من الإلكترونات بالنسبة للبروتونات.
- فائض من البروتونات بالنسبة للنترونات.
- عدد ضئيل من النوكليونات.

اختر العبارات المناسبة.

2) المخطط المقابل يضم الأنوية المستقرة للعناصر التي رقمها الذري محصور في المجال: $1 \leq Z \leq 7$. كيف تتوضع هذه الأنوية في المخطط (Z, N) ؟



3) بالنسبة للأنوية التالية: $^{14}_{5}B$ ، $^{12}_{5}B$ ، $^{8}_{5}B$ و $^{14}_{6}C$ ، $^{11}_{6}C$ ،وكذلك $^{16}_{7}N$ ، $^{13}_{7}N$ ، $^{12}_{7}N$ وباستخدام المخطط بيّن:

أ/ مجموعة الأنوية المشعة ذات نمط التفكك β^-.

ب/ مجموعة الأنوية المشعة ذات نمط التفكك β^+.

ج/ ما الذي يميز كل مجموعة؟

د/ اكتب معادلة تفكك الكربون 14.

وضوح الغاية عند الإنسان
يسبب له الاطمئنان
و يؤدي إلى السعادة
غوته

تصحيح التمرين 02:

1) من بين الأسباب لعدم استقرار النواة ما يلي:
- عدد كبير من النيكليونات.
- فائض من البروتونات بالنسبة للنترونات.

2) توضع هذه الأنوية بجوار الخط البياني ذو المعادلة $N = Z$ (واد الاستقرار).

أ/ مجموعة الأنوية المشعة ذات نمط التفكك β^- هي: $^{12}_{5}B,\ ^{14}_{5}B,\ ^{14}_{6}C,\ ^{16}_{7}N$.

ب/ مجموعة الأنوية المشعة ذات نمط التفكك β^+ هي: $^{8}_{5}B,\ ^{11}_{6}C,\ ^{12}_{7}N,\ ^{14}_{7}N$.

ج/ المجموعة(β^-) تتميز بعدد من النترونات أكبر من عدد البروتونات تقع فوق واد الاستقرار.
المجموعة β^+ تتميز بعدد البروتونات أكبر من عدد النترونات تقع تحت واد الاستقرار.

معادلة تفكك الكربون: $^{14}_{6}C \rightarrow {}^{14}_{7}N + {}^{0}_{-1}e$

Scanned by CamScanner

التمرين 03:

البولونيوم عنصر مشع، نادر الوجود في الطبيعة، رمزه الكيميائي Po ورقمه الذري 84.
اكتشف أول مرة سنة 1898م في أحد الخامات. لعنصر البولونيوم عدة نظائر لا يوجد منها في الطبيعة سوى البولونيوم 210. يعتبر البولونيوم مصدر لجسيمات α لأن أغلب نظائره تصدر أثناء تفككها هذه الجسيمات.

1) ما المقصود بالعبارة: أ/عنصر مشع. ب/للعنصر نظائر.

2) يتفكك البولونيوم 210 معطيا جسيمات α ونواة ابن هي $^{A}_{Z}Pb$.
اكتب معادلة التفاعل المنمذج للتحول النووي الحاصل محددا قيمة كل من A و Z.

3) إذا علمت أن زمن نصف حياة البولونيوم 210 هو $t_{1/2} = 138j$ وأن نشاط عينة منه في اللحظة $t = 0$ هو $A_0 = 10^8 Bq$، احسب:

أ/ λ ثابت النشاط الإشعاعي (ثابت التفكك).

ب/ N_0 عدد أنوية البولونيوم 210 الموجودة في العينة في اللحظة $t = 0$.

ج/ المدة الزمنية التي يصبح فيها عدد أنوية العينة مساويا ربع ما كان عليه في اللحظة $t = 0$.

تصحيح التمرين 03:

1) أ/ عنصر مشع: عنصر غير مستقر يتفكك تلقائيا ليصبح أكثر استقرارا ويصدر إشعاعات.
ب/ نظائر: أنوية عنصر لها نفس العدد الذري وتختلف في العدد الكتلي.

2) $^{210}_{84}Po \rightarrow ^{A}_{Z}Pb + ^{4}_{2}He$

بتطبيق قانون حفظ الأعداد الكتلية: $210 = A + 4 \Rightarrow A = 206$.

بتطبيق قانون حفظ الأعداد الشحنية: $84 = Z + 2 \Rightarrow Z = 82$

ومنه تصبح المعادلة كالتالي: $^{210}_{84}Po \rightarrow ^{206}_{82}Pb + ^{4}_{2}He$.

3) ال

أ/ إيجاد ثابت التفكك (λ):

$$\lambda = \frac{\ln 2}{t_{1/2}} = \frac{\ln 2}{138 \times (24 \times 3600)} = 5{,}81 \times 10^{-8}\ (s^{-1})$$

ب/ إيجاد عدد الأنوية (N_0) عند $t = 0$:

$$A_0 = \lambda . N_0 \ \Rightarrow\ N_0 = \frac{A_0}{\lambda} = \frac{10^8}{5{,}81 \times 10^{-8}} = 1{,}72 \times 10^{15}\ (noyaux)$$

ج/ المدة الزمنية التي يصبح فيها عدد الأنوية ربع ما كان عليه:

الطريقة 01:

$$N = N_0 . e^{-\lambda t} \ \Rightarrow\ \frac{N_0}{4} = N_0 . e^{-\lambda t} \ \Rightarrow\ \frac{1}{4} = e^{-\lambda t}$$

$$\Rightarrow\ t = \frac{\ln 4}{\lambda} = \frac{\ln 4}{5{,}81 \times 10^{-8}} = 0{,}23 \times 10^{8} (s) = 276\ (jours)$$

الطريقة 02:

المدة الزمنية ليصبح فيها عدد الأنوية ربع ما كان عليه في اللحظة $t = 0$ هي $2t_{1/2}$.

ومنه: $2t_{1/2} = 276\ jours$

Scanned by CamScanner

شنايين

التمرين 04:

يستوجب استعمال الأنديوم 192 أو السيزيوم 137 في الطب، وضعهما في أنابيب بلاستيكية قبل أن توضع على ورم المريض قصد العلاج.

1) نواة السيزيوم $^{137}_{55}Cs$ مشعة، تصدر جسيمات β^- وإشعاعات γ.

أ/ ما المقصود بالعبارة: (، تصدر جسيمات β^- وإشعاعات γ). ما سبب إصدار النواة لإشعاعات γ.

ب/ اكتب معادلة التفاعل المنمذج للتحول النووي الذي يحدث للنواة "الأب" مستنتجا رمز النواة "الابن" $^A_Z Y$ من بين الأنوية التالية: $^{131}_{54}Xe$ ، $^{137}_{56}Ba$ ، $^{138}_{57}La$.

2) يحتوي أنبوب على عينة من السيزيوم $^{137}_{55}Cs$ كتلتها $m = 1,0 \times 10^{-6} g$ عند اللحظة $t = 0$، احسب:

أ/ عدد الأنوية N_0 الموجودة في العينة.

ب/ قيمة النشاط الإشعاعي لهذه العينة.

3) تستعمل هذه العينة بعد ستة (6) أشهر من تحضيرها:

أ/ ما مقدار النشاط الإشعاعي للعينة حينئذ؟

ب/ ماهي النسبة المئوية لأنوية السيزيوم المتفككة؟

4) نعتبر نشاط هذه العينة معدوما عندما يصبح مساويا لـ 1% من قيمته الابتدائية.

- احسب بدلالة ثابت الزمن τ المدة الزمنية اللازمة لانعدام النشاط الإشعاعي للعينة، وهل يمكن تعميم هذه النتيجة على أي نواة مشعة؟

يعطى: $N_A = 6.023 \times 10^{23} mol^{-1}$ ثابت الزمن للسيزيوم $^{137}_{55}Cs$: $\tau = 43,3\ ans$

الكتلة المولية الذرية للسيزيوم 137: $M(^{137}Cs) = 137\ g.mol^{-1}$

تصحيح التمرين 04:

1) أ/ إصدار الإشعاع β^- هو إلكترون $^0_{-1}e$ ينتج من تحول نيترون إلى بروتون داخل النواة المشعة وفق المعادلة:

$$^1_0n \rightarrow {}^1_1p + {}^0_{-1}e$$

إصدار شعاع (γ) يعني أن النواة "الابن" الناتجة تكون مثارة وعند عودتها إلى حالتها الأساسية تصدر إشعاعا كهرومغناطيسيا (γ).

ب/ معادلة التفاعل المنمذج للتحول النووي: $^{137}_{55}Cs \rightarrow {}^{137}_{56}Ba + {}^0_{-1}e + {}^0_0\gamma$

2) أ/ عدد الأنوية: $N_0 = \frac{m_0}{M} . N_A$

$$N_0 = \frac{1 \times 10^{-6}}{137} \times 6,02 \times 10^{23} = 4,4 \times 10^{15}\ Noyaux$$

ب/ النشاط الإشعاعي A_0: $A_0 = \lambda \times N_0$

لدينا:
$$\lambda = \frac{1}{\tau} = \frac{1}{43,3 \times 365,25 \times 24 \times 3600}$$

$$\lambda = 7,3 \times 10^{-10}\ s^{-1}$$

إذن: $A_0 = \lambda . N_0 = 3,2 \times 10^6\ Bq$

3) أ/ حساب A بعد ستة أشهر أي نصف سنة:

$$A = A_0 . e^{-\lambda t} = A_0 . e^{-\frac{t}{\tau}} = 3,2 \times 10^6 e^{-\frac{0,5ans}{43,3ans}} = 3,16 \times 10^6 Bq$$

ب/ لدينا: $N = \frac{A}{\lambda} = 4,34 \times 10^{15} \Leftarrow A = \lambda . N$

عدد الأنوية المتفككة: $N' = N_0 - N$

النسبة المئوية:
$$\frac{N'}{N_0} = \frac{N_0 - N}{N_0} \simeq 0,012 = 1,2\%$$

4) أ/ لحظة انعدام النشاط:

$$\frac{A_0}{100} = A_0 e^{-\lambda t} \Rightarrow \frac{1}{100} = e^{-\lambda t} \Rightarrow t = \frac{\ln 100}{\lambda} = \tau \times \ln 100 \Rightarrow t = 5\tau$$

ب/ هذه النتيجة عامة لأي نواة.

Scanned by CamScanner

التمرين 05:

إن نواة البولونيوم $^{210}_{84}Po$ مشعة فتتحول إلى نواة الرصاص $^{206}_{82}Pb$ وتصدر جسيما.

1) اكتب معادلة التفاعل المنمذج لتفكك نواة البولونيوم $^{210}_{84}Po$، حدد طبيعة الجسيم الصادر.

2) عين عدد الأنوية N_0 المحتواة في عينة البولونيوم $^{210}_{84}Po$ كتلتها $m_0 = 10^{-5}g$.

3) سمح قياس النشاط الإشعاعي في لحظات مختلفة t بمعرفة عدد الأنوية المتبقية N في العينة السابقة والمدونة في الجدول التالي:

$t(jours)$	0	40	80	120	160	200	240
N/N_0	1,00	0,82	0,67	0,55	0,45	0,37	0,30

أ/ ارسم البيان الذي يعطي تغيرات $\left(-\ln\frac{N}{N_0}\right)$ بدلالة الزمن: $-\ln\frac{N}{N_0} = f(t)$

سلم الرسم : $1cm \rightarrow 40\,j$

$1\,cm \rightarrow 0,2$

جملة مفيدة مشهورة تحتوي على 24 حرفاً غير منقوط فما هي ؟

ب/ استنتج من البيان ثابت التفكك λ، و زمن نصف حياة البولونيوم $^{210}_{84}Po$.

ما هو الزمن اللازم لكي تصبح كتلة العينة تساوي $1/100$ من قيمتها الابتدائية (m_0)؟

ثابت أفوغادرو: $N_A = 6,023 \times 10^{23} mol^{-1}$ ، $M(Po) = 210\ g/mol$

تصحيح التمرين 05:

1) كتابة معادلة التفاعل: $^{210}_{84}Po \rightarrow {}^{206}_{82}Pb + {}^{A}_{Z}X$

حسب قانون حفظ الأعداد الكتلية: $210 = 206 + A \Rightarrow A = 4$

حسب قانون حفظ الأعداد الشحنية: $84 = 82 + Z \Rightarrow Z = 2$

$^{A}_{Z}X = {}^{4}_{2}He$

$^{210}_{84}Po \rightarrow {}^{206}_{82}Pb + {}^{4}_{2}He$

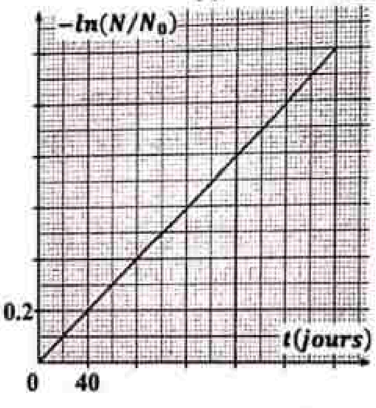
ومنه الجسيم المنبعث هو جسيم α.

2) تعيين عدد الأنوية الابتدائية:

$$N_0 = \frac{m_0}{M} \times N_A = \frac{10^{-5}}{210} \times 6,023 \times 10^{23} = 2,87 \times 10^{16}\ noyaux$$

$t(jours)$	0	40	80	120	160	200	240
$-\ln(N/N_0)$	0	0,20	0,40	0,59	0,79	0,99	1,20

أ/ رسم البيان $-\ln(N/N_0) = f(t)$:



ب/ استنتاج λ:

لدينا بيانيا: $-\ln\left(\frac{N}{N_0}\right) = a.t \ldots (1)$

ونعلم أيضا: $N = N_0.e^{-\lambda t} \Rightarrow \frac{N}{N_0} = e^{-\lambda t}$

$$\ln\left(\frac{N}{N_0}\right) = -\lambda t \Rightarrow -\ln\left(\frac{N}{N_0}\right) = \lambda t$$

بالمطابقة وبحساب ميل المنحى (a):

$$a = \lambda = \frac{0,4-0}{80-0} = 5 \times 10^{-3} Jours^{-1}$$

$$t_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{\ln 2}{5 \times 10^{-3}} = 138,6\ jours$$

Scanned by CamScanner

ج/ الزمن اللازم لبقاء كتلة $m_0/100$:

$$m = m_0 . e^{-\lambda t} \Rightarrow \frac{m_0}{100} = m_0 . e^{-\lambda t} \Rightarrow \frac{1}{100} = e^{-\lambda t}$$

$$ln\left(\frac{1}{100}\right) = -\lambda t \Rightarrow ln\,100 = \lambda t$$

$$t = \frac{ln\,100}{\lambda} = \frac{ln\,100}{5 \times 10^{-3}} = 921{,}03\,jours \simeq 2{,}52\,ans$$

التمرين 06:

إليك مستخرج من الجدول الدوري للعناصر الكيميائية:

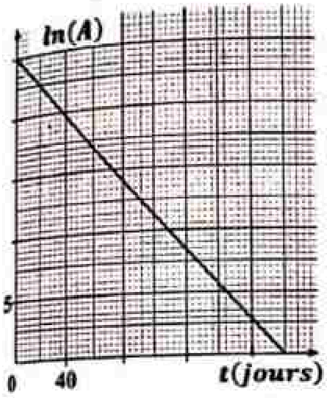
$_{20}Ca$	$_{82}Pb$	$_{72}Ti$	$_{23}V$	$_{84}Po$	$_{25}Mn$

تتفكك نواة البزموث $^{210}_{83}Bi$ بنشاط إشعاعي β^- ويرافقه إشعاع γ.

1) اكتب المعادلة المعبرة عن التحول النووي الحادث وبين كيف نتج الإلكترون المرافق للإشعاع.

2) نعتبر عينة من البزموث 210 عدد أنويتها $N(t)$ عند اللحظة t.
عبر عن عدد الأنوية المتفككة $N_d(t)$ بدلالة كل من: الزمن t، N_0 (عدد الأنوية في اللحظة $t = 0$)، λ ثابت النشاط الإشعاعي.

3) بواسطة برنامج خاص تم رسم المنحنى $\ln(A) = f(t)$
حيث A مقدار النشاط الإشعاعي للعينة في اللحظة t.
أ/ عرف النشاط الإشعاعي وحدد وحدته.
ب/ عبر عن $ln\,A(t)$ بدلالة λ، N_0، t.
ج/ استنتج من المنحنى (الشكل):
- قيمة ثابت النشاط الإشعاعي λ للبزموث 210.
- قيمة النشاط الإشعاعي الابتدائي A_0.



تصحيح التمرين 06:

1) معادلة التفكك:

$$^{210}_{83}Bi \rightarrow {}^{A}_{Z}X + {}^{0}_{-1}e + \gamma$$

بتطبيق قوانين الانحفاظ نجد:

$$\begin{cases} 210 = A + 0 \Rightarrow A = 210 \\ 83 = Z - 1 \Rightarrow Z = 84 \end{cases} \Rightarrow {}^{210}_{84}Po$$

$$^{210}_{83}Bi \rightarrow {}^{210}_{84}Po + {}^{0}_{-1}e + \gamma$$

مصدر الإلكترون هو تحول نترون إلى بروتون وفق المعادلة: $^{1}_{0}n \rightarrow {}^{1}_{1}p + {}^{0}_{-1}e$

2) عبارة عدد الأنوية المتفككة عند اللحظة t:

$$N_d = N_0 - N(t) = N_0 - N_0 . e^{-\lambda t} = N_0\left(1 - e^{-\lambda t}\right)$$

3) أ/ تعريف النشاط الإشعاعي: هو عدد التفككات التي تحدث في الثانية الواحدة ويقاس بوحدة البيكرال Bq.

ب/ عبارة $\ln A(t)$:

$$A(t) = A_0 . e^{-\lambda t} \Rightarrow \ln A(t) = \ln A_0 - \lambda t$$

$$A_0 = \lambda . N_0 \Rightarrow \ln A(t) = -\lambda t + \ln(\lambda . N_0)$$

جـ/ قيمة λ و A_0:

العبارة البيانية: البيان عبارة عن خط مستقيم لا يمر من المبدأ معادلته: $\ln A(t) = a . t + b$

عند $t = 0$ لدينا: $\ln A(0) = 25 = b$ و $a = \frac{\Delta \ln A}{\Delta t} = -0{,}1388$

$$\ln A(t) = -0{,}1388t + 25$$

بالمطابقة العلاقة النظرية مع العلاقة البيانية نجد: $\lambda = 0{,}1388\,j^{-1}$

$$\ln A_0 = b \Rightarrow A_0 = e^b = e^{25} \Rightarrow A_0 = 7{,}20 \times 10^{10}\,Bq$$

Scanned by CamScanner

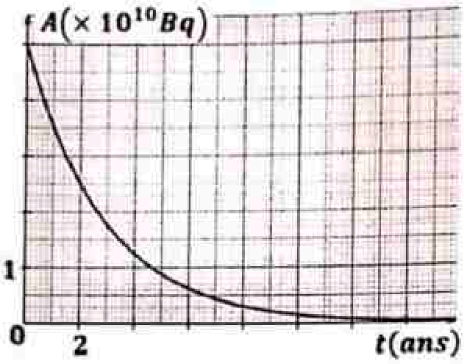
التمرين 07:

منبع مشع يحتوي على نظير السيزيوم ^{134}Cs المشع لـ: β^-.

1) عرف ما يلي:
- النظير المشع.
- الإشعاع β^-.

2) اكتب معادلة النشاط الإشعاعي للسيزيوم ^{134}Cs.

3) من إحدى الموسوعات العلمية الخاصة بالبحث العلمي في الفيزياء النووية تم استخراج المنحنى $A = f(t)$ (الشكل)، والذي يعبر عن تطور النشاط الإشعاعي A لمنبع مشع من السيزيوم 134 مماثل للمنبع السابق كتلته m_0.



أ/ استنتج من المنحنى قيمة النشاط الإشعاعي A_0 في اللحظة $t = 0$.

ب/ ما هي قيمة النشاط الإشعاعي في اللحظة $t = \tau$؟ استنتج قيمة ثابت الزمن τ.

ج/ بين أن $t_{1/2}$ نصف العمر لنظير السيزيوم $^{134}_{55}Cs$ يعطى بالعلاقة: $t_{1/2} = \tau.\ln 2$ واحسب قيمته.

د/ احسب كتلة العينة m_0 ثمّ بين أن الكتلة المتفككة $m'(t)$ من السيزيوم 134 تعطى بالعلاقة:

$$m'(t) = m_0\left(1 - e^{-\lambda t}\right)$$

ه/ مثل كيفيا تطور الكتلة $m'(t)$ بدلالة الزمن t.

يعطى الجدول المقابل والمستخرج من الجدول الدوري:

العنصر	Xe	Cs	Ba	La
Z	54	55	56	57

$N_A = 6.02 \times 10^{23} mol^{-1}$

تصحيح التمرين 07:

1) **النظير المشع:** هو كل نظير يتفكك تلقائيا مصدرا جسيمات α و β وإشعاع كهرومغناطيسي γ.

الجسيم β^- هو إلكترون منبعث من نواة مشعة نتيجة تحول نيترون إلى بروتون

2) معادلة النشاط الإشعاعي الخاصة بالسيزيوم: $^{134}_{55}Cs \xrightarrow{\beta^-} {}^{0}_{-1}e + {}^{134}_{56}Ba$

3)

أ/ قيمة النشاط الإشعاعي الابتدائي A_0: بيانيا: $A_0 = 5 \times 10^{10}\ Bq$

ب/ قيمة النشاط الإشعاعي في اللحظة $t = \tau$:

$$A(\tau) = A_0.e^{-\lambda.\tau} = A_0.e^{-1} = 0{,}37\ A_0$$
$$\Rightarrow A(\tau) = 0{,}37 \times 5 \times 10^{10} = 1{,}85 \times 10^{10} Bq$$

من البيان نجد: $\tau = 2{,}8\ ans$.

ج/ اثبات العلاقة $t_{1/2} = \tau.\ln 2$ وحساب قيمة $t_{1/2}$ لنظير السيزيوم $^{134}_{55}Cs$:

مما سبق، يكون لدينا: $A\left(t_{\frac{1}{2}}\right) = \frac{A_0}{2} = A_0.e^{-\lambda t_{1/2}}$

بالتالي: $t_{1/2} = \tau.\ln 2$ ومنه: $t_{1/2} = 2{,}8 \times \ln 2 = 2{,}0\ ans$

د/ حساب الكتلة:

$$m_0 = \frac{M.A_0.\tau}{N_A} = \frac{134 \times 5 \times 10^{10} \times 2{,}85 \times 365{,}25 \times 24 \times 3600}{6{,}023 \times 10^{23}} \simeq 10^{-3}\ g$$

- إثبات العلاقة: $m_0 = m(t) + m'(t)$

ومنه: $m'(t) = m_0 - m_0.e^{-\lambda t}$

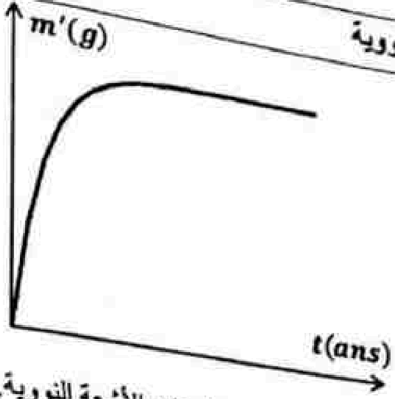
$$m'(t) = m_0\left(1 - e^{-\lambda t}\right)$$

Scanned by CamScanner

العالم حقا من استشكل الواضحة ووضح المشكل

البورفيسور عبد الحميد بن شيكو

هـ/ البيان الكيفي:



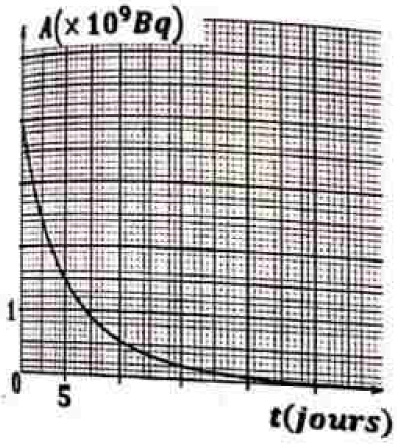
التمرين 08:

يعتبر الطب أحد المجالات الرئيسية التي عرفت تطبيقات الأشعة النووية، حيث تستعمل بعض الأنوية المشعة لتشخيص الأمراض ومعالجتها. يستعمل الرينيوم $^{186}_{75}Re$ للتخفيف من آلام الروماتيزم عن طريق الحقن الموضعي بجرعات ذات حجم قدره $V_0 = 10\ mL$.

1) ينتج عن تفكك نواة الرينيوم $^{186}_{75}Re$ نواة الأوسميوم $^{186}_{76}Os$.

أ/ اكتب معادلة التحول النووي الحادث.

ب/ حدد نمط التحول الحادث وعرفه.



2) البيان الموضح بالشكل يمثل تغيرات النشاط الإشعاعي بدلالة الزمن $A = f(t)$.

أ/ استنتج من البيان النشاط الإشعاعي الابتدائي A_0.

ب/ عرف زمن نصف العمر $t_{1/2}$، وحدد قيمته من البيان.

ج/ احسب ثابت النشاط الإشعاعي λ للرينيوم $^{186}_{75}Re$.

3) باستعمال قانون التناقص الإشعاعي، احسب عدد أنوية الرينيوم $^{186}_{75}Re$ الموجودة في الجرعة عند اللحظة $t_1 = 10\ jours$.

4) عند اللحظة t_1 نأخذ من الجرعة بواسطة حقنة حجما V يحتوي على 1.2×10^{14} نواة من الرينيوم $^{186}_{75}Re$ ونحقن بها مريض في مفصل الركبة. أوجد الحجم V المحقون.

تصحيح التمرين 08:

1) أ/ معادلة التفكك: $^{186}_{75}Re \rightarrow ^{186}_{76}Os + ^{A}_{Z}X$ حيث:

$Z = 75 - 76 = -1\ ;\ A = 186 - 186 = 0$ ومنه : $^{186}_{75}Re \rightarrow ^{186}_{76}Os + ^{0}_{-1}e$

ب/ نمط التحول: β^-

تعريف β^- : يحدث في الأنوية التي بها فائض في عدد النيترونات حيث يتحول نترون إلى بروتون مع إصدار إلكترون وفق المعادلة: $^{1}_{0}n \rightarrow ^{1}_{1}p + ^{0}_{-1}e$

2) أ/ استنتاج قيمة A_0 : من البيان نجد: $A_0 = 4 \times 10^9 Bq$

ب/ تعريف $t_{1/2}$: هو الزمن اللازم لتفكك نصف عدد أنوية العينة (أو تناقص نشاط العينة إلى النصف).

بيانيا نجد: $t_{1/2} = 3{,}5\ jours$

ج/قيمة λ:

$$\lambda = \frac{\ln 2}{t_{1/2}} = \frac{\ln 2}{3{,}5} = 0{,}198\ j^{-1} = 2{,}3 \times 10^{-6}\ s^{-1}$$

3) عدد أنوية $^{186}_{75}Re$ عند t_1:

$$N(t_1) = \frac{A_0 . e^{-\lambda t}}{\lambda} = \frac{4 \times 10^9 . e^{-0{,}198 \times 10}}{2{,}3 \times 10^{-6}} = 2{,}4 \times 10^{14} noyaux$$

4) حساب V:

$$\left.\begin{array}{l} 2{,}4 \times 10^{14} \rightarrow 10ml \\ 1{,}2 \times 10^{14} \rightarrow\ V \end{array}\right\} \Rightarrow \quad V = \frac{1{,}2 \times 10^{14} \times 10}{2{,}4 \times 10^{14}} = 5{,}0\ ml$$

Scanned by CamScanner

التمرين 09:

المعطيات: الكتلة المولية الذرية لليود 131: $M = 131\ g/mol$

ثابت أفوغادرو: $N_A = 6.02 \times 10^{23} mol^{-1}$

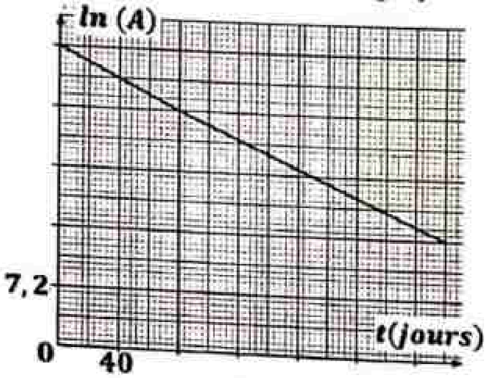
يعطى الجدول التالي لبعض العناصر الكيميائية:

الاسم	أنتموان	تيلير	يود	كزينون	سيزيوم
الرمز	Sb	Te	I	Xe	Cs
العدد الشحني (Z)	51	52	53	54	55

يستعمل عادة اليود 131 المشع في المجال الطبي والذي يصدر بتفككه جسيمات (β^-) وبزمن نصف عمر $t_{1/2}$.

يحقن مريض بالغدة الدرقية بكمية من اليود 131 المشع في الجسم.

يعطى المنحنى $\ln(A) = f(t)$ في الشكل حيث A يمثل النشاط الإشعاعي (وحدته Bq) للعينة المحقونة في لحظة (t).



1) أعط تركيب نواة اليود 131.

2) أ/ما اسم الجسيم المنبعث خلال تفكك اليود 131؟

ب/اكتب معادلة تفكك اليود 131 مع ذكر قوانين الانحفاظ المستعملة.

3) عبر عن $ln(A)$ بدلالة t، λ، $ln(A_0)$.

4) اكتب العبارة البيانية (معادلة المستقيم) ثمّ استنتج قيمة النشاط الإشعاعي الابتدائي A_0 للعينة عند اللحظة $t = 0$ وقيمة زمن نصف العمر $t_{1/2}$ لليود 131.

5) احسب الكتلة الابتدائية m_0 لليود 131 المستعملة في الحقنة.

تصحيح التمرين 09:

1) التركيب $^{131}_{53}I$: عدد البروتونات: $Z = 53$ ، وعدد النترونات: $N = A - Z = 78$

2) أ/الجسم المنبعث هو: $^{0}_{-1}e$

ب/ المعادلة: $^{131}_{53}I \rightarrow ^{A}_{Z}X + ^{0}_{-1}e$

بتطبيق قانون إنحفاظ العدد الكتلي نجد: $A = 131$

بتطبيق قانون إنحفاظ العدد الشحني نجد: $Z = 54$

ومنه النواة الابن هي: $^{131}_{54}Xe$ والمعادلة تصبح: $^{131}_{53}I \rightarrow ^{131}_{54}Xe + ^{0}_{-1}e$

3) العبارة:

$$A(t) = A_0 e^{-\lambda t} \quad \Rightarrow \quad \ln A(t) = -\lambda t + \ln A_0$$

4) العبارة البيانية:

$$\ln A = at + b \ldots..(1)$$

بالمطابقة :

$$\lambda = a = \frac{\Delta(\ln A)}{\Delta t} = \frac{(28,8 - 36)}{80 - 0} = -0,09\ jours^{-1}$$

ومنه:

$$\ln(A) = -0,09t + 36 \ldots\ldots(2)$$

(مع t بوحدة $jours$).

بمطابقة (1) مع (2) ينتج:

$$\ln A_0 = 36 \quad \Rightarrow \quad A_0 = e^{36} = 4,3 \times 10^{15} Bq$$

$$\lambda = \frac{\ln 2}{t_{1/2}} = 0,09 \quad \Rightarrow \quad t_{1/2} = \frac{\ln 2}{0,09} \simeq 8\ jours$$

5) الكتلة الابتدائية (m_0):

$$A_0 = \lambda . N_0 = \frac{\ln 2}{t_{1/2}} . \frac{m_0}{M} . N_A \quad \Rightarrow \quad m_0 = \frac{t_{1/2} . A_0 . M}{\ln 2 . N_A}$$

$$m_0 = \frac{8.(24 \times 3600).4,3 \times 10^{15} \times 131}{\ln 2 \times 6,02 \times 10^{23}} = 0,9\ g$$

Scanned by CamScanner

شنايت

التمرين 10:

المعطيات: $_6C$ ، $_5B$ ، $_4Be$ ، $_3Li$ ، $N_A = 6.02 \times 10^{23} mol^{-1}$, $1an = 365.25 jours$

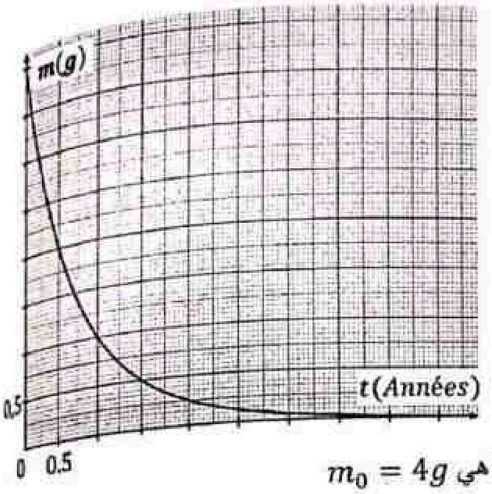
نواة البيريليوم $^{10}_{4}Be$ هي نواة مشعة تصدر الإشعاع β^-، وينتج عن تفككها نواة $^{A}_{Z}X$

1) أ/ اكتب معادلة التفكك النووي محددا قيمتي A و Z.

ب/ كيف تفسر انبعاث جسيمات β^-

2) مكنت المتابعة الزمنية لتطور الكتلة m من رسم المنحنى البياني الموضح بالشكل.

أ/ اكتب عبارة قانون التناقص الإشعاعي بدلالة N_0 (عدد الأنوية الابتدائية) وثابت التفكك λ



ب/ استنتج عبارة $m(t)$ للعينة المتبقية من البيريليوم عند اللحظة t بدلالة m_0 (الكتلة الابتدائية للعينة) وثابت التفكك λ.

3) أ/ عرف زمن نصف العمر $t_{1/2}$ ثم أوجد عبارته بدلالة ثابت التفكك λ.

ب/ عين بيانيا زمن نصف عمر البيريليوم واستنتج قيمة ثابت الزمن λ بالوحدة s^{-1}.

ج/ احسب عدد الأنوية المتفككة عند $t = 1an$.

4) قمنا بواسطة عداد جيجر النشاطية A لعينة من البيريليوم 10 فوجدنا $A = 1.06 \times 10^{15} Bq$

أ/ احسب الكتلة m للبيريليوم 10 المتسببة في هذه النشاطية.

ب/ استنتج عمر هذه العينة إذا علمت أن كتلة البيريليوم الابتدائية هي $m_0 = 4g$

تصحيح التمرين 10:

الأستاذ: ما الشيء الذي لا يذوب في الماء؟
التلميذ :السمك يا أستاذ..!!

1) أ/ $^{10}_{4}Be \rightarrow ^{A}_{Z}X + ^{0}_{-1}e$

$$A = 10 \quad , \quad Z = 5$$

إذن: $^{A}_{Z}X$ هي : $^{10}_{5}B$

ب/انبعاث β^{-1} هو ناتج عن تحول نوترون إلى بروتون $^{1}_{0}n \rightarrow ^{1}_{1}P + ^{0}_{-1}e$

2) أ/ $N = N_0 . e^{-\lambda t}$

$$\frac{m}{M} . N_A = \frac{m_0}{M} . N_A . e^{-\lambda t}$$

ب/ $m(t) = m = m_0 . e^{-\lambda t}$

3) أ/ زمن نصف العمر هو الزمن اللازم لتفكك 50% من عدد الأنوية الابتدائي أي 50% من كتلة العينة.

$$\frac{m_0}{2} = m_0 . e^{-\lambda t} \quad \Rightarrow \quad -\ln 2 = -\lambda t \rightarrow t_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda}$$

ب/ من البيان/ $t_{1/2} = 0,5\ ans$

$$\lambda = \frac{0,69}{0,5 \times 365,25 \times 24 \times 3600} = 4,37 \times 10^{-8} s^{-1}$$

ج/ الكتلة المختفية عند $t = 1\ ans$ من البيان الكتلة المتبقية هي : $m = 1g$ إذن الكتلة المختفية هي:

$$m' = m_0 - m = 4 - 1 = 3g$$

$$N = \frac{3}{10} \times 6,02 \times 10^{23} = 1,8 \times 10^{23}$$

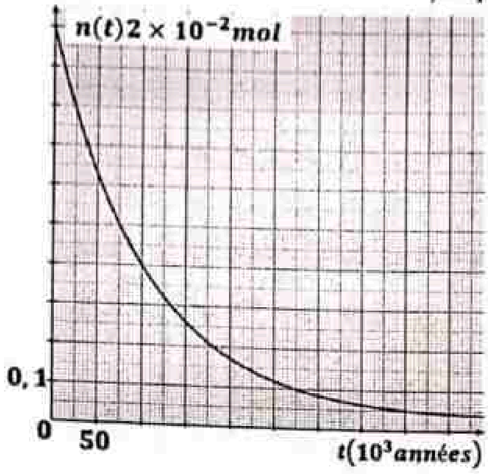
4) أ/ $m = \frac{M.A}{\lambda . N_A} = 0,4\ g$.

ب/ من البيان: $t = 1,7\ ans$.

Scanned by CamScanner

التمرين 11:

نعطي في الشكل المقابل منحنى التناقص الاشعاعي بآلاف السنين لعينة من الثوريوم 230.



1) عرف زمن نصف العمر لمادة مشعة، وحدد قيمته بالنسبة للنظير ^{230}Th.
2) إن نواة الثوريوم 230 تتحول بالتفكك الاشعاعي إلى الراديوم $_{88}Ra$
- اكتب معادلة التفاعل النووي الموافق، محددا قيم الأعداد الكتلية و الشحنية للأنوية المعبر عنها في التفاعل، وأعط نصوص القوانين الفيزيائية المطبقة في ذلك.
3) اكتب العبارة الرياضية لقانون التناقص الإشعاعي، ثم أوجد قيمة الثابت الإشعاعي λ للثوريوم 230.
4) هل يتأثر نصف عمر المادة المشع عبر الزمن بتغير كمية العينة الابتدائية المشعة أم بتغيير درجة الحرارة أم بتغيير الضغط؟
5) إن الثوريوم 230 ينتمي إلى عائلة اليورانيوم 238 وهو ينتج وفق سلسلة التفككات الاشعاعية المتوالية التالية:

$$^{238}_{92}U \rightarrow {}^{234}_{90}Th \rightarrow {}^{234}_{91}Pa \rightarrow {}^{234}_{Z_4}U \rightarrow {}^{230}_{Z_5}Th$$

- أوجد العددين: Z_4 , Z_5.
- اذكر نوع النشاط الاشعاعي في التحولات النووية الأربعة السابقة.

6) يستخدم الثوريوم 230 في تأريخ المتحجرات المرجانية بطريقة تعتمد على النسبة $\frac{N(^{230}Th)}{N(^{238}U)}$ التي تزداد خلال الزمن منذ بداية تشكل الكائنات المرجانية الحية، حيث يكون وجود الثوريوم 230 فيها معدوما حتى تبلغ هذه النسبة ما يسمى التوازن القرني حيث يكون وجود لكميتي ^{238}U و ^{230}Th النشاط الإشعاعي $A(t)$ نفسه.

أ/ يعرف النشاط الإشعاعي $A(t)$ لمجموعة من النويات المتماثلة بـ: $A(t)=\frac{-dN(t)}{dt}$

برهن أن: $A(t)=\lambda N(t)$.

ب/ استنتج أن النسبة $\frac{N(^{230}Th)}{N(^{238}U)}$ تصبح ثابتة عند بلوغ التوازن القرني.

تصحيح التمرين 11:

1) زمن نصف العمر: هو الزمن اللازم لتفكك نصف عدد الأنوية المشعة الابتدائية.

$$t_{\frac{1}{2}}(^{230}Th)=75\times10^3 ans$$

قالك وحد البخيل قالو وليدو بابا حلمتك اعطيتني 50 دينار قالو ردهالي

2) معادلة التفاعل النووي: $^{230}_{Z}Th \rightarrow {}^{A}_{88}Ra + {}^{4}_{2}He$.

حسب قانون حفظ الأعداد الكتلية: $230=A+4 \Rightarrow A=226$.

حسب قانون حفظ الأعداد الشحنية: $Z=88+2 \Rightarrow Z=90$.

3) قانون التناقص الإشعاعي: $N=N_0.e^{-\lambda t}$

لما $t=t_{\frac{1}{2}}$: $N\left(t_{\frac{1}{2}}\right)=\frac{N_0}{2}$ .... (1) وأيضا: $N=N_0.e^{-\lambda t_{1/2}}$ .... (2)

من (1) و (2) :

$$\frac{N_0}{2}=N_0.e^{-\lambda t_{1/2}} \Rightarrow \frac{1}{2}=e^{-\lambda t_{1/2}}$$

$$\ln\left(\frac{1}{2}\right)=-\lambda t_{1/2} \Rightarrow \ln 2=\lambda t_{1/2}$$

$$\lambda=\frac{\ln 2}{t_{1/2}}=\frac{\ln 2}{75\times10^3}=9{,}24\times10^{-6}\ ans^{-1}$$

4) لا، لأن $t_{1/2}$ يميز النواة $^{A}_{Z}X$ لا يتعلق لا بدراجة الحرارة ولا بالضغط ولا بعدد الأنوية الابتدائية.

Scanned by CamScanner

5) إيجاد Z_4 و Z_5:
$$^{238}_{92}U \rightarrow {}^{234}_{90}Th \rightarrow {}^{234}_{91}Pa \rightarrow {}^{234}_{Z_4}U \rightarrow {}^{230}_{Z_5}Th$$

$Z_4 = 92$ رمز نواة اليورانيوم.
$Z_5 = 90$ رمز نواة الثوريوم.
ومنه :
$$^{238}_{92}U \xrightarrow{\alpha} {}^{234}_{90}Th \xrightarrow{\beta^-} {}^{234}_{91}Pa \xrightarrow{\beta^-} {}^{234}_{92}U \xrightarrow{\alpha} {}^{230}_{90}Th$$

6) نبرهن أن: $A(t) = \lambda . N(t)$:
$$A(t) = \frac{-dN(t)}{dt} = \frac{-d(N_0 . e^{-\lambda t})}{dt} = -N_0 . (-\lambda) . e^{-\lambda t} \Rightarrow A(t) = \lambda . N_0 . e^{-\lambda t}$$
$$A(t) = \lambda . N(t)$$

استنتاج أن النسبة $\frac{N(^{230}Th)}{N(^{238}U)}$ تصبح ثابتة عند بلوغ التوازن القرني.

التوازن القرني $\Leftrightarrow$ $A_{Th} = A_U$
$$A_{Th} = A_U \Rightarrow \lambda_{Th} . N_{Th} = \lambda_U . N_U \Rightarrow \frac{N_{Th}}{N_U} = \frac{\lambda_U}{\lambda_{Th}}$$

بما أن: λ_U و λ_{Th} ثابتين فإن: $\frac{N_{Th}}{N_U} = cte$.

التمرين 12:

1) لعنصر البولونيوم (Po) عدة نظائر مشعة، أحدها فقط طبيعي.
أ/ ما المقصود بكل من: النظير والنواة المشعة؟
ب/ نعتبر أحد النظائر المشعة، نواته $(^{A}_{Z}Po)$ والتي تتفكك إلى نواة الرصاص $(^{206}_{82}Pb)$ وتصدر جسيما α.
✓ أكتب معادلة التفاعل المنمذج لتفكك نواة النظير $(^{A}_{Z}Po)$ ثم استنتج قيمتي A و Z.

2) ليكن N_0 عدد الأنوية المشعة الموجودة في عينة من النظير $(^{A}_{Z}Po)$ في اللحظة $t = 0$، $N(T)$ عدد الأنوية المشعة غير المتفككة الموجودة فيها في اللحظة t.
✓ باستخدام كاشف لإشعاعات (α) مجهز بعداد رقمي تم الحصول على جدول القياسات التالي:

$t(jours)$	0	20	50	80	100	120
$N(t)/N_0$	1,00	0,90	0,78	0,67	0,61	0,55
$-\ln(N(t)/N_0)$						

أ/ املأ الجدول السابق.
ب/ أرسم على ورقة ميليمتريه البيان: $-\ln(N(t)/N_0) = f(t)$
يعطى سلم الرسم: -على محور الفواصل: $1cm \rightarrow 20jours$
-على محور التراتيب $1cm \rightarrow 0,10$
ج/ اكتب قانون التناقص الإشعاعي وهل يتوافق مع البيان السابق؟ برر إجابتك.
د/ انطلاقا من البيان، استنتج قيمة λ ،ثابت التفكك (ثابت الإشعاع) المميز للنظير $(^{A}_{Z}Po)$.
ه/ أعط عبارة زمن نصف عمر $(^{A}_{Z}Po)$ و احسب قيمته.

تصحيح التمرين 12:

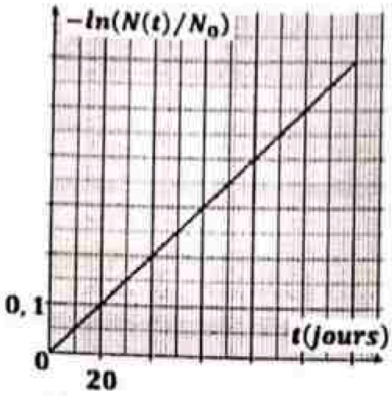
1) أ/ النظائر: أنوية عنصر لها نفس العدد الذري Z وتختلف في العدد الكتلي A.
النواة المشعة: تتفكك تلقائيا لتعطي نواة أخرى (ابن) وجسيمات α أو β أو إشعاع γ.
ب/ $^{A}_{Z}Po \rightarrow {}^{206}_{82}Pb + {}^{4}_{2}He$ بتطبيق قانوني الانحفاظ $^{210}_{84}Po$

Scanned by CamScanner

2) أ/ ملأ الجدول:

$t(jours)$	0	20	50	80	100	120
$-\ln(N(t)/N_0)$	0	0,10	0,25	0,40	0,50	0,60

ب/ رسم البيان: خط مستقيم يمر من المبدأ.



جـ/ قانون التناقص:

$$N = N_0.e^{-\lambda t} \Rightarrow \frac{N(t)}{N_0} = e^{-\lambda t}$$

$$\ln\left(\frac{N(t)}{N_0}\right) = -\lambda t \Rightarrow -\ln\left(\frac{N(t)}{N_0}\right) = \lambda t \Rightarrow y = At$$

البيان المحصل عليه خط مستقيم يمر بالمبدأ عارته من الشكل:

$y = At$ وهي تتفق مع عبارة التناقص الإشعاعي.

د/ تعيين قيمة λ: ميل المستقيم

$$A = \frac{\Delta\left(-\ln\frac{N}{N_0}\right)}{\Delta t} = 5\times10^{-3} jours^{-1} = 5{,}78\times10^{-8}\,s^{-1} = \lambda$$

هـ/ $N = N_0.e^{-\lambda t}$ لما $t = t_{1/2}$ فإن: $\frac{N_0}{2} = N_0.e^{-\lambda t_{1/2}}$

$$t_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = 138{,}9\ Jours$$

التمرين 13:

يوجد عنصر الكربون في دورته الطبيعية على شكل نظيرين مستقرين هما الكربون 12 والكربون 13 ونظير مشع (غير مستقر) هو الكربون 14، والذي يبلغ زمن نصف عمره $t_{1/2} = 5570\ ans$.

المعطيات: الكربون12 : $^{12}_{6}C$، الكربون 13: $^{13}_{6}C$، الأزوت14 : $^{14}_{7}N$.

من أراد أن يخطو بثقة فعليه أن يخطو ببطء غوته

1) أعط تركيب نواة الكربون 14.

2) أ/ إن قذف نواة الأزوت بنترون هو تحول نووي يعبر عنه بالمعادلة التالية:

$$^{14}_{7}N + ^{1}_{0}n \rightarrow ^{A}_{Z}Y_1 + ^{1}_{1}H$$

بتطبيق قانوني الانحفاظ حدد النواة $^{A}_{Z}Y_1$

ب/ إن تفكك نواة الكربون 14 يعطى نواة ابن $^{A'}_{Z'}Y_2$ وجسيم β^-. اكتب معادلة التفاعل النووي الموافق واذكر اسم العنصر Y_2.

3) يعطى قانون التناقص الإشعاعي بالعلاقة: $N(t) = N_0e^{-\lambda t}$.

أ/ ماذا يمثل المقادير التالية: $N(t)$، N_0، λ ؟

ب/ بين أنّ: $\lambda = \frac{\ln 2}{t_{1/2}}$.

ج/ أوجد وحدة λ باستعمال التحليل البعدي.

د/ احسب القيمة العددية للمقدار λ المميز للكربون 14.

4) سمح تأريخ قطعة من الخشب القديم كتلتها $m(g)$ اكتشفت عام 2000، بمعرفة النشاط A لهذه العينة والذي قدر بـ 11.3 تفككا في الدقيقة، في حين قدر النشاط A_0 لعينة حية مماثلة بـ 13.6 تفككا في الدقيقة.

-اكتب عبارة $A(t)$ بدلالة: A_0، λ و t ثم احسب عمر قطعة الخشب القديم، وماهي سنة قطع الشجرة التي انحدرت منها؟

Scanned by CamScanner

تصحيح التمرين 13:

1) تركيب نواة الكربون 14: $N = A - Z = 8$ مع $Z = 6$
ومنه عدد البروتونات: 6 وعدد النترونات 8.

2) أ/ تعيين النواة $^{A}_{Z}Y_1$:
حسب قانون حفظ الأعداد الشحنية: $7 + 0 = Z + 1 \Rightarrow Z = 6$ ومنه: $^{A}_{Z}Y_1 = ^{14}_{6}C$
أي: $^{14}_{7}N + ^{1}_{0}n \rightarrow ^{14}_{6}C + ^{1}_{1}H$

ب/المعادلة: $^{12}_{6}C \rightarrow ^{A}_{Z}Y_2 + ^{0}_{-1}e$

حسب قانون حفظ الأعداد الكتلية: $A = 14$.
حسب قانون حفظ الأعداد الشحنية: $6 = Z - 1 \Rightarrow Z = 7$
أي: $^{A}_{Z}Y_2 = ^{14}_{7}N$ ومنه: $^{12}_{6}C \rightarrow ^{14}_{7}N + ^{0}_{-1}e$

3) أ/ $N(t)$: عدد الأنوية المتبقية في اللحظة t.
λ : ثابت التفكك الإشعاعي.
N_0: عدد الأنوية المشعة في اللحظة 0.

ب/ إثبات العلاقة :
عند $t = t_{1/2}$ فإن $N(t) = \frac{N_0}{2}$
- نعلم أن: $N(t) = N_0 . e^{-\lambda t}$ ومنه $\frac{N_0}{2} = N_0 . e^{-\lambda t_{1/2}} \Leftarrow \ln\left(\frac{1}{2}\right) = -\lambda t_{1/2} \Leftarrow \ln 2 = \lambda t_{1/2}$

منه: $\lambda = \frac{\ln 2}{t_{1/2}}$ و هو المطلوب.

ج/ إيجاد وحدة λ: لدينا من العلاقة السابقة: $[\lambda] = \frac{1}{[T]} = [T^{-1}]$ أي هي مقلوب وحدة الزمن.

د/حسابها:

$$\lambda = \frac{\ln 2}{t_{1/2}} = \frac{\ln 2}{5570} = 1{,}244 \times 10^{-4} ans$$

4) عبارة $A(t)$: $A(t) = -\frac{dN}{dt} = N_0 . \lambda . e^{-\lambda t} = A_0 . e^{-\lambda t}$

حساب عمرها: $A(t) = A_0 . e^{-\lambda t} \Rightarrow \frac{A}{A_0} = e^{-\lambda t} \Rightarrow \ln\left(\frac{A}{A_0}\right) = -\lambda t$

$$t = -\frac{\ln\left(\frac{A}{A_0}\right)}{\lambda} = \frac{\ln\left(\frac{11{,}3}{13{,}6}\right)}{1{,}244 \times 10^{-4}} = 1489{,}28$$

تم قطع الشجرة في سنة 511 حيث: $2000 - 1489{,}28 \simeq 511$

التمرين 14:

في يوم 2012/04/01 بمخبر الفيزياء، قرأنا من البطاقة التقنية المرفقة لمنبع مشع المعلومات الآتية:

- السيزيوم 137 : $^{137}_{55}Cs$ - الإشعاعات: β^- و γ.
- نصف العمر: $t_{1/2} = 30.15\ ans$ -الكتلة الابتدائية: $m_0 = 5.02 \times 10^{-2} g$

بينما لاحظنا تاريخ صنع العينة غائبا عن البطاقة.

لإيجاد عمر هذا المنبع نقيس باستعمال عداد $Geiger$ النشاط A للمنبع فنجد $A = 14.94 \times 10^{10}$.

1) اكتب معادلة تفكك نواة السيزيوم، ثم عرف الإشعاعين β^- و γ.
2) احسب العدد الابتدائي N_0 لأنوية السيزيوم التي كانت موجودة بالمنبع لحظة صنعه.
3) احسب ثابت النشاط الإشعاعي λ بـ s^{-1}.

Scanned by CamScanner

4) اكتب العبارة الحرفية التي تربط النشاط A بعدد الأنوية المتبقية في المنبع، ثم احسب النشاط A_0 المميز للعينة لحظة صنعها.

5) استنتج بالحساب تاريخ صنع العيّنة.

المعطيات:

- ثابت أفوغادرو: $N_A = 6.02 \times 10^{23} mol^{-1}$.
- عدد أيام السنة: $365,25\ Jours$.
- من الجدول الدوري: $_{53}I$ ، $_{54}Xe$ ، $_{55}Cs$ ، $_{56}Ba$.

معلم يسال تلميذ : ما هو الدليل على ان الجزر يقوي البصر ؟
قالو التلميذ : كاش خطرة في حياتك شفت ارنب داير نواضر

تصحيح التمرين 14:

1) معادلة تفكك نواة السيزيوم: $^{137}_{55}Cs \rightarrow {}^{A}_{Z}X + {}^{0}_{-1}e + {}^{0}_{0}\gamma$

حسب قانون حفظ الأعداد الكتلية: $137 = A + 0 + 0 \Leftarrow A = 137$.

حسب قانون حفظ الأعداد الشحنية: $55 = Z - 1 \Leftarrow Z = 56$.

ومنه: $^{A}_{Z}X = {}^{137}_{56}Ba$ إذن تصبح المعادلة كالتالي: $^{137}_{55}Cs \rightarrow {}^{137}_{56}Ba + {}^{0}_{-1}e + {}^{0}_{0}\gamma$.

إشعاع β^-: هو عبارة عن إلكترون ينتج من تحول نترون إلى بروتون داخل النواة.

إشعاع γ: هو موجة كهرومغناطيسية ينتج من النواة البنت إن كانت مثارة.

2) حساب N_0:

$$N_0 = \frac{m_0}{M} \times N_A = \frac{5,02 \times 10^{-2}}{137} \times 6,02 \times 10^{23} = 2,2 \times 10^{20} noyeau$$

3) حساب λ:

$$\lambda = \frac{\ln 2}{t_{1/2}} = \frac{\ln 2}{30,15 \times 365,25 \times 24 \times 3600} = 7,28 \times 10^{-10}\ (s^{-1})$$

4) العبارة الحرفية: $A = \lambda . N$

- حساب النشاط A_0: $A_0 = \lambda . N_0 = 7,28 \times 10^{-10} \times 2,2 \times 10^{20} = 16,016 \times 10^{10} Bq$

5) استنتاج تاريخ الصنع:

$$A = A_0 . e^{-\lambda t} \Rightarrow \frac{A}{A_0} = e^{-\lambda t} \Rightarrow \ln\left(\frac{A}{A_0}\right) = -\lambda t \Rightarrow t = -\frac{1}{\lambda} . \ln\left(\frac{A}{A_0}\right)$$

$$t = -\frac{t_{1/2}}{\ln 2} \times \ln\left(\frac{A}{A_0}\right) = \frac{-30,15}{\ln 2} \times \ln\left(\frac{14,97 \times 10^{10}}{16,016}\right) = 3\ ans$$

ومنه تاريخ صنع العلبة هو: 01/04/2009

التمرين 15:

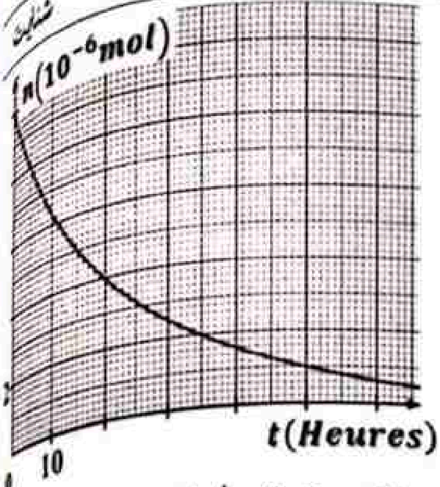
مع اكتشاف النشاط الإشعاعي الاصطناعي، أصبح من الممكن الحصول على أنوية مشعة اصطناعيا، ومن بينها نواة الصوديوم $^{24}_{11}Na$. نحصل على الصوديوم 24 بقذف النظير $^{23}_{11}Na$ الطبيعي بنترون.

1) أ/ ما المقصود بما يلي:
- نواة مشعة.
- النظائر.

ب/ اكتب المعادلة النووية للحصول على النواة $^{24}_{11}Na$.

2) إنّ نواة الصوديوم $^{24}_{11}Na$ المشعة تصدر جسيمات β^-.
-اكتب معادلة تفكك نواة الصوديوم $^{24}_{11}Na$، محددا النواة البنت من الأنوية التالية: $_{14}Si$ ، $_{13}Al$ ، $_{12}Mg$ ، $_{10}Ne$.

Scanned by CamScanner



3) يحقن مريض حجما: $V_1 = 10\ mL$ من محلول يحتوي على الصوديوم 24 في اللحظة: $t = 0\ h$. (الشكل) يمثل تغيرات كمية مادة الصوديوم 24 بدلالة الزمن.
اعتمادا على البيان حدّد:
أ/ n_0 كمية مادة الصوديوم 24 التي تمّ حقنها للمريض.
ب/ عرّف زمن نصف العمر $t_{1/2}$، ثمّ حدّد قيمته.

4) إن دم المريض لا يحتوي على الصوديوم 24 قبل اللحظة: $t = 0\ h$.
أ/ اثبت أنّ كمية مادة الصوديوم 24 في لحظة زمنية t، نكتب بالعلاقة: $n(t) = n_0 e^{-\lambda t}$.
ب/ بيّن أن كمية مادة الصوديوم 24 المتبقية في دم المريض في اللحظة: $t_1 = 6h$ هي: $n_1 = 7.6 \times 10^{-6} mol$

5) في اللحظة: $t_1 = 6h$، نأخذ عينة من دم المريض حجمها: $V_2 = 10\ mL$، فنجد أنها تحتوي على كمية من الصوديوم 24: $n_2 = 1.5 \times 10^{-8}\ mol$.
- جدْ حجم دم المريض، علما أن الصوديوم 24 موزع فيه بانتظام.

تصحيح التمرين 15:

1) أ/ نواة مشعة: هي نواة غير مستقرة تتفكك تلقائيا لتصدر جسيمات $(\beta^+, \beta^-, \alpha)$ وغالبا (γ).
النظائر: هي أنوية لنفس العنصر الكيميائي تتفق في العدد الذري Z وتختلف في العدد الكتلي A.
ب/ كتابة المعادلة: ${}^{23}_{11}N + {}^{1}_{0}n \rightarrow {}^{24}_{11}Na$

2) ${}^{24}_{11}Na \rightarrow {}^{A}_{Z}X + {}^{0}_{-1}e$
حسب قانون حفظ الأعداد الكتلية: $24 = A + 0 \Leftarrow A = 24$
حسب قانون حفظ الأعداد الشحنية: $11 = Z - 1 \Leftarrow Z = 12$
منه: ${}^{A}_{Z}X = {}^{24}_{12}Mg$ أي: ${}^{24}_{11}Na \rightarrow {}^{24}_{12}Mg + {}^{0}_{-1}e$

3) أ/ من البيان نجد: $n_0 = 10^{-5} mol$
ب/ زمن نصف العمر: هو الزمن اللازم لتفكك أو بقاء نصف عدد الأنوية الابتدائية.
قيمته: بإسقاط 5×10^{-6} (نصف الكمية الابتدائية) على المنحنى ثم على محور الفواصل نجد: $t_{1/2} = 15h$

4) أ/نعلم أن: $N(t) = N_0 . e^{-\lambda t}$

$$N(t) = N_0 . e^{-\lambda t} \Rightarrow n(t) \times \cancel{N_A} = n_0 . \cancel{N_A} . e^{-\lambda t} \Rightarrow n(t) = n_0 . e^{-\lambda t}$$

ب/ حساب $n_1(6h)$:

$$n_1(6h) = n_0 . e^{-\lambda \times 6h} = 10^{-5} \times e^{\frac{-\ln 2 \times 6}{15}} \simeq 7{,}6 \times 10^{-6}\ mol$$

5) $\begin{cases} n_2 \rightarrow V_2 = 10\ ml \\ n_1 \rightarrow V \end{cases}$ ومنه:

$$V = \frac{n_1 \times V_2}{n_2} = 5066\ ml \simeq 5\ L$$

التمرين 16:

البلوتونيوم Pu عنصر مشبع، نادر الوجود في الطبيعة، يتم اصطناع أحد نظائره ${}^{241}_{94}Pu$ في المفاعلات النووية بقذف نواة يورانيوم ${}^{238}_{92}U$ بنترونات. يُنمذج هذا التحول بتفاعل ذي المعادلة:
${}^{238}_{92}U + x{}^{1}_{0}n \rightarrow {}^{241}_{94}Pu + y\beta^-$

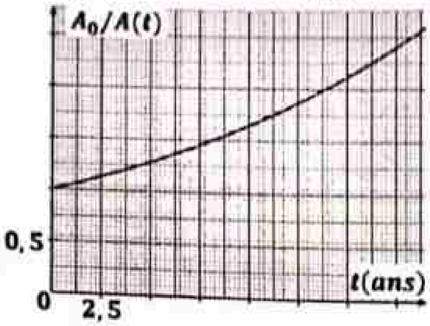
1) عرف ما يلي: النظائر، النواة المشعة، جسيمات β^-.
2) جد قيمة كل من x و y بتطبيق قانون الانحفاظ.

Scanned by CamScanner

3) تتفكك نواة البلوتونيوم $^{241}_{94}Pu$ تلقائيا معطية نواة أمريكيوم $^{A}_{Z}Am$ وجسيمات β^-
اكتب معادلة التفكك المنمذج لهذا التحول النووي، وعين قيمة كل من A و Z.

4) قياس نشاط عينة من هذا النظير $^{241}_{94}Pu$، مكننا من رسم بيان تغيرات النسبة $\frac{A_0}{A(t)}$ بدلالة الزمن $\frac{A_0}{A(t)} = f(t)$.

حيث: $A(t)$ يمثل نشاط العينة في اللحظة t، A_0 يمثل نشاط العينة في اللحظة $t = 0$.



أ/ اكتب عبارة النسبة $\frac{A_0}{A(t)}$ بدلالة λ و t حيث: λ ثابت التفكك.

ب/ حدد من البيان قيمة $t_{1/2}$ نصف عمر $^{241}_{94}Pu$ واستنتج عندئذ قيمة λ.

ج/ مثل كيفيا من البيان: $\frac{A(t)}{A_0} = g(t)$

تصحيح التمرين 16:

1) تعريفات:

- النظائر: هي أنوية من نفس العنصر لها نفس عدد البروتونات وتختلف في عدد النيترونات.
- النواة المشعة: هي نواة غير مستقرة تتفكك تلقائيا لتعطي نواة أكثر استقرارا...
- جسيمات β^-: هي عبارة عن إلكترونات ناتجو من تحول نيترونات إلى بروتونات.

2) إيجاد قيمتي كل من x و y :

بتطبيق قانونا الانحفاظ $x = 3$ ، $y = 2$.

3) معادلة التفكك: $^{241}_{94}Pu \rightarrow ^{A}_{Z}Am + ^{0}_{-1}e$

بتطبيق قانوني الانحفاظ نجد: $A = 241$, $Z = 95$

$$^{241}_{94}Pu \rightarrow ^{241}_{95}Am + ^{0}_{-1}e$$

4) أ/ العلاقة: حسب قانون التناقص الاشعاعي: $A(t) = A_0e^{-\lambda t}$ ومنه: $\frac{A_0}{A(t)} = e^{+\lambda t}$

ب/ لدينا: $A(t_{1/2}) = \frac{A_0}{2}$ ومنه: $\frac{A_0}{A(t_{1/2})} = 2$

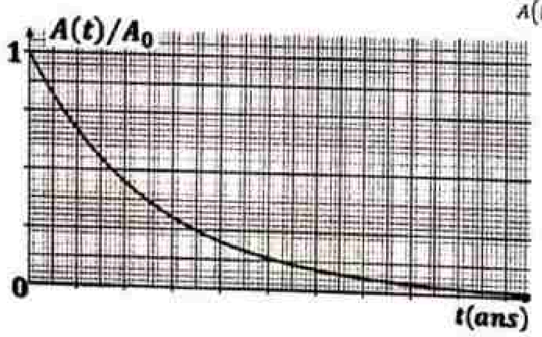
بالإسقاط نجد: $t_{1/2} = 5{,}5 \times 2{,}5$

$t_{1/2} = 13{,}75\ ans$

استنتاج قيمة ثابت التفكك:

$$\lambda = \frac{\ln 2}{t_{1/2}} = 0{,}05\ ans^{-1}$$

ج/تمثيل البيان: $\frac{A(t)}{A_0} = f(t)$



التمرين 17:

1) قانون التناقص الإشعاعي هو: $\frac{dN(t)}{dt} = -\lambda N(t)$، عبارة عن المعادلة التفاضلية حلها من الشكل:

$$N(t) = N_0e^{-\lambda t}$$

ما المقصود بـ: N_0 ، $N(t)$ ، λ.

2) الفسفور 32 عنصر مشع له زمن نصف العمر $t_{1/2} = 14{,}2\ jours$، يحتوي على N_0 نواة في اللحظة $t = 0$

أ/ ما هو الوقت اللازم لكي يتفكك ربع الكمية الابتدائية

ب/ ما هو الوقت اللازم لكي يتبقى ربع الكمية الابتدائية.

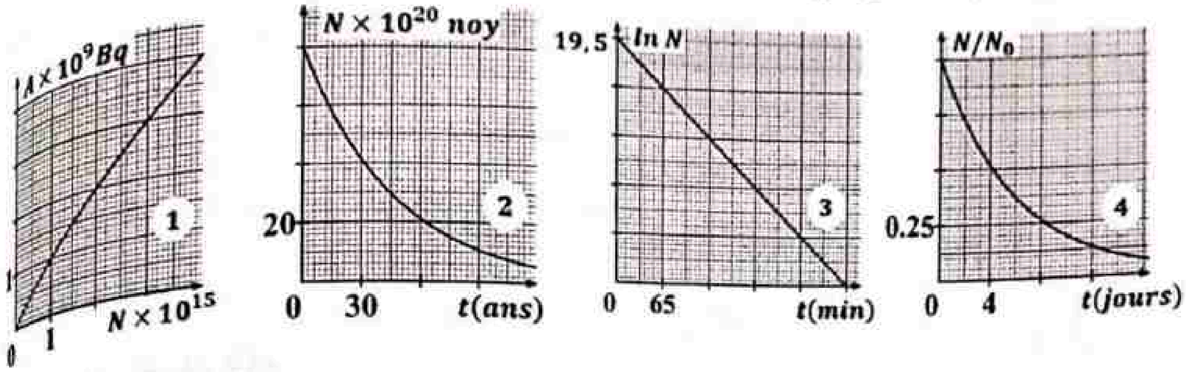
Scanned by CamScanner

ج/ إذا كانت كتلة عينة الفسفور 32 في اللحظة $t=0$ هي: $m = 1g$ احسب نشاطها في اللحظة $t = 2t_{1/2}$

عدد أفوغادرو $N_A = 6,02 \times 10^{23} mol^{-1}$

3) أ/ احسب ثابت الزمن في كل شكل من الأشكال.

ب/ احسب عدد الأنوية في اللحظة $t=0$ في الشكل -3 فقط.



تصحيح التمرين 17:

من يزن اكثر كيلو من "النحاس" ام كيلو من "القطن"

1) المقصود بـ: N_0 :عدد الأنوية الابتدائية المشعة.

$N(t)$: عدد الأنوية المتبقية.

λ : ثابت الإشعاع.

2) أ/ الوقت اللازم لتفكك ربع الكمية الابتدائية أي لبقاء $\frac{3}{4}$ من الكمية الابتدائية:

$$N = N_0 . e^{-\lambda t} \Rightarrow \frac{3}{4}\cancel{N_0} = \cancel{N_0}. e^{-\lambda t} \Rightarrow \frac{3}{4} = e^{-\lambda t} \Rightarrow \ln\frac{3}{4} = -\lambda t$$

$$\Rightarrow \quad t = \frac{\ln\frac{3}{4}}{-\lambda} = \frac{\ln\frac{3}{4}}{\frac{-\ln 2}{t_{1/2}}} = \frac{\ln\frac{3}{4}}{-\ln 2} \times t_{1/2} \simeq 5,9\, jours$$

ب/ الوقت اللازم لبقاء ربع الكمية الابتدائية:

$$\frac{1}{4}\cancel{N_0} = \cancel{N_0}. e^{-\lambda t} \Rightarrow \frac{1}{4} = e^{-\lambda t} \Rightarrow -\ln 4 = -\lambda t$$

$$t = \frac{\ln 4}{\lambda} = \frac{\ln 4}{\ln 2} \times t_{1/2} = 2 \times t_{1/2} = 28,4\, jours$$

ج/ حساب النشاط الإشعاعي A في اللحظة $2(t_{1/2})$:

- لنحسب أولا A_0:

$$A_0 = \lambda \times N_0 = \lambda \times \left(\frac{m_0}{M} \times N_A\right) = \frac{\ln 2}{t_{1/2}} \times \left(\frac{m_0}{M} \times N_A\right)$$

معناه :

$$A_0 = \frac{\ln 2}{14,2 \times (24 \times 3600)}\left(\frac{1}{32} \times 6,02 \times 10^{23}\right) = 1,06 \times 10^{16} Bq$$

- لنحسب الآن A عند $t = 2t_{1/2}$:

$$A = A_0 \times e^{-\lambda t} \Rightarrow A = A_0 \times e^{-\lambda . 2 . t_{1/2}} = A_0 . e^{-2\times\ln 2} = A_0 \times 2^{-2} = \frac{A_0}{4}$$

$$\Rightarrow \quad A = 2,65 \times 10^{15} Bq$$

Scanned by CamScanner

3) حساب ثابت التوازن في كل شكل:

أ/ • الشكل (1): لدينا بيانيا: $A = \alpha . N ...... (1)$

ونظريا نعلم أن: $A = \lambda . N .... (2)$

من (1) و(2) نجد أن: $\alpha = \lambda$

- حساب الميل α: $\alpha = \frac{(2-0)\times 10^9}{(2-0)\times 10^{15}} = 10^{-6}$ ومنه: $\tau = \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{\alpha} = \frac{1}{10^{-6}} = 10^6 (s)$

• الشكل (2): بإنشاء المماس عند N_0 فإن هذا المماس يقطع محور الفواصل في $45\ (ans)$

ومنه $\tau = 45 ans$

• الشكل (3): لدينا نظريا: $N = N_0 . e^{-\lambda t} \Rightarrow \ln(N) = \ln(N_0) - \lambda t$

ولدينا بيانيا: $ln(N) = \alpha . t + b$ بالمطابقة نجد $\alpha = -\lambda$.

حساب ميل البيان: $\alpha = \frac{0-19,5}{325-0} = -0,06$ منه: $\lambda = 0,06\ min^{-1}$

$$\Rightarrow \tau = \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{0,06} = 16,66\ min$$

• الشكل (4): لما: $t = \tau$ فإن: $N = 0,37 \times N_0$ منه $\frac{N}{N_0} = 0,37$

ومنه بإسقاط هذه القيمة على المنحنى ومنه على محور الفواصل نجد: $\tau = 6\ jours$.

ب/ حساب عدد الأنوية عند اللحظة $t = 0$ في الشكل 3:

لدينا سابقا: $\ln(N) = -\lambda t + \ln(N_0)$

عند $t = 0$: $\ln(N) = \ln(N_0)$

وبيانيا عند $t = t_0$: $\ln(N) = b = 19,5$ ومنه $\ln(N_0) = 19,5$

$N_0 = e^{19,5} = 2,94 \times 10^8\ noyaux$

التمرين 18:

توجد عدة طرق لتشخيص مرض السرطان، منها التصوير الطبي التي تعتمد على تتبع جزيئات سكر الغلوكوز التي تستبدل فيها مجموعة (OH^-) بذرة الفلور 18 المشع. يتمركز سكر الغلوكوز في الخلايا السرطانية التي تستهلك كمية كبيرة منه. تتميز نواة $^{18}_{9}F$ بزمن نصف عمر $(t_{1/2} = 110\ \text{min})$، لذا تحضر الجرعة في وقت مناسب قبل حقن المريض بها، حيث يكون نشاط العينة لحظة الحقن $2.6 \times 10^8 Bq$.

تتفكك نواة الفلور 18 إلى نواة الأكسجين $^{18}_{8}O$.

1) اكتب معادلة التفكك وحدد طبيعة الإشعاع الصادر.

2) بين أن ثابت التفكك λ يعطى بالعبارة $\lambda = \frac{ln2}{t_{1/2}}$. ثم احسب قيمته.

3) حضّر تقنيو التصوير الطبي جرعة (عينة) D تحتوي على $^{18}_{9}F$ في الساعة "الثامنة" صباحا لحقن المريض على الساعة "التاسعة" صباحا.

أ/ احسب عدد أنوية الفلور $^{18}_{9}F$ لحظة تحضير العينة.

ب/ ما هو الزمن المستغرق حتى يصبح نشاط العينة مساويا 1% من النشاط الذي كان عليه في الساعة التاسعة.

اطلبوا الخير من بطون شبعت ثم جاعت لان الخير فيها باق ولا تطلبوا الخير من بطون جاعت ثم شبعت لان الشح فيها باق

علي بن أبي طالب رضي الله عنه

Scanned by CamScanner

تصحيح التمرين 18:

1) معادلة التفكك: ${}^{18}_{9}F \rightarrow {}^{18}_{8}O + {}^{A}_{Z}X$

حسب قانون حفظ الأعداد الكتلية: $18 = 18 + A \Rightarrow A = 0$

حسب قانون حفظ الأعداد الشحنية: $9 = 8 + Z \Rightarrow Z = 1$

ومنه: ${}^{A}_{Z}X = {}^{0}_{+1}e$ أي: ${}^{18}_{9}F \rightarrow {}^{18}_{8}O + {}^{0}_{+1}e$. ومنه طبيعة الإشعاع الصادر: β^{+}.

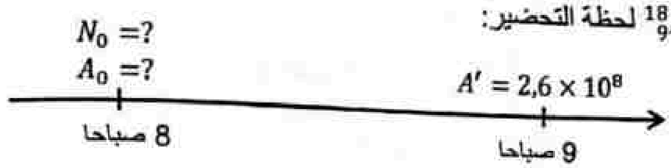
2) تبيين أن: $\lambda = \frac{\ln 2}{t_{1/2}}$

لدينا : $N = N_0 . e^{-\lambda t}$ لما $t = t_{1/2}$:

$$\Rightarrow \frac{N_0}{2} = N_0 . e^{-\lambda t} \Rightarrow \frac{1}{2} = e^{-\lambda t} \Rightarrow \ln\left(\frac{1}{2}\right) = -\lambda t \Rightarrow \ln 2 = \lambda . t_{\frac{1}{2}} \Rightarrow \lambda = \frac{\ln 2}{t_{1/2}}$$

حساب قيمته: $\lambda = \frac{\ln 2}{110 \times 60} = 1,05 \times 10^{-4} s^{-1}$.

3) أ/ حساب عدد أنوية ${}^{18}_{9}F$ لحظة التحضير:



$$A' = A_0 . e^{-\lambda t} \Rightarrow A_0 = \frac{A'}{e^{-\lambda t}} = \frac{2,6 \times 10^8}{e^{-1,05 \times 10^{-4} \times 3600}} \simeq 3,8 \times 10^8 \, Bq$$

نعلم أن: $A_0 = \lambda N_0$ منه: $N_0 = \frac{A_0}{\lambda} = \frac{3,8 \times 10^8}{1,05 \times 10^{-4}} = 3,6 \times 10^{12} \, noyaux$

ب/الزمن المستغرق ليصبح نشاط العينة 1%:

$$A(t) = A' . e^{-\lambda t} \Rightarrow \frac{A'}{100} = A' . e^{-\lambda t} \Rightarrow \ln \frac{1}{100} = -\lambda t \Rightarrow -\ln \frac{1}{100} = \lambda t$$

$$\Rightarrow \ln 100 = \lambda t \Rightarrow t = \frac{\ln 100}{\lambda} = \frac{\ln 100}{1,05 \times 10^{-4}} = 4,38 \times 10^4 \, s = 12h \, 10 \, min$$

التمرين 19:

إن نواة الراديوم ${}^{226}_{88}Ra$ مشعة وتصدر جسيما α.

1) ماذا تمثل الأرقام 226 و 88 بالنسبة للنواة ${}^{226}_{88}Ra$؟

2) اكتب معادلة التفاعل المنمذج لتفكك النواة ${}^{226}_{88}Ra$، مستنتجا النواة الابن ${}^{A}_{Z}X$ من بين الأنوية التالية: ${}_{83}Bi$ ، ${}_{82}Pb$ ، ${}_{86}Rn$ ، ${}_{89}Ac$.

3) علما أن ثابت تفكك الراديوم المشع $\lambda = 1.36 \times 10^{-11} s^{-1}$، استنتج زمن نصف حياة الراديوم ${}^{226}_{88}Ra$.

4) نعتبر عينة كتلتها $m_0 = 1 \, mg$ من أنوية الراديوم ${}^{226}_{88}Ra$ عند اللحظة $t_0 = 0$ ولتكن m كتلة العينة عند اللحظة t:

أ/عرف زمن نصف الحياة $t_{1/2}$. أوجد العلاقة بين عدد الأنوية N وكتلة العينة في اللحظة t ثمّ أكمل الجدول التالي:

t	t_0	$t_{1/2}$	$2t_{1/2}$	$3t_{1/2}$	$4t_{1/2}$	$5t_{1/2}$
$m(mg)$						

ب/ ما هي كتلة العينة المتفككة عند اللحظة $t = 5\tau$ (حيث τ ثابت الزمن)؟ ماذا تستنتج؟

ج/ ارسم البيان: $m = f(t)$.

Scanned by CamScanner

تصحيح التمرين 19:

1) يمثل 226 عدد النويات (العدد الكتلي).
يمثل 88 عدد البروتونات (العدد الشحني).

2) معادلة التفاعل المنمذج لتفكك $^{226}_{86}Ra$:

$$^{226}_{88}Ra \rightarrow {}^{A}_{Z}X + {}^{4}_{2}He$$

حسب قانون حفظ الأعداد الكتلية: $226 = A + 4 \Rightarrow A = 222$

حسب قانون حفظ الأعداد الشحنية: $88 = Z + 2 \Rightarrow Z = 86$

$$^{A}_{Z}X = {}^{222}_{86}Rn$$
$$^{226}_{88}Ra \rightarrow {}^{222}_{86}Rn + {}^{4}_{2}He$$

3) إيجاد زمن نصف عمر $^{226}_{86}Ra$.

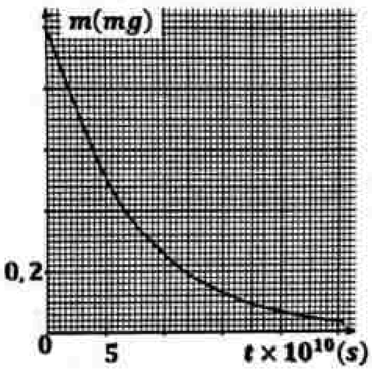
نعلم أن: $t_{1/2} = \dfrac{\ln 2}{\lambda} = \dfrac{\ln 2}{1{,}36 \times 10^{-11}} = 5{,}09 \times 10^{10}\ s$

4) أ/ تعريف $t_{1/2}$ هو الزمن اللازم لتفكك أو بقاء نصف عدد الأنوية الابتدائية.

العلاقة: $N = \dfrac{m}{M} \times N_A$ ومنه:

$$m = \frac{M}{N_A} \times N_0 \times e^{-\lambda t} \Rightarrow m(t) = \frac{M}{N_A}.N_0.e^{-\lambda t}$$

t	t_0	$t_{1/2}$	$2t_{1/2}$	$3t_{1/2}$	$4t_{1/2}$	$5t_{1/2}$
$m(mg)$	m_0	$\frac{m_0}{2}$	$\frac{m_0}{4}$	$\frac{m_0}{8}$	$\frac{m_0}{16}$	$\frac{m_0}{32}$



ملأ الجدول: مثلا عند $t_{1/2}$:

$$m(t) = \frac{M}{N_A} \times N_0 \times e^{-\lambda t}$$
$$m(t_{1/2}) = m_0.e^{-\lambda t_{1/2}} = m_0.e^{-\ln 2}$$
$$\Rightarrow m(t_{1/2}) = m_0.2^{-1} = \frac{m_0}{2}$$
$$m(2t_{1/2}) = m_0.e^{-2\lambda t_{1/2}} = m_0.e^{-2\ln 2}$$
$$\Rightarrow m(2t_{1/2}) = m_0.2^{-2} = \frac{m_0}{4}$$

ب/ كتلة العينة المتفككة:

$$m(5\tau) = m_0.e^{-5.\lambda.\frac{1}{\lambda}} = m_0.e^{-5} = m_0.e^{-5} = 0{,}0067\ mg \simeq 0\ (\text{مهمل})$$

عند $t = 5\tau$ فإن $m \simeq 0$ إذن الكتلة المتفككة m': $m' = m_0 - m(5\tau) \simeq m_0$

التمرين 20:

جُهز مخبر بمنبع إشعاعي يحتوي على السيزيوم 137 المشع الذي يتميز بزمن نصف العمر $t_{\frac{1}{2}} = 30{,}2\ ans$ يبلغ النشاط الإشعاعي الابتدائي لهذا المنبع $A_0 = 3{,}0 \times 10^5 Bq$

1) تتفكك أنوية السيزيوم $^{137}_{55}Cs$ مصدرا جسيمات β^-.

أ/ اكتب معادلة التفاعل النووي المنمذج لتفكك السيزيوم 137.

ب/ احسب قيمة λ ثابت التفكك لنواة السيزيوم.

ج/ احسب m_0 كتلة السيزيوم 137 الموجودة في المنبع لحظة استلامه.

Scanned by CamScanner

2) أ/ اكتب عبارة قانون النشاط الاشعاعي $A(t)$ للمنبع.
ب/ كم تصبح قيمة نشاط المنبع بعد سنة؟
ج/ ما قيمة التغير النسبي للنشاط الإشعاعي خلال سنة واحدة؟

3) يصبح المنبع غير صالح للاستعمال عندما يصبح لنشاطه الاشعاعي قيمة حدية تساوي عشر قيمته الابتدائية أي $A(t) = \frac{A_0}{10}$، كم يدوم استغلال المنبع؟

المعطيات:

$_{53}I$	$_{54}Xe$	$_{55}Cs$	$_{56}Ba$	$_{57}La$

$M_{(^{137}Cs)} = 136.9\ g/mol$
$N_A = 6.02 \times 10^{23} mol^{-1}$

تصحيح التمرين 20:

1) أ/ معادلة التفاعل: $^{137}_{55}Cs \rightarrow {}^{A}_{Z}X + {}^{0}_{-1}e$

حسب قانون حفظ الأعداد الكتلية: $137 = A + 0 \Rightarrow A = 137$

حسب قانون حفظ الأعداد الشحنية: $55 = Z - 1 \Rightarrow Z = 56$

ومنه: ${}^{A}_{Z}X = {}^{137}_{56}Ba$ أي: $^{137}_{55}Cs \rightarrow {}^{137}_{56}Ba + {}^{0}_{-1}e$

ب/ حساب λ:

نعلم أن: $t_{\frac{1}{2}} = \frac{\ln 2}{\lambda} \quad \Rightarrow \lambda = \frac{\ln 2}{t_{\frac{1}{2}}} = \frac{\ln 2}{30,2} = 0,023\ ans^{-1}$

تحويل : $\lambda = \frac{0,023}{365,25 \times 24 \times 3600} = 7,28 \times 10^{-10} s^{-1}$

ج/ حساب m_0:

نعلم أن: $A_0 = N_0 . \lambda$ و $N_0 = \frac{m_0}{M} . N_A$

$$A_0 = N_0 \times \lambda = \lambda \times \frac{m_0}{M} \times N_A \Rightarrow m_0 = \frac{A_0 \times M}{\lambda \times N_A} = 9,3 \times 10^{-8} g$$

2) أ/ $A(t) = A_0 . e^{-\lambda . t}$

ب/ $A(t = 1ans) = 3 \times 10^5 e^{-(0,023)\times 1}$

ملاحظة: نأخذ λ بـ (ans^{-1}) لأننا أخذنا t بـ ans أو نأخذ λ بـ (s^{-1}) مع تحويل $1ans$ إلى (s)

ومنه: $A(t) = 2,93 \times 10^5 Bq$

ج/ قيمة التغير النسبي أي $\frac{\Delta A}{A_0}$ حيث ΔA هو تغير النشاط الإشعاعي حيث $\Delta A = A_0 - A$

$$\Rightarrow \frac{\Delta A}{A_0} = \frac{A_0 - A}{A_0} = \frac{3 \times 10^5 - 2,93 \times 10^5}{3 \times 10^5} = 0,023 = 2,3\%$$

3) حساب مدة استغلال المنبع:

$$\frac{A_0}{10} = A_0 \times e^{-\lambda t} \Rightarrow \frac{1}{10} = e^{-\lambda t} \Rightarrow \ln\left(\frac{1}{10}\right) = \ln e^{-\lambda t} \Rightarrow t = \frac{-\ln\left(\frac{1}{10}\right)}{\lambda}$$

$$\Rightarrow t = \frac{\ln 10}{\lambda} = \frac{\ln 10}{0,023} = 100\ ans$$

الثقافة هي ما يبقى بعد أن تنسى كل ما تعلمته في المدرسة
البرت اينشتاين

Scanned by CamScanner

التمرين 21:

لا يوجد البلوتونيوم $^{241}_{94}Pu$ في الطبيعة، وللحصول على عينة من أنويته يتم قذف نواة $^{238}_{92}U$ في مفاعل نووي بعدد x من النترونات. حيث يمكن نمذجة هذا التحول النووي بتفاعل معادلته:

$$^{238}_{92}U + x\,^{1}_{0}n \rightarrow {}^{241}_{94}Pu + y\,^{0}_{-1}e$$

1) أ/ بتطبيق قانوني الانحفاظ عين قيمتي x و y.

ب/ تصدر نواة البلوتونيوم $^{241}_{94}Pu$ أثناء تفككها جسيمات β^- ونواة الأمريكيوم $^{A}_{Z}Am$. اكتب معادلة التفكك.

ج/ احسب قيمة طاقة الربط لكل نيوكليون (نوية) مقدرة بـ MeV لنواتي $^{241}_{94}Pu$ و $^{A}_{Z}Am$، ثم استنتج أيهما أكثر استقرارا.

2) تحتوي عينة من البلوتونيوم $^{241}_{94}Pu$ المشع في اللحظة $t = 0$ على N_0 نواة.

بدراسة نشاط هذه العينة في أزمنة مختلفة تم الحصول على النسبة $\frac{A(t)}{A_0}$ حيث $A(t)$ نشاط العينة في اللحظة t و A_0 نشاطها في اللحظة $t = 0$ فحصلنا على النتائج التالية:

$t(ans)$	0	3	6	9	12
$A(t)/A_0$	1,00	0,85	0,73	0,62	0,53

أ/ ارسم، على ورقة ميليمترية، البيان: $\ln(A(t)/A_0) = f(t)$.

ب/ اكتب عبارة المقدار $\ln(A(t)/A_0)$ بدلالة λ و t.

ج/ عين بيانيا قيمة ثابت التفكك λ واستنتج قيمة زمن نصف عمر البلوتونيوم $^{241}_{94}Pu$.

المعطيات:

$m(^{241}_{94}Pu) = 241,00514\,u$ $\quad m(^{A}_{Z}Am) = 241,00457\,u$

$1u = \frac{931.5}{C^2}Mev$ $\quad m(p) = 1,00728\,u$ $\quad m(n) = 1.00866\,u$

تصحيح التمرين 21:

1) أ/ إيجاد x و y:

حسب قانون حفظ الأعداد الكتلية:

$$238 + x(1) = 241 + y(0) \quad \Rightarrow \quad x = 241 - 238 = 3$$

حسب قانون حفظ الأعداد الشحنية:

$$92 + x(0) = 94 + y(-1) \quad \Rightarrow \quad y = 94 - 92 = 2$$

ومنه :

$$^{238}_{92}U + 3\,^{1}_{0}n \rightarrow {}^{241}_{94}Pu + 2\,^{0}_{-1}e$$

ب/ كتابة معادلة التفكك:

$$^{241}_{94}Pu \rightarrow {}^{A}_{Z}Am + {}^{0}_{-1}e$$

حسب قانون حفظ الأعداد الكتلية: $241 = A + 0 \Rightarrow A = 241$

حسب قانون حفظ الأعداد الشحنية: $94 = Z - 1 \Rightarrow Z = 95$

$$^{241}_{94}Pu \rightarrow {}^{241}_{95}Am + {}^{0}_{-1}e$$

ج/حساب طاقة ربط $^{241}_{94}Pu$:

$$E_l(Pu) = \left[\left(Z.m_p + (A-Z)m_n - m(Pu)\right)\right] \times C^2 \times \frac{931,5}{C^2}$$

$$E_l(Pu) = [94 \times 1,00728 + 147 \times 1,00866 - 241,00551] \times 931,5 = 1818,4743\,MeV$$

$$E_l(Am) = [95 \times 1,00728 + 146 \times 1,00866 - 241,00551] \times 931,5 = 1817,7197\,MeV$$

Scanned by CamScanner

طاقة الربط لكل نوكليون:

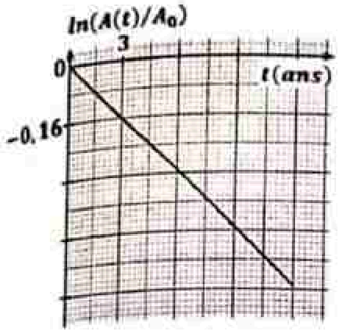
$$\frac{El(Pu)}{A} = \frac{El(Pu)}{241} = 7{,}5456 \ MeV/nuc$$

$$\frac{El(Am)}{A} = \frac{El(Am)}{241} = 7{,}5424 \ MeV/nucl$$

ومنه نواة ^{241}Pu أكثر استقرارا من ^{241}Am.

2) أ/ رسم المنحنى: $f(t) = \ln(A(t)/A_0)$

$t(ans)$	0	3	6	9	12
$A(t)/A_0$	1.00	0.85	0.73	0.62	0.53
$\ln(A(t)/A_0)$	0	−0,16	−0,31	−0,47	−0,63



ب/كتابة العبارة: (نظريا)

$$A(t) = A_0 . e^{-\lambda t} \Rightarrow \frac{A(t)}{A_0} = e^{-\lambda t} \Rightarrow \ln\left(\frac{A(t)}{A_0}\right) = -\lambda t$$

ج/ البيان عبارة خط مستقيم يمر من المبدأ معادلته: $\ln\left(\frac{A(t)}{A_0}\right) = a.t$ مع $a < 0 \Leftarrow -\lambda = a$

لنحسب الميل بيانيا: $a = \frac{-0{,}16-0}{3-0} = -0{,}05$ أي: $\lambda = 0{,}05 \ ans^{-1}$

استنتاج $t_{1/2}$:

$$t_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{\ln 2}{0{,}05} = 13{,}8 \ ans$$

التمرين 22:

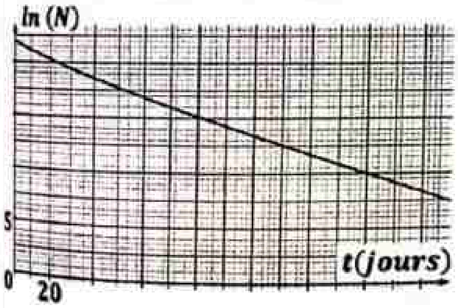
يستخدم اليود $^{131}_{53}I$ أساسا في معالجة سرطان الغدة الدرقية.

1) أعط تركيب نواة اليود $^{131}_{53}I$.

2) احسب E_l طاقة الربط لنواة اليود $^{131}_{53}I$.

3) إن اليود 131 يصدر β^-.
اكتب معادلة التفكك الحاصلة لنواة اليود 131، علما أن نواة البنت الناتجة $^{A}_{Z}X$ تكون واحدة من الأنوية التالية:
$^{131}_{54}Xe$ ، $^{132}_{53}I$ ، $^{131}_{52}Te$ ، $^{127}_{51}Sb$.

4) عينة من اليود 131 كتلتها $m_0 = 0{,}696 \ g$



أ/ أكتب قانون التناقص الإشعاعي.

ب/ يمثل (الشكل) منحنى تطور $\ln N$ بدلالة الزمن t. استنتج منه قيمة λ ثابت التفكك و $t_{1/2}$ نصف العمر لليود 131.

ج/ ما كتلة اليود 131 المتفككة بعد $16 \ jours$ ؟

المعطيات:

$m(n) = 1.00866 \ u$ $\quad m(^{131}_{53}I) = 130.97851u$

$1u = 931.5 \ MeV/C^2$ $\quad m(^{1}_{1}H) = 1.00728 \ u$

Scanned by CamScanner

الثقة بالنفس
هي روح البطولة
ارسطو

تصحيح التمرين 22:

1) تركيب نواة اليود $^{131}_{53}I$: $Z = 53$ ، $N = 131 - 53 = 78$

2) حساب طاقة الربط E_l:

$$E_l = [Z.m_p + (A - Z).m_n - m(_{53}I)] \times C^2 \times \frac{931,5}{C^2}$$

$$E_l = \left(53 \times m_p + 78 \times m_n - m(_{53}I)\right) \times 931,5 \simeq 1008,6\ MeV$$

3) المعادلة:

$$^{131}_{53}I \rightarrow {}^{A}_{Z}X + {}^{0}_{-1}e$$

حسب قانون حفظ الأعداد الكتلية: $131 = A + 0 \Leftarrow 131 = A$

حسب قانون حفظ الأعداد الشحنية: $53 = Z - 1 \Leftarrow 54 = Z$

منه : $^{A}_{Z}X = {}^{131}_{54}Xe$ أي : $^{131}_{53}I \rightarrow {}^{131}_{54}Xe + {}^{0}_{-1}e$

4) أ/ $N(t) = N_0 \times e^{-\lambda t}$ ..... (1)

ب/ المنحنى من الشكل : $\ln N = at + b$

من (1): $\ln N(t) = \ln N_0 + \ln e^{-\lambda t}$ منه $\ln N(t) = -\lambda t + \ln N_0$

$$\Rightarrow \lambda = -a = \frac{15 - 10}{80 - 140} = 8,3 \times 10^{-2}\ Jours^{-1}$$

$$t_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} \simeq 8\ Jours$$

جـ/ كتلة اليود بعد 16 يوما:

$$m = m_0\left(1 - e^{-\lambda t}\right) = 0,696\left(1 - e^{-8,3\times10^{-2}\times16}\right) = 0,511\ g$$

التمرين 23:

تمتص جميع النباتات الكربون C الموجود في الجو $(^{12}C, ^{14}C)$ خلال عملية التنفس، حيث النسبة

$$\frac{N(^{14}C)}{N(^{12}C)} = 1,2 \times 10^{-12}$$

في النباتات ثابتة خلال حياتها.
عند موت النبات تتناقص هذه النسبة نتيجة تفكك الكربون $(^{14}_{6}C)$.

1) تتفكك نواة الكربون 14 مصدرة جسيمات β^- ونواة ابن $(^{A}_{Z}X)$.
اكتب معادلة تفكك الكربون14، وحدد نواة الابن من بين الأنوية التالية: $_5B$ ،$_6C$ ،$_9F$ ،$_7N$ ،$_8O$.

2) احسب:
أ/ طاقة الربط E_l لنواة الكربون 14،
ب/ طاقة الربط لكل نوية لنواة الكربون 14.

3) لتحديد عمر قطعة خشب قديم، قيس النشاط الإشعاعي لعينة منها كتلتها $m = 300mg$ عند لحظة t فوجد 0,023 تفككا في الثانية.
أخذت عينة لها نفس الكتلة السابقة من شجرة حية فوجد أن كتلة الكربون 12 فيها هي $150mg$.
أ/ احسب عدد أنوية الكربون ^{12}C واستنتج عدد أنوية الكربون ^{14}C في العينة التي أخذت من الشجرة الحية.
ب/ احسب النشاط الإشعاعي الابتدائي A_0، ثم حدد عمر قطعة الخشب.

المعطيات:

$N_A = 6.02 \times 10^{23} mol^{-1}$ ، $1u = 931.5\ MeV/C^2$

$1ans = 31536 \times 10^3 s$ ، $m(p) = 1.00728u$ ، $M(^{14}_{6}C) = 14g/mol$

$t_{1/2}(^{14}_{6}C) = 5730ans$ ، $m(n) = 1.00866u$ ، $m(^{14}_{6}C) = 13.99995u$

Scanned by CamScanner

تصحيح التمرين 23:

1) معادلة التفكك: $^{14}_{6}C \rightarrow {}^{A}_{Z}X + {}^{0}_{-1}e$

حيث: $A = 14 - 0 = 14$ و $Z = 6 - (-1) = 7$ منه: $^{14}_{7}X$ أي: $^{14}_{7}N$

$$^{14}_{6}C \rightarrow {}^{14}_{7}N + {}^{0}_{-1}e$$

2) أ/ طاقة الربط:

$$E_l(^{14}_{6}C) = \left(6m_p + 8m_n - m(^{14}_{6}C)\right).c^2$$

$$E_l(^{14}_{6}C) = (6 \times 1,00728 + 8 \times 1,00866 - 13,99995) \times 931,5 = 105,268815MeV$$

ب/ طاقة الربط لكل نوية لنواة الكربون 14:

$$\frac{E_l(^{14}_{6}C)}{14} = \frac{105,27}{14} = 7,52\ MeV/nuc$$

3) أ/ عدد أنوية الكربون 12 والكربون 14:

$$N(^{12}C) = \frac{0,15 \times 6,02 \times 10^{23}}{12} = 7,525 \times 10^{21}\ noyaux$$

$$N(^{14}C) = 7,525 \times 10^{21} \times 1,2 \times 10^{-12} = 9,03 \times 10^{9}\ noyaux$$

ب/ النشاط الابتدائي A_0:

$$A_0 = \lambda N_0 = \frac{\ln(2) \times N_0}{t_{1/2}} = \frac{9,03 \times 10^9 \times \ln 2}{5730 \times 31536 \times 10^3} = 0,0346\ Bq$$

-عمر الخشبة:

$$t = \frac{t_{1/2} \times \ln\frac{A}{A_0}}{\ln 2} = \frac{5730 \times \ln\frac{0,0346}{0,023}}{\ln 2} = 3375,76\ ans$$

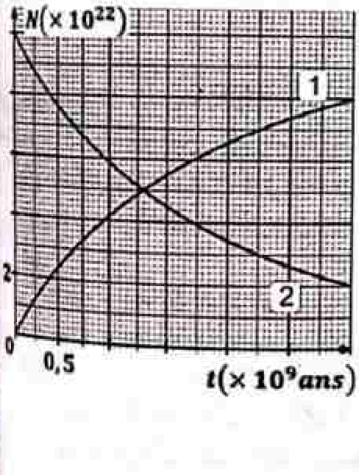
التمرين 24:

لنظير البوتاسيوم $^{40}_{19}K$ نشاط إشعاعي حيث يتفكك إلى كالسيوم $^{40}_{20}Ca$

1) أ/ ماهي خصائص ظاهرة النشاط الإشعاعي؟

ب/ اكتب معادلة تفكك البوتاسيوم 40 مع تحديد نمط الإشعاع.

2) المنحنيان الممثلان في الشكل يعبران عن تغير عدد أنوية كل من البوتاسيوم 40 والكالسيوم 40 بدلالة الزمن لعينة تحتوي في البداية على البوتاسيوم 40 فقط.



أ/ أي المنحنيين يمثل تغيرات عدد أنوية الكالسيوم 40؟ علل

ب/ ماذا تمثل فاصلة نقطة تقاطع المنحنيين؟ علّل، حدد قيمته

ج/ احسب قيمة النشاط الإشعاعي الابتدائي للعينة المشعة.

3) أ/ عين بيانيا اللحظة t_1 التي يكون فيها عدد أنوية البوتاسيوم40 مساويا لربع عدد أنوية الكالسيوم 40.

ب/ تأكد من قيمة t_1 حسابيا.

يعطى: $1an = 365.25\ jours$.

تصحيح التمرين 24:

1) أ/ خصائص ظاهرة النشاط الإشعاعي: عشوائي، تلقائي وحتمي.

ب/ معادلة التفكك

$$^{40}_{19}K \rightarrow {}^{40}_{20}Ca + {}^{0}_{-1}e$$

نمط الإشعاع: β^-

2) أ/ المنحنى (1) يمثل تغير عدد أنوية الكالسيوم بدلالة الزمن.

التعليل: لأن النواة $^{40}_{20}Ca$ نواة ابن وبالتالي البيان ينطلق من الصفر أي أن $N_0(^{40}_{20}Ca) = 0$

Scanned by CamScanner

شنايت

ب/ المقدار الفيزيائي الذي تمثله فاصلة نقطة تقاطع المنحنيين هو $t = t_{1/2}$.

التعليل:
$$N_0({}^{40}_{19}K) = N_t({}^{40}_{19}K) + N_t({}^{40}_{20}Ca)$$
$$N_0({}^{40}_{19}K) = 2N_t({}^{40}_{19}K)$$
$$\Rightarrow \quad N_t({}^{40}_{19}K) = \frac{N_0({}^{40}_{19}K)}{2}$$

إذا: $t = t_{1/2}$

حين ينجح الإنسان يقول فعلت وفعلت، وحين يفشل يقول القدر ويسكت
مصطفى صادق الرافعي

ـ تحديد قيمته: $t_{1/2} = 1,3 \times 10^9 ans$

ج/ $A_0 = \lambda N_0({}^{40}_{19}K)$

$$A_0 = \frac{\ln 2}{t_{1/2}} N_0({}^{40}_{19}K) = 1,69 \times 10^6 Bq$$

3) أ/ بيانيا: $t_1 = 3 \times 10^9 ans$

ب/ حسابيا: $N({}^{40}_{19}K) = \frac{1}{4} N({}^{40}_{20}Ca)$

$$N_0({}^{40}K)e^{-\lambda t} = \frac{1}{4} N_0({}^{40}K)\left(1 - e^{-\lambda t_1}\right)$$
$$t_1 = \frac{\ln 5}{\ln 2} t_{1/2} = 3 \times 10^9 ans$$

التمرين 25:

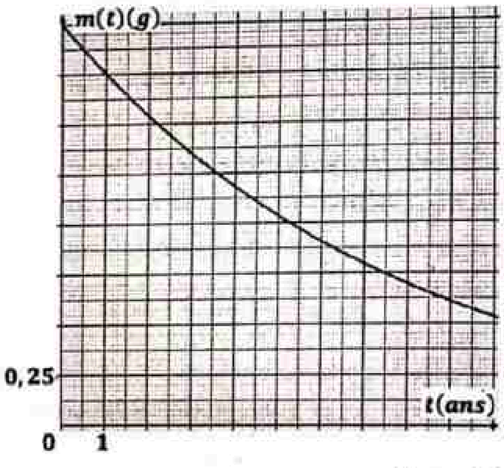
1) يستعمل الكوبالت المشع في الطب النووي لمعالجة أورام مرض السرطان، يفسر النشاط الإشعاعي لنواة الكوبالت ${}^{60}_{27}Co$ بتحول نترون ${}^{1}_{0}n$ إلى بروتون ${}^{1}_{1}P$.

أ/ حدد نوع النشاط الإشعاعي لنواة الكوبالت معللا إجابتك.

ب/ اكتب معادلة هذا النشاط الإشعاعي، وتعرف على النواة المتولدة من بين النواتين التاليتين: ${}_{26}Fe$ ، ${}_{28}Ni$.

2) أعط عبارة قانون التناقص الإشعاعي ثم بين أنه يمكن كتابته على بالشكل التالي: $m(t) = m_0 . e^{-\lambda t}$ بحيث: $m(t)$ كتلة الكوبالت المتبقية عند اللحظة (t) و m_0 كتلة الكوبالت عند اللحظة $t = 0$.

3) عرف زمن نصف العمر $t_{1/2}$، وبين أنه في اللحظة $t = nt_{1/2}$ تحقق كتلة الكوبالت المتبقية العلاقة التالية:
$$m(t) = \frac{m_0}{2^n}$$



4) يمثل المنحنى البياني الممثل في الشكل ، كتلة الكوبالت المتبقية بدلالة الزمن $m = f(t)$.

أ/ حدد بيانيا $t_{1/2}$، واستنتج كتلة الكوبالت المتبقية عند اللحظة $t = 10,5\ ans$

ب/ بين أنه عند اللحظة $t = \tau$:
$$m(\tau) = \frac{m_0}{e}$$

ج/ بين أن المماس عند اللحظة $t = 0$ يقطع محور الأزمنة في اللحظة $t = \tau$.

د/ أوجد عبارة النشاط الإشعاعي A_0 للكوبالت عند اللحظة $t = 0$ بدلالة τ، m_0، N_A و $M(Co)$. ثمّ احسب قيمة النشاط الاشعاعي في اللحظة $t = \tau$.

يعطى: $N_A = 6,02 \times 10^{23} mol^{-1}$ ، $M(Co) = 60\ g.mol^{-1}$

Scanned by CamScanner

تصحيح التمرين 25:

1) أ/إيجاد نوع النشاط: $^1_0n \rightarrow {}^1_1p + {}^A_ZX$

حسب قانون حفظ الأعداد الكتلية: $1 = 1 + A \Rightarrow A = 0$

حسب قانون حفظ الأعداد الشحنية: $0 = 1 + Z \Rightarrow Z = -1$

أي: $^1_0n \rightarrow {}^1_1p + {}^0_{-1}e$ ومنه نوع النشاط الإشعاعي هو: β^-

ب/ معادلة النشاط: $^{60}_{27}Co \rightarrow {}^A_ZX + {}^0_{-1}e$ ومنه: $A = 60$

$27 = Z - 1 \Rightarrow Z = 28$

منه: $^A_ZX = {}^{60}_{28}Ni$ أي: $^{60}_{27}Co \rightarrow {}^{60}_{28}Ni + {}^0_{-1}e$

2) عبارة التناقص الإشعاعي: $N(t) = N_0.e^{-\lambda t}$

- تبيين العلاقة: $N(t) = N_0.e^{-\lambda t}$

نعلم أن: $N = \frac{m}{M}.N_A$ ومنه: $\frac{m(t)}{M}.N_A = \frac{m_0}{M}.N_A.e^{-\lambda t}$

أي: $m(t) = m_0.e^{-\lambda t}$ وهو المطلوب.

3) تعريف زمن نصف التفاعل: هو الزمن اللازم لتفكك أو بقاء نصف عدد الأنوية الابتدائية.

تبيين العلاقة: لدينا: $m(t) = m_0.e^{-\lambda.n.t_{1/2}}$ $\quad m(t) = m_0.e^{-n\times\ln 2}$

$\Rightarrow \quad m(t) = m_0.e^{\ln 2^{-n}} \quad m(t) = m_0 \times 2^{-n}$

$\Rightarrow \quad m(t) = \frac{m_0}{2^n}$

4) أ/ تحديد $t_{1/2}$: بإسقاط $\frac{m_0}{2}$ أي 1 على المنحنى البياني ثمّ على محور الأزمنة نجد: $t_{1/2} = 5{,}25\ ans$.

-استنتاج كتلة الكوبالت عند $t = 10{,}5\ ans$: نلاحظ أن: $t = 2t_{1/2}$ لأن: $10{,}5 = 2(5{,}25)$

ومنه: بتطبيق العلاقة المستنتجة سابقا فإن: $m(t) = \frac{m_0}{2^2} = \frac{2}{4} = 0{,}5g$

ب/ إيجاد العلاقة: لدينا: $m(t) = m_0.e^{-\lambda t}$

معناه: $m(\tau) = m_0.e^{-\lambda.\tau} = m_0.e^{-\frac{1}{\tau}\tau} = m_0.e^{-1}$

أي: $m(\tau) = \frac{m_0}{e}$ وهو المطلوب.

ج/ نبين أن المماس يقطع محور الأزمنة في $t = \tau$:

معادلة المماس: $m(t) = at + b$ حيث $a = \left(\frac{dm}{dt}\right)_{t=0}$ و $b = m_0$

معناه: $a = \left(\frac{d(m_0.e^{-\lambda t})}{dt}\right)_{t=0} = \left(-m_0.\lambda.e^{-\lambda t}\right)_{t=0} = -\lambda.m_0$

ومنه معادلة المماس هي: $m(t) = -\lambda.m_0.t + m_0$

عند تقاطع المماس مع محور الأزمنة فإن:

$$0 = -\lambda.m_0.t + m_0 \quad \Rightarrow \quad \lambda.m_0.t = m_0$$

$$\lambda.t = 1 \quad \Rightarrow \quad t = \frac{1}{\lambda} = \tau$$

د/ عبارة النشاط الإشعاعي A_0:

$$A_0 = \lambda.N_0 = \lambda.\frac{m_0}{M}.N_A = \frac{m_0.N_A}{\tau.M}$$

-حساب النشاط الإشعاعي عند $t = \tau$:

$$A(t) = A_0.e^{-\lambda t} \Rightarrow A(\tau) = A_0.e^{-\frac{1}{\tau}\tau} = A_0.e^{-1} = \frac{m_0.N_A}{\tau.M}.e^{-1}$$

لنحسب τ: $\tau = \frac{t_{1/2}}{\ln 2} = \frac{5{,}25 \times 365{,}25 \times 24 \times 3600}{\ln 2} = 2{,}39 \times 10^8\ s$

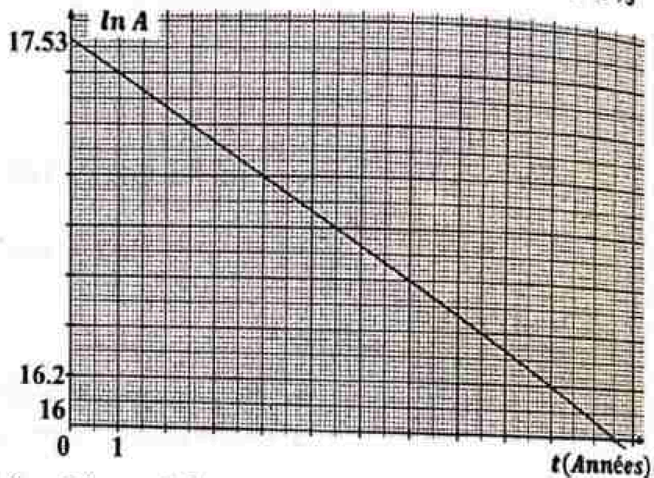
ومنه $A(\tau) = \frac{2 \times 6{,}02 \times 10^{23}}{2{,}39 \times 10^8 \times 60} \times e^{-1} \Rightarrow A(\tau) = 3{,}1 \times 10^{13} Bq$

التمرين 26:

إن نواة الكوبالت 60 $^{60}_{27}Co$ هي نواة مشعة حيث ينتج عن تفككها نواة النيكل $(^{60}_{28}Ni)$ والجسيمة $^{A}_{Z}P$.

1) أ/ عرف النواة المشعة. ثم اذكر مكونات نواة الكوبالت 60.
ب/ هل يمكن اعتبار نواة النيكل من نظائر الكوبالت؟ علّل.
ج/ حدد طبيعة الجسيمة $^{A}_{Z}P$ ثم استنتج نمط التفكك الحادث.

2) لغرض المتابعة الزمنية لتغيرات النشاط الاشعاعي $A(t)$ لعينة مشعة من الكوبالت 60 كتلتها m_0 نستخدم عدادا يمكننا من متابعة عدد التفككات الحادثة للعينة المعتبرة خلال وحدة الزمن ثم نعالج النتائج المحصل عليها بواسطة برنامج محاكاة مناسب فنحصل على البيان الموضح بالشكل.
أ/ ما هو اسم العداد المستخدم؟
ب/ اكتب عبارة النشاط الإشعاعي $A(t)$ بدلالة t، λ، A_0.
ج/ جد العبارة الحرفية للكتلة m_0 بدلالة A_0، $M(Co)$، N_A، λ.
د/ استنتج العلاقة النظرية $\ln A = f(t)$ بدلالة m_0، $M(Co)$، N_A، λ.
ه/ باستغلال البيان الموضح بالشكل استنتج العلاقة التجريبية $\ln A = f(t)$ ثم استنتج ثابت النشاط الإشعاعي λ وقيمة m_0.
و/ جد زمن نصف العمر $t_{1/2}$ للكوبالت 60.



أقبل جحا على قرية فرد عليه أحد أفرادها قائلاً: لم أعرفك يا جحا إلا بحمارك فقال جحا: الحمير تعرف بعضها

يعطى: $N_A = 6{,}02 \times 10^{23} mol^{-1}$ ، $M(Co) = 60 g.mol^{-1}$

تصحيح التمرين 26:

1) أ/ النواة المشعة: هي نواة غير مستقرة تتفكك تلقائيا لتصبح أكثر استقرارا وتصدر إشعاعات.
مكونات Co: -عدد النترونات: نترون $N = A - Z = 33$
-عدد البروتونات: بروتون $P = Z = 27$
ب/ لا، لا يمكن اعتبارها نظير لها، لأن ليس لديهما نفس العدد الذري.
ج/ $^{60}_{27}Co \rightarrow {^{60}_{28}N} + {^{A}_{Z}P}$.
-حسب قانون حفظ الأعداد الكتلية: $60 = 60 + A \Rightarrow A = 0$.
-حسب قانون حفظ الأعداد الشحنية: $27 = 28 + Z \Rightarrow Z = -1$.
ومنه: $^{A}_{Z}P = {^{0}_{-1}e}$.
أي طبيعة الجسيمة $^{A}_{Z}P$ في إلكترون سالب ومنه نمط التفكك β^-. $^{60}_{27}Co \rightarrow {^{60}_{28}Ni} + {^{0}_{-1}e}$

2) أ/ اسم العداد هو: جيجر.
ب/عبارة النشاط $A(t)$: $A(t) = A_0 . e^{-\lambda t}$.

Scanned by CamScanner

ج/ إيجاد العبارة الحرفية:

$$A_0 = \lambda . N_0 \Rightarrow A_0 = \lambda . \frac{m_0}{M} . N_A \Rightarrow m_0 = \frac{M \cdot A_0}{\lambda . N_A}$$

د/ إيجاد العلاقة النظرية:

$$A_0 = \lambda . N_0 \Rightarrow A_0 = \lambda . \frac{m_0}{M} . N_A \Rightarrow m_0 = \frac{M \cdot A_0}{\lambda . N_A}$$

هـ/ إيجاد العلاقة النظرية:

$$A = A_0 . e^{-\lambda t} \Rightarrow \ln A = \ln A_0 + \ln e^{-\lambda t}$$

$$\ln A = -\lambda t + \ln\left(\frac{\lambda . m_0 . N_A}{M}\right) \dots (1)$$

إيجاد العلاقة التجريبية: $\ln A = \alpha t + b$

ومنه بالمطابقة مع (1) نجد: $\left.\begin{matrix} \alpha = -\lambda \\ b = \ln\left(\frac{\lambda . m_0 . N_A}{M}\right) \end{matrix}\right\}$

ـحساب a:

$$a = \frac{16{,}6 - 17{,}53}{7 - 0} = -0{,}13 \Rightarrow \lambda = 0.13\, ans^{-1} = 4{,}12 \times 10^{-9} s$$

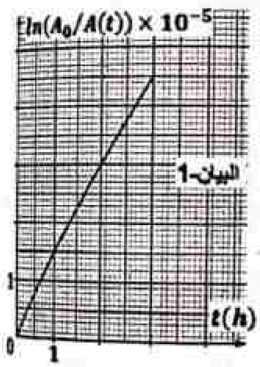
ـقيمة m_0:

$$\frac{\lambda . m_0 . N_A}{M} = e^{17{,}53}$$

$$m_0 = \frac{M . e^{17{,}53}}{\lambda . N_A} = \frac{60 \times e^{17{,}53}}{4{,}12 \times 10^{-9} \times 6{,}023 \times 10^{23}} = 9{,}92 \times 10^{-7} g$$

و/ إيجاد $t_{1/2}$:

$$t_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{\ln 2}{0{,}13} = 5{,}33\, ans$$



التمرين 27:

يستعمل الكوبالت المشع $^{60}_{27}Co$ في معالجة أمراض السرطان، يرافق تفكك نواة الكوبالت تحول نيترون ^1_0n إلى بروتون ^1_1P وتشكل نواة ابن هي احدى النواتين التاليتين: $_{28}Ni$ ، $_{26}Fe$

1) حدد نمط الإشعاع الحاصل.
2) اكتب معادلة التحول الحاصل
3) اكتب قانون التناقص الإشعاعي.

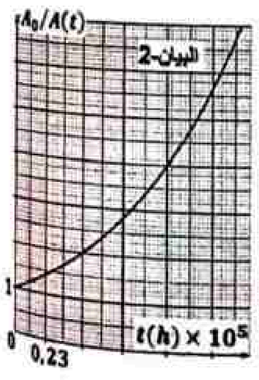
يمثل البيان -1 تغيرات $\ln\frac{A_0}{A(t)} = f(t)$

4) اكتب العبارة البيانية.
5) أوجد ثابت التفكك الإشعاع ي λ لنواة الكوبالت ثمّ احسب ثابت الزمن τ.
6) يمثل البيان -2 تغيرات $\frac{A_0}{A(t)} = f(t)$

أ/ عين قيمة $\frac{A_0}{A(t)}$ عند $t = t_{1/2}$

ب/ اوجد دور النشاط الإشعاعي $T = t_{1/2}$.

7) إذا كانت قيمة $A_0 = 10^4 Bq$ احسب قيمة $A(t)$ بعد مرور ساعة.



Scanned by CamScanner

تصحيح التمرين 27:

1) تحديد نمط الإشعاع: $_{0}^{1}n \rightarrow _{1}^{1}p + _{Z}^{A}X$

حسب قانون حفظ الأعداد الكتلية: $A = 0 \Leftarrow 1 = 1 + A$

حسب قانون حفظ الأعداد الشحنية: $Z = -1 \Leftarrow 0 = 1 + Z$.

ومنه: $_{Z}^{A}X = _{-1}^{0}e$ أي النمط هو: β^-.

2) كتابة معادلة التحول: $_{27}^{60}Co \rightarrow _{Z}^{A}X + _{-1}^{0}e$

حسب قانون حفظ الأعداد الكتلية: $A = 60 \Leftarrow 60 = 0 + A$

حسب قانون حفظ الأعداد الشحنية: $Z = 28 \Leftarrow 27 = Z - 1$.

$$_{27}^{60}Co \rightarrow _{28}^{60}Ni + _{-1}^{0}e$$

3) قانون التناقص الإشعاعي: $A(t) = A_0 . e^{-\lambda t}$

4) العبارة البيانية للبيان -1-: $\ln\left(\frac{A^0}{A(t)}\right) = at \dots (1)$.

5) إيجاد ثابت التفكك:

نعلم أن: $A = A_0 . e^{-\lambda t} \Rightarrow \frac{A}{A_0} = e^{-\lambda t}$

$$\ln\left(\frac{A}{A_0}\right) = -\lambda t \Rightarrow \ln\left(\frac{A_0}{A}\right) = \lambda t \dots (2)$$

بالمطابقة بين (1) و(2) فإن: $a = \lambda$.

- لنحسب ميل المنحنى:

$$a = \lambda = \frac{3 \times 10^{-5} - 0}{2 - 0} = 1,5 \times 10^{-5} \quad h^{-1}$$

- حساب τ: $\tau = \frac{1}{\lambda} = 0,66 \times 10^5 h$.

6) أ/ تعيين قيمة $\frac{A_0}{A(t)}$ عند $t = t_{\frac{1}{2}}$:

لما $t = t_{\frac{1}{2}}$ فإن: $A = \frac{A_0}{2}$ لأن:

$$A(t_{1/2}) = A_0 . e^{-\lambda t_{1/2}} \Rightarrow \frac{A_0}{A(t_{1/2})} = e^{\lambda t_{1/2}} = e^{\ln 2} = 2$$

ب/ إيجاد $t_{1/2}$: بإسقاط القيمة السابقة على المنحنى ثمّ على محور الأزمنة نجد: $t_{1/2} = 0,46 \times 10^5 h$

7) حساب قيمة $A(t)$

$$A(t) = A_0 . e^{-\lambda t} = 10^4 \times e^{-\frac{\ln 2}{0,64 \times 10^5} \times 1} = 10^4 \times e^{-\ln 2 \times 2,17 \times 10^{-5}} \simeq 10^4 Bq$$

إذا أردت الدنيا فعليك بالعلم، وإذا أردت الآخرة فعليك بالعلم وإذا أردتهما معاً فعليك بالعلم، والعلم لا يعطيك بعضه إلا إذا أعطيته كلك، فإذا أعطيته بعضك لم يعطيك شيئاً.

الإمام الشافعي رحمه الله

Scanned by CamScanner

التمرين 28:

أثناء القيام بأعمال التهيئة لأحد المواقع اكتشف أن هذا الموقع غني بالمستحاثات مما أثار اهتمام أكبر اختصاصي علم الآثار، تم توقيف أعمال التهيئة للسماح للأخصائيين للتنقيب في هذه المنطقة، بعد التنقيب تم اكتشاف جمجمتين بشريتين يبعدان عن بعضهما البعض بحوالي المترين. أعطي للأولى اسم (قويدر) وللثانية اسم (قدور) وهما يعودان إلى نوعين عاشا في إفريقيا قبل حوالي (30000عام- 60000عام)
والسؤال الذي طرحه العلماء: هل هذان الشخصان عاشا في نفس الفترة؟

المعطيات الأولية تبين أن (قدور) و (قويدر) وجدا في نفس المكان والسؤال هل تواجدا في نفس الزمن؟ للإجابة عن هذا السؤال تستعمل طريقة التأريخ بالكربون 14.

1) دراسة الكربون 14:

في الطبيعة الكربون يوجد على شكل نواتين نظيرتين ${}^{14}_{6}C$ ، ${}^{12}_{6}C$

في الغلاف الجوي العلوي تقذف نواة الأزوت ${}^{14}_{7}N$ بنترون معطية الكربون 14 زائد جسيم آخر.

أ/ اكتب معادلة التفاعل النووي الموافق لتشكل الكربون 14 في الغلاف الجوي مع تحديد طبيعة الجسيم الناتج.

ب/ اكتب معادلة تفكك الكربون 14 (يعطي إشعاع β^-)

ج/ يعطى نصف العمر للكربون 14 بـ $(t_{1/2} = 5570\ ans)$. عرف زمن نصف العمر.

د/ يعطى N_0 عدد الأنوية المشعة في عينة عند لحظة مأخوذة كمبدأ الأزمنة، عبر عن عدد الأنوية الباقية دون تفكك N بدلالة N_0 خلال الأزمنة التالية: $t_{\frac{1}{2}}$، $2t_{\frac{1}{2}}$، $3t_{\frac{1}{2}}$، $4t_{\frac{1}{2}}$، $5t_{\frac{1}{2}}$.

-ارسم في معلم متعامد ومتجانس N بدلالة الأزمنة السابقة، يعطى سلم الرسم: $2Cm \rightarrow t_{1/2}$ ، $10Cm \rightarrow N_0$

-ارسم في نفس المعلم N' عدد الأنوية المتفككة بدلالة الأزمنة السابقة.

ه/ - استنتج العلاقة بين $t_{1/2}$ وثابت الإشعاع λ ثم احسب قيمة λ.

2) تطبيق على التأريخ:

- عندما يكون الكائن حيا فإن النسبة ${}^{14}_{6}C/{}^{12}_{6}C$ تبقى ثابتة وعند موته تتناقص هذه النسبة.

أ/ اكتب عبارة النشاط الإشعاعي بدلالة الأنوية المتبقية.

ب/ القياسات باستخدام الكربون 14 أعطت النتائج المبينة في الجدول التالي:

النسبة	N/N_0
قويدر	$1,64 \times 10^{-2}$
قدور	$1,87 \times 10^{-2}$

انطلاقا من هذه النتائج احسب المدة المنقضية منذ وفاة قويدر

ج/ هل هذه النتائج تتوافق مع تقديرات الجريدة.

د/ أجب على السؤال: هل عاش قدور وقويدر في نفس الفترة؟

سأل المعلم تلميذه: ما الفرق بين الكرة الأرضية وكرة القدم؟
فأجابه التلميذ: كرة القدم نلعب بها و الكرة الأرضية تلعب بنا

تصحيح التمرين 28:

1) دراسة الكربون (14):

أ/ معادلة التفاعل النووي (تشكل الكربون 14):

قوانين صودي:

$${}^{14}_{7}N + {}^{1}_{0}n \rightarrow {}^{14}_{6}C + {}^{A}_{Z}X \qquad \begin{cases} 14 + 1 = 14 + A \\ 7 + 0 = 6 + Z \end{cases}$$

منه: $\begin{cases} A = 1 \\ Z = 1 \end{cases}$ وعليه: ${}^{1}_{1}X = {}^{1}_{1}P = {}^{1}_{1}H$

ب/ معادلة تفكك الكربون (14):

قوانين صودي:

$${}^{14}_{6}C \rightarrow {}^{A}_{Z}X + {}^{0}_{-1}e \qquad \begin{cases} 14 = A \\ 6 = Z - 1 \end{cases}$$

منه: $\begin{cases} A = 14 \\ Z = 7 \end{cases}$ وعليه: ${}^{14}_{7}X = {}^{14}_{7}N$

$${}^{14}_{6}C \rightarrow {}^{14}_{7}N + {}^{0}_{-1}e$$

ج/ زمن نصف العمر: هو الزمن اللازم لتفكك نصف عدد الأنوية الابتدائية في العينة (أي لبقاء النصف).

د/ الجدول:

لما $t = t_{1/2}$:

$$N_{t_{1/2}} = \frac{N_0}{2}$$

لما $t = 2t_{1/2}$:

$$N_{2t_{1/2}} = N_0.e^{-\lambda.2.t_{\frac{1}{2}}} = N_0.e^{-\frac{\ln 2}{t_{\frac{1}{2}}}.2.t_{\frac{1}{2}}} = \frac{N_0}{e^{2\ln 2}} = \frac{N_0}{e^{\ln 2^2}} = \frac{N_0}{4}$$

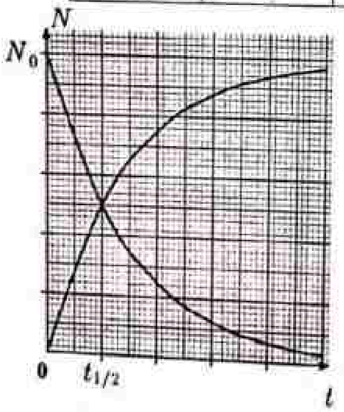
لما $t = 3t_{1/2}$:

$$N_{3t_{1/2}} = N_0.e^{-\lambda.3.t_{1/2}} = N_0.e^{-\frac{\ln 2}{t_{1/2}}.3.t_{1/2}} = \frac{N_0}{e^{\ln 2^3}} = \frac{N_0}{8}$$

نواصل البقية بنفس الطريقة.

t	0	$t_{1/2}$	$2t_{1/2}$	$3t_{1/2}$	$4t_{1/2}$	$5t_{1/2}$
$N_{\text{متبقية}}$	N_0	$N_0/2$	$N_0/4$	$N_0/8$	$N_0/16$	$N_0/32$
$N'_{\text{متفككة}}$	0	$N_0/2$	$3N_0/4$	$7N_0/8$	$15N_0/16$	$31\,N_0/32$

المنحنيات البيانية:



هـ/ العلاقة بين λ و $t_{\frac{1}{2}}$:

لما $t = t_{\frac{1}{2}}$:

$$\begin{cases} N_{t_{\frac{1}{2}}} = \frac{N_0}{2} \\ N_{t_{\frac{1}{2}}} = N_0.e^{-\lambda t} \end{cases}$$

أي: $\frac{N_0}{2} = N_0.e^{-\lambda t_{\frac{1}{2}}}$

$$\frac{1}{2} = e^{-\lambda t_{1/2}} \Rightarrow \ln\left(\frac{1}{2}\right) = -\lambda \times t_{1/2}$$

$$\Rightarrow \ln 2 = \lambda \times t_{1/2} \quad \Rightarrow \quad \lambda = \frac{\ln 2}{t_{1/2}}$$

حساب λ:

$$\lambda = \frac{\ln 2}{t_{1/2}} = \frac{\ln 2}{5570} = 1{,}24 \times 10^{-4}\ (ans^{-1})$$

Scanned by CamScanner

2) تطبيق على التأريخ:

أ/ عبارة النشاط بدلالة الأنوية المتبقية: $A = \lambda \times N$

ب/ حساب عمر قويدر: $N = N_0 . e^{-\lambda t}$

$$\frac{N}{N_0} = e^{-\lambda t} \Rightarrow \ln\left(\frac{N}{N_0}\right) = \ln(e^{-\lambda t}) \Rightarrow \ln\left(\frac{N}{N_0}\right) = -\lambda t$$

$$t = \frac{-1}{\lambda} \times \ln\left(\frac{N}{N_0}\right) = \frac{-1}{1,24 \times 10^{-4}} \times \ln(1,64 \times 10^{-2}) \simeq 33149\ ans$$

ج/ نعم تتوافق مع تقديرات الجريدة.

د/ حساب عمر قدور: $t = -\frac{1}{\lambda} \times \ln\left(\frac{N}{N_0}\right)$

$$t = \frac{-1}{1,24 \times 10^{-4}} \times \ln(1,87 \times 10^{-2}) \Rightarrow t = 32091\ ans$$

المدح يزيد الإنسان الطيب طيبة والخسيس خسة
بشر فارس

إذن لم يعيش في نفس الفترة.

التمرين 29:

البولونيوم P_0 هو معدن مشع نادر في الطبيعة رقمه الذري 84 اكتشف هذا العنصر سنة 1898 من طرف الكيميائي الفرنسي $Pierre\ Curie$ وأعطاه اسم بولونيا، بلد منشأ زوجته $Marie$. البولونيوم 210 هو النظير الوحيد الذي نجده في الطبيعة، إن أغلب نظائر البولونيوم تتفكك حسب النمط α الذي نقصد به ${}^4_2He$.

إليك هذا الجزء من الجدول الدوري للعناصر:

العنصر	Th	Pb	Bi	Po	At
الرقم الذري	81	82	83	84	85

1) أ/ ما المقصود بنواة مشعة؟

ب/ ما هو التركيب نواة البولونيوم 210؟

ج/ اكتب معادلة تفكك البولونيوم 210؟

2) ليكن N عدد الأنوية في عينة من البولونيوم 210 في اللحظة t وعدد الأنوية في اللحظة $t = 0$، باستعمال كشاف إشعاعي للتفككات α حصلنا على خلال الزمن على النتائج المدونة في الجدول:

$t(jours)$	0	40	80	120	160	200	240
N/N_0	1	0,82	0,67	0,55	0,45	0,37	0,30
$\ln(N/N_0)$							

أ/ أكمل السطر الثالث من الجدول.

ب/ ارسم المنحنى على ورق ميليمتري $-\ln\left(\frac{N}{N_0}\right) = f(t)$

نأخذ السلم: $\begin{cases} 1Cm \to 20\ jours \\ 1Cm \to 0,1 \end{cases}$

ج/ اكتب علاقة التناقص الاشعاعي $N = g(t)$ ثم استنتج معادلة البيان معادلة البيان الذي رسمته.

د/ ماذا يمثل ميل هذا البيان؟ أوجد من البيان قيمة الثابت الاشعاعي λ، ثمّ استنتج زمن نصف عمر البولونيوم 210

ه/ بعد كم من الوقت تصبح كتلة البولونيوم 210 عشر قيمتها الابتدائية؟

و/ نعتبر عينة من البولونيوم 210 كتلتها $m = 1g$ في اللحظة $t = 0$. احسب نشاط هذه العينة.

ز/ نبرهن أن في اللحظة $t = nt_{1/2}$) حيث n عدد طبيعي) يكون النشاط $A = \frac{A_0}{2^n}$ باستعمال هذه العلاقة احسب نشاط العينة السابقة في اللحظة $t = 417\ jours$.

يعطى: $\ln 2 = 0,7$ ، $N_A = 6,02 \times 10^{23} mol^{-1}$.

Scanned by CamScanner

تصحيح التمرين 29:

1) أ/ النواة المشعة: هي نواة غير مستقرة تتفكك تلقائيا لتصبح أكثر استقرارا مصدرة إشعاعات.

ب/ تركيب نواة البولونيوم 210: $\begin{cases} P = 84 \\ N = 126 \end{cases}$

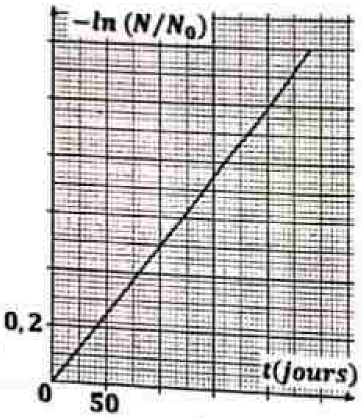
ج/ معادلة تفكك $^{210}_{84}Po$:

$$^{210}_{84}Po \rightarrow \ ^{206}_{82}Pb + \ ^{4}_{2}He$$

2) أ/ إكمال الجدول:

$t\,(jours)$	0	40	80	120	160	200	240
$\ln(N/N_0)$	0	$-0{,}198$	$-0{,}4$	$-0{,}597$	$-0{,}798$	$-0{,}99$	$-1{,}20$

ب/ رسم المنحنى $-\ln\left(\frac{N}{N_0}\right) = f(t)$:



ج/ علاقة التناقص الاشعاعي واستنتاج معادلة البيان:

$$N = N_0.e^{-\lambda t}$$

$$\frac{N}{N_0} = e^{-\lambda t} \Rightarrow \ln\left(\frac{N}{N_0}\right) = \ln\left(e^{-\lambda t}\right)$$

$$\Rightarrow -\ln\left(\frac{N}{N_0}\right) = \lambda t - \ln\left(\frac{N}{N_0}\right) = a \times t$$: معادلة المماس

د/ ميل المماس هو λ بالمطابقة: $a = \lambda$. -إيجاد λ:

$$\lambda = a = \frac{0{,}2 - 0{,}4}{40 - 80} \Rightarrow \lambda = 5 \times 10^{-3}(jours^{-1})$$

-زمن نصف العمر:

$$t_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{\ln 2}{5 \times 10^{-3}} \Rightarrow t_{1/2} = 138{,}52\ jours$$

هـ/ الزمن اللازم لبقاء $\frac{1}{10}m_0$ أي لتفكك $\frac{9}{10}m_0$:

$$N = N_0.e^{-\lambda t} \Rightarrow \frac{m}{\cancel{M}}\cancel{N_A} = \frac{m_0}{\cancel{M}}\cancel{N_A}e^{-\lambda t}$$

$$m = m_0.e^{-\lambda t} \Rightarrow \frac{1}{10}\cancel{m_0} = \cancel{m_0}.e^{-\lambda t} \Rightarrow \frac{1}{10} = e^{-\lambda t}$$

$$\ln\left(\frac{1}{10}\right) = -\lambda t \Rightarrow \ln(10) = \lambda t \Rightarrow t = \frac{\ln(10)}{\lambda} = \frac{\ln 10}{5 \times 10^{-3}} \Rightarrow t = 461\ jours$$

و/ حساب النشاط لـ $m_0 = 1g$ من البولونيوم 210:

$$A_0 = \lambda N_0 = \lambda\frac{m_0}{M}N_A = 5 \times 10^{-3} \times \frac{1}{210} \times 6{,}02 \times 10^{23} \Rightarrow A_0 = 1{,}4 \times 10^{19}(\text{تفكك/يوم})$$

ز/ نبرهن أنه في $t = nt_{1/2}$ يكون $A = \frac{A_0}{2^n}$:

$$A = A_0.e^{-\lambda t} \Rightarrow A = A_0.e^{-\lambda.n.t_{1/2}} = A_0.e^{-\frac{\ln 2}{t_{1/2}}.n.t_{1/2}} = A_0.e^{-n.\ln 2}$$

$$\Rightarrow A = \frac{A_0}{e^{n.\ln 2}} = \frac{A_0}{e^{\ln 2^n}} = \frac{A_0}{2^n}$$

حساب $A_{(417\,jours)}$:

لدينا : $\frac{417}{t_{1/2}} = 3$ منه : $417 = 3t_{1/2}$

$$A((417\ jours) = \frac{A_0}{2^3} = \frac{1{,}4 \times 10^{19}}{2^3} \Rightarrow A(417\ jours) = 1{,}75 \times 10^{18}$$ منه : (تفكك/يوم)

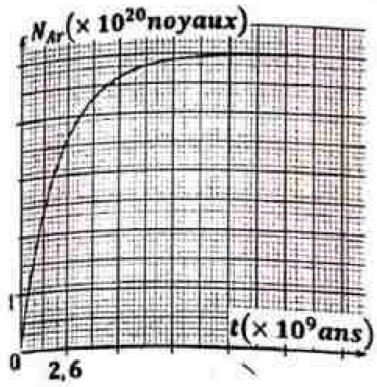
Scanned by CamScanner

التمرين 30:

تتفكك نواة البوتاسيوم المشعة $_{19}^{40}K$ إلى نواة الأرغون $_{18}^{40}Ar$.

1) اكتب معادلة التفكك وبين نوعه.
2) نعتبر عينة من البوتاسيوم المشع $_{19}^{40}K$ كتلتها m_0، نسمي $N_{k(0)}$ و $N_{k(t)}$ على الترتيب عدد أنوية الغير متفككة عند اللحظتين $t = 0$ و t.

تمثل الوثيقة المنحنى البياني لتغير عدد أنوية الأرغون $_{18}^{40}Ar$ المتشكلة بدلالة الزمن.



أ/ أوجد العلاقة بين ثابت النشاط الإشعاعي λ و زمن نصف العمر $t_{1/2}$ للبوتاسيوم $_{19}^{40}K$.

ب/ تحقق من صحة العلاقة:

$$N_{Ar}(t) = N_K(0).\left(1 - e^{-\lambda t}\right)$$

ج/ أوجد بيانيا كل من $N_K(0)$ و $t_{1/2}$، ثم استنتج قيمة الكتلة m_0.

د/ ارسم المنحنى $N_k = f(t)$

3) ندرس الآن عينة من بركان قديم عمرها يوافق المدة الزمنية الفاصلة بين لحظة انفجار البركان $t = 0$ ولحظة تحليل العينة (t). أعطى تحليل هذه العينة النتائج التالية:

$$m_t(_{18}^{40}Ar) = 8{,}6 \times 10^{-2}\, mg\ ;\ m_t(_{19}^{40}K) = 2{,}98\, mg$$

أ/ احسب عدد أنوية البوتاسيوم لحظة انفجار البركان علما أن العينة لا تحوي أنوية الأرغون في تلك اللحظة.

ب/ استنتج عمر العينة.

ج/ هل يمكن استعمال الكربون $_6^{14}C$ لتحديد عمر البركان؟ علّل

يعطى: $t_{1/2} = 5570 ans$ ، $N_A = 6{,}023 \times 10^{23} mol^{-1}$ ، $M(_{19}^{40}K) = M(_{18}^{40}Ar) = 40\ g/mol$

تصحيح التمرين 30:

المعلم: فسّر لي ، لماذا القطار مهم ؟
الطالب : لأن تحته خطين يا أستاذ

1) معادلة التفكك: $_{19}^{40}K \to _{18}^{40}Ar + _Z^AX$

قوانين صودي: $A = 40 - 40 = 0$ و $Z = 19 - 18 = 1$

- نوع التفكك: β^+ $\quad _Z^AX = _1^0e$

تصبح المعادلة كالتالي: $_{19}^{40}K \to _{18}^{40}Ar + _1^0e$

2) أ/ العلاقة بين λ و t: $N = N_0.e^{-\lambda t}$ مع $N\left(t_{\frac{1}{2}}\right) = \frac{N_0}{2}$ و: $N\left(t_{\frac{1}{2}}\right) = N_0.e^{-\lambda t_{\frac{1}{2}}}$

ومنه: $\frac{N_0}{2} = N_0.e^{-\lambda t_{\frac{1}{2}}}$ اي $\frac{1}{2} = e^{-\lambda t_{\frac{1}{2}}}$ منه $\ln\left(\frac{1}{2}\right) = -\lambda t_{\frac{1}{2}}$

$$\lambda = \frac{\ln 2}{t_{\frac{1}{2}}} \Leftarrow \ln 2 = \lambda . t_{\frac{1}{2}}$$

ب/ نتحقق من صحة $N_{Ar}(t) = N_K(0).\left(1 - e^{-\lambda t}\right)$:

$$N_{k\,\text{متبقية}} + N_{k\,\text{متفككة}} = N_0$$

$$N_{k\,\text{متبقية}} + N_{Ar\,\text{متشكلة}} = N_0$$

$$N_{Ar\,\text{متشكلة}} = N_0 - N_{k\,\text{متبقية}} = N_0 - N_0.e^{-\lambda t} = N_0\left(1 - e^{-\lambda t}\right)$$

ج/ بيانيا نجد: $N_K(0) = N_{Ar_f} = 5 \times 10^{20}\ (noyaux)$

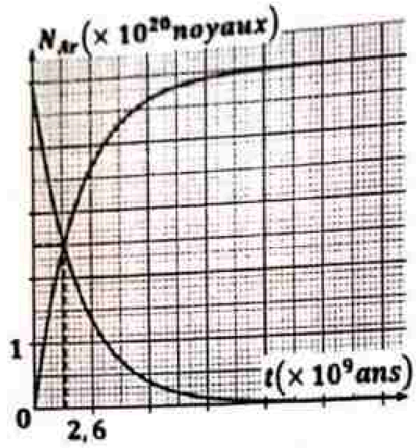
بالإسقاط نجد: $N_{Ar}\left(t_{1/2}\right) = \frac{N_{Ar_f}}{2} = 2{,}5 \times 10^{20} (noyaux)$: $t_{1/2} = 1{,}3 \times 10^9 ans$

Scanned by CamScanner

استنتاج m_0:

$$N_0 = \frac{m_0}{M}.N_A \Rightarrow m_0 = \frac{N_0.M}{N_A} = \frac{5\times10^{20}\times40}{6,02\times10^{23}} \Rightarrow m_0 \simeq 0,03\,(g)$$

د/ رسم البيان: $N_K = f(t)$:



3) أ/ عدد أنوية البوتاسيوم:

$$N_K(0) = N_K(t)_{\text{متبقية}} + N_K(t)_{\text{متفككة}}$$

$$N_K(0) = N_K(t)_{\text{متبقية}} + N_{Ar}(t)_{\text{متشكلة}}$$

$$N_K(0) = \frac{m_k(t)}{M_k}.N_A + \frac{m_{Ar}(t)}{M_{Ar}}.N_A$$

$$N_K(0) = \frac{2,98\times10^{-3}}{40}\times6,02\times10^{23} + \frac{8,6\times10^{-2}\times10^{-3}}{40}\times6,02\times10^{23}$$

$$N_K(0) = 4,48\times10^{19} + 1,29\times10^{18} = 4,609\times10^{19}(noyaux)$$

ب/ استنتاج عمر العينة:

$$N(t) = N_0.e^{-\lambda t} \Rightarrow \frac{N(t)}{N_0} = e^{-\lambda t} \Rightarrow \ln\left(\frac{N(t)}{N_0}\right) = -\lambda t \Rightarrow \ln\left(\frac{N_0}{N(t)}\right) = \lambda.t$$

ومنه : $t = \ln\left(\frac{N_0}{N(t)}\right)\times\frac{t_{1/2}}{\ln 2} = \ln\left(\frac{4,609\times10^{19}}{4,48\times10^{19}}\right)\times\frac{1,3\times10^9}{\ln 2} = 5,36\times10^7\ ans$

ج/ استعمال الكربون 14 لتحديد عمر البركان: نعلم أن الإشعاع ينتهي نسبيا بعد 5τ أي:

$$t' = 5\tau = 5\times\frac{t_{1/2}}{\ln 2} = 5\times\frac{5570}{\ln 2} = 40\,000\text{ ans} \Rightarrow t > 5\tau(^{14}C)$$

بالتالي: لا يمكن استعمال ^{14}C لأن عمر العينة يتجاوز 40000 سنة.

التمرين 31:

البوتاسيوم (^{40}K) الموجود في الصخور يتفكك إلى غاز الأرغون (^{40}Ar) المستقر حسب النمط β^+، والذي يبقى محجوزا داخل الصخور

1) اكتب معادلة التفكك علما أن النترونات في نواة الأرغون هو 22.

2) باعتبار أن عدد أنوية الأرغون معدومة عند اللحظة الابتدائية، عبر عن النسبة $\frac{N(Ar)}{N(K)}$ بدلالة كل من ثابت التفكك λ، والزمن t، حيث $N(Ar)$ عدد أنوية الأرغون، $N(k)$ عدد أنوية البوتاسيوم عند اللحظة t.

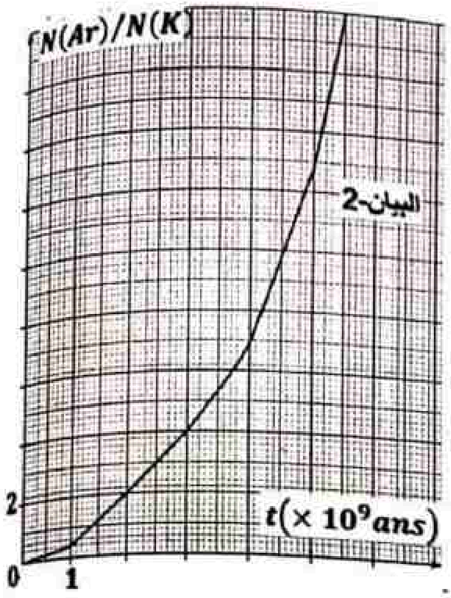
3) يمثل أحد البيانات التالية تطور النسبة بين عدد أنوية الأرغون $N(Ar)$ وعدد أنوية البوتاسيوم $N(K)$ بدلالة الزمن t.

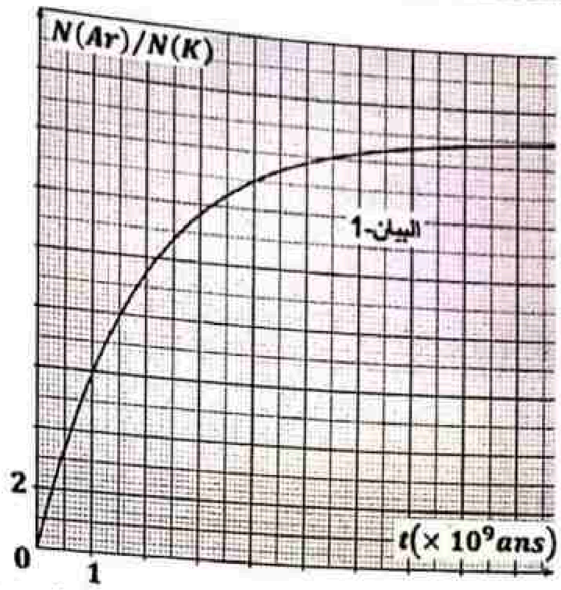
أ/ ما هو البيان المناسب؟ مع التعليل.

ب/ عرف زمن نصف العمر $t_{1/2}$.

ج/ بالاستعانة بالبيان، استنتج زمن نصف العمر $t_{1/2}$ للبوتاسيوم.

Scanned by CamScanner





4) عند تحليل عينة من صخرة كانت النسبة $\frac{N(K)}{N(Ar)} = 0,1$، استنتج عمر الصخرة بطريقتين.

تصحيح التمرين 31:

1) كتابة معادلة التفكك: ${}^{40}_{19}K \rightarrow {}^{40}_{18}Ar + {}^{0}_{+1}e$

عدد نترونات نواة الأرغون 22 منه: $Z(Ar) = 40 - 22$

$$Z(K) = 18 + 1 = 19 \quad \Leftarrow \quad Z(Ar) = 18$$

2) عند لحظة t تكون:

$N(Ar)$ عدد أنوية الأرغون المتشكلة تساوي $N'(K)$ عدد أنوية البوتاسيوم المتفككة وليكن $N(K)$ عدد أنوية البوتاسيوم المتبقية و N_0 عدد الأنوية الابتدائية للكالسيوم،

إذن: $N'(K) + N(K) = N_0$ حيث: $N(K) = N_0 . e^{-\lambda t}$.

$$N(Ar) + N(K) = N_0 \quad \Rightarrow \quad \frac{N(Ar)}{N(K)} = \frac{N_0}{N(K)} - \frac{N(K)}{N(K)}$$

$$\frac{N(Ar)}{N(K)} = \frac{\cancel{N_0}}{\cancel{N_0}. e^{-\lambda t}} - 1 \quad \Rightarrow \quad \frac{N(Ar)}{N(K)} = e^{\lambda t} - 1$$

3) أ/ البيان المناسب هو: البيان 2 لأن عند $t \rightarrow +\infty$.

$$\lim_{t\to+\infty} \frac{N(Ar)}{N(K)} = \lim_{t\to+\infty} \left(e^{\lambda t} - 1\right) = +\infty$$

وهذا ما يوافق البيان 2.

ب/ زمن نصف العمر $t_{1/2}$: هو الزمن اللازم لتفكك نصف عدد الأنوية المشعة الابتدائية.

ج/بالاستعانة بالبيان نجد $t_{1/2}$: $\lambda = \frac{\ln 2}{t_{1/2}}$

وعند $t = t_{\frac{1}{2}}$:

$$\frac{N(Ar)}{N(K)} = e^{\lambda t_{1/2}} - 1 = e^{\frac{\ln 2}{t_{1/2}} \times t_{1/2}} - 1 = e^{\ln 2} - 1 = 1$$

بالإسقاط نجد:

$$\frac{N(Ar)}{N(K)} = 1 \quad \Rightarrow \quad t_{\frac{1}{2}} = 1,2 \times 10^9 ans$$

Scanned by CamScanner

4) إيجاد عمر الصخرة t':

الطريقة01:

$\frac{N(Ar)}{N(K)} = 10 \Rightarrow \frac{N(K)}{N(Ar)} = 0,1$ بالإسقاط على البيان نجد: $t' = 4,4 \times 10^9 ans$

الطريقة02:

$$e^{\lambda t'} - 1 = 10 \to \lambda t' = \ln 11 \Rightarrow \frac{\ln 2}{t_{1/2}} \times t' = \ln 11 \Rightarrow t' = \frac{\ln 11}{\ln 2} . t_{1/2}$$

$$t' = 4,4 \times 10^9 ans$$

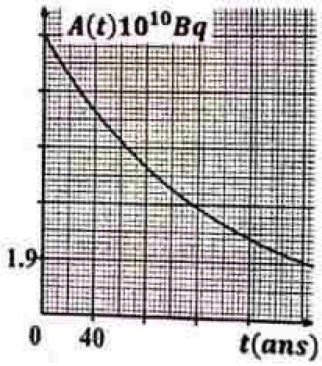
التمرين 32:

المعطيات:

طاقة وحدة الكتلة الذرية: $1u = 931,5\ MeV/c^2$، $1\ ans = 365\ j$، عدد أفوغادرو: $N_A = 6,02 \times 10^{23}$

الجسيم	$_{91}Pa$	$_{92}U$	$_{93}Np$	$_{94}Pu$	$_{95}Am$	$_{96}Cm$	^4_2He
الكتلة(u)	233,99338	233,99048	233,99189	237,99799	233,9957	233,9975	4,00151

المنبه القلبي أو جهاز ضبط نبضات القلب $(le\ stimulateur\ cardique)$ جهاز كهربائي يزرع في الجسم، يعمل على تنشيط العضلات المسترخية في قلب المريض ولضمان الطاقة اللازمة لتشغيله -تفاديا لتكرار عملية استبدال البطاريات الكهروكيميائية- تستخدم بطاريات من نوع خاص تعمل بنظير البلوتونيوم ^{238}Pu الباعث للإشعاع α وهي (أي البطارية) عبارة عن وعاء مغلق بإحكام يحتوي على كتلة (m_0) من المادة المشعة



1) أ/ ماذا تعني العبارات: مادة مشعة، الإشعاع α.

ب/ في نظرك كيف تنتج الطاقة من المادة المشعة كي تضمن اشتغال الجهاز؟

2) أ/اكتب معادلة تفكك البلوتونيوم.

ب/ احسب الطاقة المحررة من تفكك نواة من المادة المشعة.

3)يعطي المنحنى البياني للتناقص الإشعاعي$A(t)$.

أ/ماهي قيمة النشاط الابتدائي A_0 عند اللحظة $t = 0$.

ب/ احسب ثابت التفكك λ بالسنة والثانية،

ثم استنتج N_0 عدد الأنوية الابتدائية وكذا قيمة الكتلة الابتدائية m_0 الموافقة.

4) علما الجهاز يعمل بشكل جيد إلى أن يتناقص نشاط العينة بـ 30% من قيمته الابتدائية، احسب عندئذ عدد أنوية البلوتونيوم غير المتفككة (المتبقية).

5) المريض الذي زرع له الجهاز وهو في الخمسين من عمره متى يضطر لاستبداله.

تصحيح التمرين 32:

1) أ/ مادة مشعة: هي مادة غير مستقرة تتحول تلقائيا لتعطي مادة أخرى أكثر استقرارا عبر إصدار نواة بنت واشعاعات: $\gamma, \beta^-, \beta^+, \alpha$

ب/ الإشعاع α: هي جسيمة (^4_2He)،يصدر من الأنوية الثقيلة التي لها فائض نترونات وبروتونات.

2) تنتج الطاقة: بتعويض الكتلة المفقودة عن تفكك النواة بطاقة تضمن اشتغال الجهاز.

أ/ معادلة التفكك:

$$^{238}_{94}Pu = ^{234}_{92}U + ^4_2He$$

ب/ الطاقة المحررة:

$$E_{lib} = \Delta m . C^2 = [-m_U - m_{He} + m_{Pu}] . 931,5 = 5,589\ MeV$$

3) أ/ قيمة النشاط الإشعاعي عند $t = 0$: $A_0 = 9,5 \times 10^{10} Bq$.

ب/ من البيان لدينا: بإسقاط القيمة: $\frac{A_0}{2}$ نجد: $t_{1/2} = 88\ ans$

Scanned by CamScanner

$$\lambda = \frac{\ln 2}{t_{1/2}} = \frac{\ln 2}{88} = 7,87 \times 10^{-3}\ ans^{-1} \simeq 2,49 \times 10^{-10}\ s^{-1}$$

$$A_0 = N_0.\lambda \quad \Rightarrow \quad N_0 = \frac{A_0}{\lambda} = \frac{9,5 \times 10^{10}}{2,49 \times 10^{-10}} = 3,81 \times 10^{20}\ noyaux$$

إذن :

$$\frac{m_0}{M} = \frac{N_0}{N_A} \quad \Rightarrow \quad m_0 = N_0 \times \frac{M}{N_A} = 0,15\ g$$

4) حساب الأنوية المتبقية:

$$N = \frac{70}{100} N_0 = 2,67 \times 10^{20}\ noyaux$$

5) يتناقص النشاط بـ 30% معناه يبقى 70%.

الطريقة 1:

$$A(t) = A_0.e^{-\lambda t}$$

$$0,7\,A_0 = A_0.e^{-\lambda t} \Rightarrow \ln 0,7 = -\lambda t$$

$$t = -\frac{1}{\lambda}.\ln 0,7 \Rightarrow t \simeq 45\ ans$$

الطريقة 2:

بإسقاط القيمة $(0,7A)$ على البيان ثم محور الفواصل نجد: $t \simeq 45\ ans$

يجب أن يستبدله في السن: $t_f = 50 + t = 95\ ans$

التمرين 33:

إن نواة الكلور $^{36}_{17}Cl$ مشعة تصدر جسيما β^- وتكون النواة البنت الناتجة مثارة.

1) ما هو جسيم β^-.

2) اكتب معادلة تفكك الكلور ^{36}Cl واستنتج النواة البنت من بين الأنوية التالية:

$^{34}_{16}S$	$^{40}_{18}Ar$	$^{36}_{18}Ar$

3) أعط عبارة قانون التناقص الإشعاعي مع توضيح مدلول كل حد في القانون ثم استنتج أن: $\lambda = \frac{\ln 2}{t_{1/2}}$

4) نعتبر عينة من أنوية $^{36}_{17}Cl$ كتلتها عند اللحظة $(t = 0)$ $1mg$ ولتكن m كتلتها عند اللحظة t.

أ/ باستعمال العلاقة $t = n.t_{1/2}$ بين أن: $\frac{m_0}{m} = 2^n$.

ب/ أكمل الجدول التالي:

$t(ans)$	0	3×10^5	$2t_{1/2}$	$3t_{1/2}$	$4t_{1/2}$	$5t_{1/2}$
$m(mg)$		0,5				

ارسم البيان $m = f(t)$.

ج/ اوجد الزمن الذي عنده ينقص نشاط العينة بنسبة 30%.

تصحيح التمرين 33:

1) الجسيم β^- هو إلكترون $^{0}_{-1}e$ يصدر من الأنوية التي لها فائض في النترونات حيث يتحول نترون إلى بروتون داخل النواة.

2) معادلة تفكك الكلور $^{36}_{17}Cl$:

$$^{36}_{17}Cl \rightarrow {}^{0}_{-1}e + {}^{A}_{Z}X + \gamma$$

حسب قانوني صودي للإنحفاظ لدينا: $\begin{cases} A = 36 - 0 \\ Z = 17 + 1 \end{cases}$ منه $\begin{cases} A = 36 \\ Z = 18 \end{cases}$.

وعليه :

$$^{36}_{17}Cl \rightarrow {}^{0}_{-1}e + {}^{36}_{18}Ar + \gamma$$

3) $N_t = N_0.e^{-\lambda t}$ حيث N_t: عدد الأنوية المتبقية في لحظة t.

N_0: عدد الأنوية الابتدائية.

λ: ثابت مميز لـ (ثابت التفكك الإشعاعي).

Scanned by CamScanner

شنايت

عند $t = t_{1/2}$:

$$N(t_{1/2}) = \frac{N_0}{2} = N_0 . e^{-\lambda t_{1/2}} \Rightarrow -\ln 2 = -\lambda t_{1/2} \quad \Rightarrow \quad \lambda = \frac{\ln 2}{t_{1/2}}$$

4) أ/ لدينا: $N_t = N_0 . e^{-\lambda t}$ منه: $\frac{M}{N_A} N = \frac{M}{N_A} N_0 e^{-\lambda t}$

أي: $m = m_0 . e^{-\lambda t}$ منه: $\frac{1}{e^{-\lambda t}} = \frac{m_0}{m}$

أي: $e^{\lambda t} = \frac{m_0}{m} \Leftarrow e^{\lambda n t_{1/2}} = \frac{m_0}{m}$

منه: $e^{n \ln 2} = \frac{m_0}{m}$ أي: $\frac{m_0}{m} = 2^n$

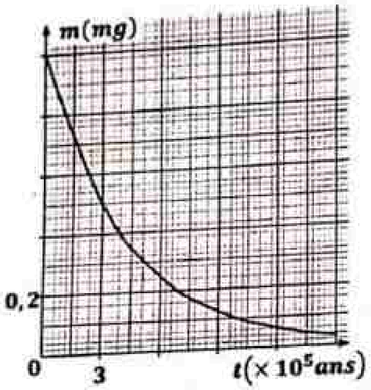
ب/ لدينا: $m_0 = 1mg$

ونعلم أن: $m_{t_{1/2}} = \frac{m_0}{2} = 0,5\ mg$، من الجدول نجد: $t_{1/2} = 3 \times 10^5 ans$

منه في كل مرة نعوض في العلاقة $n = \frac{m_0}{2^n}$ فنجد m.

$t(ans)$	0	3×10^5	$2t_{1/2}$	$3t_{1/2}$	$4t_{1/2}$	$5t_{1/2}$
$m(mg)$	1	0,5	0,25	0,125	0,0625	0,03125

رسم البيان $m = f(t)$.



ج/ حساب الزمن اللازم لكي ينقص نشاط العينة بـ: 30%

$N_t = N_0 . e^{-\lambda t}$ منه $\lambda N_t = \lambda N_0 . e^{-\lambda t}$ أي: $A_t = A_0 . e^{-\lambda t}$

$$\frac{70}{100} A_0 = A_0 . e^{-\lambda t} \quad \Rightarrow \quad \ln \frac{70}{100} = -\lambda t$$

أي: $t = -\frac{1}{\lambda} \ln \frac{7}{10} \quad \Rightarrow \quad t \simeq 154372\ ans$

التمرين 34:

أولم يجعل الإسلام إخلاف الوعد من علامات النفاق

علي الطنطاوي

معطيات: الكربون 12: $^{12}_{6}C$، الكربون 13: $^{13}_{6}C$، الأزوت 14: $^{14}_{7}N$.

زمن نصف عمر الكربون 14 المشع يساوي $5570\ ans$.

1) دراسة النواة:

أ/ نرمز لنواة بالرمز $^{A}_{Z}X$. أعط تسمية ومعنى المقادير A و Z.

ب/ اكتب رمز نواة ذرة الكربون 14 ثمّ أعط تركيب هذه النواة.

2) إن قذف أنوية ذرات الآزوت بواسطة نيترونات يؤدي إلى تفاعل نووي معادلته:

$$^{14}_{7}N + ^{1}_{0}n \rightarrow ^{A}_{Z}Y_1 + ^{1}_{1}H \ .....(1)$$

أ/ اذكر قانونا الانحفاظ اللذان سمحا بكتابة المعادلة (1) ثمّ استنتج العنصر المرافق لـ (Y_1).

ب/ إن تفكك نواة الكربون 14 تؤدي إلى إصدار إلكترون $^{0}_{-1}e$ ونواة $^{A}_{Z}Y_2$.

- اكتب معادلة التفاعل النووي المرافق ثمّ اذكر نوع الإشعاع الموافق.
- أعط اسم العنصر (Y_2).

3) إن قانون التناقص الإشعاعي بدلالة الزمن من الشكل: $N(t) = N_0 . e^{-\lambda t}$.

- ماذا تمثل المقادير الفيزيائية: $N(t)$ و N_0 و λ.
- أعط تعريف زمن نصف العمر.
- أوجد وحدة λ بالتحليل البعدي ثمّ احسب قيمة الثابت λ.

Scanned by CamScanner

4) لمعرفة سنة صنع سفينة قديمة عثر عليها باحثون سنة 1983م في قاع البحر، استعملوا طريقة التأريخ بواسطة الكربون 14 لعينة خشبية منها.
إن النشاط الإشعاعي A المقاس بالنسبة لهذه العينة هو 12 تفكك في الدقيقة وذلك بالنسبة لغرام واحد $(1g)$ من الكربون. وبالمقابل فإنه بالنسبة لغرام واحد من الكربون المساهم في دورة ثنائي أكسيد الكربون في الجو، لدينا A_0 يساوي 13,6 تفكك في الدقيقة.

أ/ علّل تناقص النشاط الإشعاعي لعينة من الخشب خلال الزمن.

ب/ احسب الفترة الزمنية الفاصلة بين زمن صنع السفينة وزمن اكتشافها ثمّ استنتج سنة صنعها.

تصحيح التمرين 34:

1) دراسة النواة:

أ/ النواة ${}^{A}_{Z}X$:

A : العدد الكتلي: يمثل عدد النيكليونات (بروتونات + نترونات).

Z : العدد الذري (الشحني): يمثل عدد البروتونات.

ب/ رمز ذرة الكربون 14: ${}^{14}_{6}C$.

$$N = (A - Z) = 8 \quad , \quad Z = 6 \quad , \quad A = 14$$

2) أ/ القانونان اللذان سمحا بكتابة المعادلة (1) هما قانوني الانحفاظ لصودي $\begin{cases}\text{انحفاظ العدد الكتلي} \\ \text{انحفاظ العدد الذري}\end{cases}$

-استنتاج العنصر (Y_1): ${}^{14}_{7}N + {}^{1}_{0}n \rightarrow {}^{A}_{Z}Y_1 + {}^{1}_{1}H$

بتطبيق قانوني الانحفاظ (صودي) نجد:

منه: $\begin{cases}14 + 1 = A + 1 \\ 7 + 0 = Z + 1\end{cases}$ ومنه: $\begin{cases}A = 14 \\ Z = 6\end{cases}$: ${}^{A}_{Z}Y_1 = {}^{14}_{6}C$

ب/ معادلة التفاعل النووي: ${}^{14}_{7}C \rightarrow {}^{A}_{Z}Y_2 + {}^{0}_{-1}e^-$

حسب قانوني الانحفاظ (صودي):

منه: $\begin{cases}14 = A + 0 \\ 6 = Z - 1\end{cases}$ ومنه: $\begin{cases}A = 14 \\ Z = 7\end{cases}$: ${}^{A}_{Z}Y_2 = {}^{14}_{7}N$

انا ثقيل جدا ان حاولت حملي
لكن ان قلبتني فانا دائما اقفز
ما انا ؟

نوع النشاط الإشعاعي: هو تفكك من نوع β^-.

اسم العنصر (Y_2) هو الأزوت ${}^{14}_{7}N$.

3) لدينا قانون التناقص الإشعاعي: $N(t) = N_0 . e^{-\lambda t}$

حيث: $N(t)$: عدد الأنوية المتبقة عند اللحظة t.

N_0 : عدد الأنوية الابتدائية.

λ : ثابت التفكك الإشعاعي.

-تعريف زمن نصف العمر $t_{\frac{1}{2}}$: هو الزمن اللازم لتفكك نصف عدد الأنوية الابتدائية.

-وحدة λ بالتحليل البعدي: لدينا: من قانون التناقص الإشعاعي: $N(t) = N_0 . e^{-\lambda t}$ ....(*)

لما: $t = t_{1/2}$: $N = \frac{N_0}{2}$

$$\frac{N_0}{2} = N_0 . e^{-\lambda t_{1/2}} \Rightarrow \frac{1}{2} = e^{-\lambda t_{1/2}} \Rightarrow -\ln 2 = -\lambda t_{1/2} \Rightarrow \lambda = \frac{ln2}{t_{1/2}}$$

$$[\lambda] = \frac{1}{[T]} = [T]^{-1} = s^{-1}$$

وعليه وحدة ثابت التفكك الإشعاعي λ هي مقلوب وحدة الزمن أي s^{-1}.

– قيمة λ :

$$\lambda = \frac{\ln 2}{t_{1/2}} = \frac{\ln 2}{5570 \times 365 \times 24 \times 3600} = 3,95 \times 10^{-12} s^{-1}$$

Scanned by CamScanner

4) أ/ سبب تناقص النشاط الإشعاعي لعينة الخشب خلال الزمن: لدينا حسب قانون النشاط الإشعاعي $A = \lambda N$، A يتناسب طردا مع N. و N عدد الأنوية المتبقية تتناقص بمرور الزمن وفق قانون التناقص الإشعاعي $N(t) = N_0 . e^{-\lambda t}$.

ب/ حساب الفترة الزمنية الفاصلة بين زمن صنع السفينة وزمن اكتشافها:

$$A = A_0 . e^{-\lambda t} \Rightarrow \frac{A}{A_0} = e^{-\lambda t} \Rightarrow \ln\frac{A_0}{A} = \lambda t$$

$$t = \frac{\ln\frac{A_0}{A}}{\lambda} = \frac{t_{1/2}}{ln2} \times \ln\frac{A_0}{A} = 1005{,}78\ ans$$

- سنة صنع السفينة: $t' = 1983 - 1005{,}78 = 977$.

التمرين 35:

يستعمل الجيولوجيون وعلماء الآثار تقنيات مختلفة لتحديد أعمار الحفريات والصخور، من بينها تقنية تعتمد النشاط الإشعاعي. يستعمل الكربون 14 المشع لتحديد أعمار الحفريات إذ تبقى نسبة الكربون 14 ثابتة عند الكائنات الحية ولكن بعد وفاتها تتناقص هذه النسبة نتيجة تفككه وعدم تعويضه.

معطيات:

$_8O\ -\ _7N\ -\ _5B\ -\ _4Be$	$m(^{14}_{6}C) = 14{,}0111\ u$
نصف عمر الكربون14: $t_{1/2} = 5600\ ans$	$m(e^-) = 0{,}00055\ u$
$1u = 931{,}5\ MeV/C^2$ ، $1ans = 365\ jours$	$m(^{A}_{Z}X) = 14{,}0075\ u$

1) يتميز الكربون 14 بنشاط إشعاعي من نوع β^-.

أ/ اكتب معادلة تفكك نواة الكربون $^{14}_{6}C$ محددا النواة المتولدة $^{A}_{Z}X$.

ب/ احسب بوحدة MeV قيمة طاقة التفاعل النووي ΔE.

أخذت عينة من خشب حطام سفينة تم العثور عليها بالقرب من أحد السواحل. أعطى قياس النشاط الإشعاعي لهذه العينة عند اللحظة t القيمة $A = 21{,}8\ Bq$ وأعطى نفس القياس على قطعة من خشب حديثة من نفس النوع (لها نفس كتلة العينة القديمة) القيمة $A_0 = 28{,}7\ Bq$

2) أ/ تحقق أن λ ثابت النشاط الإشعاعي للكربون 14 هي: $\lambda = 3{,}39 \times 10^{-7} jours^{-1}$.

ب/ حدد بوحدة $(jours)$ عمر خشب السفينة.

ج/ علما أن القياسات تمت سنة 2000م، في أي سنة غرقت السفينة؟

تصحيح التمرين 35:

1) أ/ معادلة تفكك الكربون: $^{14}_{6}C \rightarrow {}^{14}_{7}N + {}^{0}_{-1}e$

ب/ حساب قيمة طاقة التفاعل النووي:

$$\Delta E = \left(m(^{14}_{6}C) - m(^{14}_{7}N) - m(e^-)\right) \times 931{,}5 = 2{,}84\ MeV$$

2) أ/ التحقق من قيمة λ: نعلم أن:

$$\lambda = \frac{\ln 2}{t_{1/2}} = \frac{\ln 2}{5600} = \frac{\ln 2}{204400} = 3{,}39 \times 10^{-7} jours^{-1}$$

ب/ تحديد عمر الخشبة: نعلم أن: $A(t) = A_0 . e^{-\lambda t} \ \Rightarrow \frac{A(t)}{A_0} = e^{-\lambda t}$

ندخل Ln الطرفين: $\ln\left(\frac{A(t)}{A_0}\right) = -\lambda t \Rightarrow t = \frac{1}{\lambda}\ln\left(\frac{A_0}{A(t)}\right)$

$$t = 811171{,}51\ jours$$

ج/ إيجاد سنة الغرق: $t = 811171{,}51 = 2222{,}39\ ans$

$$2222{,}39 - 2000 = 222{,}38\ ans$$

ومنه غرقت السفينة قبل 222 عام قبل الميلاد تقريبا.(بالتقريب)

Scanned by CamScanner

التمرين 36:

أصبح الطب النووي من بين أهم الاختصاصات في عصرنا الحالي، فهو يستعمل في تشخيص الأمراض وفي العلاج ومن بين التقنيات المعتمدة، العلاج بالإشعاع النووي ($Radiothérapie$)، حيث يستعمل الإشعاع النووي في تدمير الأورام ومعالجة الحالات السرطانية بقذف الورم أو النسيج المصاب بالإشعاع β^- المنبعث من الكوبالت ^{60}CO

المعطيات:

مقتطف من الجدول الدوري للعناصر الكيميائية:	$m(^{60}_{27}Co) = 59,8523\ u$
$_{25}Mn$ ، $_{26}Fe$ ، $^{60}_{27}Co$ ، $_{28}Ni$ ، $_{29}Cu$	$m(^A_ZX) = 59,8493\ u$
$1u = 931,5\ MeV.c^{-2}$	$m(e^-) = 0,00055\ u$

1) **تفكك نواة الكوبالت:**

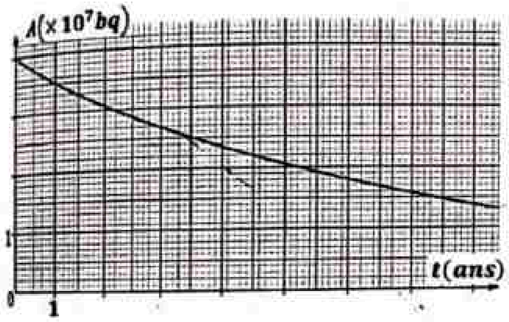
نواة الكوبالت $^{60}_{27}Co$ نواة مشعة إشعاع β^-.

أ/ اكتب معادلة تفكك نواة الكوبالت $^{60}_{27}Co$، محددا النواة ^A_ZX المتولدة.

ب/ احسب بوحدة MeV، قيمة E طاقة التحويل النووي.

2) **تطبيق قانون التناقص الإشعاعي:**

توصل مركز استشفائي بعينة من الكوبالت $^{60}_{27}Co$، عند لحظة نعتبرها مبدأ الأزمنة، وانطلقت عملية تتبع تطورها من قياس نشاطها الإشعاعي $A(t)$ عند لحظات زمنية مختلفة. يمثل المنحنى الشكل تطور $A(t)$ بدلالة الزمن.



أ/ عين اعتمادا على المنحنى زمن نصف عمر الكوبالت $t_{1/2}$ $^{60}_{27}Co$ بوحدة ans

ب/ نقبل أن العينة المتوصل بها تصبح غير فعالة في العلاج، عندما يصبح نشاطها $A = 0,25A_0$ حيث A_0 النشاط الإشعاعي الابتدائي للعينة.
في أي تاريخ يلزم تزويد المركز الاستشفائي بعينة جديدة من الكوبالت $^{60}_{27}Co$.

تصحيح التمرين 36:

(1 أ/ كتابة معادلة تفكك نواة الكوبالت:

نمط الإشعاع β^- ومنه: $^{60}_{27}Co \rightarrow {}^{60}_{28}Ni + {}^{0}_{-1}e$.

ب/ حساب طاقة التحويل النووي:

$$E_{lib} = \Delta m_{(n)} \times 931,5 = [m\ ^{60}_{27}Co - m\ ^{60}_{28}Ni - m\ ^{0}_{-1}e] \times 931,5 = 2,3\ MeV$$

(2 أ/ تعيين زمن نصف العمر $t_{\frac{1}{2}}$:

لدينا: $\lambda = \frac{\ln 2}{t_{1/2}}$ / $A(t) = A_0.e^{-\lambda t}$

$$A(t_{1/2}) = A_0.e^{-\frac{\ln 2}{\cancel{t_{1/2}}}\times \cancel{t_{1/2}}} = A_0.e^{-\ln 2} = A_0.e^{\ln\frac{1}{2}} = \frac{A_0}{2} = 2 \times 10^7 Bq$$

بالإسقاط والتمديد على محور الأزمنة نجد: $t_{1/2} = 5,25\ ans$

ب/لدينا: $A(t') = \frac{A_0}{4}$

$$A_0(t') = A_0.e^{-\frac{\ln 2}{t_{1/2}}\times t'} \Rightarrow \frac{\cancel{A_0}}{4} = \cancel{A_0}.e^{-\frac{\ln 2}{t_{1/2}}\times t'}$$

$$-\ln 4 = -\frac{\ln 2}{t_{1/2}}.t' \Rightarrow -2\cancel{\ln 2} = -\frac{\cancel{\ln 2}}{t_{1/2}}.t' \quad \Rightarrow \quad t' = 2.t_{1/2} = 10,5\ ans$$

التمرين 37:

توجد ثلاثة أنواع من المياه، يتعلق كل نوع بنواة الهيدروجين الداخلة في تكوين الجزيء H_2O. يتكون الماء العادي من ذرات الأنوية $_1^1H$ والماء الثقيل من ذرات الأنوية $_1^2H$ الذي يستعمل في المفاعلات النووية، وأخيرا الماء المشع الذي يتكون من الأنوية $_1^3H$.

1) ماذا تدعى النواتان $_1^2H$ و $_1^3H$ ؟

2) لماذا يسمى الماء المتكون من ذرات الأنوية $_1^2H$ الماء الثقيل؟

3) النواة $_1^3H$ مشعة و باعثة لـ β^- أثناء تفككها.

أ/ ما طبيعة الجسيمة الصادرة عنها؟ أعط رمزها، ثمّ اكتب معادلة هذا التفكك النووي، علما أنه تنتج نواة $_Z^AHe$

ب/ احسب طاقة الربط للنواة $_1^3H$ مقدرة بـ MeV و طاقة الربط لكل نوية مكونة لها.

4) زمن نصف عمر النواة $_1^3H$ هو $t_{1/2} = 12ans$

أ/ عرف زمن نصف العمر.

ب/ استنتج عبارة ثابت النشاط الإشعاعي λ لهذه النواة، ثم احسب قيمته.

ج/ احسب عند $t = 60\ ans$ النشاط الإشعاعي لعينة من $_1^3H$ ، علما أنها تحتوي على مليار نواة عند $t_0 = 0$

5) بين أن عدد الأنوية المشعة المتبقية في العينة عند لحظة t يحقق المعادلة التفاضلية:

$$\frac{dN(t)}{dt} + \frac{1}{\alpha}N(t) = 0$$

حيث α ثابت يطلب تحديد عبارته ووحدته.

المعطيات:

$1u = 931,5\ MeV/C^2$, $1\ MeV = 1,6 \times 10^{-13} j$, $1u = 1,66 \times 10^{-27} Kg$

$m(_1^3H) = 3,01550\ u$, $m(_0^1n) = 1,0087\ u$, $m(_1^1p) = 1,0073\ u$

تصحيح التمرين 37:

1) النواتان: $_1^2H$ و $_1^3H$ هما نظائر للعنصر $_1^1H$.

2) يسمى الماء المتكون من $_1^2H$ بالماء الثقيل لأن النواة $_1^2H$ فيها عدد أكبر من النيكليونات بالنسبة للماء العادي (كتلته المولية أكبر).

3) أ/ طبيعة الجسيمة الصادرة عن تفكك $_1^3H$ هي إلكترون رمزه $_{-1}^0e$.

معادلة التفكك: $_1^3H \rightarrow {}_Z^AHe + {}_{-1}^0e$

$1 = Z - 1$ و $3 = A + 0$ $\Leftarrow$ $Z = 2$ و $A = 3$.

$_1^3H \rightarrow {}_2^3He + {}_{-1}^0e$

ب/حساب طاقة الربط لـ $_1^3H$:

$$E = \Delta m.c^2 = \left(m_p + 2m_n - m(_1^3H)\right) \times 931,5 = 8,5698\ MeV$$

طاقة الربط لكل نواة: $\frac{E_l}{A} = \frac{E}{3} = 2,85\ MeV$

4) أ/ تعريف $t_{1/2}$: هو الزمن اللازم ليتفكك نصف العدد الابتدائي للأنوية.

ب/ استنتاج عبارة λ:

$$N(t) = N_0.e^{-\lambda t} \rightarrow N(t_{1/2}) = N_0.e^{-\lambda t_{1/2}} \rightarrow \frac{N_0}{2} = N_0.e^{-\lambda t_{1/2}}$$

$$-\ln 2 = -\lambda t_{1/2} \Rightarrow \lambda = \frac{\ln 2}{t_{1/2}} = 0,0577\ ans^{-1} = 1,83 \times 10^{-9}\ s^{-1}$$

ج/ حساب $A(t = 60\ ans)$:

$$A(t) = \lambda.N(t) = \lambda.N_0.e^{-\lambda t} = 1,83 \times 10^{-9} \times 10^9 \times e^{-0,0577\times 60} = 0,057\ Bq$$

Scanned by CamScanner

5) بين أن: $\frac{dN(t)}{dt}+\frac{1}{\alpha}N(t)=0$:

$$N(t)=N_0.e^{-\lambda t} \Rightarrow \frac{dN(t)}{dt}=\frac{d\,N_0.e^{-\lambda t}}{dt}$$

$$\frac{dN(t)}{dt}=-\lambda.N_0.e^{-\lambda t} \Rightarrow \frac{dN(t)}{dt}+\lambda N(t)=0$$

إذن :

$$\frac{1}{\alpha}=\lambda \Rightarrow \alpha=\frac{1}{\lambda}=\tau$$

وحدته s لأن

$$[\alpha]=\frac{1}{[\lambda]}=\frac{1}{[T]^{-1}}=[T]=s$$

التمرين 38:

عثر العمال إثناء الحفريات في بناء مجمعات سكنية على جمجمتين بشريتين إحداهما (a) سليمة والثانية (b) مهشمة جزئيا. اقترح العمال فرضيتان:

- يرى الفريق الأول أن الجمجمتين لشخصين عاشا في نفس الحقبة الزمنية.
- يرى الفريق الثاني أن العوامل الطبيعية كانجراف التربة والانكسارات الصخرية جمعت الجمجمتين، رغم أنهما لشخصين عاشا في حقبتين مختلفتين (تقدر الحقبة بـ 70 سنة).

تدخل فريق ثالث (خبراء علم الآثار) للفصل في القضية معتمدا النشاط الإشعاعي للكربون ^{14}C. علما بأن المادة الحية يتجدد فيها الكربون ^{14}C المشع لجسيمات (β^-) باستمرار، وبعد الوفاة تتوقف هذه العملية. أخذ الفريق الثالث عينة من كل جمجمة (العينتان متساويتان في الكتلة) وقاس نشاطهما الإشعاعي حيث كانت النتيجتين على الترتيب: $A_{(a)}=5000Bq$ و $A_{(b)}=4500Bq$. علما أن نشاط عينة حديثة مماثلة لهما هو $A_0=6000Bq$، ونصف عمر ^{14}C هو $t_{1/2}=5570\ ans$.

1) اكتب معادلة تفكك الكربون $^{14}_{6}C$، وتعرف على النواة البنت (غير المثارة) من بين الأنوية التالية: $^{16}_{8}O$ ، $^{14}_{7}N$ أو $^{19}_{9}F$.
2) اكتب علاقة النشاط $A(t)$ للعينة بدلالة: A_0 ،t، $t_{1/2}$.
3) كيف حسم الفريق الثالث القضية؟
4) احسب بالإلكترون فولط وبالجول طاقة ربط نواة الكربون 14.

يعطى: $1eV=1.6\times10^{-19}J$ ، $1u=931.5\ MeV\times C^{-2}$ ، $m(^{14}_{6}C)=14.00324\ u$

$1MeV=1.6\times10^{-13}J$ ، $m_p=1.00728u$ ، $m_n=1.00866\ u$

تصحيح التمرين 38:

1) معادلة التفكك: $^{14}_{6}C\rightarrow\,^{A}_{Z}X+\,^{0}_{-1}e$

حسب قانون حفظ الأعداد الشحنية: $6=Z-1\Rightarrow Z=7$

حسب قانون حفظ الأعداد الكتلية: $14=A+0\Rightarrow A=14$

ومنه: $^{A}_{Z}X=\,^{14}_{7}N$ أي: $^{14}_{6}C\rightarrow\,^{14}_{7}N+\,^{0}_{-1}e$

2) إيجاد العلاقة:

لدينا: $A=A_0\times e^{-\lambda t}$ ونعلم أن: $\lambda=\frac{\ln 2}{t_{1/2}}$ أي: $A=A_0\times e^{-\frac{\ln 2}{t_{1/2}}.t}$

3) من العلاقة السابقة:

$$\frac{A}{A_0}=e^{-\frac{\ln 2}{t_{1/2}}.t}\Rightarrow \ln\left(\frac{A}{A_0}\right)=-\frac{\ln 2}{t_{1/2}}.t$$

ومنه: $t=-\frac{t_{1/2}}{\ln 2}\times\ln\left(\frac{A}{A_0}\right)$ إذن: $t=\frac{t_{1/2}}{\ln 2}\times\ln\left(\frac{A_0}{A}\right)$

أصلح نفسك يصلح لك الناس
أبو بكر الصديق رضي الله عنه

Scanned by CamScanner

بتطبيق فرضية الفريق الأول:

$$t_a = \frac{5570}{0,693} \times \ln\left(\frac{6000}{5000}\right) = 1465,41\ ans$$

بتطبيق فرضية الفريق الثاني:

$$t_b = \frac{5570}{0,693} \times \ln\left(\frac{6000}{4500}\right) = 2312,24\ ans$$

ومنه: $|t_a - t_b| = 846,82\ ans$

الجمجمتان لا تنتميان إلى نفس الحقبة الزمنية لأن: $846,83\ ans > 70\ ans$ بالتالي الفريق الثاني على حق.

4) حساب طاقة ربط نواة الكربون 14:

$$E_l({}^{14}_{6}C) = \Delta m.C^2.\frac{931,5}{C^2} = \left[\left(Z \times m_p + N \times m_n\right) - m\,{}^{14}_{6}C\right] \times 931,5$$
$$E_l({}^{14}_{6}C) = [(6 \times 1,00728 + (14-6) \times 1,00866) - 14,00324] \times 931,5$$
$$E_l({}^{14}_{6}C) = 102,2\ MeV = 102,2 \times 10^{6} eV$$
$$E_l({}^{14}_{6}C) = (102,2 \times 1,6 \times 10^{-13})J = 163,52 \times 10^{-13} J$$

التمرين 39:

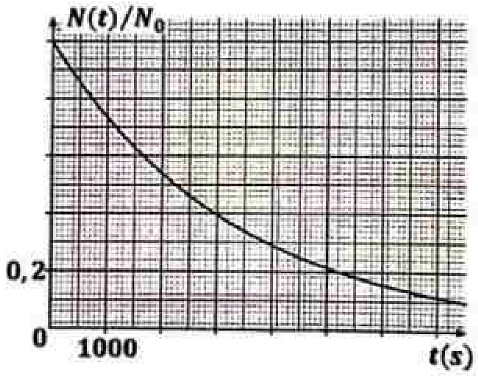
نقذف عينة من نظير الكلور ${}^{35}_{17}Cl$ المستقر (الغير المشع) بالنيترونات. تلتقط النواة ${}^{35}_{17}Cl$ نيترونات لتتحول إلى نواة مشعة ${}^{A}_{Z}X$ توجد ضمن قائمة الأنوية المدونة في الجدول أدناه:

النواة	${}^{38}_{17}Cl$	${}^{39}_{17}Cl$	${}^{31}_{14}Si$	${}^{18}_{9}F$	${}^{13}_{7}N$
زمن نصف العمر $t_{1/2}(s)$	2240	3300	9430	6740	594

سمحت متابعة النشاط الإشعاعي لعينة من ${}^{A}_{Z}X$ برسم المنحنى

$$\frac{N(t)}{N_0} = f(t)$$

الموضح بالشكل، حيث: N_0 عدد الأنوية المشعة الموجودة في العينة في اللحظة $t = 0$. و$N(t)$: عدد الأنوية المشعة الموجودة في العينة في اللحظة t.



1) أ/ عرف زمن نصف العمر $(t_{1/2})$.

ب/ عين زمن نصف العمر للنواة ${}^{A}_{Z}X$ بيانيا.

2) أ/ أوجد العبارة الحرفية التي تربط $(t_{1/2})$ بثابت التفكك (λ).

ب/ احسب قيمة λ ثابت التفكك للنواة ${}^{A}_{Z}X$.

3) بالاعتماد على النتائج المتحصل عليها والقائمة الموجودة في الجدول عين النواة ${}^{A}_{Z}X$؟

4) اكتب معادلة التفاعل المنمذج لتحول النواة ${}^{35}_{17}Cl$ إلى النواة ${}^{A}_{Z}X$.

5) احسب بالإلكترون فولط وبالميغا إلكترون فولط:

أ/ طاقة الربط للنواة ${}^{A}_{Z}X$.

ب/ طاقة الربط لكل نوية.

المعطيات: $1u = 1.66 \times 10^{-27} Kg$ ، $m_p = 1.00728\ (u)$ ، $m_n = 1.00866\ (u)$ ، $C = 3 \times 10^{8} m/s$ ، $m_{{}^{A}_{Z}X} = 37.96011\ (u)$ ، $1eV = 1.6 \times 10^{-19} Joule$

Scanned by CamScanner

تصحيح التمرين 39:

1) أ/زمن نصف العمر: هو الزمن اللازم لتفكك نصف عدد الأنوية الابتدائية المتواجدة في العينة.

ب/ إيجاد $t_{1/2}$ لـ $^{A}_{Z}X$ بيانيا.

$$N_{t_{1/2}} = \frac{N_0}{2} \Rightarrow \frac{N_{t_{1/2}}}{N_0} = \frac{1}{2}$$

نسقط هذه القيمة على محور الأزمنة فنجد: $t_{1/2} = 2200\ (s)$

2) أ/ العبارة الحرفية لـ λ بدلالة $t_{1/2}$:

لما $t = t_{1/2}$: $N_{t_{1/2}} = \frac{N_0}{2}$

بالتعويض في قانون التناقص الإشعاعي نجد: $N_{t_{1/2}} = N_0 . e^{-\lambda t_{1/2}}$

أي: $\frac{N_0}{2} = N_0 . e^{-\lambda t_{1/2}}$

$$\frac{1}{2} = e^{-\lambda t_{1/2}} \Rightarrow \ln\left(\frac{1}{2}\right) = -\lambda \times t_{1/2} \Rightarrow \ln 2 = \lambda \times t_{1/2} \Rightarrow \lambda = \frac{\ln 2}{t_{1/2}}$$

ب/ حساب λ:

$$\lambda = \frac{\ln 2}{t_{1/2}} = \frac{\ln 2}{2200} = 3{,}1 \times 10^{-4}\ (s^{-1})$$

3) تعيين عبارة $^{A}_{Z}X$:

$^{A}_{Z}X = {}^{38}_{17}Cl$ لأن $t_{1/2}(^{A}_{Z}X)$ أقرب بكثير من $t_{1/2}(^{38}_{17}Cl)$.

4) معادلة التفكك:

$$^{35}_{17}Cl + 3\,^{1}_{0}n \rightarrow \,^{38}_{17}Cl$$

5) أ/ طاقة الربط نواة $^{38}_{17}Cl$:

$$El = \Delta m . C^2$$
$$\Delta m = \left(m_p . Z + (A - Z) m_n\right) - m_{(^{38}_{17}Cl)}$$
$$\Delta m = (17 \times 1{,}00728 + 21 \times 1.00866 - 37.96011) \times 1{,}66 \times 10^{-27}$$
$$\Delta m = 5{,}73 \times 10^{-28} (kg)$$
$$El = \Delta m . C^2 = 5{,}73 \times 10^{-28} \times (3 \times 10^8)^2 = 5{,}157 \times 10^{-11} (j)$$

$1\ (eV) \rightarrow 1{,}6 \times 0^{-19} (j)$

$El(eV) \rightarrow 5{,}157 \times 10^{-11} (j)$

$El(eV) = 32{,}23 \times 10^7\ (eV)$

$El(MeV) = 3{,}2 \times 10^2\ (MeV)$

ب/ طاقة الربط لكل نوية:

$$\frac{El(j)}{A} = 1{,}357 \times 10^{-12} (j/nucl)$$
$$\frac{El(eV)}{A} = 8{,}42 \times 10^{6} (eV/nucl)$$
$$\frac{El(MeV)}{A} = 8{,}42 (MeV/nucl)$$

لا راحة لحسود
ولا إخاء لملول ،
ولا محب لسيء الخلق
علي بن أبي طالب رضي الله عنه

Scanned by CamScanner

التمرين 40:

المعطيات:

$m_e = 0.00055u$ $\quad c = 3 \times 10^8 ms^{-1}$ $\quad 1u = 931,5\ MeV/C^2$

$m_p = 1.0073u$ $\quad m_n = 1.0087u$

إليك جدول لمعطيات عن بعض أنوية الذرات:

	${}^{2}_{1}H$	${}^{3}_{1}H$	${}^{4}_{2}He$	${}^{14}_{6}C$	${}^{14}_{7}N$	${}^{94}_{38}Sr$	${}^{140}_{54}Xe$	${}^{235}_{92}U$
$m(u)$	2,0136	3,0155	4,0015	14,0065	14,0031	93,8945	139,8920	234,9935
$E_l(MeV)$	2,23	8,57	28,41	99,54	101,44	810,50	1164,75	....
$E_{l/A}(MeV)$	1,11	......	7,10	....	7,25	8,62	....	....

حيث: $M(u)$ كتلة النواة، $E(MeV)$ طاقة ربط النواة، $\frac{E}{A}(MeV)$ طاقة الربط لكل نيوكليون

I. 1) ما المقصود بالعبارات التالية: أ/طاقة ربط النواة، ب/وحدة الكتلة (u).

2) اكتب عبارة طاقة ربط النواة لنواة عنصر بدلالة كل من (m_x) كتلة النواة و m_n، m_p، A، Z وسرعة الضوء في الفراغ (C).

3) احسب طاقة ربط النواة لليورانيوم 235 بالوحدة (MeV).

4) أكمل فراغات الجدول السابق.

5) ما اسم النواة (من بين الأنوية المذكورة في الجدول السابق) الأكثر استقرارا؟ علّل.

II. إليك التحولات النووية لبعض أنوية العناصر من الجدول السابق:

أ/ يتحول ${}^{14}_{6}C$ إلى ${}^{14}_{7}N$.

ب/ ينتج ${}^{4}_{2}He$ ونترون من نظيري الهيدروجين.

ج/ قذف ${}^{235}_{92}U$ بنترون يعطي ${}^{140}_{54}Xe$، ${}^{94}_{38}Sr$، ونترونين.

1) اكتب المعادلات المنمذجة للتحولات النووية السابقة.

2) صنف التحولات النووية السابقة إلى: انشطارية، إشعاعية أو تفككية، اندماجية.

3) احسب الطاقة المحررة من تفاعل الانشطار ومن تفاعل الاندماج بالوحدة (MeV).

تصحيح التمرين 40:

I.

1) أ/ طاقة ربط النواة: هي الطاقة الواجب توفيرها لنواة ساكنة للتفكك إلى نوياتها وهي ساكنة و معزولة في حالة راحة، أو هي طاقة تماسك النواة.

ب/وحدة الكتلة u: هي وحدة الكتلة الذرية وتمثل $\frac{1}{12}$ من كتلة الكربون 12 أي: $1u = \frac{1}{12}m.({}^{12}C)$

مقدارها: $1u = 1,66 \times 10^{-27}Kg$

2) عبارة طاقة ربط النواة: $E_l = \Delta m.C^2 \ \Rightarrow\ E_l = (Z.m_p + (A-Z)m_n - m_x).C^2$

3) حساب E_l لنواة اليورانيوم 235: $E_l = [Z.m_p + (A-Z)m_n - m({}^{235}_{92}U)].C^2$

$\Rightarrow E_l = (92 \times 1,0073 + 143 \times 1,0087 - 234,9935) \times 931$

$\Rightarrow E_l = 1790,5\ MeV$

4) الجدول:

	${}^{2}_{1}H$	${}^{3}_{1}H$	${}^{4}_{2}He$	${}^{14}_{6}C$	${}^{14}_{7}N$	${}^{94}_{38}Sr$	${}^{140}_{54}Xe$	${}^{235}_{92}U$
$E(MeV)$	2,23	8,57	28,41	99,54	101,44	810,50	1164,75	**1790,5**
$E_{l/A}(Mev)$	**1,11**	2,8	7,10	**7,11**	7,25	8,62	**8,32**	**7,62**

5) النواة ${}^{94}_{38}Sr$ هي الأكثر استقرارا لأنها تملك أكبر طاقة ربط لكل نوية حيث: $\frac{E_l}{A} = 8,62(MeV/nucl)$

Scanned by CamScanner

II. (3+2+1) في الجدول التالي:

أ	إشعاعي β^-	${}^{14}_{6}C \rightarrow {}^{14}_{7}N + {}^{0}_{-1}e$
ب	اندماج	${}^{2}_{1}H + {}^{3}_{1}H \rightarrow {}^{4}_{2}He + {}^{1}_{0}n$ $E_{lib} = \lvert E_l({}^{3}_{1}H) + E_l({}^{2}_{1}H) - E_l({}^{4}_{2}He)\rvert = \lvert 8{,}57 + 2{,}23 - 28{,}41\rvert$ $E_{lib} = 17{,}61\ MeV$
ج	انشطار	${}^{235}_{92}U + {}^{1}_{0}n \rightarrow {}^{140}_{54}Xe + {}^{94}_{38}Sr + 2.{}^{1}_{0}n$ $E_{lib} = \lvert 1790{,}5 - 1164{,}75 - 810{,}5\rvert$ $E_{lib} = 184{,}75\ MeV$

ملاحظة: يمكن حساب E_{lib} اعتمادا على كتل المتفاعلات والنواتج فنجد نفس النتائج السابقة.

التمرين 41:

الوقود المستقبلي سيعتمد على تفاعلات الاندماج النووي وفق المعادلة: ${}^{2}_{1}H + {}^{3}_{1}H = {}^{A}_{Z}X + {}^{1}_{0}n$

1) جد قيمتي العددين A و Z باستعمال قانوني الانحفاظ.
2) عرف تفاعل الاندماج النووي.
3) رتب الأنوية: ${}^{2}_{1}H$، ${}^{3}_{1}H$و ${}^{A}_{Z}X$ من الأقل إلى الأكثر استقرارا مع التعليل.
4) احسب بـ MeV الطاقة المحررة من اندماج نواتي ${}^{2}_{1}H$ و ${}^{3}_{1}H$.
5) مثّل مخطط الحصيلة الطاقوية لهذا التفاعل.

المعطيات: $E_l({}^{A}_{Z}X) = 28{,}41\ MeV$ $\quad E_l({}^{3}_{1}H) = 8{,}57\ MeV$ $\quad E_l({}^{2}_{1}H) = 2{,}23\ MeV$

تصحيح التمرين 41:

1) حسب قانون حفظ الأعداد الكتلية: $2+3 = A+1 \Leftarrow A = 4$

حسب قانون حفظ الأعداد الشحنية: $1+1 = Z+0 \Leftarrow Z = 2$

$$\Rightarrow \quad {}^{A}_{Z}\mathrm{X} = {}^{4}_{2}\mathrm{He}$$

2) تعريف الاندماج: هو تفاعل نووي مفتعل يتم خلاله التحام أو اتحاد نواتين خفيفتين لتشكيل نواة أكثر استقرارا وطاقة.
3) الترتيب:

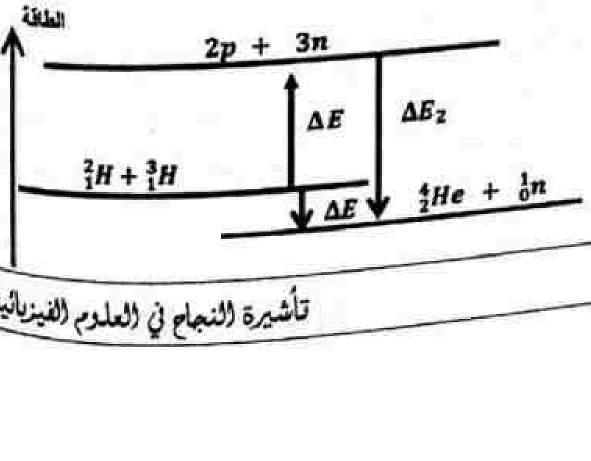
${}^{2}_{1}H$ $\quad {}^{3}_{1}H$ $\quad {}^{4}_{2}He$ ← الأكثر استقرار

التعليل:

$$\frac{E_l({}^{2}_{1}H)}{A} = \frac{2{,}23}{2} = 1{,}115\ MeV/nuc$$
$$\frac{E_l({}^{3}_{1}H)}{A} = \frac{8{,}57}{3} = 2{,}856\ MeV/nuc$$
$$\frac{E_l({}^{4}_{2}X)}{A} = \frac{28{,}41}{4} = 7{,}102\ MeV/nuc$$
$$\frac{E_l({}^{2}_{1}H)}{2} < \frac{E_l({}^{3}_{1}H)}{3} < \frac{E_l({}^{4}_{2}X)}{4}$$

4) حساب الطاقة المحررة:

$$E_{lib} = El({}^{4}_{2}X) - \left(E_l({}^{2}_{1}H) + E_l({}^{3}_{1}H)\right) = 17{,}61\ MeV$$



من أحب أن يفتح الله قلبه أو ينوّره، فعليه بترك الكلام فيما لا يعنيه
الإمام الشافعي رحمه الله

Scanned by CamScanner

التمرين 42:

تنشطر نواة اليورانيوم 235، عند قذفها بنترون بطيء، وفق المعادلة التالية:

$${}^{235}_{92}U + {}^{1}_{0}n \rightarrow {}^{94}_{38}Sr + {}^{140}_{Z}Xe + x{}^{1}_{0}n$$

1) تستخدم النترونات عادة في قذف أنوية اليورانيوم. لماذا؟
2) أكمل معادلة التفاعل النووي المبينة أعلاه.
3) فسر الطابع التسلسلي لهذا التفاعل، مستعينا بمخطط توضيحي.
4) أ/ احسب النقص في الكتلة Δm خلال هذا التحول.
ب/ احسب بالجول الطاقة E_{lib} المحررة من انشطار نواة واحدة من اليورانيوم 235.
ج/ استنتج الطاقة المحررة من انشطار $m = 2.5\ g$ من اليورانيوم 235.
د/ على أي شكل تظهر هذه الطاقة؟
5) ماهي كتلة غاز المدينة (غاز الميثان CH_4) اللازمة للحصول على طاقة تعادل الطاقة المتحررة من انشطار $m = 2,5\ g$ من اليورانيوم 235؟ علما أن احتراق $1mol$ من غاز الميتان يحرر طاقة مقدارها $8 \times 10^5 J$

المعطيات:

$m({}^{140}Xe) = 139,89194\ u$ ، $m({}^{235}U) = 234,99332\ u$ ، $m({}^{94}Sr) = 93,89446\ u$

$1u = 1.66 \times 10^{-27}\ Kg$ ، $N_A = 6,02 \times 10^{23}\ mol^{-1}$ ، $c = 3 \times 10^8\ m.s^8$

$M(CH_4) = 16g.mol^{-1}$ ، $m({}^{1}n) = 1.00866\ u$

تصحيح التمرين 42:

1) تستخدم النترونات لأنها متعادلة كهربائيا (غير مشحونة).
2) معادلة التفاعل:

$${}^{235}_{92}U + {}^{1}_{0}n \rightarrow {}^{94}_{38}Sr + {}^{140}_{Z}Xe + x{}^{1}_{0}n$$

لنحسب أولا x: حسب قانون حفظ الأعداد الكتلية:

$$235 + 1 = 140 + 94 + x \Rightarrow x = 236 - 234 = 2$$

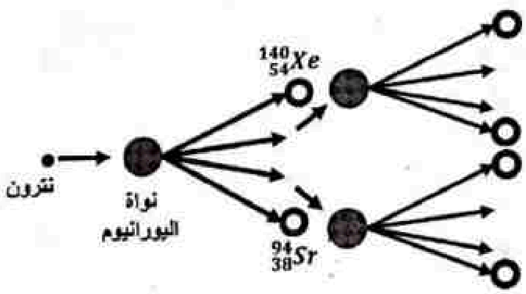
لنحسب Z: حسب قانون حفظ الأعداد الشحنية:

$$92 + 0 = Z + 38 + 2 \times 0 \Rightarrow Z = 92 - 38 = 54$$

ومنه :

$${}^{235}_{92}U + {}^{1}_{0}n \rightarrow {}^{140}_{54}Xe + {}^{94}_{38}Sr + 2{}^{1}_{0}n$$

3) تفسير الطابع التسلسلي لتفاعل الانشطار: انشطار النواة الأولى لليورانيوم يعطى نترونا تؤدي بدورها إلى انشطار أنوية أخرى، وهكذا يتسلسل تفاعل الانشطار.
أي أن النترونات المتحررة تعيد بعث التفاعل من جديد.



4) أ/حساب النقص في الكتلة:

$$\Delta m = [m(U) + m(n)] - [m(Sr) + m(Xe) + 2m(n)] = 0,19826\ (u)$$

التحويل:

$$\Delta m = 0,19826 \times 1,66 \times 10^{-27}\ Kg \simeq 3,29 \times 10^{-28} Kg$$

ب/ الطاقة المحررة من انشطار نواة واحدة:

$$E_{lib} = \Delta m.C^2 = 3,29 \times 10^{-28} \times (3 \times 10^8)^2 = 2,96 \times 10^{-11} Joule$$

ج/الطاقة المحررة E_{lib} من انشطار $m = 2,5g$

$$E'_{lib} = E_{lib}.N(U)$$

$$N(U) = \frac{m}{M}.N_A = \frac{2,5}{235} \times 6,02 \times 10^{23} = 6,4 \times 10^{21}\ noyaux$$

$$E'_{lib} = 2,96 \times 10^{-11} \times 6,4 \times 10^{21} = 1,89 \times 10^{11}\ J$$

د/ تظهر الطاقة في شكل طاقة حرارية أساسيا ترافقها طاقة حركية لمختلف الجسيمات والإشعاعات.

Scanned by CamScanner

5) كتلة غاز الميثان:

$$1\,mol\,(CH_4) \rightarrow 8\times10^5 J$$
$$16\,g\,(CH_4) \rightarrow 8\times10^5 J$$
أي
$$m(CH_4) \rightarrow 1{,}89\times10^{11} J$$
$$m(CH_4) = \frac{1{,}89\times10^{11}\times16}{8\times10^5} = 3{,}78\times10^6 g$$

التمرين 43:

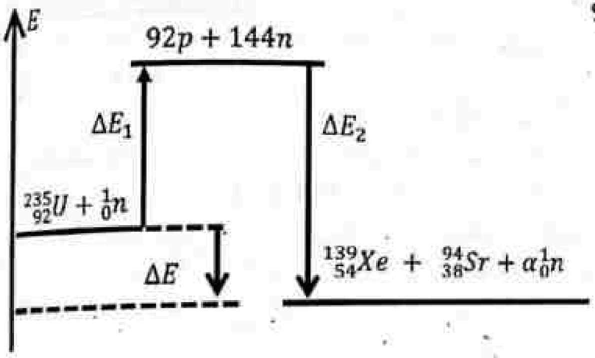
المخطط الطاقوي (الشكل) يمثل الحصيلة الطاقوية لتفاعل انشطار نواة اليورانيوم $^{235}_{92}U$ إلى $^{94}_{38}Sr$ و $^{139}_{54}Xe$ إثر قذفها بنيترون ^1_0n.

1) أ/ عرف طاقة الربط E_l للنواة واكتب عبارتها الحرفية.
ب/ أعط عبارة طاقة الربط لكل نوية.

2) أ/ اكتب معادلة انشطار نواة اليورانيوم ^{235}U.
ب/ يعرف التفاعل السابق على أنه تفاعل تسلسلي مغذى ذاتيا. لماذا؟

3) احسب بـ MeV كلا من: ΔE_1 ، ΔE_2 ، ΔE.

4) أ/ احسب بالجول مقدار الطاقة المحررة عن انشطار $1g$ من $^{235}_{92}U$.
ب/ على أي شكل تظهر الطاقة المحررة؟



المعطيات:

$E_{l/A}(^{235}_{92}U) = 7.62\ MeV/\ nucléon$

$E_{l/A}(^{139}_{54}Xe) = 8.34\ MeV/nucléon$

$E_{l/A}(^{94}_{38}Sr) = 8.62\ MeV/nucléon$

$N_A = 6.02\times10^{23} mol^{-1}$

$1MeV = 1.6\times10^{-13}J$

تصحيح التمرين 43:

1) أ/ التعريف بطاقة ربط النواة : هي الطاقة الواجب إعطاؤها للنواة وهي ساكنة حتى تتفكك إلى مكوناتها وهي ساكنة ومعزولة في حالة راحة.

$$E_l = \left[\left(Z.m_p + (A-Z).m_n\right) - m(^A_ZX)\right].C^2$$

ب/ طاقة الربط لكل نوية: $E_{l/A} = \frac{E_l}{A}$.

2) أ/ معادلة انشطار $^{235}_{92}U$:

$$^{235}_{92}U + ^1_0n \rightarrow ^{139}_{54}Xe + ^{94}_{38}Sr + \alpha.^1_0n$$

قوانين صودي (انحفاظ الكتلة): $1+235-139-94=\alpha \Rightarrow \alpha = 3$

$$^{235}_{92}U + ^1_0n \rightarrow ^{138}_{54}Xe + ^{94}_{38}Sr + 3.^1_0n$$

ب/ تفاعل تسلسلي مغذي ذاتيا: لأن النترونات الناتجة تعيد التفاعل من جديد مع أنوية اليورانيوم.

3) حساب ΔE:

من جهة أخرى:

$$\Delta E_1 = E_l(^{235}_{92}U) = E_{l/A}\times A = 7{,}62\times235 = 1790{,}7\ MeV$$

$$\Delta E_2 = -\left(E_l(Xe) + E_l(Sr)\right)$$
$$\Delta E_2 = -\left(E_{l/A}(Xe).A + E_{l/A}(Sr).A\right) = -(8{,}34\times139 + 8{,}62\times94)$$
$$\Rightarrow \Delta E_2 = -1969{,}54\ MeV$$

ومنه:
$$\Delta E = \Delta E_2 + \Delta E_1 = -1969{,}54 + 1790{,}7 = -178{,}84\ MeV$$

Scanned by CamScanner

4) أ/الطاقة المحررة من انشطار $1g$ من $^{235}_{92}U$:

لدينا $E_{lib} = |\Delta E| = 178,84\ MeV$

و $E_T = N.E_{lib} = \left(\frac{m}{M}.N_A\right).E_{lib} = \frac{1}{235} \times 6,02 \times 10^{23} \times 178,84$

$\Rightarrow \quad E_T = 4,58 \times 10^{23} MeV$

التحويل إلى الجول: $E_T = 4,58 \times 10^{23} \times 1,6 \times 10^{-13}\ J$

$E_T = 7,328 \times 10^{10}\ J$

ب/ تظهر الطاقة المحررة على شكل:

- طاقة حرارية (إشعاعية).
- حركية.

التمرين 44:

يعتبر الرادون ^{222}Rn غاز مشع، ينتج بتفكك الراديوم Ra وفق المعادلة المنمذجة:

$$^{A}_{Z}Ra \rightarrow {}^{222}_{86}Rn + {}^{4}_{2}He$$

الأستاذ:متى فتحت الأندلس؟
التلميذ:في الصفحة 65 من كتاب التاريخ

1) أ/ ما هو نمط الإشعاع الموافق لهذا التحول النووي؟

ب/ أوجد كل من A و Z.

2) أ/ احسب النقص الكتلي Δm لنواة $^{226}_{88}Ra$ معبرا عنها بوحدة الكتل الذرية u.

ب/ أعط الصيغة الشهيرة لأينشتاين التي تعبر عن علاقة التكافؤ كتلة-طاقة.

3) باعتبار أن قيمة طاقة الربط E_l لنواة الرادون ^{222}Rn تساوي القيمة $27.36 \times 10^{-11} J$

أ/ عرف طاقة الربط E_l للنواة.

ب/ احسب النقص الكتلي Δm لنواة الرادون ^{222}Rn .

ج/ عرف طاقة الربط لكل نوية واستنتج قيمتها لنواة الرادون ^{222}Rn.

4) في المفاعلات النووية يستعمل اليورانيوم المخصب كوقود، حيث تحدث له عدة تفاعلات انشطار من بينها التحول المنمذج بالمعادلة: $^{235}_{92}U + {}^{1}_{0}n \rightarrow {}^{94}_{38}Sr + {}^{139}_{54}Xe + 3{}^{1}_{0}n$

أ/ عرف تفاعل الانشطار.

ب/ احسب الطاقة المحررة من جراء هذا التحول مقدرة بالـ MeV والجول (J).

المعطيات:

$m(Xe) = 138.889\ u$	$1MeV = 1.6 \times 10^{-13}J$	
$m({}^{1}_{1}p) = 1.007\ u$	$m(Ra) = 225.977u$	
$m({}^{1}_{0}n) = 1.009\ u$	$m(U) = 234.994\ u$	$1u = 1.66 \times 10^{-27}Kg$
	$m(Sr) = 93.894\ u$	$c = 3 \times 10^{8} m.s^{-1}$

تصحيح التمرين 44:

$$^{A}_{Z}Ra \rightarrow {}^{222}_{86}Rn + {}^{4}_{2}He$$

1) أ/ نمط الإشعاع: هو إشعاع α المتكون من أنوية الهيليوم $^{4}_{2}He$:

ب/ إيجاد A و Z: $A = 222 + 4 = 226$ و $Z = 86 + 2 = 88$

2) أ/ حساب Δm لـ $^{226}_{88}Ra$:

$$\Delta m({}^{226}_{88}Ra) = (880m_p + 138m_n) - m({}^{226}_{88}Ra)$$
$$= 88 \times 1,0073 + 138 \times 1,009 - 225,997 = 1,881\ (u)$$

ب/علاقة أينشتاين: $E = m.C^2$

3) أ/ طاقة الربط للنواة: هي الطاقة الواجب توفيرها لنواة وهي ساكنة حتى تتفكك إلى مكوناتها وهي ساكنة ومعزولة.

ب/ حساب Δm لـ ^{222}Rn: لدينا : $E_l = \Delta m.C^2$ منه:

$$\Delta m = \frac{E_l}{C^2} = \frac{27,36 \times 10^{-11}}{(3 \times 10^{8})^2} = 3,04 \times 10^{-27} Kg$$

Scanned by CamScanner

ج/ طاقة الربط لكل نوية: هي النسبة بين طاقة ربط النواة وعدد النيكليونات، أو الطاقة المحررة من طرف كل نكليون لضمان تماسك النواة

حساب $\frac{E_l}{A}$ لنواة $^{222}_{86}Rn$:
$$\frac{E_l(^{222}_{86}Rn)}{222} = 1,23 \times 10^{-12}(j/nucl)$$

4) أ/ تفاعل الانشطار: هو تفاعل نووي مفتعل يتم فيه شطر نواة ثقيلة إثر قذفها بنترون إلى نواتين أكثر استقرارا ونترونات + طاقة.

ب/ حساب E_{lib}:

-بالجول: $E_{lib} = \Delta m . C^2$

لكن: $\Delta m = m(^{235}U) + m(^1_0n) - m(^{94}Sr) - m(^{139}Xe) - 3.m(^1_0n)$

معناه: $\Delta m = 0,193.u = 3,2038 \times 10^{-28}(Kg)$

إذن: $E_{lib} = \Delta m . C^2 = 2,88 \times 10^{-11}\ J$

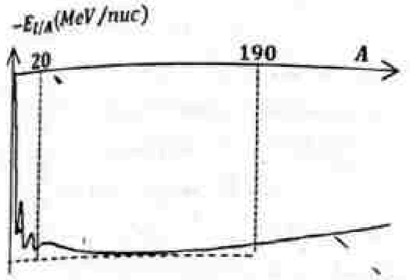
بالـ (MeV): $E_{lib}(MeV) = 180\ MeV$

التمرين 45:

1) التفاعل بين الدوتريوم والتريتيوم ينتج نواة ^4_2He ونيترون وتحرير طاقة.

أ/ ما نوع التفاعل الحادث؟ عرّفه.

ب/ اكتب معادلة التفاعل الحادث.



2) أ/ منحنى أستون (الشكل) ماذا يمثل؟

ب/ حدّد من (الشكل) مجالات الأنوية القابلة للانشطار، الأنوية القابلة للاندماج و الأنوية المستقرة.

3) أ/ اكتب عبارة طاقة الربط النووي E_l للنواة ^A_ZX.

ب/احسب قيمة هذه الطاقة المحررة مقدرة بـ MeV

المعطيات:

^4_2He	^3_1H	^2_1H	النواة
28,29	8,48	2,22	طاقة الربط (MeV)

تصحيح التمرين 45:

1) أ/ نوع التفاعل: تفاعل اندماج.

تعريفه: هو التحام أو انضمام نواتين خفيفتين لتشكيل نواة أكثر استقرارا مع تحرير طاقة.

ب/كتابة المعادلة:
$$^2_1H + ^3_1H \rightarrow ^4_2He + ^1_0n$$

2) أ/ يمثل منحنى أستون تغيرات معاكس طاقة الربط لكل نوكليون $-E_{l/A}$ بدلالة العدد الكتلي A.

ب/ - مجال الأنوية القابلة للانشطار $A \geq 190$

- مجال الأنوية القابلة للاندماج $A \leq 20$

- مجال الأنوية المستقرة $20 < A < 190$

3) أ/طاقة الربط النووي:
$$E_l = \left[\left(Z.m_p + (A-Z)m_n - m(^A_ZX)\right).C^2\right]$$

ب/ حساب الطاقة المحررة:
$$|\Delta E| = |El(^4_2He) - El(^2_1H) - El(^3_1H)| = |28,29 - 8,48 - 2,22| = 17,59\ MeV$$

Scanned by CamScanner

التمرين 46:

1) النشاط الإشعاعي هو عدد التفككات خلال ثانية واحدة..

أ/ البيكرال هي وحدة القياس المستعملة في النشاط الإشعاعي، عرّف البيكرال.

ب/ تفكك نواة الإيريديوم $^{192}_{77}Ir$ يعطى البلاتين $^{192}_{78}Pt$ المشعة أيضا. يصاحب هذا التفكك إصدار للإشعاع γ.
- اكتب معادلة تفكك نواة الإيريديوم، موضحا النمط الإشعاعي الموافق لهذا التحول النووي.
- فسّر إصدار الإشعاع γ خلال هذا التحول.

ج/ النشاط الإشعاعي لـ $1g$ من الإيريديوم هو $A = 3.4 \times 10^{14} Bq$.
- جد عدد أنوية الإيريديوم N الموجودة في $m = 1g$ من العينة.
- احسب $t_{1/2}$ نصف العمر للإيريديوم.

ازرع الصدق و الرصانة
تحصد الثقة و الأمانة
أمين الريحاني

2) إن الاندماج النووي هو مصدر الطاقة المشعة كما في الشمس والنجوم.
تحدث تفاعلات متسلسلة في الشمس والتي يمكن نمذجتها بالمعادلة التالية:

$$4\,^{1}_{1}H \rightarrow \,^{4}_{2}He + 2\,^{0}_{1}e$$

احسب النقص الكتلي Δm لهذا التفاعل بوحدة الكتل الذرية u وكذا الطاقة المحررة لتشكل نواة الهيليوم بـ MeV.

المعطيات:
$1u = 1.66 \times 10^{-27} Kg$ ، $c = 3 \times 10^{8} m/s$
$1eV = 1.6 \times 10^{-19} J$ ، $N_A = 6.02 \times 10^{23} mol^{-1}$

$^{0}_{1}e$	$^{1}_{0}n$	$^{1}_{1}p$	$^{4}_{2}He$	النواة
0.0005	1.0087	1.0073	4.0015	الكتلة بـ (u)

تصحيح التمرين 46:

1) أ/ تعريف: البيكريل يوافق تفكك واحد في الثانية.

ب/ معادلة التفكك: $^{192}_{77}Ir \rightarrow \,^{192}_{78}Pt + \,^{0}_{-1}e + \gamma$

- النمط الإشعاعي الموافق لهذا التحول النووي هو: β^-

- تفسير اصدار إشعاع γ : خلال تفكك نواة الإيريديوم ينتج نواة البلاتين في حالة مثارة $^{192}_{78}Pt^*$ وتفقد إثارتها عند عودتها إلى حالتها الأساسية بإصدار γ (موجات كهرومغناطيسية) وفق المعادلة:

$$^{192}_{78}Pt^* \rightarrow \,^{192}_{78}Pt + \gamma$$

ج/ عدد أنوية الإيريديوم الموجودة في $1g$ من العينة:

$$N = \frac{m}{M}.N_A = \frac{1}{192} \times 6{,}02 \times 10^{23} \simeq 3{,}14 \times 10^{21} noyaux$$

زمن نصف العمر $t_{1/2}$ للإيريديوم:

$$\begin{cases} t_{1/2} = \dfrac{\ln 2}{\lambda} \\ \lambda = \dfrac{A}{N} \end{cases} \Rightarrow t_{1/2} = \frac{N.\ln 2}{A} = 6{,}4 \times 10^{6} s \simeq 74\, jours$$

2) حساب Δm:

$$\Delta m = m_i - m_f = 4.m(^{1}_{1}H) - m(^{4}_{2}He) - 2m(^{0}_{1}e)$$
$$\Delta m = 0{,}0267\, u = 0{,}0267 \times 1{,}66 \times 10^{-27} Kg = 4{,}4 \times 10^{-29}\, Kg$$

الطاقة المحررة:

$$E_{lib} = \Delta m.c^2 = 4{,}4 \times 10^{-29} \times (3 \times 10^{8})^2 \simeq 0{,}396 \times 10^{-11} J \simeq 24.75\, MeV$$

Scanned by CamScanner

شنايت

التمرين 47:

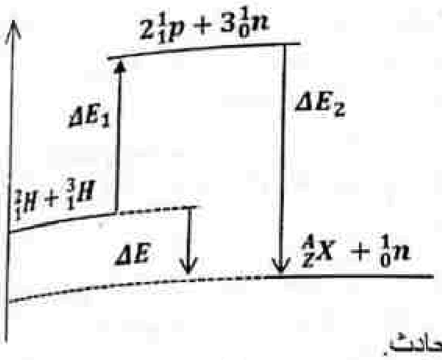
انطلق برنامج البحث $ITER$ $(International\ Thermonuclear\ Experimental\ Reactor)$ بفرنسا لدراسة الاندماج النووي لنظيري الهيدروجين ${}_1^3H$ ، ${}_1^2H$ وذلك من أجل التأكد من الإمكانية العلمية لإنتاج الطاقة عبر الاندماج النووي.

1) أ/ اكتب معادلة الاندماج النووي بين الديوتريوم ${}_1^2H$ والتريتيوم ${}_1^3H$ ، علما أن التفاعل ينتج نواة ${}_Z^AX$ ونيترونا.

ب/ يتعلق زمن نصف العمر بـ:

- عدد الأنوية الابتدائية N_0 للنظير المشع.
- درجة حرارة العينة المشعة.
- نوع النظير المشع.

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات السابقة.



2) أ/ عرف طاقة الربط للنواة $E_l({}_Z^AX)$، ثمّ اكتب عبارتها.

ب/ احسب طاقة الربط للنواة وطاقة الربط لكل نوية: ${}_1^2H$، ${}_1^3H$، ${}_Z^AX$ بـ MeV ، ثمّ استنتج النواة الأكثر استقرارا

3) المخطط الطاقوي (شكل-1) يمثل الحصيلة الطاقوية لتفاعل اندماج نظيري الهيدروجين ${}_1^3H$، ${}_1^2H$.

أ/ احسب مقدار الطاقة المحررة عن تفاعل الاندماج الحادث.

ب/ احسب مقدار الطاقة المحررة عن اندماج $1g$ من ${}_1^2H$، و $1.5g$ من ${}_1^3H$.

يعطى:

$m({}_1^3H) = 3.0155\,u$ $\quad m({}_1^2H) = 2.01355\,u$ $\quad m({}_0^1n) = 1.00866\,u$

$m({}_2^4He) = 4.0015\,u$ $\quad m({}_1^1p) = 1.00728\,u$ $\quad 1u = 931.5\,MeV/C^2$

$N_A = 6.02 \times 10^{23} mol^{-1}$

تصحيح التمرين 47:

1) أ/ كتابة المعادلة:

$${}_1^3H + {}_1^2H \rightarrow {}_Z^AX + {}_0^1n$$

حسب قانونا صودي: $A = (2+3) - 1 = 4$ ، $Z = (1+1) - 0 = 2$

النواة البنت: ${}_2^4He$

$${}_1^3H + {}_1^2H \rightarrow {}_2^4He + {}_0^1n$$

ب/ يتعلق زمن نصف العمر بنوع النظير المشع.

2) أ- طاقة الربط النواة هي الطاقة الواجب إعطاؤها لنواة ساكنة لتفكيكها إلى نوياتها الساكنة.

عبارتها: $E_l({}_Z^AX) = \left[Z_{mp} + (A-Z)m_n - m({}_Z^AX)\right]C^2$

قيمتها: $E_l({}_1^2H) = (1,00728 + 1,00866 - 2,0155) \times 931,5 = 2,226\ MeV$

$E_l({}_1^3H) = (1,00728 + 2 \times 1,00866 - 3,0155) \times 931,5 = 8,477\ MeV$

$E_l({}_2^4He) = (2 \times 1,00728 + 2 \times 1,00866 - 4,0015) \times 931,5 = 28,29\ MeV$

قيمة طاقة الربط لكل نوية:

$$\frac{E_l({}_1^2H)}{2} = \frac{2,226}{2} = 1,113\ MeV/nuc \quad ; \quad \frac{E_l({}_2^4He)}{4} = \frac{28,29}{4} = 7,072\ MeV/nuc$$

$$\frac{E_l({}_1^3H)}{3} = \frac{8,477}{3} = 2,826\ MeV/nuc$$

النواة الأكثر استقرارا هي: ${}_2^4He$.

Scanned by CamScanner

3) أ/ قيمة الطاقة المحررة:

$$\Delta E = \Delta E_1 + \Delta E_2 = \left(E_l({}_1^3H) + E_l({}_1^2H) - E_l({}_2^4He)\right)$$
$$\Delta E = (2{,}226 + 8{,}4777) - 28{,}29 = -17{,}59\ MeV$$
$$E_{lib} = |\Delta E| = 17{,}59\ \text{MeV}$$

ب/

$$N_1({}_1^2H) = \frac{1}{2} \times 6{,}02 \times 10^{23} = 3{,}01 \times 10^{23}\ Noy$$
$$N_2({}_1^3H) = \frac{1{,}5}{3} \times 6{,}02 \times 10^{23} = 3{,}01 \times 10^{23}\ Noy$$
$$E_t = N_1 \times E_{lib} = N_2 \times E_{lib} = 52{,}95 \times 10^{23}\ MeV$$

التمرين 48:

من بين نظائر عنصر الكلور الطبيعية نظيران مستقران هما: ^{35}Cl ، ^{37}Cl ونظير آخر مشع هو ^{36}Cl.
يتفكك الكلور 36 إلى الأرغون 36. نصف عمر ^{36}Cl تقدر بـ $301 \times 10^3 ans$.

1) ماذا يمثل القيمتان 35 و37 لنظيري الكلور المستقرين؟ اكتب رمز نواة الكلور 36.
2) احسب طاقة الربط لنواة الكلور 36 بـ MeV.
3) اكتب معادلة التفكك النووي للكلور 36، مع ذكر القوانين المستعملة ونمط التفكك.
4) في المياه السطحية يتجدد الكلور 36 باستمرار مما يجعل نسبته ثابتة، والعكس بالنسبة للمياه الجوفية، حيث أن الذي يتفكك لا يتجدد. هذا ما يجعله مناسبا لتأريخ المياه الجوفية القديمة. وُجد في عينة من مياه جوفية أن عدد أنوية الكلور 36 تساوي 38% من عددها الموجودة في الماء السطحي. احسب عمر الماء الجوفي.

المعطيات: سرعة الضوء في الفراغ: $c = 3 \times 10^8 m/s$ ، $1MeV = 1.6 \times 10^{-13} J$

	البروتون	النيترون	الكلور 36	الأرغون 36
الكتلة $(10^{-27}Kg)$	1.67262	1.67492	59.71128	
العدد الشحني Z	1	0	17	18

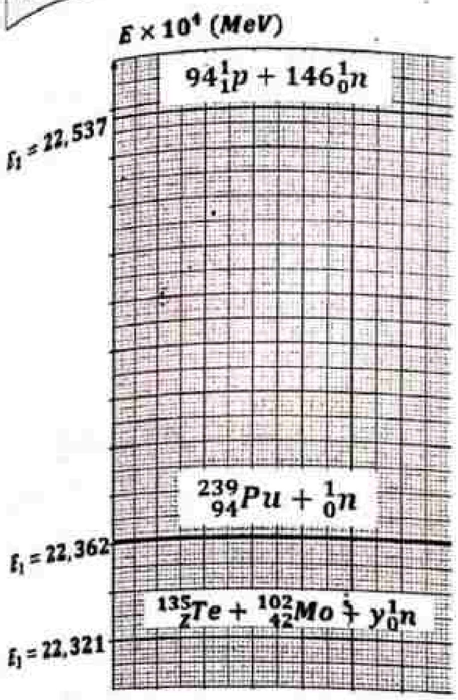
تصحيح التمرين 48:

1) القيمتان هما العدد الكتلي ويمثلان عدد النويات (النيوكليونات) في كل نظير.
الرمز: ${}_{17}^{36}Cl$.
2) طاقة الربط: $E_l = \left(Z.m_p + (A-Z)m_n - m({}_{17}^{36}Cl)\right).c^2 = 307{,}54125\ MeV$.
3) معادلة التفاعل: ${}_{17}^{36}Cl \rightarrow {}_{18}^{36}Ar + {}_Z^AX$
$Z = -1$ ، $A = 0$ ومنه: نمط التفكك: β^-.
$${}_{17}^{36}Cl \rightarrow {}_{18}^{36}Ar + {}_{-1}^{0}e$$
4) حساب عمر الماء الجوفي:
$$t = \frac{-t_{1/2}}{\ln 2}.\ln\left(\frac{N}{N_0}\right) = \frac{-301 \times 10^3}{\ln 2}.ln\left(\frac{38}{100}\right) = 420 \times 10^3\ ans$$

ما هي قيمة 1/2 من 2/3 من 3/4 من 4/5 من 5/6 من 6/7 من 7/8 من 8/9 من 9/10 من 1000 ؟

Scanned by CamScanner

التمرين 49:



في المفاعلات النووية ينتج عادة أحد نظائر البلوتونيوم القابل للانشطار.

1) أحد تفاعلات هذا الانشطار النووي ينمذج بالمعادلة التالية:

$${}_{94}^{239}Pu + {}_0^1n \rightarrow {}_Z^{135}Te + {}_{42}^{102}Mo + y{}_0^1n$$

أ/ عرف الانشطار النووي.

ب/ باستخدام قانوني الانحفاظ. جد قيمة كل من العددين z و y

ج/ اكتب عبارة الطاقة المحررة من انشطار نواة بلوتونيوم 239 بدلالة: c سرعة الضوء، والكتل: $m({}_0^1n)$ ، $m({}_{42}^{102}Mo)$ ، $m({}_Z^{135}Te)$ ، $m({}_{94}^{239}Pu)$.

2) يعطي المخطط الطاقوي لانشطار نواة بلوتونيوم 239 كما في الشكل:

أ/ استنتج من المخطط الطاقوي قيمة طاقة الربط E_l لنواة البلوتونيوم 239.

ب/ إن طاقة الربط لكل نوية لنواة الموليبدان 102 هي:

$$\frac{E_l}{A}({}_{42}^{102}Mo) = 8.35\ MeV/nuc$$

- قارن استقرار النواتين ${}_{94}^{239}Pu$ و ${}_{42}^{102}Mo$.
- هل هذه النتيجة تتوافق مع تعريف الانشطار النووي؟

ج/ ماهي الطاقة المحررة بوحدة الجول (J) عن انشطار $1g$ من البلوتونيوم 239.

يعطى: $N_A = 6.02 \times 10^{23} mol^{-1}$ $\quad 1MeV = 1.6 \times 10^{-13} J$

تصحيح التمرين 49:

1) أ/ تعريف الانشطار النووي: هو تفاعل نووي مفتعل يحدث بقذف نواة ثقيلة غير مستقرة بنترون فتنشطر إلى نواتين أكثر استقرارا وتحرير طاقة.

ب/ قيمة Z و Y:

بتطبيق قوانين الانحفاظ نجد: $94 + 0 = Z + 42 \Rightarrow Z = 52$

$$239 + 1 = 135 + 102 + Y \Rightarrow Y = 3$$

ج/ عبارة الطاقة المحررة:

$$E_{lib} = \Delta m . C^2 \quad , \quad \Delta m = m_i - m_f$$

$$E_{lib} = \left[m({}_{94}^{239}Pu) - \left(m({}_{52}^{135}Te) + m({}_{42}^{102}Mo) + 2m({}_0^1n)\right)\right].C^2$$

2) أ/ طاقة الربط E_l للبلوتونيوم 239:

$$E_l = [Z.m({}_1^1p) + (A - Z)m({}_0^1n) - m({}_{94}^{239}Pu)].C^2$$

$$E_l = [94.m({}_1^1p) + 145m({}_0^1n) - m({}_{94}^{239}Pu)].C^2 = E_2 - E_1$$

$$E_l = (22,537 - 22,362).10^4 = 1750\ MeV$$

ملاحظة: تقبل مباشرة من العلاقة: $E_l = E_2 - E_1$

ب/ مقارنة استقرار النواتين ${}_{94}^{239}Pu$ ، ${}_{92}^{102}Mo$:

$$\frac{E_l}{A}({}_{94}^{239}Pu) = \frac{1750}{239} = 7,32\ MeV/nuc$$

بما أن: $\frac{E_l}{A}({}_{94}^{239}Pu) < \frac{E_l}{A}({}_{92}^{102}Mo)$ فإن النواة: ${}_{92}^{102}Mo$ هي الأكثر استقرارا.

-نعم هذه النتيجة متوافقة مع التعريف حيث تنتج نواة أكثر استقرارا.

Scanned by CamScanner

ج/ الطاقة المحررة من انشطار $1g$ من البلوتونيوم: $E_T = N.E_{lib}$

N هو عدد الأنوية في العينة.

$$N = \frac{m}{A}.N_A = \frac{1}{239} \times 6,02 \times 10^{23} = 2,518 \times 10^{21}\, noyaux$$
$$E_{lib} = |E_3 - E_1| = |22,321 - 22,362 \times 10^4| = 410\ MeV$$
$$E_T = N.E_{lib} = 2,518 \times 10^{21} \times 410 = 1,02338 \times 10^{24}\ MeV$$

التحويل إلى وحدة الجول (J).

$$1\ MeV = 1,6 \times 10^{-13} J$$
$$E_T = 1,02338 \times 10^{24} \times 1,6 \times 10^{-13} = 1,65 \times 10^{11}\ J$$

التمرين 50:

يستعمل البلوتونيوم 239 كوقود في المحطات النووية، عندما نقذف نواته بنترونات تنشطر إلى نواتين ونترونات.

ينمذج أحد التفاعلات الممكنة لانشطار $^{239}_{94}Pu$ بالمعادلة:

$$^{239}_{94}Pu + {}^{1}_{0}n \rightarrow {}^{102}_{42}Mo + {}^{135}_{Z}Te + x\,{}^{1}_{0}n$$

1) اكتب قانوني الانحفاظ في التفاعلات النووية ثمّ عين قيمة Z و X.

2) أ/ احسب الطاقة المحررة عن انشطار نواة واحدة البلوتونيوم 239 واستنتج النقص في الكتلة Δm المكافئ.

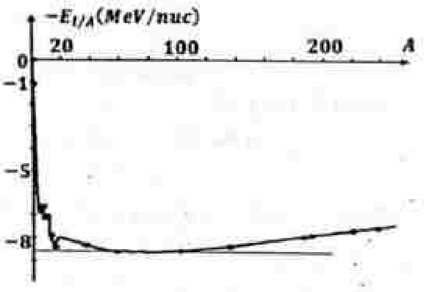
ب/ ضع مخططا طاقويا يمثل الحصيلة الطاقوية لتفاعل انشطار نواة البلوتونيوم 239.

3) يستهلك مفاعل نووي كل يوم ($24h$) كتلة من البلوتونيوم 239 قدرها $35g$.

احسب الاستطاعة المتوسطة للمفاعل.

4) أ/ ماذا يمثل المنحنى المقابل؟ (الشكل) وما الفائدة منه؟

ب/ أعد رسم المنحنى بشكل كيفي وحدد عليه مواضع الأنوية التالية: $^{239}_{94}Pu$، $^{102}_{42}Mo$ و $^{135}_{Z}Te$.



$$E_{l/A}(^{102}_{42}Mo) = 8,6\ MeV/nuc$$
$$E_{l/A}(^{239}_{94}Pu) = 7,5\ MeV/nuc$$
$$E_{l/A}(^{135}_{Z}Te) = 8,3\ MeV/nuc$$
$$1u = 931.5\ MeV/C^2$$
$$N_A = 6.02 \times 10^{23} mol^{-1}$$
$$1MeV = 1.6 \times 10^{-13} J$$

تصحيح التمرين 50:

1) قانونا الانحفاظ:

إنحفاظ النكليونات A: $239 + 1 = 102 + 135 + x$ ومنه: $x = 3$

إنحفاظ الشحنة Z: $94 + 0 = 42 + Z + 0$ ومنه: $Z = 52$

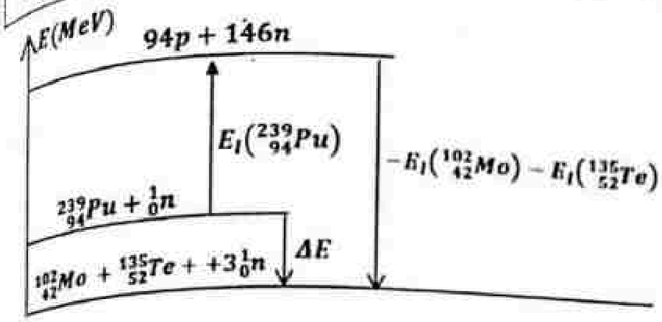
2) أ/

$$\Delta E = E_l(^{239}_{94}Pu) - E_l(^{102}_{42}Mo) - E_l(^{135}_{Z}Te)$$
$$\Delta E = 239 \times E_{l/A}(^{239}_{94}Pu) - 102 \times E_{l/A}(^{102}_{42}Mo) - 135 \times E_{l/A}(^{135}_{52}Te)$$
$$\Delta E = -205\ MeV$$
$$\Delta E = \Delta m.C^2 \Rightarrow \Delta m = \frac{\Delta E}{C^2} = -0,22008u$$

ملاحظة : يمكن عدم مراعاة الإشارة (−).

Scanned by CamScanner

ب/ مخطط الحصيلة الطاقوية:

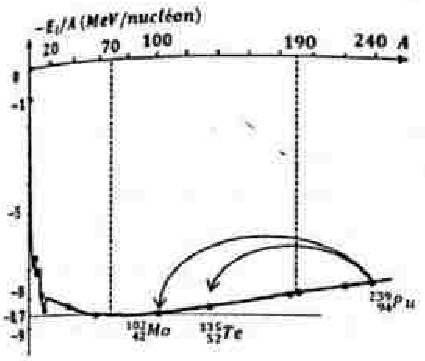


سأل أحدهم الآخر: أتذهب الى أمريكا أم تبقى؟ فأجابه: سأذهب الى تبقى يظن أنها دولة

3) حساب الاستطاعة المتوسطة للمفاعل:

$$E_{Tot} = N(Pu).|\Delta E| = \frac{m}{M}.N_A.|\Delta E|$$

$$P = \frac{E_{Tot}}{\Delta t} = \frac{m.N_A.|\Delta E|}{M.\Delta t} \quad \Rightarrow \quad P_{moy} = 33{,}5\ MW$$



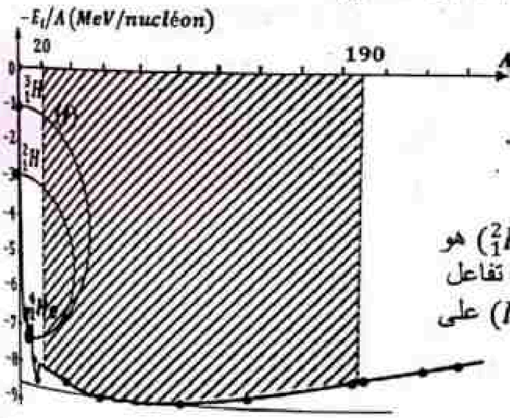
أ/ منحنى أستون ويمثل تغيرات معاكس طاقات الربط لكل نوية بدلالة عدد نوياتها: $-E_{l/A} = f(A)$.

- الفائدة منه:
مقارنة استقرارا الأنوية.
- تحديد آلية استقرار الأنوية (الانشطار أو الاندماج) .

ب/لا حظ الشكل:

التمرين 51:

من نظائر الهيدروجين: الدوتريوم D (نواته: $^{2}_{1}H$) والتريتيوم T (نواته: $^{3}_{1}H$).



1) أعط تركيب نواة كل نظير.
2) عرف نظائر العنصر.
3) ماذا يمثل منحنى أستون الموضح بالشكل؟
- ماذا تمثل المنطقة المظللة من البيان؟
- اذكر آلية استقرار باقي الأنوية.
4) عرف طاقة الربط E_l للنواة.
5) يتطلع علماء الذرة حاليا إلى أن يكون المزيج $(^{2}_{1}H + ^{3}_{1}H)$ هو الوقود المستقبلي للمفاعلات النووية. يحدث لهذا المزيج، تفاعل اندماج يؤدي إلى تشكل النواة $^{4}_{2}He$ ومنمذج بالتحول (I) على المخطط.
أ/ اكتب المعادلة المنمذجة لتفاعل الاندماج الحادث.
ب/ أعط عبارة الطاقة المحررة عن هذا التفاعل بطريقتين مختلفتين ثم احسب قيمتها العددية بالـ MeV.

المعطيات:

$\frac{E_l}{A}(^{2}_{1}H) = 1{,}1\ MeV/nucléon$ ، $m(^{2}_{1}H) = 2.01355u$

$1u = 931.5\ MeV/C^2$ ، $\frac{E_l}{A}(^{3}_{1}H) = 2{,}8\ MeV/nucléon$ ، $m(^{3}_{1}H) = 3.01550u$

$m(^{1}_{0}n) = 1.00866u$ ، $\frac{E_l}{A}(^{4}_{2}He) = 7{,}1\ MeV/nucléon$ ، $m(^{4}_{2}He) = 4.00150u$

Scanned by CamScanner

تصحيح التمرين 51:

1) التركيب:

النواة	$^{2}_{1}H$	$^{3}_{1}H$
عدد البروتونات: Z	1	1
عدد النيترونات: $N = A - Z$	1	2

2) نظائر العنصر لها العدد Z نفسه و A مختلف.

3) يمثل منحنى أستون تغيرات عكس طاقة الربط لكل نوية في نواة ذرية $^{A}_{Z}X$ بدلالة عدد نوياتها A أي:

$$-\left(\frac{E_l}{A}\right) = f(A)$$

تمثل المنطقة من البيان "غالبية الأنوية المستقرة" والتي تتميز بـ: $20 < A < 190$.

- الأنوية الخفيفة $A \leq 20$: تستقر بآلية "الاندماج النووي".
- الأنوية الثقيلة $A \geq 190$: تستقر بآلية "الانشطار النووي".

4) طاقة الربط للنواة E_l هي : الطاقة الواجب توفيرها لنواة ساكنة لفصلها إلى نكليوناتها المنعزلة والساكنة .

5) أ/ معادلة التفكك: $^{3}_{1}H + ^{2}_{1}H \rightarrow ^{4}_{2}He + ^{1}_{0}n$

ب/

$$|\Delta E| = \left|2\frac{E_l}{A}(^{2}_{1}H) + 3\frac{E_l}{A}(^{3}_{1}H) - 4\frac{E_l}{A}(^{4}_{2}He)\right|$$
$$= |(2 \times 1{,}1) + (3 \times 2{,}8) - (4 \times 7{,}1)| = 17{,}8\ MeV$$

أو:

$$|\Delta E| = |m(^{4}_{2}He) + m(^{1}_{0}n) - m(^{3}_{1}H) - m(^{2}_{1}H) \times c^2|$$
$$= |(4{,}00150 + 1{,}00866 - 3{,}01550 - 2{,}01355) \times 931{,}5| = 17{,}6\ MeV$$

التمرين 52:

المعطيات

$m(^{235}U) = 234.99332\ u$ $m_n = 1.00866\ u$ $m_p = 1.00728\ u$

$1u = 931.5\ MeV/c^2$ $m(^{95}Zr) = 94{,}9009\ u$ $m(^{138}Te) = 137.8861\ u$

$1MeV = 1.6 \times 10^{-13} J$ $N_A = 6.02 \times 10^{23} mol^{-1}$

$_{53}I$	$_{54}Xe$	$_{55}Cs$	$_{56}Ba$

المردود الطاقوي: $\rho = E_{elec}/E$ (E_{elec} الطاقة الكهربائية، E الطاقة المتحررة)

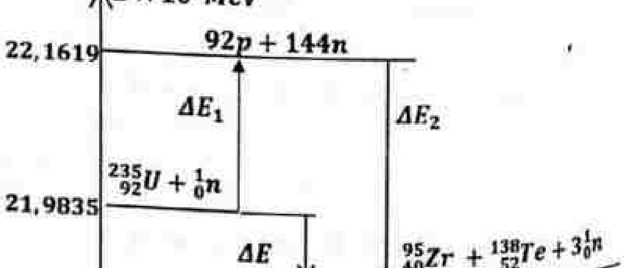
تحرر مختلف الانشطارات الممكنة لليورانيوم 235، نيوترونات ويرافق ذلك تحرير طاقة حرارية معتبرة توظف لتوليد الطاقة الكهربائية، غير أن ذلك يتبع بإنتاج نفايات إشعاعية مضرة للإنسان والبيئة.

يمثل أحد تفاعلات الانشطار لليورانيوم ^{235}U بالمعادلة التالية:

$$^{235}_{92}U + ^{1}_{0}n \rightarrow ^{95}_{40}Zr + ^{138}_{52}Te + 3^{1}_{0}n$$

1) احسب الطاقة المتحررة عن تفاعل انشطار نواة اليورانيوم ^{235}U .

2) يمثل الشكل المخطط الطاقوي لانشطار نواة اليورانيوم 235. ماذا يمثل فيزيائيا ΔE_1 و ΔE_2؟ احسب قيمتيهما.



ما ندمت على سكوتي مرة،
لكنني ندمت على الكلام مرارا
عمر بن الخطاب رضي الله عنه

Scanned by CamScanner

3) ينتج مفاعل نووي يعمل باليورانيوم 235 استطاعة كهربائية $P = 30\ MW$ بمردود طاقوي $\rho = 30\%$.
ما هي كتلة اليورانيوم المستهلكة خلال المدة $\Delta t = 30\ jours$.

4) تتميز النواة الناتجة $^{138}_{52}Te$ بنشاط إشعاعي β^-.
أ/ ما المقصود بالنشاط الإشعاعي β^-؟
ب/ اكتب معادلة تفكك النواة $^{138}_{52}Te$.

5) اذكر على الأقل خطرين من مخاطر هذه الظاهرة على الإنسان والبيئة.

تصحيح التمرين 52:

1) الطاقة المتحررة عن تفاعل انشطار نواة اليورانيوم:

$$E_{lib} = (m_i - m_f)C^2 = 176{,}50\ MeV$$

2) ΔE_1: تمثل طاقة الربط لنواة اليورانيوم (الطاقة الواجب تقديمها لتفكيك نواة الأورانيوم إلى مختلف نوياتها).

$$\Delta E_1 = E_2 - E_1 = 1784\ MeV$$

ΔE_2 : تمثل مجموع طاقتي الربط للنواتين الناتجتين بالإشارة السالبة (تمثل الطاقة المحررة من جراء تشكيل النواتين انطلاقا من مكوناتها الأساسية).

$$\Delta E_2 = -E_l(Zr) - E_l(Te) \Rightarrow \Delta E = \Delta E_2 + \Delta E_1 \Rightarrow \Delta E_2 = -1960{,}5\ MeV$$

3) أ/ كتلة اليورانيوم المستهلكة بعد مرور زمن $\Delta t = 30\ jours$:

حساب الطاقة الكلية المستهلكة E:

$$E_{elec} = P.\Delta t = 7{,}76 \times 10^{13} j$$

$$\rho = \frac{E_{elec}}{E} \quad \Rightarrow \quad E = \frac{E_{elec}}{\rho} = 25{,}92 \times 10^{13} J$$

حساب كتلة اليورانيوم المستهلكة m:

$$E = N.E_{lib} = \frac{m}{M}.N_A.E_{lib}$$

$$m = \frac{E.M}{N_A.E_{lib}} = \frac{25{,}92 \times 10^{13} \times 235}{6{,}02 \times 10^{23} \times 176{,}5 \times 1{,}6 \times 10^{-13}} = 3{,}6\ Kg$$

4) أ/ المقصود بالنشاط β^-: هو إصدار إلكترون من نواة مشعة.
ب/ معادلة تفكك النواة $^{138}_{52}Te$: $\quad ^{138}_{52}Te \rightarrow {}^{138}_{53}I + {}^{0}_{-1}e$

5) ذكر خطرين من أخطار الانشطار النووي: مختلف الأمراض والتشوهات التي تصيب الكائنات الحية وكل الأضرار الناجمة عن التلوث الاشعاعي للبيئة.

التمرين 53:

بطاقة تعريف الفوسفور 32	
رمز النواة	$^{32}_{15}P$
نوع النشاط الاشعاعي	β^-
طاقة الربط لكل نوية	$8.46\ MeV$
نصف العمر $t_{1/2}$	$14\ Jours$

مقتطف من المخطط $(N-Z)$		
$^{32}_{15}P$	$^{33}_{16}S$	$^{34}_{17}Cl$
$^{31}_{15}P$	$^{32}_{16}S$	$^{33}_{17}Cl$
$^{30}_{15}P$	$^{31}_{16}S$	$^{32}_{17}Cl$

$m(^{32}_{15}P) = 31.9657u$
$m(^{32}_{16}S) = 31.9633u$
$m(^{1}_{1}p) = 1.00728u$
$m(^{1}_{0}n) = 1.00866u$
$1u = 931.5\ MeV/c^2$

يستخدم الفوسفور 32 في الطب النووي معالجة ظاهرة الإفراط في إنتاج كريات الدم الحمراء في نخاع العظام، وذلك بحقن عينة من محلوله في جسم الإنسان.

1) بالاستعانة بالمقتطف المعطى وبطاقة تعريف الفوسفور:
أ/ اكتب معادلة تفكك نواة الفوسفور 32.
ب/ اكتب قانون التناقص الإشعاعي $N(t)$ ثم عبر عن هذا التناقص بكتلة العينة المتبقية مع العنصر المشع.
ج/ تحقق من قيمة طاقة الربط لكل نوية المعطاة في البطاقة.

Scanned by CamScanner

2) النواة الناتجة عن تفكك الفوسفور 32 هي نواة مستقرة، إذا كانت الكتلة $m'(t)$ هي كتلة العينة المشكلة من هذه الأنوية المستقرة في اللحظة t و m_0 هي الكتلة الابتدائية للفوسفور 32.
بين أن: $m'(t) = m_0(1 - e^{-\lambda t})$ و λ هو ثابت النشاط الإشعاعي.
3) يمكن الحصول على النواة الناتجة السابقة من نواة أخرى موجودة على المقتطف $(N - Z)$، ما هي هذه النواة؟ اكتب معادلة هذا التحول النووي.
4) بفرض أن عينة من أنوية $^{32}_{15}P$ تصبح غير صالحة لما تصبح نسبة النشاط الابتدائي هي $\frac{A(t)}{A_0} = \frac{1}{4}$، بين أن المدة الزمنية لانتهاء صلاحية العينة ابتداءً من تحضيرها هو $t = 2t_{1/2}$.

تصحيح التمرين 53:

1) أ/ معادلة التحول النووي الحادث:

$$^{32}_{15}P \rightarrow \ ^{32}_{16}S + \ ^{0}_{-1}e$$

ب/ قانون التناقص الاشعاعي: $m = m_0.e^{-\lambda t}$; $N = \frac{m}{M}.N_A$; $N = N_0.e^{-\lambda t}$

ج/ $\frac{E_l}{A} = \frac{1}{A}\left(15m_p + 17m_n - m(P)\right) \times 931{,}5$; $\frac{E_l}{A} = 8{,}46\ MeV/nucléon$

2) إثبات العبارة المعطاة: $m' = m_0 - m = m_0 - m_0.e^{-\lambda t} = m_0(1 - e^{-\lambda t})$.

3) النواة هي الكلور 32. $^{32}_{17}Cl \rightarrow \ ^{32}_{16}S + \ ^{0}_{+1}e$.

4) $\frac{A(t)}{A_0} = \frac{1}{4} \Leftrightarrow e^{-\lambda t} = \frac{1}{4} \Rightarrow \lambda t = 2.\ln 2 \Rightarrow t = 2.\frac{\ln 2}{\lambda} = 2t_{1/2}$

التمرين 54:

المعطيات:

$N_A = 6.023 \times 10^{23} mol^{-1}$ $M(C) = 12g.mol^{-1}$ $M(H) = 1g.mol^{-1}$

النواة	^{94}Sr	^{140}Xe	^{235}U
طاقة الربط $E_l(MeV)$	807,46	1160	1745,6

تسببت حادثة تشرنوبيل سنة 1986 في تلويث الأرض والغلاف الجوي بسبب زيادة أنوية العناصر المشعة مثل السيزيوم $^{134}_{55}Cs$ و $^{137}_{55}Cs$. نصف عمر $^{134}_{55}Cs$ هو $2\ ans$ و نصف عمر $^{137}_{55}Cs$ هو $30\ ans$.

1) حدد النظير المشع للسيزيوم الناجم عن هذه الحادثة الذي يمكن أن يتواجد إلى يومنا هذا؟ علّل.
2) يعطي تفكك السيزيوم $^{137}_{55}Cs$ الإشعاع β^-.
أ/ اكتب معادلة التحول النووي الحادث مبينا النواة الناتجة من بين الأنوية التالية: $^{137}_{56}Ba$ ، $^{131}_{53}I$ ، $^{134}_{55}Cs$
ب/ هل تتعلق قيمة نصف العمر للنظير المشع $^{137}_{55}Cs$ بالمتغيرات الآتية:
- الكمية الابتدائية للنظير المشع.
- درجة الحرارة والضغط.
3) ينشطر اليورانيوم ^{235}U وفق المعادلة النووية التالية:

$$^{235}_{92}U + \ ^{1}_{0}n \rightarrow \ ^{94}_{Z}Sr + \ ^{140}_{54}Xe + x^{1}_{0}n$$

أ/ حدد قيمة كل من العددين x و Z.
ب/ ما هي النواة الأكثر استقرارا من بين النواتين الناتجين عن هذا الانشطار النووي؟ علّل
ج/ احسب الطاقة المحررة من انشطار الكتلة $m = 1mg$ من اليورانيوم ^{235}U
د/ أوجد كتلة غاز البوتان C_4H_{10} الواجب حرقها لإنتاج نفس الطاقة المحررة من انشطار الكتلة $m = 1mg$ من اليورانيوم ^{235}U. علما أن $1\ mol$ من غاز البوتان يحرر طاقة قدرها $1126\ KJ$. ماذا تستنتج؟

Scanned by CamScanner

تصحيح التمرين 54:

1) Δt_1 مدة اختفاء ^{137}Cs :

$$\Delta t_1 = 5.\tau_1 = 5 \times \frac{t_{1/2}}{\ln 2} \simeq 217\ ans$$

Δt_2 مدة اختفاء ^{134}Cs:

$$\Delta t_2 = 5.\tau_2 = 5 \times \frac{2}{\ln 2} = 14,5\ ans$$

نحسب المدة الزمنية من حادثة تشرنوبيل إلى غاية يومنا هذا : $\Delta t_3 = 2018 - 1986 = 32\ ans$

و منه النظير المشع الذي يمكن أن يتواجد إلى يومنا هذا هو ^{137}Cs

2) أ/ $^{137}_{55}Cs \rightarrow {}^{A}_{Z}X + {}^{0}_{-1}e$

حسب قانوني صودي للإنحفاظ: $A = 137 \quad ; \quad Z = 56$

ب/ $t_{1/2}$ يتعلق بطبيعة النوكليد $^{A}_{Z}X$ ، لا يتعلق بـ N_0 ، لا يتعلق بدرجة الحرارة والضغط

3) أ/ $^{235}_{92}U + {}^{1}_{0}n \rightarrow {}^{94}_{Z}Sr + {}^{140}_{54}Xe + x{}^{1}_{0}n$

$$Z = 38 \quad ; \quad x = 2$$

ب/ $\frac{E_l}{A}(Sr) = \frac{807,46}{94} = 8,59\ MeV/nuc$

$$\frac{E_l}{A}(Xe) = \frac{1160}{140} = 8,28\ MeV/nuc$$

^{94}Sr أكثر استقرارا من ^{140}Xe.

ج/ $E_{lib} = E_{lf} - E_{li} = (1160 + 807,46) - 1745,6$

$$E_{lib} = 221,86\ MeV$$

$$N = \frac{1 \times 10^{-3}}{235} \times 6,02 \times 10^{23} = 2,56 \times 10^{18}$$

$$E_{lib(T)} = 2,56 \times 10^{18} \times 221,86 = 5,68 \times 10^{20} MeV$$

$$E_{lib(T)} = 5,68 \times 10^{20} \times 1,6 \times 10^{-13} = 9,1 \times 10^{7}\ J$$

"الشخص الذي لا يرتكب أي أخطاء لم يجرب أي شيء جديد"

البرت اينشتاين

د/ $1\ mol \rightarrow 1126 \times 10^{3}\ J$

$n \rightarrow 9,1 \times 10^{7}$

$$n = 80,8\ mol$$

$$m(C_4H_{10}) = 80,8 \times 58 = 4686,4\ g \simeq 4,7\ Kg$$

التمرين 55:

لدينا التفاعل:

$$^{1}_{0}n + {}^{235}_{92}U \rightarrow {}^{91}_{36}Kr + {}^{A}_{Z}Ba + 3{}^{1}_{0}n$$

1) حدد قيم A , Z.
2) هل يمكن اختزال $^{1}_{0}n$ من طرفي المعادلة؟ علّل.
3) هل هذا التفاعل مفتعل أو تلقائي؟ ما هو نوعه؟ وضح على منحنى أستون
4) أين يتم هذا التفاعل؟ في مفاعل نووي أو في الشمس؟
5) احسب التغير في الكتلة Δm لهذا التفاعل بـ u و(وحدة الكتلة الذرية). استنتج عبارة الطاقة المحررة E_{lib} بـ MeV.
6) أعط المخطط الطاقوي للتفاعل مظهرا فيه طاقات الربط (E_l). استنتج عبارة الطاقة المحررة E_{lib} بدلالة (E_l) لكل عنصر. وحدد لماذا $E_l({}^{1}_{0}n) = 0\ MeV$.
7) احسب E_{lib} حتى نجد النتيجة السؤال 5.

Scanned by CamScanner

8) احسب الطاقة بالجول التي يحررها $m = 1,00\ g$ من اليورانيوم الذي يحتوي $3,00\%$ من ^{235}U (نعتبر أن الأنوية الأخرى الموجودة لا تتفاعل).

المعطيات:

$m(^1_0n) = 1,009\ u$ ، $E_l(^A_ZBa) = 1180 MeV$

$m(^A_ZBa) = 141,916\ u$ ، $m(^{235}U) = 234,993u$ ، $E_l(^{91}_{36}Kr) = 778MeV$

$m(^{91}_{36}Kr) = 90,881\ u$ ، $1u = 931,5\ MeV/C^2$ ، $E_l(^{235}_{92}U) = 1784MeV$

تصحيح التمرين 55:

1) تحديد A و Z :

$$1 + 235 = 91 + A + 3 \quad \Rightarrow \quad A = 142$$
$$92 = 36 + Z \quad \Rightarrow \quad Z = 56$$

2) لا يمكن اختزال ^1_0n: لأنها ليست معادلة كيميائية، ولأن النترون في المتفاعلات يدخل في تركيب النواة $^{235}_{92}U$ فتصبح نواة وسيطة $^{236}_{92}U$ ثم تنشطر.

3) هذا التفاعل مفتعل وهو انشطار نووي.

4) يتم هذا التفاعل في المفاعلات النووية أو القنابل النووية.

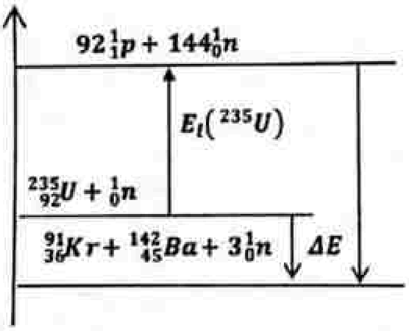
5) حساب Δm :

$$\Delta m = m_i - m_f = m(^{235}_{92}U) + m(^1_0n) - [m(^{91}_{36}Kr) + m(^{142}Ba) + 3m(^1_0n)]$$
$$\Delta m = 0,178\ (u)$$

استنتاج E_{lib}:

$$E_{lib} = \Delta m . C^2 = 0,178 \times 931,5\left(\frac{MeV}{C^2}.C^2\right) \Rightarrow \ E_{lib} = 171\ (MeV)$$

6) المخطط الطاقوي:



$$E_{lib} = |\Delta m|$$
$$E_{lib} = \left|E_l(^{235}_{92}U) - [E_l(Kr) + E_l(Ba)]\right|$$
$$E_{lib} = 174\ (MeV)$$

تساوي بالتقريب القيمة المحسوبة سابقا.

$E_{lib}(^1_0n) = 0\ MeV$ لأنه نكليون حر غير مرتبط بأي نكليون آخر.

7) حساب E_{lib} لـ $m = 1g$ من اليورانيوم المخصب بـ 3%:

$$N = \left(\frac{m}{M}.N_A\right) \times \frac{3}{100} = \left(\frac{1}{235} \times 6,02 \times 10^{23}\right) \times \frac{3}{100} \Rightarrow N = 7,68 \times 10^{19} (noyaux)$$

8) حساب E'_{lib}:

$$1\ noyau \rightarrow E_{lib}(1\ noyau)$$
$$N\ noyaux \rightarrow E'_{lib}$$
$$E'_{lib} = E_{lib} \times N = 1,33 \times 10^{22}\ MeV \quad \Rightarrow \quad E'_{lib} = 2,12 \times 10^9\ J$$

أيا قالك وحدة جازت على راعي ،
قالتو _ عمو Bonjour بونجور _
قالها : يينجرك بالخير بنتي

Scanned by CamScanner

التمرين 56:

يوجد نظيرين للكلور (^{37}Cl , ^{35}Cl) موجودة بالنسب على التتالي:
الكلور في المياه الجوفية.

- 3 لـ 1 التي تعطي الكتلة المتوسطة المولية بـ $35,5\ g/mol$ للكلور
- 9 نظائر تتراوح أعدادها الكتلية من 32 إلى 40.
- 3 نظائر منها توجد في الطبيعة: الكلور 35 مستقر $(75,77\%)$ والكلور 36 (مشع). نسبة عدد أنوية الكلور 36 إلى عدد أنوية الكلور
- الكلور 37 مستقر $(24,23\%)$ و $7,0 \times 10^{-13}$.
- الموجودة في الطبيعة هي حاليا ^{36}Cl هو $301 \times 10^{3}ans$، لهذا يستعمل في تاريخ الكلور 36 يتفكك إلى الأرجون 36. زمن نصف عمر
- الجيولوجي للمياه الجوفية في مدة من ستين ألف إلى مليون سنة.

يعطى: $C = 2,998 \times 10^{8} m/s$ ؛ $N_A = 6,02 \times 10^{23} mol^{-1}$

$1eV = 1,602 \times 10^{-19} J$ ؛ $M(Cl) = 35,5\ g/mol$

الكتلة والعدد لبعض الجسيمات والأنوية:

الجسم أو النواة	البروتون	النيترون	^{36}Cl	^{36}Ar
الكتلة $(10^{-27}Kg)$	1,67262	1,67492	59,71128	-
Z	1	0	17	18

1) ما مدلول القيمتين 35 و37 للنظائر المستقرة للكلور، ماذا تمثل هاتين القيمتين بالنسبة لكل نظير؟
2) عرف النظائر.
3) أعط رمز نواة الكلور 36 مع ذكر مكوناته.
4) احسب بالـ MeV طاقة الربط E_{l1} في نواة الكلور 36.
5) اكتب معادلة تفكك نواة الكلور 36 وأعط القوانين المحققة خلال التحول ونمط التفكك.
6) احسب ثابت التفكك الإشعاعي λ للنواة بوحدة s^{-1}.
7) تحتوي قارورة على حجم $V = 1,5\ L$ من ماء معدني طبيعي على كتلة مقدارها $20,25\ mg$ من أنوية الكلور.

أ/ احسب كمية الشوارد (Cl^{-}) في الماء المعدني.

ب/ نفرض أن نسبة عدد أنوية الكلور 36 إلى أنوية كل النظائر هو المعطى في النص. احسب عدد أنوية الكلور 36 الموجودة في ماء القارورة.

ج/ احسب النشاط الإشعاعي للكلور 36 الموجود في الماء بوحدة البيكرال.

تصحيح التمرين 56:

1) تمثل هاتين القيمتين العدد الكتلي A (عدد البروتونات والنترونات).
2) النظائر: هي أنوية عنصر لها نفس العدد الشحني Z وتختلف في العدد الكتلي A (أي في عدد النترونات).
3) الكلور 36: عدد البروتونات $P = Z = 17$.

- عدد النترونات: $N = A - Z = 36 - 17 = 19$

4) حساب E_l لنواة الكلور 36 بالـ (MeV):

$$E_l = [Z.m_p + (A-Z)m_n - m(^{36}_{17}Cl)].C^2$$

$$E_l = (17 \times 1,67262 \times 10^{27} + 19 \times 1,67492 \times 10^{-27} - 59,71128 \times 10^{-27}) \times (2,998 \times 10^{8})^2$$

ومنه: $E_l = 4,9141 \times 10^{-11} J$ ونعلم أن: $1\ ev \rightarrow 1,602 \times 10^{-19} J$

$E_l(ev) \rightarrow 4,9141 \times 10^{-11} J$

معناه: $E_l = 3,067 \times 10^{8}\ (ev)$ ونعلم أن: $1\ MeV \rightarrow 1 \times 10^{6}(ev)$

$E_l(MeV) \rightarrow 3,067 \times 10^{8}(ev)$

إذن: $E_l = 3,067 \times 10^{8}(ev) \Leftarrow E_l = 306,7\ Mev$.

Scanned by CamScanner

5) معادلة تفكك ^{36}Cl: $^{36}_{17}Cl \rightarrow ^{36}_{18}Ar + ^{A}_{Z}X$

قوانين صودي: $36 = 36 + A \Rightarrow A = 0$ و $17 = 18 + Z \Rightarrow Z = 0$

معناه: $^{A}_{Z}X = ^{0}_{-1}e$ تصبح المعادلة كالتالي: $^{36}_{17}Cl \rightarrow ^{36}_{18}Ar + ^{0}_{-1}e$

نمط التفكك هو: β^-.

6) حساب λ:

$$\lambda = \frac{\ln 2}{t_{1/2}} = \frac{\ln 2}{301 \times 10^3 \times 365 \times 24 \times 3600} = 7{,}09 \times 10^{-14}\ s^{-1}$$

7) أ/ حساب $n(Cl)$:

$$n(Cl) = \frac{m}{M} = \frac{20{,}25 \times 10^{-3}}{35{,}5} = 0{,}57 \times 10^{-3}\ mol$$

ب/ حساب عدد أنوية الكلور 36:

$$\frac{N(^{36}Cl)}{N(Cl)} = 7 \times 10^{-13} \quad \Rightarrow \quad N(^{36}Cl) = 7 \times 10^{-13}.N_0(Cl)$$

$$N(^{36}Cl) = 7 \times 10^{-13} \times n(Cl) \times N_A$$

$$N(^{36}Cl) = 7 \times 10^{-13} \times 0{,}57 \times 10^{-3} \times 6{,}02 \times 10^{23} \simeq 24{,}02 \times 10^{7}\ noyaux$$

ج/ حساب النشاط الإشعاعي للكلور 36:

$$A(^{36}Cl) = \lambda.N = 7{,}09 \times 10^{-14} \times 24{,}02 \times 10^{7} \Rightarrow A(^{36}Cl) = 1{,}7 \times 10^{-5}\ Bq$$

التمرين 57:

أرادت مجموعتان من التلاميذ دراسة مدة اشتغال غواصة نووية يستهلك مفاعلها استطاعة قيمتها $25MW$ وذلك بفضل تحويله لكتلة $m = 897\ g$ من اليورانيوم 235 حيث يحدث فيه التفاعل النووي المنمذج بالمعادلة التالية:

$$^{235}_{92}U + ^{1}_{0}n \rightarrow ^{95}_{40}Zr + ^{138}_{52}Te + 3^{1}_{0}n + \gamma \ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

حيث: $t(jours)$ هي مدة اشتغال هذه الغواصة، نلخص نتائج كل مجموعة في الجدول التالي:

	المجموعة الأولى	المجموعة الثانية
الطاقة المحررة $\Delta E_T(MeV)$	$0{,}6150 \times 10^{25}$	$40{,}5171 \times 10^{25}$
مدة التشغيل $t(jours)$	2	30

1) الزركونيوم $^{95}_{40}Zr$ مشع بالإشعاع β^-.

أ/ ماذا يمثل العددان 95 و40؟

ب/ ما معنى كلمة مشع؟

ج/ اكتب معادلة تفكك هذه النواة.

2) احدى المجموعتين وصلت إلى نتائج صحيحة، لمعرفة من هي هذه المجموعة عليك الإجابة على الأسئلة التالية:

أ/ ما نوع التفاعل (1).

ب/ احسب الطاقة المحررة بـ MeV إثر تحول نواة من اليورانيوم.

ج/ احسب الطاقة المحررة الكلية $\Delta E_T(MeV)$.

د/ على أي شكل تظهر هذه الطاقة؟

ه/ احسب المدة الزمنية لاشتغال الغواصة.

و/ استنتج من المجموعة التي وصلت إلى النتائج الصحيحة؟

القرآن : هو جنّة ،
هو رفعة ، هو هداية ،
هو سبيل إسعاد و دربُ أمان
احمد الشقيري

المعطيات:

$m(^{138}_{52}Te) = 137{,}90067\ u$ ، $m(^{95}_{41}Nd) = 94{,}88429\ u$

$N_A = 6{,}02 \times 10^{23}$ ، $m(^{95}_{40}Zr) = 94{,}88604\ u$ ، $1MeV = 1{,}6 \times 10^{-13} J$

$1u = 931{,}5\ MeV/c^2$ ، $m(^{235}_{92}U) = 234{,}99333\ u$ ، $m(^{1}_{0}n) = 1{,}00866\ u$

Scanned by CamScanner

تصحيح التمرين 57:

$${}^{235}_{92}U + {}^{1}_{0}n \rightarrow {}^{95}_{40}Zr + {}^{138}_{52}Te + 3{}^{1}_{0}n + \gamma$$

1) أ/يمثل 95 العدد الكتلي A.
يمثل 40 العدد الشحني Z.
ب/مشع: هي نواة غير مستقرة تتفكك تلقائيا لتصبح أكثر استقرارا مصدرة إشعاعات.
ج/ معادلة التفكك: ${}^{95}_{40}Zr \rightarrow {}^{A}_{Z}X + {}_{-1}^{0}e$
حسب قانون حفظ الأعداد الكتلية $A = 95$ و حسب قانون حفظ الأعداد الشحنية $40 = Z - 1 \Rightarrow Z = 41$

$${}^{A}_{Z}X = {}^{95}_{41}Nd$$

2) أ/ نوع التفاعل (1): انشطار نووي.
ب/ حساب E_{lib} عند تحول نواة من اليورانيوم: $E_{lib} = \Delta m_{(U)} \times 931,5$
لكن: $\Delta m_{(u)} = [m(u) + m_n - (m(Zr) + m(Te) + 3m_n)] \Rightarrow \Delta m = 0,1893\ (u)$
ومنه: $E_{lib} = 0,1893 \times 931,5 \simeq 176,33\ (MeV)$

ج/ الطاقة المحررة الكلية ΔE_T بالـ (MeV):

$$E_T = N.E_{lib} \Rightarrow E_T = \frac{m}{M}.N_A.E_{lib} = \frac{897 \times 6,02 \times 10^{23}}{235} \times 176$$

إذن: $E_T = 4,05 \times 10^{26}\ (MeV) = 6,48 \times 10^{13} Joul$
د/ تظهر هذه الطاقة على شكل:
- طاقة إشعاعية (حرارية). -طاقة حركية (للجسيمات الناتجة).
المدة الزمنية لاشتغال الغواصة:

$$t = \frac{E_T}{P} = \frac{6,48 \times 10^{13}}{25 \times 10^6} = 2592000 \simeq 30\ j$$

التمرين 58:

1) يحتوي عنصر اليورانيوم أساسا على نظيرين هما: ${}^{238}_{92}U$ ، ${}^{235}_{92}U$ ذات نصف العمر $4,5 \times 10^9 ans$ ، $0,73 \times 10^9 ans$ على الترتيب وبوفرة 99% ، 1% على الترتيب.
- ماهي مكونات النواتين: ${}^{238}_{92}U$ ، ${}^{235}_{92}U$؟
2) توجد دراسة تؤكد أن اليورانيوم تكون في نفس الوقت مع نشأة الأرض أي منذ حوالي 4,5 مليار سنة. كيف تفسر تواجد اليورانيوم على قشرة الأرض إلى يومنا هذا.
3) في المفاعلات النووية يستعمل ${}^{235}U$ في تفاعل الانشطار، حيث يقذف بنترون بطيء.
أ/ عرف الانشطار النووي.
- نحصل على النيترون الذي نقذف به ${}^{235}U$ من البريليوم ${}^{9}Be$ يقذف هذا الأخير بجسيمة α لتعطى نواة ${}^{A}_{Z}X$ ونيترون.
- اكتب معادلة التفاعل وعين النواة ${}^{A}_{Z}X$ هل هذا التفاعل اندماج أم انشطار.
- احسب التغير في الطاقة الذي يحدث لهذا التفاعل؟ ماذا تستنتج؟
ب/ احدى تفاعلات الانشطار لليورانيوم ينمذج في المعادلة:

$${}^{235}_{92}U + {}^{1}_{0}n \rightarrow {}^{93}_{z}Rb + {}^{A}_{55}Cs + 3{}^{1}_{0}n$$

ج/ احسب الطاقة المحررة من هذا التفاعل النووي، على أي شكل تظهر هذه الطاقة؟
د/ أوجد الطاقة المحررة من $1\ Kg$ من اليورانيوم 235.
4) للمفاعل النووي استطاعة ثابتة قدرها $100\ MW$، أوجد المدة اللازمة لاستهلاك $1Kg$ من اليورانيوم 235.

يعطى: $m({}^{235}U) = 234,99346\ u$ ، $m({}^{A}Cs) = 139,88711\ u$ ، $m({}^{93}Rb) = 92,90174\ u$
$m({}^{1}_{0}n) = 1,00866\ u$ ، $m({}^{9}_{4}Be) = 9,00998\ u$ ، $m({}^{4}_{2}He) = 4,0015\ u$
$C = 2,998 \times 10^{8} m/s$ ، $1u = 931,5\ MeV/C^2$ ، $m({}^{12}_{6}C) = 11,99671\ u$
$1\ MeV = 1,602 \times 10^{-13} J$

Scanned by CamScanner

تصحيح التمرين 58:

1) مكونات النواتين:

$^{235}U \begin{cases} P = Z = 92 \\ N = 143 \end{cases}$, $^{238}U \begin{cases} P = Z = 92 \\ N = 146 \end{cases}$

2) نفسر وجود اليورانيوم على قشرة الأرض بأن عمر الأرض أصغر من 5τ لـ ^{238}U (له $t_{1/2}$ كبير جدا يقارب عمر الأرض)

3) أ/ الانشطار: هو تفاعل نووي مفتعل يتم فيه قذف نواة ثقيلة بنترون فتنقسم إلى نواتين أكثر استقرارا ونترونات ويحرر طاقة.

• معادلة التفاعل المعطي للنترون المقذوف:

$$^{9}_{4}Be + ^{4}_{2}He \rightarrow ^{A}_{Z}X + ^{1}_{0}n$$

حسب قانون حفظ الأعداد الكتلية: $9 + 4 = A + 1$ بحيث: $\begin{cases} A = 12 \\ Z = 6 \end{cases}$

حسب قانون حفظ الأعداد الشحنية: $Z = 4 + 2 = 6$

منه: $^{A}_{Z}X \rightarrow ^{12}_{6}C$ هذا التفاعل تفاعل اندماج.

حساب ΔE:

$$\Delta E = E_{ap} - E_{av} = [m(^{12}C) + m(^{1}_{0}n) - m(^{9}Be) - m(^{4}He)].C^2$$

$$\Delta E = (11{,}99671 + 1{,}00866 - 9{,}0098 - 4{,}00151) \times 931{,}5 = -5{,}70078\ (MeV)$$

نلاحظ أن: $\Delta E < 0$ أي أن التفاعل حرر طاقة .

ب/ إيجاد A و E:

$$^{235}_{92}U + ^{1}_{0}n \rightarrow ^{92}_{Z}Rb + ^{A}_{55}Cs + 3\ ^{1}_{0}n$$

حسب قانون حفظ الأعداد الكتلية: $235 + 1 = 93 + A + 3 \Rightarrow A = 140$

حسب قانون حفظ الأعداد الشحنية: $92 = Z + 55 \Rightarrow Z = 37$

ج/ حساب E_{lib} :

$$E_{lib} = \Delta m.c^2 = \Delta m \times 931{,}5$$

$$\Delta m = m(^{235}U) + m(^{1}_{0}n) - m(^{93}Rb) - m(^{140}Cs) - 3m(^{1}_{0}n) = 0{,}18729\ (u)$$

$$E_{lib} = 0{,}18729 \times 931{,}5 \Rightarrow E_{lib} = 174{,}46\ MeV$$

تظهر هذه الطاقة على شكل: -طاقة حرارية (إشعاعية).
-طاقة حركية (حركة الجسيمات المنطلقة).

د/ إيجاد الطاقة المحررة من $1Kg$ من (^{235}U):

-لنحسب عدد الأنوية الموجودة في $1\ Kg$ من (^{235}U):

$$N = \frac{m}{M}.N_A = \frac{1 \times 10^3}{235} \times 6{,}02 \times 10^{23} \Rightarrow N = 2{,}56 \times 10^{24}\ noyaux$$

منه: $E_{lib(T)} = N \times E_{lib} = 2{,}56 \times 10^{24} \times 174{,}46 \Rightarrow E_{lib} = 4{,}47 \times 10^{26} MeV$

المدة الزمنية اللازمة لاستهلاك $1\ Kg$ من ^{235}U:

$$P(w) = \frac{E(J)}{\Delta t(s)} \quad \Rightarrow \quad \Delta t = \frac{E}{P} = \frac{4{,}47 \times 10^{26} \times 1{,}602 \times 10^{-13}}{100 \times 10^6}$$

$$\Rightarrow \quad \Delta t = 716094\ (s) \simeq 11935\ min \simeq 199\ h \simeq 8{,}3 jours$$

ما هو الرقم الذي إذا ضرب في الرقم الذي يليه كان حاصل الضرب يساوي ناتج جمعهما + 19

Scanned by CamScanner

التمرين 59:

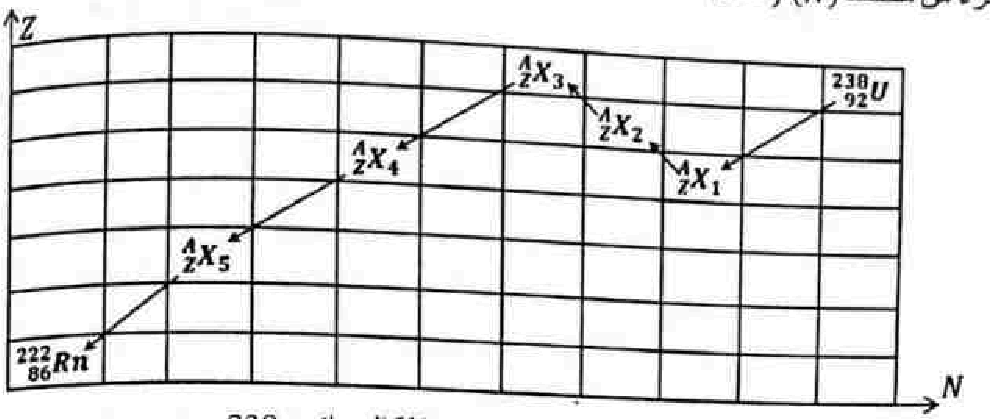
يعطى:

نصف عمر ^{238}U هو : $t_{1/2} = 4,47 \times 10^9\ ans$

$m(^{226}_{88}Ra) = 225,9771\ u$ ، $m(^{222}_{86}Rn) = 221,9704\ u$ ، $m(^{4}_{2}He) = 4,0015\ u$

$1ev = 1,6 \times 10^{-19} J$ ، $N_A = 6,02 \times 10^{23}$ ، $1u = 931,5\ MeV/C^2$

يعطى جزء من مخطط $Z = f(N)$ للعائلة المشعة لليورانيوم 235 .



1) إن الراديوم 226 (^{226}Ra) هو آخر عنصر مشع في عائلة اليورانيوم 238.

أ/ كيف تفسر وجود ^{238}U حتى الآن على الأرض؟

ب/ بالاعتماد على المخطط (N, Z) عين قيمتي A و Z لكل نواة ناتجة عن التفككات المتتالية لليورانيوم 238 إلى غاية $^{222}_{86}Rn$، مع ذكر نوع الإشعاع الذي تصدره نواة الأب في كل حالة.

2) إن نصف عمر الراديوم 226 هو: $t_{1/2} = 1600\ ans$.

أ/ اكتب معادلة تفكك الراديوم 226.

ب/ عرف زمن نصف العمر $t_{1/2}$.

ج/ عرف ثابت التفكك (λ)، ثم احسب قيمته مقدرة بـ ans^{-1} ثم بـ s^{-1}.

3) أ/ أعط تعريف النشاط الإشعاعي (A) لعينة منبع مشع وحدد وحدته في الجملة الدولية.

ب / نعتبر عينة من الراديوم 226 كتلتها (m) ونشاطها (A)، عبر عن (m) بدلالة A, λ, N_A والكتلة المولية M للراديوم.

ج/ احسب قيمة (m) علما أن النشاط هو : $3,7 \times 10^{10} Bq$

4) أ/ احسب النقص الكتلي Δm الموافق لهذا التفاعل.

ب/ احسب بـ MeV الطاقة المحررة خلال التفاعل.

ج/ احسب الطاقة المحررة خلال ساعة من عينة كتلتها $1g$ من الراديوم 226.

تصحيح التمرين 59:

1) أ/ نفسر وجود ^{235}U حتى الآن على الأرض في أن زمن نصف العمر الخاص به كبير للغاية $(4,47 \times 10^9 ans)$ وأكبر من عمر الأرض بكثير.

ب/ $^{238}_{92}U \xrightarrow[^{4}_{2}He]{\alpha} {}^{A}_{Z}X_1$

• حسب قانون حفظ الأعداد الكتلية: $A = 238 - 4$ منه: $A = 234$ و $Z = 90$ وعليه: $^{234}_{90}X_1$

حسب قانون حفظ الأعداد الشحنية: $Z = 92 - 2$

• $^{234}_{90}X_1 \xrightarrow[^{0}_{-1}e]{\beta^-} {}^{A}_{Z}X_2 \begin{cases} A = 234 \\ Z = 91 \end{cases}$ ، $^{234}_{91}X_2$

Scanned by CamScanner

• $^{234}_{92}X_3$ ، $^{234}_{91}X_2 \xrightarrow[{}^{0}_{-1}e]{\beta^-} {}^{A}_{Z}X_3 \begin{cases} A = 234 \\ Z = 92 \end{cases}$

• $^{230}_{90}X_4$ ، $^{234}_{92}X_3 \xrightarrow[{}^{4}_{2}He]{\alpha} {}^{A}_{Z}X_4 \begin{cases} A = 230 \\ Z = 90 \end{cases}$

• $^{226}_{88}X_5$ ، $^{234}_{90}X_4 \xrightarrow[{}^{4}_{2}He]{\alpha} {}^{A}_{Z}X_5 \begin{cases} A = 226 \\ Z = 88 \end{cases}$

• $\begin{cases} 226 - 4 = 222 \\ 88 - 2 = 86 \end{cases}$ $^{222}_{88}Rn$ $\xleftarrow[{}^{4}_{2}He]{\alpha}$ $^{226}_{88}X_5$ منه الأنوية السابقة صحيحة.

2) أ/ معادلة تفكك الراديوم:
(الحالة الأخيرة من السؤال السابق) أي: $^{226}_{88}X_5 = {}^{222}_{88}Rn$ منه: $^{226}_{88}Ra \rightarrow {}^{222}_{88}Rn + {}^{4}_{2}He$

ب/ زمن نصف العمر: هو الزمن اللازم لتفكك نصف عدد الأنوية المشعة الابتدائية الموجودة في العينة (أي لبقاء النصف).

ج/ ثابت التفكك: ثابت مميز للنظير المشع وهو احتمال تفكك النواة في $(1s)$.

$$\lambda = \frac{\ln 2}{t_{1/2}} = \frac{\ln 2}{1600} = 4{,}3 \times 10^{-4} ans^{-1} = 1{,}37 \times 10^{-11}\ (s^{-1})$$

3) أ/ النشاط الإشعاعي A: هو عدد التفككات في عينة مشعة خلال وحدة زمن وحدته الدولية هي البيكرل (Bq) تفكك في ثانية. $A = -\frac{\Delta N}{\Delta t}$

ب/ التعبير عن m بدلالة $M,\ \lambda,\ A,\ N_A$:

$$A = -\frac{\Delta N}{\Delta t} = -\frac{dN}{dt} = -\frac{d}{t}\left(N_0 . e^{-\lambda t}\right) \Rightarrow A = (-N_0).(\lambda)e^{-\lambda t} = \lambda N_0 . e^{-\lambda t} = \lambda N$$

لدينا: $N = \frac{m}{M}.N_A$ منه: $A = \lambda.\frac{m}{M}.N_A \Leftarrow m = \frac{A.M}{\lambda.N_A}$

ج/ حساب m:

$$m = \frac{3{,}7 \times 10^{10} \times 226}{1{,}37 \times 10^{-11} \times 6{,}02 \times 10^{23}} \simeq 1(g)$$

4) أ/ حساب Δm:

$$\Delta m = m(^{226}Ra) - m(^{222}Rn) - m(^{4}He) = 225{,}9771 - 221{,}9704 - 4{,}0015$$
$$\Delta m = 0{,}0052\ (u)$$

ب/ حساب E_{lib}:

$$E_{lib} = \Delta m.c^2 = \Delta m.931{,}5 = 0{,}0052 \times 931{,}5 \Rightarrow E_{lib} = 4{,}8438\ MeV$$

ج/ حساب E_{lib} من $1g$:

$$E_{lib_T} = N_{\text{متفككة}}.E_{lib}$$

نعلم أن عبارة A في مجال زمني صغير جدا بالنسبة لـ $t_{1/2}$ هي :

$$A = -\frac{\Delta N}{\Delta t} = \frac{N_{\text{متفككة}}}{\Delta t} \Rightarrow N_{\text{متفككة}} = A.\Delta t$$

بالتعويض نجد: $E_{lib_T} = A.\Delta t.E_{lib}$

$$E_{lib_T} = 3{,}7 \times 10^{10} \times 3600 \times 4{,}8438 = 6{,}45 \times 10^{14}\ \ MeV$$

البخيل يعيش في الدنيا عيش الفقراء، و يحاسب في الآخرة حساب الأغنياء
علي بن أبي طالب رضي الله عنه

Scanned by CamScanner

التمرين 60:

الوثيقة الموضحة بالشكل تمثل جزء من المخطط (N,Z) عليه أفراد عائلة النشاط الإشعاعي للنواة X.

تتفكك $^{A_1}_{Z_1}X$ لتعطي $^{A_2}_{Z_2}Y$، هذا التفكك نرمز له بـ (أ).

تتفكك $^{A_2}_{Z_2}Y$ لتعطي $^{A_3}_{Z_3}M$، هذا التفكك نرمز له بـ (ب).

تتفكك $^{A_3}_{Z_3}M$ لتعطي $^{A_4}_{Z_4}W$، هذا التفكك نرمز له بـ (ج).

1) أ/ أعط تعريفا لنظائر العنصر.

ب/ اعتمادا على الوثيقة (1) أوجد الأنوية التي تمثل نظائر، مع التعليل؟

ج/ أوجد العدد الذري والعدد الكتلي للأنوية التالية: X, Y, M, W.

د/ اكتب رمز كل من الأنوية X, Y, M, W مستعينا بالوثيقة (2). وحدد محتويات كل نواة.

2) باستعمال قانوني الانحفاظ اكتب معادلة التفكك الخاصة بـ (أ)، (ب)، (ج). واذكر نمط التحويل مع التعليل.

3) نرمز لنواة الديتريوم بـ ^2_1H والتريتيوم ^3_1H عند تفاعل الديتريوم والتريتيوم تنتج النواة $^{A_4}_{Z_4}W$ ونيترون.

أ/ اكتب معادلة التفاعل، ما نوع هذا التفاعل، عرفه؟

ب/ احسب الضياع في الكتلة عند تفاعل نواة واحدة من الديتريوم مع نواة واحدة من التريتيوم.

ج/ احسب الطاقة المتحررة عندئذ.

د/ احسب الطاقة المتحررة عند تفاعل $0,35\ mol$ من أنوية الديتريوم مع $0,35\ mol$ من أنوية التريتيوم مقدرة بالجول.

4) دراسة النواة $^{A_4}_{Z_4}W$.

أ/ عرف النقص في الكتلة في النواة، ثمّ احسب قيمة نقص الكتلة بالنسبة للنواة $^{A_4}_{Z_4}W$.

ب/ احسب طاقة الربط للنواة $^{A_4}_{Z_4}W$.

ج/ احسب الطاقة الربط لكل نوية في النواة $^{A_4}_{Z_4}W$

N \ Z	1	2	3	4	5	6	7
8							
7							
6		$^{A_1}_{Z_1}X$					
5			$^{A_2}_{Z_2}Y$				
4				$^{A_3}_{Z_3}M$			
3							
2		$^{A_4}_{Z_4}W$					
1							
0							

يعطى: $m(^{A_4}_{Z_4}W) = 4,001506\ u$ ، $m(^3_1H) = 3,0155\ u$ ، $m(^2_1H) = 2,013553\ u$

$N_A = 6,02 \times 10^{23}\ mol^{-1}$ ، $m(^1_0n) = 1,00866\ u$ ، $m(^1_1P) = 1,007276\ u$

رمز النواة	$_1H$	$_2He$	$_3Li$	$_4Be$	$_5B$

تصحيح التمرين 60:

1) أ/ النظائر: هي أنوية عناصرها لها نفس العدد الشحني (الذري) Z (البروتونات) وتختلف في العدد الكتلي A (أي في عدد النترونات).

ب/ الأنوية التي تمثل النظائر هي:

-نفس الرقم الذري $(Z = 2)$: $^{A1}_{Z1}X \begin{cases} A_1 = 8 \\ Z_1 = 2 \end{cases}$

(أي متواجدان في نفس العمود) $^{A4}_{Z4}W \begin{cases} A_4 = 4 \\ Z_4 = 2 \end{cases}$

ج/ العدد الذري و الشحني للأنوية:

$^{A3}_{Z3}M \begin{cases} A_3 = 8 \\ Z_3 = 4 \end{cases}$ $^{A2}_{Z2}Y \begin{cases} A_2 = 8 \\ Z_2 = 3 \end{cases}$

Scanned by CamScanner

د/ مكونات كل نواة:

$$ {}_{3}^{8}Li\begin{Bmatrix} P=Z=3 \\ N=5 \end{Bmatrix} ;\ {}_{2}^{4}He\begin{Bmatrix} l=2 \\ N=2 \end{Bmatrix} ;\ {}_{4}^{8}Be\begin{Bmatrix} P=4 \\ N=4 \end{Bmatrix} ;\ {}_{2}^{8}He\begin{Bmatrix} P=Z=3 \\ N=6 \end{Bmatrix} $$

2) التفككات (أ)، (ب) و (ج) في الجدول التالي:

(أ)	حسب قانون حفظ الأعداد الكتلية $A=0$ حسب قانون حفظ الأعداد الشحنية $Z=-1$	منه ${}_{2}^{8}He \rightarrow {}_{3}^{8}Li + {}_{Z}^{A}A'$: ${}_{Z}^{A}A' = {}_{-1}^{0}e$ وعليه الاشعاع من نوع β^-: ${}_{2}^{8}He \rightarrow {}_{3}^{8}Li + {}_{-1}^{0}e$
(ب)	حسب قانون حفظ الأعداد الكتلية $A=0$ حسب قانون حفظ الأعداد الشحنية $Z=-1$	منه ${}_{3}^{8}Li \rightarrow {}_{4}^{8}Be + {}_{Z}^{A}B$: ${}_{Z}^{A}B = {}_{-1}^{0}e$ وعليه الاشعاع من نوع β^-: ${}_{3}^{8}Li \rightarrow {}_{4}^{8}Be + {}_{-1}^{0}e$
(ج)	حسب قانون حفظ الأعداد الكتلية $A=4$ حسب قانون حفظ الأعداد الشحنية $Z=2$	منه ${}_{4}^{8}Be \rightarrow {}_{2}^{4}He + {}_{Z}^{A}C$: ${}_{Z}^{A}C = {}_{2}^{4}He$ وعليه الاشعاع من نوع α: ${}_{4}^{8}Be \rightarrow {}_{2}^{4}He + {}_{2}^{4}He$

أ/ معادلة التفاعل: ${}_{1}^{2}H + {}_{1}^{3}H \rightarrow {}_{Z_4}^{A_4}W + {}_{0}^{1}n$

$$ {}_{1}^{2}H + {}_{1}^{3}H \rightarrow {}_{2}^{4}He + {}_{0}^{1}n $$

هذا تفاعل اندماج. وهو تفاعل نووي مفتعل يتم فيه دمج نواتين خفيفتين لتصبح نواة أكثر استقرارا مع تحرر طاقة ونترونات.

ب/ حساب الضياع في الكتلة:

$$ |\Delta m| = |m_{ap} - m_{av}| = |m({}_{2}^{4}He) + m({}_{1}^{0}n) - m({}_{1}^{2}H) - m({}_{1}^{3}H)| = 0{,}0188\ (u) $$

الضياع في الكتلة: $0{,}0188\ (u)$.

ج/ حساب E_{lib}:

$$ E_{lib} = (\Delta m).931{,}5\ MeV = 0{,}0188 \times 931{,}5 = 17{,}6\ MeV $$

د/ حساب E_{lib_T}:

لنحسب $N({}_{1}^{2}H)$ و $N({}_{1}^{3}H)$:

$$ N = n.N_A $$
$$ N({}_{1}^{2}H) = n_{({}_{1}^{2}H)} \times N_A = 0{,}35 \times N_A = 2{,}107 \times 10^{23} noyaux $$
$$ N({}_{1}^{3}H) = n_{({}_{1}^{3}H)} \times N_A = 0{,}35 \times N_A = N({}_{1}^{2}H) = 2{,}107 \times 10^{23} noyaux $$

منه:

$$ E_{lib_T} = N \times E_{lib} = 2{,}107 \times 10^{23} \times 17{,}6 \times 1{,}6 \times 10^{-13} = 59{,}33 \times 10^{10}\ j $$

3) أ/ النقص في الكتلة: وجد تجريبيا أن كتلة النويات (مكونات النواة) أكبر من كتلة النواة

$$ \Delta m = m_{nuc} - m_{noy} $$

حساب Δm لنواة ${}_{2}^{4}He$:

$$ \Delta m = 2m_p + (4-2)m_n - m({}_{2}^{4}He) = 2 \times 1{,}007276 + 2 \times 1{,}00866 - 4{,}001506 $$
$$ \Delta m = 0{,}060366\ (u) $$

ب/ حساب طاقة الربط ${}_{2}^{4}He$:

$$ E_l = \left(Z.m_p + (A-Z)m_n - m({}_{Z}^{A}X)\right).C^2 = \Delta m.931{,}5 = 0{,}0300366 \times 931{,}5 $$
$$ E_l = 28{,}3\ MeV $$

ج/ حساب $E_{l/A}$:

$$ E_{l/A} = \frac{Ee}{A} = \frac{28{,}3}{4} \Rightarrow E_{l/A} = 7{,}075\ (MeV/noy) $$

Scanned by CamScanner

التمرين 61:

تنتج الطاقة الشمسية من تفاعل الاندماج لأنوية الهيدروجين أساسا، حيث يعمل الفيزيائيون على إنتاج الطاقة النووية من تفاعل الاندماج لنظيري الهيدروجين: الدوتريوم $^{2}_{1}H$ و التريتيوم $^{3}_{1}H$.

I. تتفكك نواة التريتيوم $^{3}_{1}H$ حسب النمط الإشعاعي β^- ويتولد عن تفككها أحد نظائر الهيليوم.

1) اكتب معادلة هذا التفكك.

2) لدينا عينة مشعة من أنوية التريتيوم $^{3}_{1}H$ تحتوي على N_0 نواة عند اللحظة $t = 0$. ليكن N عدد الأنوية عند اللحظة t، يمثل المنحنى (1) تغيرات lnN بدلالة الزمن.

- حدد $t_{1/2}$ زمن نصف عمر التريتيوم.

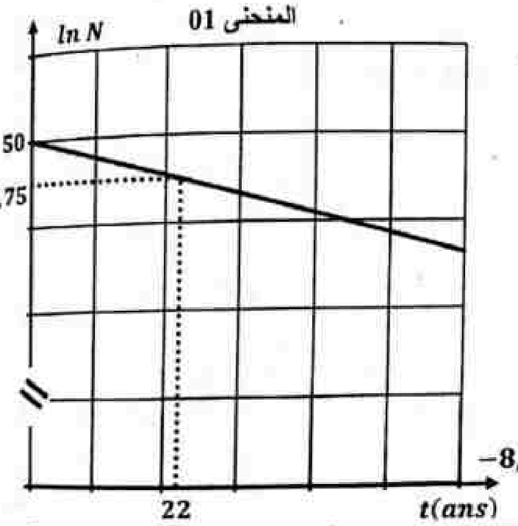
II. يمثل المنحنى (2) تغيرات طاقة الربط لكل نوية بدلالة عدد النويات A.

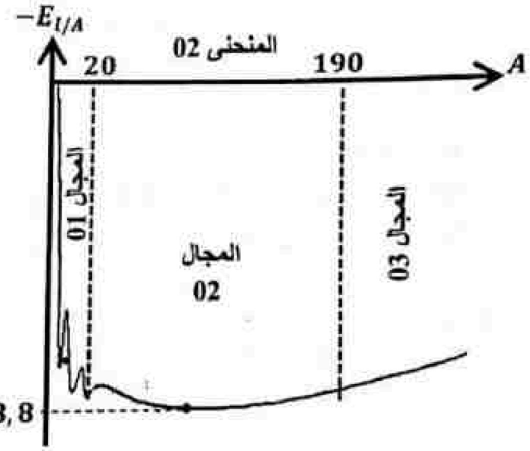
1) عين من بين المجالات (1) و (2) و (3) المحددة في المنحنى في المجال الذي يتضمن الأنوية التي يمكن أن تخضع لتفاعلات الاندماج. علل جوابك؟

2) تكتب معادلة تفاعل الاندماج لنواتي الديتريوم والتريتيوم كما يلي: $^{2}_{1}H + ^{3}_{1}H \rightarrow ^{4}_{2}He + ^{1}_{0}n$

يمكن استخلاص $33\ mg$ من الديتريوم انطلاقا من $1L$ من ماء البحر.

-احسب بالـ MeV قيمة الطاقة الممكن الحصول عليها من تفاعل اندماج الدوتريوم المستخلص من $1m^3$ من ماء البحر، وذلك مع التريتيوم.





معطيات: $m(^{4}_{2}He) = 4,00150\ u$ $\quad m(^{3}_{1}H) = 3,01550\ u$ $\quad m(^{2}_{1}H) = 2,01355\ u$

$m(^{1}_{0}n) = 1,00866\ u$ $\quad 1u = 1,66 \times 10^{27}\ Kg = 931,5\ MeV/c^2$

ثلاث تثبت لك الود في صدر أخيك،
أن تبدأه بالسلام
وتوسع له في المجلس
وتدعوه بأحب الأسماء إليه
عمر بن الخطاب رضي الله عنه

Scanned by CamScanner

تصحيح التمرين 61:

I.
1) ${}^{3}_{1}H \rightarrow {}^{3}_{2}He + {}^{0}_{-1}e$.

2) من عبارة التناقص الإشعاعي لدينا: $N(t) = N_0 . e^{-\lambda t}$ ولدينا: $\lambda = \frac{\ln 2}{t_{\frac{1}{2}}}$

$$\ln\big(N(t)\big) = \ln N_0 - \lambda t = \ln N_0 - \frac{\ln 2}{t_{1/2}} t \; .... (\times)$$

بيانيا: المنحنى عبارة عن خط مستقيم لا يمر من المبدأ معادلته من الشكل: $\ln N = A + Bt$

حيث: $\begin{cases} A = 50 \\ B = \frac{50-48,75}{0-22} = -\frac{5}{88} \end{cases}$ منه: $\ln(N) = 50 - \frac{5}{88} t \; .....(**)$

بالمطابقة بين $(*)$ و $(**)$ نجد:

$$\frac{\ln 2}{t_{1/2}} = \frac{5}{88} \quad \Rightarrow \quad t_{1/2} = \frac{\ln 2 \times 88}{5} = 12{,}2 \; ans$$

II.
1) المجال الذي يتضمن الأنوية التي يحدث لها اندماج هو (1).
التعليل: الأنوية في المجال (1) خفيفة (A صغير) وغير مستقرة لذلك تندمج لتكوين نواة أكبر وأكثر استقرارا.

2) أولا: حساب E_{lib}:

$$E_{lib} = \Delta m . c^2 = \big(m({}^{2}_{1}H) + m({}^{3}_{1}H) - m({}^{4}_{2}He) - m_n\big) = 17{,}596 \; MeV$$

ثانيا: حساب كتلة الديتريوم مستخلص من $1m^3 = 1000L$:

$1L \rightarrow 33 \times 10^{-3} g$
$1000L \rightarrow m$ $\Rightarrow$ $m = 33g$

ثالثا: الطاقة المحررة:

$$E = N . E_{lib} = \frac{m}{M} . V_A . E_{lib} = 1{,}75 \times 10^{26} MeV$$

التمرين 62:

تم اكتشاف البولونيوم 210 في عام 1898م في فرنسا، من طرف بيير وماري كوري *pierre et marie curie* عند أبحاثهما حول النشاط الإشعاعي، فأعطي له هذا الاسم نسبة لأصل زوجته ماري كوري البولونية

- البولونيوم ${}^{210}_{84}Po$ نظير مشع يتفكك بإصدار جسيمات α.
- طاقة الجسيمات α الصادرة تساوي $5{,}3 \; MeV$
- زمن نصف عمره $138 \; jours$.
- التعرض إلى أشعته يسبب مرض السرطان ومشاكل في الوراثة.
- الكتلة المولية الذرية: $M({}^{210}P) = 210 \; g/mol$

النواة	${}^{2}_{4}Be$	${}^{2}_{4}He$	${}^{12}_{6}C$	${}^{1}_{0}n$
الكتلة بـ (u)	9,00998	4,00150	11,99671	1,00866

- بعض العناصر: ${}_{81}Ti$ ، ${}_{82}pb$ ، ${}_{83}Bi$ ، ${}_{85}Al$ ، ${}_{86}Rn$.
- $c = 3 \times 10^8 m/s$ ، $1u = 1{,}6605 \times 10^{-27} Kg$ ، $N_A = 6{,}022 \times 10^{23}$

Scanned by CamScanner

1) ما معنى نواة مشعة؟
2) ما هو تركيب نواة البولونيوم 210؟
3) اكتب المعادلة الممثلة لتفكك $^{210}_{84}Po$ مبينا قوانين الاحتفاظ المستخدمة.
4) عرف زمن نصف العمر $t_{1/2}$ لنواة مشعة.
5) أ/ ذكر بقانون التناقص الإشعاعي وأعط معنى كل معامل وارد في هذا القانون.
ب/ تعطى عبارة النشاط الإشعاعي لعينة من منبع مشع بالعلاقة: $A(t) = \frac{-dN(t)}{dt}$
- بين أن $A(t)$ يتناسب طردا مع عدد الأنوية المشعة $N(t)$ المتواجدة في هذا المنبع.
ج/ أوجد العلاقة بين زمن نصف العمر $t_{1/2}$ وثابت النشاط الإشعاعي λ . استنتج قيمة λ.
6) احسب العدد N للأنوية المشعة الموجودة في كتلة $m = 1.0g$ من البولونيوم 210.
7) يمكن للبولونيوم أن ينتج عن تفككات متتالية لليورانيوم والتي تؤدي إلى النظير المستقر $^{206}_{82}pb$ للرصاص حسب المعادلة:

$$^{238}_{92}U \rightarrow {}^{206}_{82}pb + x{}^{4}_{2}He + y{}_{-1}^{0}e$$

أوجد x و y في هذه المعادلة النووية.
8) من بين الاستعمالات الكثيرة للبولونيوم 210 نذكر استخدامه مع البيريليوم كمنبع للنترونات الناتجة عن التفاعل النووي التالي:

$$^{9}_{4}Be + {}^{4}_{2}He \rightarrow {}^{12}_{6}C + {}^{1}_{0}n$$

أ/ أعط عبارة الطاقة المتحررة E من هذا التفاعل النووي.
ب/ احسب قيمتها بالجول.

تصحيح التمرين 62:

1) النواة المشعة: هي نواة غير مستقرة تتفكك ذاتيا لتتحول إلى نواة أكثر استقرارا، مصدرة إشعاعات (α, β, γ)

2) $^{210}_{84}Po \quad : \quad A = 210 \quad Z = 84 \quad N = 126$

3) لدينا: $^{210}_{86}Po \rightarrow {}^{4}_{2}He \rightarrow {}^{A}_{Z}X$ حسب قانوني صودي لانحفاظ الكتلة والشحنة.

$$^{210}_{84}Po \rightarrow {}^{206}_{82}X + {}^{4}_{2}He \text{ :إذن } \begin{cases} 210 = 4 + A \\ 84 = 2 + Z \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A = 206 \\ Z = 82 \end{cases}$$

4) زمن نصف العمر $t_{1/2}$: هو الزمن اللازم لتفكك نصف عدد الأنوية الابتدائية وبقاء النصف

$$N(t_{1/2}) = \frac{N_0}{2}$$

5) أ/ $N = N_0 . e^{-\lambda t}$ حيث: N_0 عدد الأنوية الابتدائية، N عدد الأنوية الباقية في لحظة t ، λ ثابت التفكك الإشعاعي.

ب/ $A(t) = -\frac{dN(t)}{dt} = -\frac{d(N_0 e^{-\lambda t})}{dt} = \lambda . N_0 . e^{-\lambda t} = \lambda . N(t)$.

منه: $A(t)$ يتناسب طردا مع $N(t)$.

ج/ لدينا لما $t = t_{1/2}$ فإن $N = \frac{N_0}{2}$ منه: $\frac{N_0}{2} = N_0 . e^{-\lambda t_{1/2}}$؛

معناه $-\ln 2 = -\lambda t_{1/2}$ إذن: $\lambda = \frac{\ln 2}{t_{1/2}}$ ، أي $\lambda = 5{,}81 \times 10^{-8} S^{-1}$

6) حساب العدد N للأنوية المشعة الموجودة في كتلة $m = 1.0g$ من البولونيوم 210.

لدينا :

$$\frac{N}{N_A} = \frac{m}{M} \Rightarrow N = \frac{m . N_A}{M} = 2{,}86 \times 10^{21} \ \ noyaux$$

Scanned by CamScanner

7) إيجاد x و y في هذه المعادلة النووية.

لدينا : $${}^{238}_{92}U \rightarrow {}^{206}_{82}Pb + x\,{}^{4}_{2}He + y\,{}^{0}_{-1}e$$

حسب قانون صودي: $\begin{cases} 238 = 206 + 4x \\ 92 = 82 + 2x - y \end{cases}$ منه: $\begin{cases} x = 8 \\ y = 6 \end{cases}$

إذن : $${}^{238}_{92}U \rightarrow {}^{206}_{82}Pb + 8\,{}^{4}_{2}He + 6\,{}^{0}_{-1}e$$

8) ${}^{9}_{4}Be + {}^{4}_{2}He \rightarrow {}^{12}_{6}C + {}^{1}_{0}n$

أ/ $E = \Delta mc^2 = (m(Be) + m(He) - m(C) - m_n) \times C^2$

ب/حساب قيمتها بالجول:

$$E = (9{,}00998 + 4{,}0015 - 11{,}99671 - 1{,}00866) \times 1{,}66 \times 10^{-27} \times (3 \times 10^8)^2$$
$$E \simeq 9{,}1 \times 10^{-13} J$$

التمرين 63:

معطيات: سرعة الضوء في الفراغ: $c = 2{,}998 \times 10^8\ m.s^{-1}$ ، $1\ eV = 1{,}602 \times 10^{-19} j$

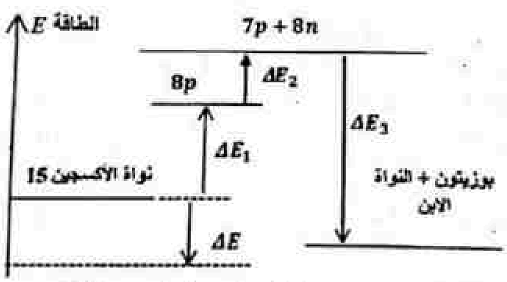
النواة أو الجسيمة	${}^{15}_{7}N$	${}^{15}_{8}O$	${}^{15}_{5}F$	بوزيتون	نيترون	بروتون
طاقة الربط لكل نوية $MeV.nucl\acute{e}on^{-1}$	7,699	7,463	6,483	-	-	-
الكتلة (kg)	-	-	-	$9{,}109 \times 10^{-31}$	$1{,}67492 \times 10^{-27}$	$1{,}67262 \times 10^{-27}$

1) في الطب نستعمل الأكسجين 15 الذي يحتوي على 8 بروتونات و7 نترونات، وهو يصدر الجسيمات β^+

أ/ أعط الكتابة الرمزية ${}^{A}_{Z}X$ للأكسجين 15.

ب/ اكتب معادلة تفكك نواة الأكسجين 15. النواة الابن ليست ناتجة في حالة مثارة.

2) التغير في الطاقة ΔE للجملة خلال تفكك نواة الأكسجين 15 يعطى بالمخطط الطاقوي التالي:



أ/ عرف طاقة الربط النووي (E_l).

ب/ احسب بوحدة MeV التغير في الطاقة ΔE_3.

بحساب مماثل نجد $\Delta E_1 = 111{,}9\ MeV$.

ج/ باستعمال كتل الجسيمات، احسب بوحدة MeV التغير في الطاقة ΔE_2.

د/ استنتج من النتائج السابقة، قيمة التغير في الطاقة ΔE مقدرة بـ MeV للجملة خلال تفكك نواة الأكسجين 15.

3) إن زمن نصف عمر أنوية الأكسجين 15 هو $123s$.

أ/ أعط تعريف زمن عمر النصف.

ب/ باستعمال قانون التناقص الإشعاعي، بين أن عبارة ثابت التفكك الإشعاعي هي: $\lambda = \ln 2/t_{1/2}$، احسب قيمته.

ج/ أثناء أحد الفحوصات يحقن المريض عدة مرات بحيث يجب حقن المريض عندما يبقى عدد $N(t_1)$ من أنوية الأكسجين 15 في اللحظة t_1 من رتبة 5% من العدد الابتدائي الذي يتلقاه جسم المريض. احسب قيمة اللحظة t_1.

تصحيح التمرين 63:

1) أ/ الكتابة الرمزية للأكسجين 15 هي: ${}^{15}_{8}O$.

ب/ معادلة التفكك: حسب قانوني صودي للإنحفاظ:

$\begin{cases} 15 = A \\ 8 = Z + 1 \end{cases}$ ومنه: $\begin{cases} A = 15 \\ Z = 7 \end{cases}$ ومنه: ${}^{15}_{8}O \rightarrow {}^{15}_{7}N + {}^{0}_{+1}e$

Scanned by CamScanner

2) أ/ طاقة الربط النووي: هي الطاقة اللازمة توفيرها للنواة من أجل تفكيكها إلى مكوناتها وهي ساكنة.

ب/ حساب ΔE_3:
$$\Delta E_3 = -E_l(N) = 7{,}699 \times 15 = 115{,}485\ MeV$$
وهي طاقة ربط نواة $^{15}_{7}N$.

ج/ حساب التغير في الطاقة ΔE_2:
$$\Delta E_2 = \Delta m.C^2 = (7m_p + 8m_n + m_e - 7m_n - 8m_p) = 3{,}2109 \times 10^{-3} \times (2{,}998 \times 10^{8})^2$$
$$\Delta E_2 = 2{,}88 \times 10^{-13} J = 1{,}8\ MeV$$

د/ حساب ΔE:
$$\Delta E = \Delta E_3 - (\Delta E_2 + \Delta E_1) = 115{,}485 - 1{,}8 - 111{,}94 = 1{,}785\ MeV$$

3) أ/ زمن نصف العمر: هو الزمن اللازم لتفكك نصف عدد الأنوية الابتدائية.

ب/ لدينا: $A(t) = A_0 . e^{-\lambda t}$ لما $t = t_{1/2}$ تكون: $A(t_{1/2}) = \frac{A_0}{2}$

$$\Rightarrow A(t_{1/2}) = \frac{A_0}{2} = A_0 . e^{-\lambda t_{1/2}} \Rightarrow e^{\lambda t_{1/2}} = 2 \quad \Rightarrow \quad \lambda . t_{1/2} = \ln(2)$$
$$\Rightarrow \quad \lambda = \frac{\ln 2}{t_{1/2}} = \frac{\ln 2}{123} = \mathbf{5{,}6 \times 10^{-3} s^{-1}}$$

ج/ لدينا: $N(t_1) = 0{,}05\ N_0$ ومنه: $0{,}05 \times \cancel{N_0} = \cancel{N_0} \times e^{-\lambda t_1}$

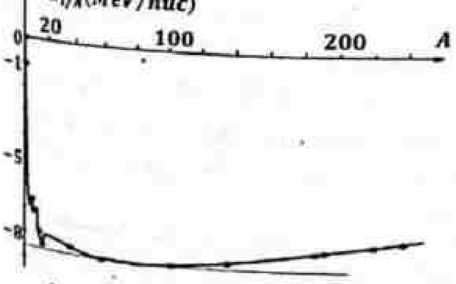
$$\frac{1}{0{,}05} = e^{\lambda t_1} \quad \Rightarrow \quad 20 = e^{\lambda t_1} \quad \Rightarrow \quad \ln 20 = \lambda t_1$$
$$\Rightarrow \quad t_1 = \frac{\ln 20}{\lambda} = \frac{\ln 20}{5{,}6 \times 10^{-3}} = 535\ s$$

أي يجب الحقن بعد حوالي 9 دقائق.

التمرين 64:

في محطة توليد الطاقة النووية وعلى مستوى المفاعل النووي تحدث عدة تفاعلات نووية عند تفكك اليورانيوم 235 إحدى هذه التفاعلات تعطى بالمعادلة التالية:
$$^{235}_{92}U + ^{1}_{0}n \rightarrow ^{90}_{36}Kr + ^{142}_{x}Ba + y\ ^{1}_{0}n$$

1) كيف نسمي هذا التفاعل؟ ذكر بقوانين الانحفاظ التي تحققها معادلة التفاعل النووي و عين x و y .
2) أحسب الطاقة المحررة من هذا التحول E_{libre} بالـ MeV
3) أحسب الطاقة الكلية المتحررة $E_{libre\ total}$ عند استعمال $1\ kg$ من اليورانيوم المخصب بنسبة 3%.
4) ضع مخططا طاقويا يمثل الحصيلة الطاقوية لتفاعل انشطار نواة اليورانيوم 235.
5) يستهلك المفاعل النووي في المحطة كل يوم كتلة من نواة اليورانيوم 235 قدرها $30g$.
احسب الاستطاعة المتوسطة للمفاعل.
6) ماذا يمثل المنحنى المقابل؟ وما الفائدة منه؟
7) أعد رسم المنحنى بشكل كيفي وحدد عليه مواضع الأنوية التالية: $^{142}_{x}Ba$, $^{90}_{36}Kr$ و $^{235}_{92}U$



يعطى:

$m(U) = 234{,}983915\ u$ ، $m(n) = 1{,}008665\ u$ ، $m(Kr) = 89{,}81972u$ ، $1MeV = 1.6 \times 10^{-13} J$ ، $N_A = 6.02 \times 10^{23} mol^{-1}$ ، $m(Ba) = 141{,}9163\ u$ ، $1u = 931.5\ MeV/C^2$

Scanned by CamScanner

التمرين 65:

النجوم الصفراء مثل الشمس تتشكل أساسا من الهيدروجين. عندما تكون درجة حرارة هذه النجوم تقارب $1,5 \times 10^7 K$ تحدث تفاعلات اندماج بين البروتونات فتعطي نواة الهيليوم حسب السلسلة التالية:

$${}^1_1H + {}^1_1H \rightarrow {}^2_1H + {}^0_1e \quad \ldots\ldots(1)$$
$${}^1_1H + {}^2_1H \rightarrow {}^3_2He + \gamma \quad \ldots\ldots(2)$$
$${}^3_2He + {}^3_2He \rightarrow {}^4_2He + 2{}^1_1H \quad \ldots\ldots(3)$$

1) باستعمال المعادلات السابقة برهن أن المعادلة الإجمالية لتشكيل نواة الهيليوم ${}^4_2He$ انطلاقا من أنوية الهيدروجين ${}^1_1H$ تكتب على الشكل:

$$4\,{}^1_1H \rightarrow {}^4_2He + 2\,{}^0_1e + 2\,{}^0_0\gamma$$

2) احسب الطاقة الناتجة عند الحصول على نواة من الهيليوم ثم عند الحصول على $1g$ من الهيليوم.

3) الاستطاعة التي تضعها الشمس هي: $P = 3,9 \times 10^{26} W$.

أ/ احسب كتلة الهيليوم الناتجة خلال $1s$.

ب/ احسب مقدار النقص في كتلة الشمس كل ثانية.

ج/ يقدر عمر الشمس $4,6 \times 10^9 ans$ وكتلتها الحالية $2 \times 10^{30} Kg$ فما هو مقدار النقص في كتلتها منذ بداية إشعاعها؟ ثم قارن هذا النقص بالنسبة للكتلة الحالية.

$1u = 931,5\ MeV/C^2$ $\quad N_A = 6,02 \times 10^{23}\ mol^{-1}$ $\quad 1u = 1,66 \times 10^{-27}\ Kg$

$m({}^4_2He) = 4,0015\,u$ $\quad m({}^1_1H) = 1,0073\,u$ $\quad m({}^0_1e) = 5,486 \times 10^{-4} u$

التمرين 66:

تمتص جميع النباتات الكربون $({}^{14}C\ ,\ {}^{12}C)$ الموجود في الجو من خلال غاز ثاني أكسيد الكربون، بحيث تبقى نسبة عدد الأنوية $N_0({}^{14}C)$ للكربون 14 على عدد أنوية $N_0({}^{12}C)$ للكربون 12 في النباتات ثابتة خلال حياتها

$$\frac{N_0({}^{14}C)}{N_0({}^{12}C)} = 1,2 \times 10^{-12}$$

انطلاقا من لحظة موت النبات تتناقص هذه النسبة نتيجة تفكك الكربون 14 لكونه نظير مشع.

يعطى:

$N_A = 6,023 \times 10^{23}$ $\quad m({}^4_2Ra) = 225.977u$ $\quad 1u = 931.5 Mev/C^2$

$1an = 3,15 \,.\, 10^7 s$ $\quad m({}^{222}_{86}Rn) = 221.970\,u$ $\quad m({}^4_2He) = 4.0015u$

$t_{1/2}({}^{14}C) = 5730\ ans$ $\quad M({}^{12}C) = 12\ g/mol$ $\quad t_{1/2}({}^4_2Ra) = 1,6 \,.\, 10^3 ans$

نواة الكربون 14 مشعة لـ: β^- ، وينتج عن تفككها النواة ${}^A_ZY$.

1) يعطي الشكل جزءا من مخطط سيقري (N, Z) .

N \ Z	4	5	6	7
8	${}^{12}Be$	${}^{13}B$	${}^{14}C$	${}^{15}N$
7	${}^{11}Be$	${}^{12}B$	${}^{13}C$	${}^{14}N$
6	${}^{10}Be$	${}^{11}B$	${}^{12}C$	${}^{13}N$
5	${}^{9}Be$	${}^{10}B$	${}^{11}C$	${}^{12}N$

أ/ أكتب معادلة التحول النووي للكربون 14 محددا النواة المتولدة ${}^A_ZY$.

تتفكك نواة الكربون ${}^{11}_6Y$ لتعطي نواة البور ${}^A_ZB$

ب/ أكتب معادلة هذا التحول النووي محددا A' و Z'.

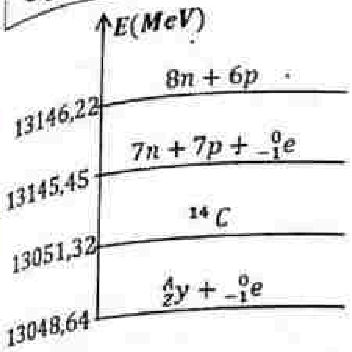
ج/ مثل بأسهم على مخطط سيقري التفاعلين السابقين

2) اعتمادا على مخطط الطاقة الممثل في الشكل التالي:

أ/ أي النواتين ${}^{14}C$ و ${}^A_ZY$ أكثر استقرارا؟

ب/ أحسب الطاقة المحررة الناتجة عن تفكك النواة ${}^{14}C$.

Scanned by CamScanner



3) نريد تحديد عمر قطعة خشب قديم. لذلك نأخذ منها عند لحظة t عينة كتلتها $m = 0,295g$ فنجد أن العينة تعطي 1.40 تفككا في الدقيقة (نعتبر أن التفككات الملاحظة ناتجة فقط عن أنوية الكربون 14 الموجودة في العينة المدروسة)
نأخذ من شجرة حية قطعة لها نفس كتلة العينة السابقة فنجد أن النسبة الكتلية لـ ^{12}C فيها هي 51,2% حدد عمر قطعة الخشب.

4) عينة من الراديوم $_{Z}^{A}Ra$ المشع α كتلتها $m_0 = 1,5g$ تعطى معادلة التفكك

$$_{Z}^{A}Ra \rightarrow {}_{86}^{222}Rn + \alpha$$

أ/ أكتب معادلة التفكك بعد حساب A و Z
ب/ أحسب الطاقة المحررة E_{lib} من تفكك نواة واحدة من $_{Z}^{A}Ra$
ج/ أحسب A_0 نشاط العينة الابتدائية.
د/ أحسب الطاقة المحررة E_l خلال ساعة واحدة.

التمرين 67:

لتقدير عمر بعض الصخور، يلجأ العلماء إلى طرائق وتقنيات مختلفة تعتمد أساسا على قانون التناقص الاشعاعي من بين هذه التقنيات تقنية التأريخ بواسطة اليورانيوم.
تتفكك أنوية اليورانيوم المشع $_{92}^{238}U$ تلقائيا وفق سلسلة من التفككات α و β^- والتي تنمذج بالمعادلة التالية:

$$_{92}^{238}U \rightarrow \ x\alpha + y\beta + {}_{82}^{206}Pb$$

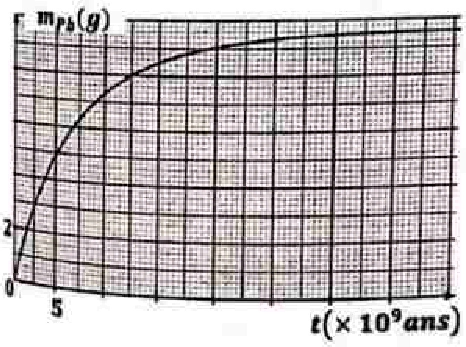
1) أ/ ما المقصود بـ α و β^-؟
ب/ بتطبيق قانوني الانحفاظ أوجد قيمتي العددين x و y.

2) بفرض أن عينة صخرية تحتوي على اليورانيوم $_{92}^{238}U$ فقط لحظة تشكلها $(t = 0)$ التي نعتبرها لحظة بداية التأريخ وأن الرصاص $_{82}^{206}Pb$ الموجود في العينة ناتج عن تفكك اليورانيوم $_{92}^{238}U$ فقط.
عند لحظة القياس t_m تكون النسبة المئوية الكتلية للرصاص 206 تساوي 31% من الكتلة الابتدائية لليورانيوم $_{92}^{238}U$
- بتطبيق قانون التناقص الاشعاعي، أثبت أن كتلة الرصاص في العينة عند لحظة t تعطى بالعلاقة:

$$m_{pb}(t) = 0,866.\, m_U(0)(1 - e^{-\lambda t})$$

حيث λ ثابت التفكك لليورانيوم.

3) يمثل البيان الموضح في الشكل تغيرات كتلة الرصاص المتشكل بدلالة الزمن $m_{Pb} = f(t)$.
اعتمادا على البيان جد:
أ/ عدد أنوية اليورانيوم 238 الابتدائية $N_U(0)$ في العينة المدروسة
ب/ زمن نصف العمر $t_{1/2}$ لليورانيوم 238.
ج/ عين بيانيا عمر العينة، ثم تحقق حسابيا من النتيجة.



4) فسر تواجد اليورانيوم $_{92}^{238}U$ في القشرة الأرضية إلى اليوم

يعطى: عمر الأرض: $t = 4,5 \times 10^9\ ans$ ،
عدد أفوقادرو $N_A = 6,02 \times 10^{23} mol^{-1}$.

سألت المعلمة التلميذة: كيف تساعدين أمك في البيت ؟
فأجابت : أبقى في الفراش طويلاً كي لا أزعجها

Scanned by CamScanner

التمرين 68:

اليورانيوم عنصر كيميائي نشط إشعاعيا تم اكتشافه من طرف العالم الألماني $(Martin\ Heinrich\ Klaproth)$ سنة 1789 رمز نواته $^{238}_{92}U$ قُدر نصف العمر له بـ $t_{1/2} = 4{,}47 \times 10^9 ans$، يستعمل غالبا في تقدير عمر الصخور، يخضع لسلسلة من التحولات التلقائية، نلخصها في المعادلة:

$$^{238}_{92}U \rightarrow {}^{206}_{82}Pb + x\alpha + y\beta^- \quad (*)$$

من الدول التي تملك احتياطات كبيرة منه والأكثر استغلالا له، كازاخستان، كندا، روسيا، تكون هذه المادة قابلة للإنتاج صناعيا إذا تجاوزت نسبتها الكتلية $0{,}01\ \%$ في الصخور، له نظير مشع أخر قليل التواجد في الطبيعة هو $^{235}_{92}U$

I. أخذت عينة صخرية من منجم قديم لاستخراج اليورانيوم كتلتها $47kg$ تم قياس النشاط فيها فوجد $A = 2{,}35 \times 10^5\ Bq$ (نعتبر كل النشاط عائد لـ $^{238}_{92}U$)

1) عرف النشاط الإشعاعي التلقائي.
2) حدد أنماط التفكك الموضحة في المعادلة (*) السابقة وطبيعة الجسيمات الصادرة.
3) باستعمال قانوني الانحفاظ، عين قيمة كل من x و y.
4) احسب عدد أنوية $^{238}_{92}U$ في العينة الصخرية.
5) احسب نسبة اليورانيوم $^{238}_{92}U$ في العينة الصخرية، هل المنجم قابل للاستغلال صناعيا؟ علل.

II. النظير $^{235}_{92}U$ يمكن استخلاصه عن طريق الطرد المركزي ويستخدم كوقود ذري في محركات الغواصات النووية لإنتاج طاقة هائلة ناتجة عن تفاعل انشطاري يمكن نمذجته بالمعادلة التالية:

$$^{235}_{92}U + {}^{1}_{0}n \rightarrow {}^{140}_{54}Xe + {}^{94}_{38}Sr + 2{}^{1}_{0}n$$

1) احسب الطاقة المحررة من نواة اليورانيوم235.
2) يعطي محرك الغواصة استطاعة دفع محولة قدرها $P = 25 \times 10^6\ watt$ حيث يستهلك كتلة صافية $m(g)$ من اليورانيوم المخصب $^{235}_{92}U$ خلال 30 يوما من الإبحار.

أ/ ماهي الطاقة المحررة من انشطار الكتلة m السابقة التي تستهلكها الغواصة خلال هذه المدة، علما أن مردود هذا التحويل $\rho = 85\ \%$؟

ب/ احسب مقدار الكتلة m.

$N_A = 6{,}02 \times 10^{23}\ mol^{-1}$ $\quad M(^{235}U) = 235{,}04\ g/mol$ $\quad M(^{238}U) = 238{,}05\ g/mol$

$E_{l/A}(^{140}Xe) = 8{,}290\ MeV/nuc$ $\quad E_{l/A}(^{235}U) = 7{,}590\ MeV/nuc$

$1\ MeV = 1{,}6 \times 10^{-13} J$ $\quad 1an = 365\ jours$ $\quad E_{l/A}(^{94}Sr) = 8{,}593\ MeV/nuc$

ضفدع سقط في حفرة عمقها ٣٠ متر.
كل يوم يتسلق الضفدع ٣ متر لكنه يقع ٢ متر للاسفل عندما يتعب مساءً.
كم يوم يحتاج الضفدع لكي يخرج من الحفرة؟

Scanned by CamScanner

Scanned by CamScanner

الوحدة الثالثة:
الظواهر الكهربائيّة

① ثنائي القطب RC

② ثنائي القطب RL

قد يكون النور الذي تراه
مصيرك يحترق

Scanned by CamScanner

① ثنائي القطب RC

I. مكتسبات قبلية.

II. خصائص المكثفة.

III. شحن المكثفة.

IV. تفريغ المكثفة.

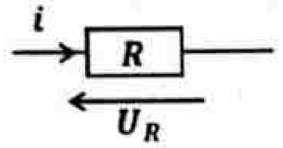
V. الطاقة المخزنة في المكثفة.

VI. أهم المعادلات التفاضلية للدارة RC وحلولها

Scanned by CamScanner

I. بعض المكتسبات القبلية:

1) قانون أوم:

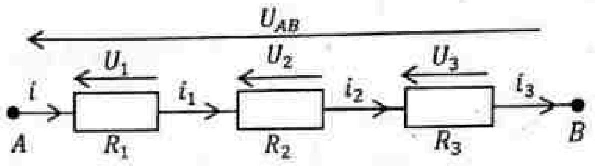


$$u_R(t) = R.i(t)$$

حيث:
- $i(t)$: الشدة اللحظية للتيار الكهربائي بوحدة الأمبير (A).
- R : مقاومة الناقل الأومي بالأوم (Ω).
- $u_R(t)$: التوتر اللحظي بين طرفي الناقل الأومي R بوحدة الفولط (V).

2) ربط المقاومات:

✓ الربط على التسلسل:



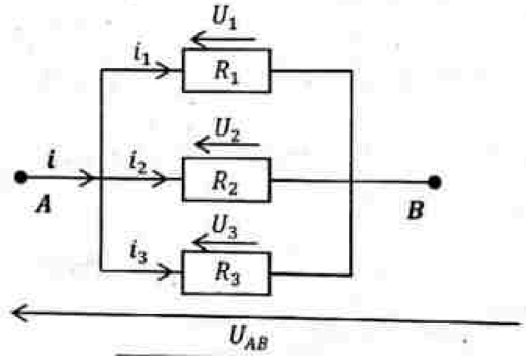
$$i = i_1 = i_2 = i_3$$

$$U_{AB} = U_1 + U_2 + U_3$$

$$R_{eq} = R_1 + R_2 + R_3$$

حيث R_{eq}: المقاومة المكافئة الجزء في AB من الدارة الكهربائية.

✓ الربط على التفرع:



$$i = i_1 + i_2 + i_3$$

$$U_{AB} = U_1 = U_2 = U_3$$

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

ملاحظات:
- الربط على التسلسل يزيد من قيمة المقاومة المكافئة وينقص من شدة التيار.
- الربط على التفرع ينقص من قيمة المقاومة المكافئة ويزيد من شدة التيار.
- في العناصر النشطة (مثل المولد) التوتر والتيار لهما نفس الاتجاه.
- في العناصر الخاملة (مثل المقاومة) التوتر والتيار متعاكسان في الاتجاه.
- الربط المختلط هو مجموع الربط على التسلسل وعلى التفرع.

المعلم: هل تعرفون من هو المنافق؟
التلميذ: نعم يا أستاذ ،هو التلميذ الذي يدخل من باب الثانوية مبتسماً !

Scanned by CamScanner

الوحدة 3: الظواهر الكهربائية -ثنائي القطب RC-

) بعض الأجهزة والعناصر الكهربائية:

الاسم	الرمز	الدور	طريقة الربط
الأمبيرمتر	A	قياس شدة التيار i	على التسلسل
الفولطمتر	V	قياس التوتر الكهربائي	على التفرع
مدخلي راسم الاهتزاز المهبطي	Y_1 مدخل أرضي	تمثيل تغيرات $U(t)$ $U = f(t)$	على التفرع
مولد توتر ثابت	E	يغدي الدارة بتوتر ثابت القيمة.	على التسلسل وعلى التفرع
مولد تيار ثابت	I	يغدي الدارة بتيار ثابت الشدة.	على التسلسل وعلى التفرع
مولد منخفض التواترات	GBF	يغدي الدارة بإشارات مختلفة منخفضة التواتر	على التسلسل وعلى التفرع
ناقل أومي	R	تمانع مرور التيار $U_R = R.i$	على التسلسل وعلى التفرع
مكثفة	C	تخزين الشحنات الكهربائية ثم تفريغها	على التسلسل وعلى التفرع
وشيعة	L, r	تمانع لوقت قصير استقرار التيار وتمانع انقطاعه	على التسلسل وعلى التفرع
صمام ثنائي	جهة مرور التيار i	يسمح بمرور التيار في اتجاه واحد (استقطاب مباشر)	على التسلسل وعلى التفرع
بادلة	الوضع (1) الوضع (2)	التحكم في جهة مرور التيار إما الوضع (1) أو الوضع (2)	على التسلسل وعلى التفرع
عمود	+ −	يغذي الدارة بتوتر ثابت	على التسلسل وعلى التفرع

دوله تتكون من سبع حروف ثلاث
حروف منها ركن
من اركان الإسلام فما هي ؟

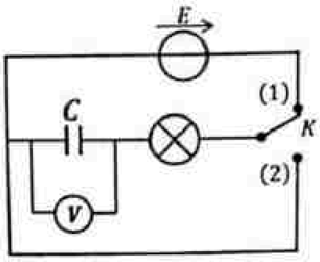
Scanned by CamScanner

II. خصائص المكثفة:

1) تعريفها:

هي عبارة عن صفيحتين معدنيتين متقابلتين بينهما عازل.

2) دورها:



التجربة : نحقق التركيب الموضح في الشكل التالي:

الملاحظة: عند وضع البادلة في الوضع 1 يتوهج المصباح مباشرة ويزداد التوتر بين طرفي المكثفة تدريجيا إلى أن يبلغ قيمة القوة المحركة الكهربائية فينطفئ المصباح.

عند وضع البادلة في الوضع 2 يتوهج المصباح من جديد ويتناقص التوتر بين طرفي المكثفة تدريجيا إلى أن ينعدم فينطفئ المصباح.

النتيجة: تستعمل المكثفة في تخزين وتفريغ الشحنات الكهربائية.

3) رمزها:

4) سعتها:

تعطى بالعلاقة :
$$C = \frac{Q}{U_C}$$

حيث: C : سعة المكثفة بوحدة الفاراد (F).

Q : الشحنة الكهربائية بوحدة الكولوم (C).

U_C : التوتر الكهربائي بين طرفي المكثفة بوحدة الفولط (V).

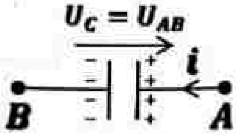
5) شدة التيار:

هي كمية الكهرباء المارة في مقطع من ناقل خلال وحدة زمن تعطى بالعلاقة:

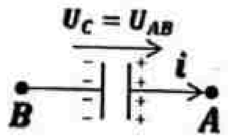
في حالة تيار ثابت $$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$$

في حالة تيار متغير $$i(t) = \frac{dq}{dt}$$

أثناء الشحن $i > 0$



أثناء التفريغ $i < 0$



6) العلاقة بين $i(A)$ و $u_c(V)$:

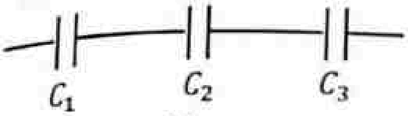
لدينا: $i = \frac{dq}{dt}$ ونعلم أن: $q = C.U_c$

$$i = C.\frac{dU_c}{dt}$$

Scanned by CamScanner

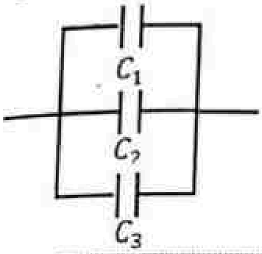
7) تجميع المكثفات:

على التسلسل:



$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}$$

على التفرع:



$$C_{eq} = C_1 + C_2 + C_3$$

ملاحظة:
السعة المكافئة في حالة الربط على التسلسل أصغر من أصغر سعة.
السعة المكافئة في حالة الربط على التفرع أكبر من أكبر سعة.

تطبيق:

مكثفة سعتها $C = 2\ \mu F$ ربطت معها مكثفة C' فأصبحت السعة المكافئة $C_{eq} = 0{,}5\ \mu F$

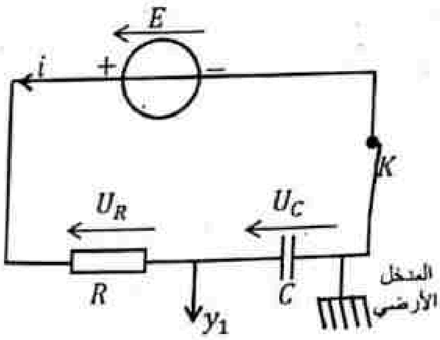
أوجد نوع الربط وقيمة C'.

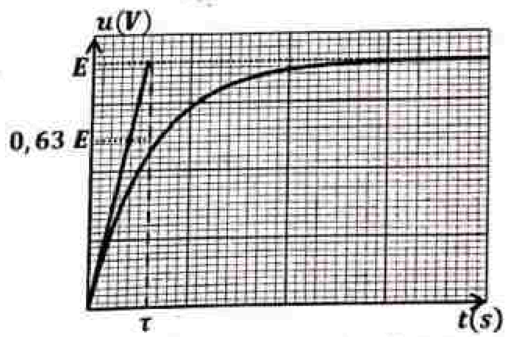
الحل: نوع الربط: على التسلسل. قيمة C': $C' = 0{,}66\ \mu F$

III. شحن المكثفة:

) تجربة:

نركب الدارة الموضح في المخطط ،فنشاهد على راسم الاهتزاز المهبطي في المدخل Y_1 البيان التالي:





) تحليل البيان:

أ/ البيان U_C يمر بنظامين:
- نظام انتقالي من 0 إلى 5τ: تزداد قيمة $u_C(t)$ من قيمة معدومة إلى قيمة ثابتة E.
- النظام الدائم لما $t > 5\tau$: تثبت قيمة $u_C(t)$.

ب/ يعرف ثابت الزمن τ بأنه الزمن اللازم لشحن 63% من المكثفة.

ج/ يمكن إيجاد τ بعدة طرق:
- فاصلة نقطة تقاطع المماس عند $t = 0$ للبيان مع المستقيم المقارب $y = E$
- $u_c(\tau) = 0{,}63\ E$ أي فاصلة الترتيبة $0{,}63E$

د/ قيمة التيار الابتدائي I_0: عند $t = 0$: $u_c(0) = 0$ أنظر المنحنى.

• إذن: $E = u_R(0)$ ومنه نجد: $E = R.I_0$ أي: $I_0 = \frac{E}{R}$.

Scanned by CamScanner

) قانون جمع التوترات:

$$E = u_C + u_R$$

) المعادلة التفاضلية للدارة بدلالة u_C

$$E = u_R + u_C \quad \Rightarrow \quad E = R.i + u_C$$

$$E = R.C.\frac{d(u_C)}{dt} + u_C \quad \Rightarrow \quad \frac{E}{R.C} = \frac{d(u_C)}{dt} + \frac{u_C}{R.C}$$

معادلة تفاضلية من الرتبة الأولى حلها من الشكل:

$$u_C(t) = E\left(1 - e^{-t/RC}\right) \dots\dots (1)$$

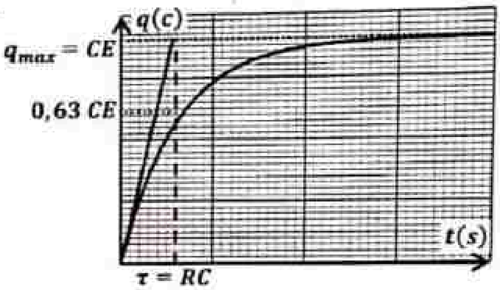
نثبت أن (1) حل لها:

$$u_C = E - E.e^{-t/RC} \quad \Rightarrow \quad \frac{du_C}{dt} = 0 - E\left(-\frac{1}{RC}\right).e^{-t/RC} \quad \Rightarrow \quad \frac{du_C}{dt} = \frac{E}{RC}.e^{-t/RC}$$

$$\frac{E}{RC} = \frac{E}{RC}.e^{-t/RC} + \frac{1}{RC}\left(E - E.e^{-t/RC}\right)$$

$$\frac{E}{RC} = \frac{E}{RC}.e^{-t/RC} + \frac{E}{RC} - \frac{E}{RC}.e^{-t/RC} \quad \Rightarrow \quad 0 = 0 \text{ محققة}$$

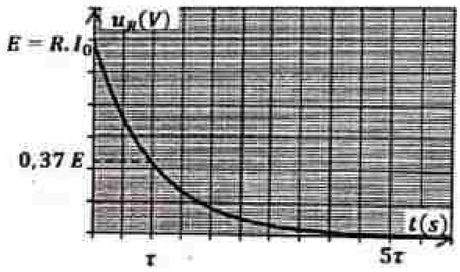
) عبارة الشحنة الكهربائية $q(t)$:



$$q(t) = C.u_C(t) = C.E\left(1 - e^{\frac{-t}{RC}}\right)$$

$$\boldsymbol{q(t) = q_{max}.\left(1 - e^{-t/\tau}\right)}$$

) عبارة التوتر U_R:



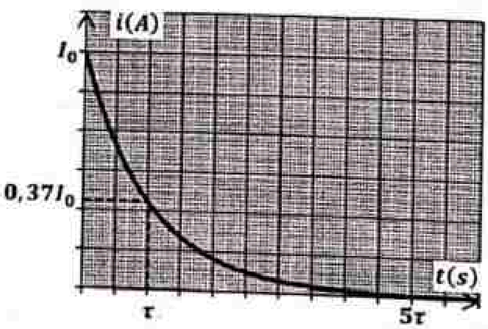
8) $E = u_R + u_C$

$$u_R(t) = E - u_C$$

$$u_R(t) = E - E\left(1 - e^{-t/\tau}\right)$$

$$\boldsymbol{u_R(t) = E.e^{-t/\tau}}$$

7) عبارة شدة التيار $i(t)$:



$$u_R(t) = R.i(t)$$

$$\Rightarrow \ i(t) = \frac{u_R(t)}{R}$$

$$i(t) = \frac{E.e^{\frac{-t}{RC}}}{R} \quad \Rightarrow \quad i(t) = \frac{E}{R}.e^{\frac{-t}{RC}}$$

$$i(t) = I_0.e^{-t/\tau}$$

Scanned by CamScanner

) إثبات أن: $\tau = R.C$ متجانس مع الزمن:

الحرب مأساة يستعمل فيها الانسان أفضل ما لديه ليلحق بنفسه أسوأ ما يصيبه
غلادستون

$$\begin{cases} u_R = R.i \Rightarrow [R] = \dfrac{[U]}{[I]} \\ C = \dfrac{q}{U_C} \Rightarrow [C] = \dfrac{[q]}{[U]} \\ i = \dfrac{dq}{dt} \Rightarrow [q] = [I][T] \end{cases}$$

$$[\tau] = [R].[C] = \frac{\cancel{[U]}}{[I]}.\frac{[q]}{\cancel{[U]}} = \frac{[q]}{[I]} = \frac{\cancel{[I]}[T]}{\cancel{[I]}} \quad \Rightarrow \quad [\tau] = [T]$$

إذن: وحدة τ هي نفس وحدة الزمن (الثانية (s))

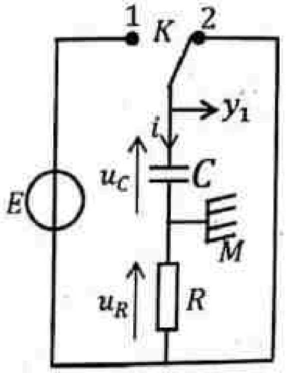
IV. تفريغ المكثفة:

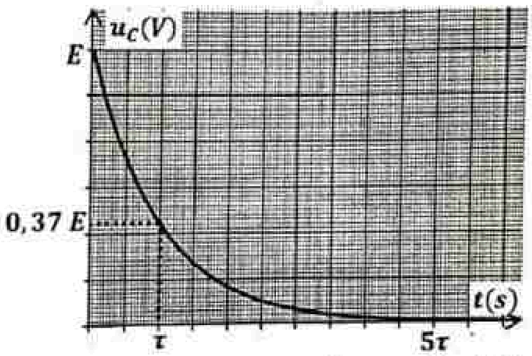
1) تجربة: نحقق التركيب التالي:

أ/ البادلة K في الوضع (1) شحن المكثفة

ب/ البادلة K في الوضع (2) تفريغ المكثفة، فنشاهد على راسم الاهتزاز المهبطي البيان التالي.

2) تحليل البيان:





أ/ البيان U_C يمر بنظامين:

- نظام انتقالي من 0 إلى 5τ : تتناقص $u_C(t)$ حتى ينعدم.
- نظام دائم من $t > 5\tau$: تصبح قيمة $u_C(t)$ تقارب الصفر.

ب/ يعرف ثابت الزمن τ بأنه الزمن اللازم لتفريغ 63% من المكثفة أي بقاء 37% من شحنة المكثفة.

ج/ يمكن حساب τ بعدة طرق:

- المماس عند $t = 0$ للبيان $u_C(t)$ يقطع محور الأزمنة في اللحظة τ.
- $u_C(\tau) = 0,37\ E$ أي أن τ فاصلة الترتيبة $0,37\ E$.

د/ قيمة التيار الابتدائي I_0:

عند $t = 0$:

$$u_C = E$$
$$u_R + u_C = 0 \Rightarrow u_R = -u_c$$
$$R.I_0 = -E \Rightarrow I_0 = \frac{-E}{R}$$

ملاحظة: تيار التفريغ يعاكس تيار الشحن.

هـ/ التيار في النظام الدائم: $(t > 5\tau)$ أي: $u_C = 0$

$$0 = u_C + u_R \Rightarrow u_R = 0 \Rightarrow i = 0$$

Scanned by CamScanner

3) قانون جمع التوترات:

المولد خارج الدارة، نحافظ على نفس اتجاه التيار والتوتر المأخوذة في دارة الشحن.

$$0 = u_R + u_C$$

4) المعادلة التفاضلية:

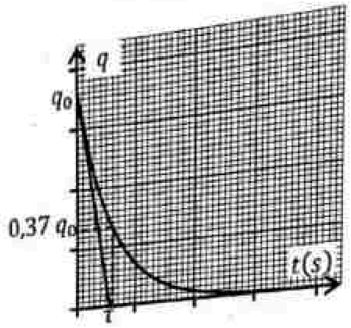
$$u_R + u_C = 0 \Rightarrow R.i + u_C = 0$$

$$\Rightarrow R.C.\frac{du_C}{dt} + u_C = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{du_C}{dt} + \frac{1}{RC}.u_c = 0$$

معادلة تفاضلية من الرتبة الأولى حلها من الشكل:

$$u_C = E.e^{\frac{-t}{RC}}$$

5) عبارة الشحنة الكهربائية $q(t)$:

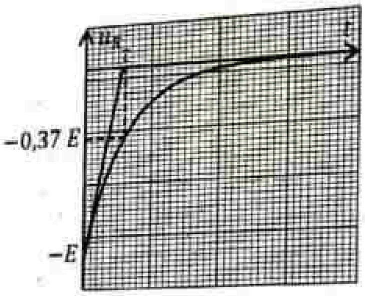


$$q(t) = C.u_C$$

$$q(t) = C.E.e^{\frac{-t}{RC}}$$

$$\boldsymbol{q(t) = q_0.e^{-t/\tau}}$$

6) عبارة التوتر $u_R(t)$:

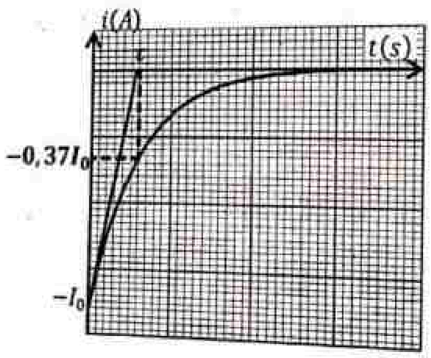


$$0 = u_R + u_C$$

$$u_R = -u_C$$

$$\boldsymbol{u_R(t) = -E.e^{\frac{-t}{RC}}}$$

7) عبارة شدة التيار $i(t)$:



$$u_R = R.i$$

$$i(t) = \frac{u_R(t)}{R} = \frac{-E}{R}.e^{\frac{-t}{RC}}$$

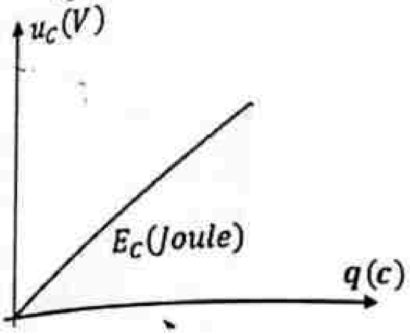
$$\boldsymbol{i(t) = -I_0.e^{\frac{-t}{RC}}}$$

ملاحظة: الإشارة $(-)$ تدل أن تيار التفريغ يعاكس تيار الشحن.

Scanned by CamScanner

V. الطاقة المخزنة في المكثفة:

1) قانون الطاقة المخزنة في مكثفة: تخزن المكثفة طاقة كهربائية تحسب كما يلي:



مساحة المثلث أسفل البيان $= E_C$

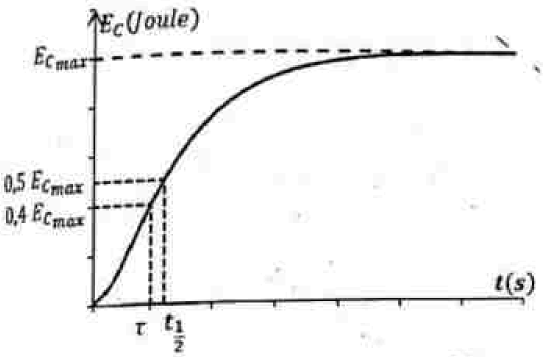
$$E_C = \frac{q.u_c}{2} = \frac{1}{2}(C.u_C)u_C$$

$$E_C = \frac{1}{2}.C.u_C^2$$

الطاقة الأعظمية هي: $E_{C_{max}} = \frac{1}{2}C.E^2$

2) العبارة اللحظية للطاقة المخزنة:

أ/ <u>حالة شحن المكثفة:</u>



$$E_C = \frac{1}{2}C\left[E\left(1-e^{-t/\tau}\right)\right]^2$$

$$E_C = \frac{1}{2}C.E^2\left(1-e^{-t/\tau}\right)^2$$

$$E_C = E_{C_{max}}\left(1-e^{-t/\tau}\right)^2$$

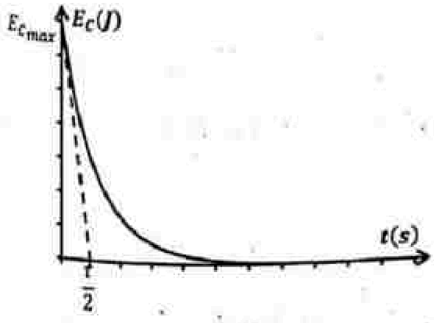
<u>**تطبيق:**</u> برهن أن زمن تخزين نصف الطاقة العظمى هو $t_{1/2} = \tau.ln\left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1}\right)$

عند $t_{1/2}$: $E_C(t) = \frac{E_{C_{max}}}{2}$ / $E_C(t) = E_{C_{max}}\left(1-e^{-t/\tau}\right)^2$

$$\frac{\cancel{E_{C_{max}}}}{2} = \cancel{E_{C_{max}}}\left(1-e^{-t_{1/2}/\tau}\right)^2 \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} = 1-e^{-t_{1/2}/\tau} \Rightarrow e^{-t_{1/2}/\tau} = \frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}}$$

$$\frac{-t_{1/2}}{\tau} = \ln\left(\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}}\right) \Rightarrow t_{1/2} = -\tau.\ln\left(\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}}\right) \Rightarrow t_{1/2} = \tau.\ln\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1}$$

ب/ <u>حالة تفريغ المكثفة:</u>



$$E_C = \frac{1}{2}C\left(Ee^{-t/\tau}\right)^2$$

$$E_C = \frac{1}{2}C.E^2e^{-2t/\tau}$$

$$E_C = E_{C_{max}}e^{-2t/\tau}$$

Scanned by CamScanner

تطبيق: برهن أن:

1- زمن تناقص الطاقة إلى النصف هو:

$$t_{1/2} = \frac{\tau}{2} . \ln 2$$

2- المماس لبيان الطاقة عند $t = 0$ يقطع محور الأزمنة في اللحظة $t = \frac{\tau}{2}$

الحل:

1- زمن تناقص الطاقة إلى النصف:

$$\begin{cases} E_c(t_{1/2}) = \dfrac{E_{C\,max}}{2} \\ E_c(t_{1/2}) = E_{C_{max}} \times e^{\frac{-2t_{1/2}}{R\times C}} \end{cases} \quad \text{و} \quad t = t_{1/2}$$

$$\frac{E_{C\,max}}{2} = E_{C_{max}} \times e^{\frac{-2t_{1/2}}{R\times C}} \quad \text{إذن :} \quad e^{\frac{-2t_{1/2}}{R\times C}} = \frac{1}{2}$$

$$\ln\left(e^{\frac{-2t_{1/2}}{R\times C}}\right) = \ln\left(\frac{1}{2}\right) \quad \Rightarrow \quad -\ln 2 = -2t_{1/2} \times \frac{1}{R \times C}$$

$$\ln 2 = 2t_{1/2} \times \frac{1}{R \times C} \quad \Rightarrow \quad t_{1/2} = \frac{\ln 2}{2} \times \tau$$

2- معادلة المماس : $y = at + b \ldots.. (1)$

- إيجاد a:

$$a = \frac{dE_C}{dt} = \frac{d}{dt}\left(E_{C\,max} . e^{-2t/\tau}\right)$$

لما $t = 0$:

$$a = \frac{dE_C}{dt} = -\frac{2. E_{C\,max}}{\tau}$$

- إيجاد b:

$$b = E_{C_{max}}$$

منه بالتعويض في (1) نجد

$$y = -\frac{2. E_{C_{max}}}{\tau} t + E_{C_{max}}$$

لما يقطع محور الأزمنة

$$0 = -\frac{2. E_{C_{max}}}{\tau} t + E_{C_{max}}$$

$$\frac{2. \cancel{E_{C_{max}}}}{\tau} t = \cancel{E_{C_{max}}} \quad \ldots \quad \text{و عليه} \quad t = \frac{\tau}{2}$$

عليك أن تتعلم قواعد اللعبة أولاً ، ثم عليك أن تتعلم كيف تلعب أفضل من الآخرين

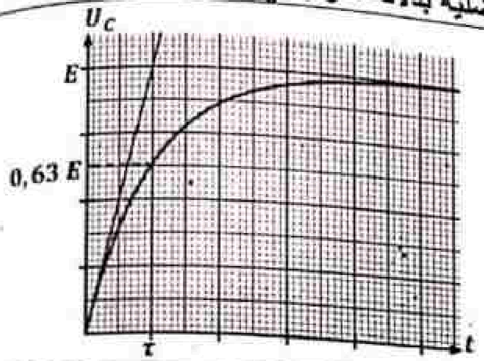
البرت اينشتاين

Scanned by CamScanner

في حالة الشحن:

VI. أهم المعادلات التفاضلية للدارة RC في حالة الشحن

1) المعادلة التفاضلية بدلالة التوتر U_C:



$$E = U_R + U_C \quad \Rightarrow \quad E = R.i + U_C$$

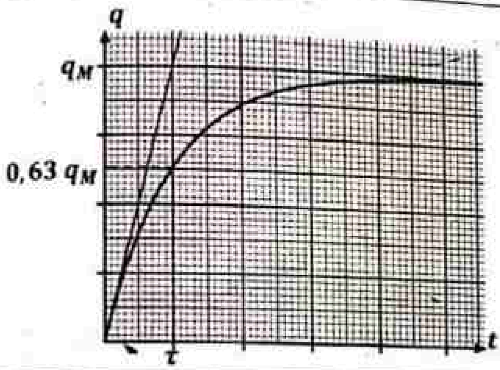
$$E = R.\frac{dq}{dt} + U_C$$

$$E = R.\frac{d}{dt}(C.U_C) + U_C$$

$$\boldsymbol{E = R.C.\frac{dU_C}{dt} + U_C}$$

حلها: $\boldsymbol{U_C = E\left(1 - e^{-t/\tau}\right)}$

2) المعادلة التفاضلية بدلالة الشحنة q:



$$E = U_R + U_C \quad \Rightarrow \quad E = R.i + U_C$$

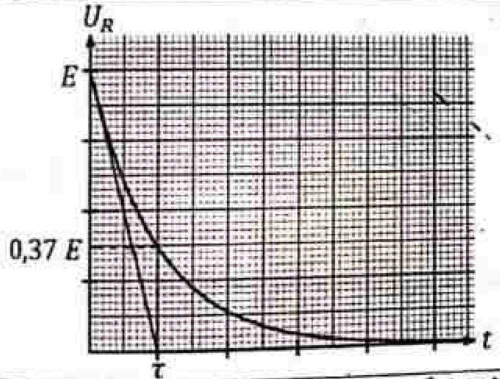
$$E = R.\frac{dq}{dt} + \frac{q}{C}$$

$$\boldsymbol{\frac{E}{R} = \frac{dq}{dt} + \frac{q}{RC}}$$

حلها:

$$\boldsymbol{q = CE\left(1 - e^{-t/RC}\right) = q_M\left(1 - e^{-t/RC}\right)}$$

3) المعادلة التفاضلية بدلالة التوتر U_R:



$$E = U_R + U_C \quad \Rightarrow \quad E = U_R + \frac{q}{C}$$

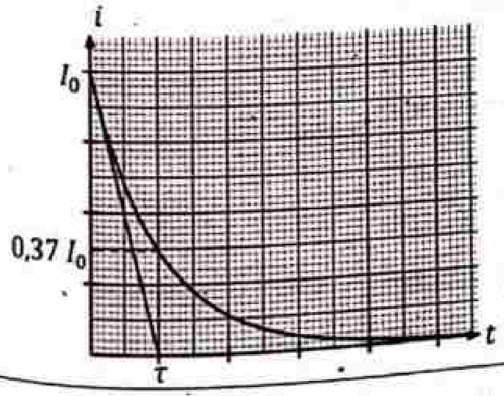
$$\frac{dE}{dt} = \frac{dU_R}{dt} + \frac{1}{C}.\frac{dq}{dt}$$

$$0 = \frac{dU_R}{dt} + \frac{1}{C}.i$$

$$\boldsymbol{0 = \frac{dU_R}{dt} + \frac{1}{RC}.U_R}$$

حلها: $\boldsymbol{U_R = E.e^{-t/RC}}$

4) المعادلة التفاضلية بدلالة التيار i:



$$E = U_R + U_C \quad \Rightarrow \quad E = R.i + \frac{q}{C}$$

$$\frac{dE}{dt} = R.\frac{di}{dt} + \frac{1}{C}.\frac{dq}{dt}$$

$$0 = R.\frac{di}{dt} + \frac{1}{C}.i$$

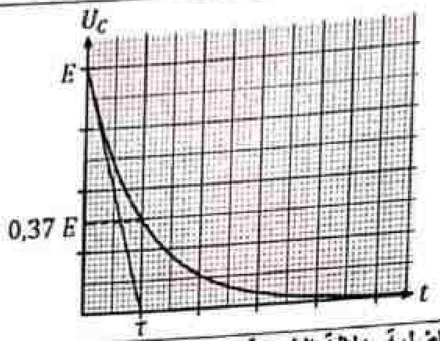
$$\boldsymbol{0 = \frac{di}{dt} + \frac{1}{RC}i}$$

حلها: $\boldsymbol{i = \frac{E}{R}.e^{-t/RC} = I_0.e^{-t/RC}}$

Scanned by CamScanner

VII. أهم المعادلات التفاضلية للدارة RC في حالة التفريغ:

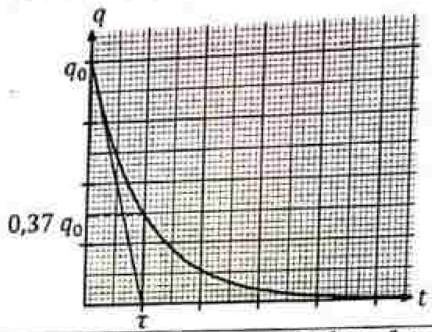
1) المعادلة التفاضلية بدلالة التوتر U_C:



$$0 = U_R + U_C$$
$$0 = R.i + U_C$$
$$0 = R.\frac{dq}{dt} + U_C$$
$$\mathbf{0 = R.C.\frac{dU_C}{dt} + U_C}$$

حلها: $\mathbf{U_C(t) = Ee^{-t/RC}}$

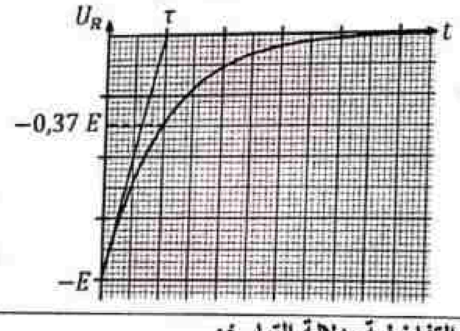
2) المعادلة التفاضلية بدلالة الشحنة q:



$$0 = U_R + U_C$$
$$0 = R.i + U_C$$
$$0 = R.\frac{dq}{dt} + \frac{q}{c}$$
$$\mathbf{0 = \frac{dq}{dt} + \frac{q}{RC}}$$

حلها: $\mathbf{q(t) = CEe^{-t/RC} = q_0e^{-t/RC}}$

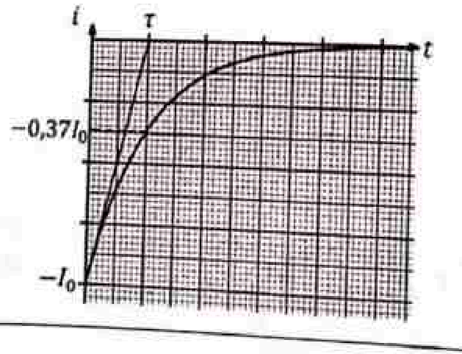
3) المعادلة التفاضلية بدلالة التوتر U_R:



$$0 = U_R + U_C$$
$$0 = U_R + \frac{q}{C}$$
$$0 = \frac{dU_R}{dt} + \frac{1}{C}.\frac{dq}{dt}$$
$$0 = \frac{dU_R}{dt} + \frac{1}{C}.i$$
$$\mathbf{0 = \frac{dU_R}{dt} + \frac{1}{RC}.U_R}$$

حلها: $\mathbf{U_R(t) = -U_C(t) = -Ee^{-t/RC}}$

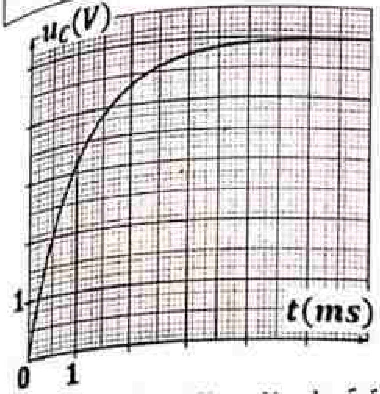
4) المعادلة التفاضلية بدلالة التيار i:



$$0 = U_R + U_C$$
$$0 = R.i + \frac{q}{C}$$
$$0 = R.\frac{di}{dt} + \frac{1}{C}.\frac{dq}{dt}$$
$$\mathbf{0 = \frac{di}{dt} + \frac{1}{RC}.i}$$

حلها: $\mathbf{i(t) = -\frac{E}{R}e^{-t/RC} = -I_0.e^{-t/RC}}$

Scanned by CamScanner



التمرين 01:

نحقق دارة كهربائية على التسلسل تتكون من:

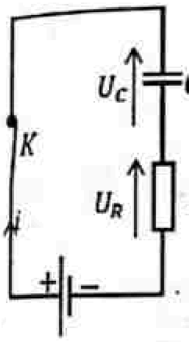
- مولد كهربائي ذي توتر كهربائي ثابت $E = 5\ V$.
- ناقل أومي مقاومته $R = 100\ \Omega$.
- مكثفة سعتها C.
- قاطعة K.

نوصل طرفي المكثفة B،A إلى واجهة دخول لجهاز إعلام آلي وعولجت المعطيات ببرمجة "*Microsoft Excel*" وتحصلنا على المنحنى البياني: $u_c = u_{AB} = f(t)$

1) اقترح مخططا للدارة موضحا اتجاه التيار ثم مثل بسهم كلا من التوترين u_R و u_C.
2) عين قيمة ثابت الزمن τ للدارة وما مدلوله الفيزيائي؟ استنتج قيمة سعة المكثفة C.
3) احسب شحنة المكثفة عند بلوغ الدارة للنظام الدائم.
4) لو استبدلنا المكثفة السابقة بمكثفة أخرى سعتها $C' = 2C$، ارسم كيفيا، في نفس المعلم السابق شكل المنحنى $u_{c'} = g(t)$ الذي يمكن مشاهدته على شاشة الجهاز. مع التعليل.

تصحيح التمرين 01:

1) مخطط الدارة:



2) تعيين قيمة τ (من البيان):

τ هو الزمن اللازم لشحن 63% من المكثفة، لتعيينه نسقط قيمة $U_C(\tau) = 0,63 \times 5 = 3,15\ V$ على البيان المعطى فنجد $\tau = 1\ ms$

- استنتاج قيمة سعة المكثفة:

$$\tau = R.C \Rightarrow C = \frac{\tau}{R} \Rightarrow C = \frac{10^{-3}}{100}$$ ومنه $C = 10^{-5}\ F$

3) حساب شحنة المكثفة عند بلوغ الدارة النظام الدائم:

أي لما: $U_C = E = 5V$

ومنه: $q_{max} = U_C \times C = 5 \times 10^{-5}\ c$

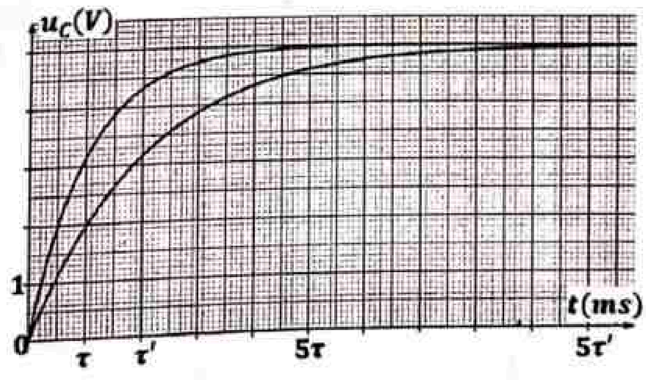
4) رسم المنحنى:

التعليل:

$\tau' = R.C' = R.2C$

إذن $\tau' = 2\tau$

$5\tau' = 10\ ms$

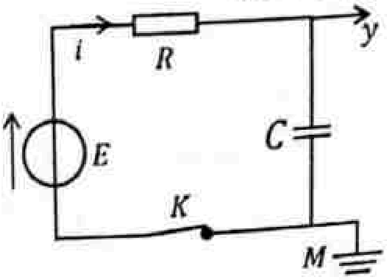


Scanned by CamScanner

التمرين 2:

نشحن مكثفة مفرغة، سعتها (c)، نربطها على التسلسل مع العناصر الكهربائية التالية:

- ناقل أومي مقاومته $R = 10^4\Omega$.
- قاطعة K.



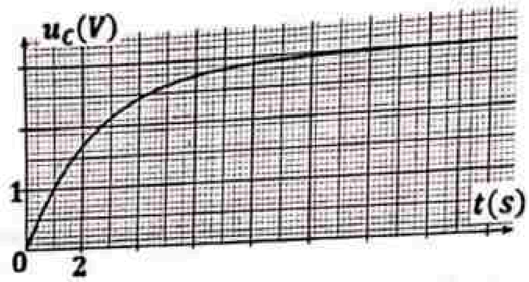
لإظهار التطور الزمني للتوتر الكهربائي $u_C(t)$ بين طرفي المكثفة، نستعمل راسم اهتزاز مهبطي ذي ذاكرة، نغلق القاطعة K في اللحظة $t = 0$ فنشاهد على شاشة راسم الاهتزاز المهبطي المنحنى $u_C(t)$ الممثل في الشكل.

1) ماهي شدة التيار الكهربائي المار في الدارة بعد مدة $\Delta t = 15s$ من غلقها؟

2) أعط العبارة الحرفية لثابت الزمن τ، وبين أن له نفس وحدة قياس الزمن.

3) عين بيانيا قيمة τ واستنتج السعة (c) للمكثفة.

4) بعد غلق القاطعة (في اللحظة $t = 0$):



أ/ اكتب عبارة شدة التيار الكهربائي $i(t)$ المار في الدارة بدلالة $q(t)$ شحنة المكثفة.

ب/ اكتب عبارة التوتر الكهربائي $u_C(t)$ بين لبوسي المكثفة بدلالة الشحنة $q(t)$

ج/ بين أن المعادلة التفاضلية التي تعبر عن $u_C(t)$ تعطى بالعبارة:

$$u_c + RC\frac{du_c}{dt} = E$$

5) يعطى حل المعادلة التفاضلية السابقة بالعبارة $u_c(t) = E\left(1 - e^{-\frac{t}{A}}\right)$

استنتج العبارة الحرفية للثابت A. وما هو مدلوله الفيزيائي؟

تصحيح التمرين 02:

1) بعد $\Delta t = 15(s)$ من غلق الدارة (الدارة في حالة نظام دائم): يكون $E = U_C$

قانون جمع التوترات $E = U_R + U_C$

$$E = R \times i_t + U_C \quad \Rightarrow \quad E = R \times i_t + E$$

$$R \times i_t = 0 \;\Rightarrow\; i_t = 0 \quad (A)$$

إذا كان الشغل مجهدة
فإن الفراغ مفسدة
عمر بن الخطاب رضي الله عنه

2) عبارة τ: $\tau = R \times C$

وحدة τ: $[\tau] = [R \times C] = [R] \times [C]$

$$[\tau] = \frac{\cancel{[U]}}{[I]} \times \frac{[Q]}{\cancel{[U]}} = \frac{[Q]}{[I]} = \frac{\cancel{[I]} \times [T]}{\cancel{[I]}}$$

$$[\tau] = [T] = (S) \qquad \begin{cases} U_R = R \times i \\ Q = C \times U_C \\ i_t = \dfrac{dq}{dt} \end{cases}$$

3) تعيين بيانيا τ و استنتاج C: $U_C(\tau) = 0,63 \times E = 0,63 \times 3$

$$U_C(\tau) = 1,89 \;(V)$$

بإسقاط هذه القيمة على محور الزمنة نجد $\tau \simeq 2,4\,s$

$$\tau = R \times C \quad \Rightarrow \quad C = \frac{\tau}{R} \quad \Rightarrow \quad C = \frac{2,4}{10^4} = 2,4 \times 10^{-4}\ F$$

Scanned by CamScanner

4) نغلق القاطعة:

أ/ عبارة $i(t)$ بدلالة $q_{(t)}$: $i(t) = \frac{dq}{dt}$.

ب/ عبارة $u_c(t)$ بدلالة $q(t)$:

$$q(t) = C \times u_c(t)$$

$$u_c(t) = \frac{q(t)}{C}$$

ج/ المعادلة التفاضلية:

قانون جمع التوترات :

$$E = U_R + U_C$$

$$E = R \times i_t + U_C \Rightarrow E = R \times \frac{dq}{dt} + U_C$$

$$E = R \times \frac{d\left(C \times U_C(t)\right)}{dt} + U_C$$

$$E = R.C \times \frac{dU_C(t)}{dt} + U_C$$

5) الاثبات :

$$\begin{cases} u_c(t) = E\left(1 - e^{-\frac{t}{A}}\right) \\ \frac{du_C(t)}{dt} = \frac{E}{A} \times e^{-\frac{t}{A}} \end{cases}$$

نعوض في المعادلة التفاضلية :

$$E = E - E \times e^{-\frac{t}{A}} + R.C \times \frac{E}{A} \times e^{-\frac{t}{A}}$$

$$E - E = E \times e^{-\frac{t}{A}}\left(\frac{R \times C}{A} - 1\right) \Rightarrow 0 = E \times e^{-\frac{t}{A}}\left(\frac{R \times C}{A} - 1\right)$$

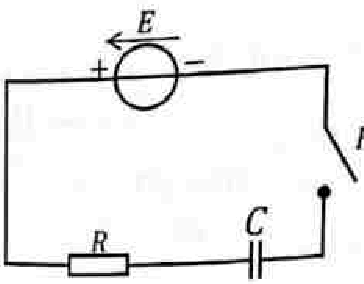
$$\frac{R \times C}{A} - 1 = 0 \Rightarrow \frac{R \times C}{A} = 1$$

منه $A = R \times C = \tau$ وهو الزمن الازم لشحن المكثفة بـ 63% من قيمته شحنتها الأعظمية.

التمرين 03:

تتكون الدارة الكهربائية المبينة في الشكل من العناصر التالية موصولة على التسلسل:

- مولد كهربائي توتره ثابت $E = 6\ V$.
- مكثفة سعتها $C = 1.2\mu F$.
- ناقل أومي مقاومته $R = 5\ k\Omega$.
- قاطعة K



نغلق القاطعة:

1) بتطبيق قانون جمع التوترات، أوجد المعادلة التفاضلية التي تربط بين $u_c(t)$، $\frac{du_c(t)}{dt}$، E، R و C.

2) تحقق إن كانت المعادلة التفاضلية المحصل عليها تقبل العبارة: $u_c = E\left(1 - e^{-\frac{1}{RC}t}\right)$ كحل لها.

3) حدد وحدة المقدار RC، ما مدلوله العملي بالنسبة للدارة الكهربائية؟ اذكر اسمه.

4) احسب قيمة التوتر الكهربائي $u_c(t)$ في اللحظات المدونة في الجدول التالي:

$t(ms)$	0	6	12	18	24
$u_c(t)\ (V)$					

5) ارسم المنحنى البياني $u_c(t) = f(t)$.

Scanned by CamScanner

6) أوجد العبارة الحرفية للشدة اللحظية للتيار الكهربائي $i(t)$ بدلالة E، R، C، ثمّ احسب قيمتها في اللحظتين: $(t=0)$ و $(t \to \infty)$.

7) اكتب عبارة الطاقة الكهربائية المخزنة في المكثفة، احسب قيمتها عندما $(t \to \infty)$.

تصحيح التمرين 03:

1) المعادلة التفاضلية التي تربط $U_C(t)$ و R, E, C:

$$E = U_R + U_C = R.i + U_C \Rightarrow E = R.\frac{dq}{dt} + U_c \Rightarrow E = R \times \frac{d(C.U_C)}{dt} + U_C$$

$$\Rightarrow E = RC \times \frac{dU_C}{dt} + U_C$$

2) التحقق من الحل:

$$U_c(t) = E\left(1 - e^{-\frac{1}{RC}.t}\right) \quad \text{بالاشتقاق :} \quad \frac{dU_C}{dt} = E.\frac{1}{RC}.e^{-\frac{t}{RC}}$$

بالتعويض في المعادلة التفاضلية:

$$E = RC.E.\frac{1}{RC}.e^{-\frac{t}{RC}} + E - E.e^{-\frac{t}{RC}} \Rightarrow E - E = E.e^{-\frac{t}{RC}} - E.e^{-\frac{t}{RC}}$$

$$\Rightarrow E - E = 0 \Leftrightarrow E = E \quad \text{محققة}$$

3) وحدة τ: بالتحليل البعدي:

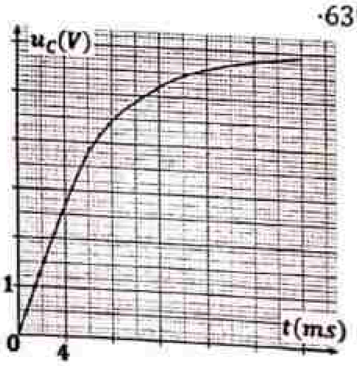
$$[\tau] = [R].[C] = \frac{[U]}{[I]} \times \frac{[q]}{[U]} = \frac{[I] \times [T]}{[I]} \Rightarrow [\tau] = [T]$$

$\tau = RC$: ثابت الزمن مدلوله الفيزيائي هو الزمن اللازم لشحن المكثفة بنسبة 63%.

4) الجدول:

$t(ms)$	0	6	12	18	24
$U_C(v)$	0	3,79	5,19	5,70	5,89

5) رسم المنحنى $U_c(t) = f(t)$:



6) العبارة الحرفية لـ $i_{(t)}$ بدلالة E ، R و C: لدينا من قانون جمع التوترات:

$$U_R = R.i \quad \text{و} \quad E = U_C + U_R \quad \text{و} \quad U_C = E\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$

$$E = E.\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) + R.i \Rightarrow E - E.\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) = R.i$$

$$\Rightarrow E.\left(1 - 1 + e^{-\frac{t}{\tau}}\right) = R.i$$

$$E.e^{-\frac{t}{\tau}} = R.i \quad \Rightarrow \quad i(t) = \frac{E}{R}.e^{-\frac{t}{RC}}$$

$$i(0) = \frac{E}{R}.e^{0} = \frac{E}{R} \quad \text{و} \quad i(\infty) = \frac{E}{R}.e^{-\infty} = 0$$

7) الطاقة الكهربائية المخزنة بالمكثفة:

$$E_C = \frac{1}{2}.C.U_C^2 \quad \text{و :} \quad U_{C_{max}} = E$$

و منه :

$$E_{C_{max}} = \frac{1}{2}.C.E^2 = \frac{1}{2} \times 1{,}2 \times 10^{-6} \times 36$$

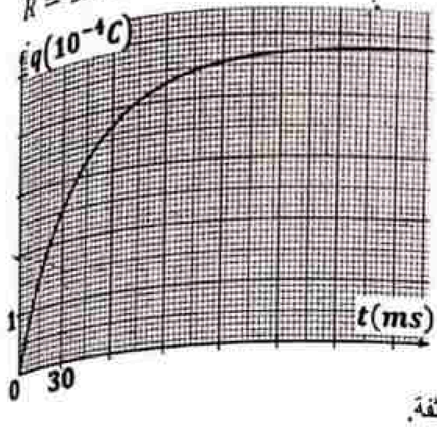
بالتالي: $E_{C_{max}} = 2{,}16 \times 10^{-5}\ (J)$

Scanned by CamScanner

التمرين 04:

تتكون دارة كهربائية على التسلسل من: مولد للتوتر قوته المحركة الكهربائية E، ناقل أومي مقاومته: $R = 1k\Omega$ ومكثفة سعتها C وقاطعة K.

نغلق القاطعة K في اللحظة: $t = 0$.



1) ارسم الدارة الكهربائية مع توجيهها بالنسبة لشدة التيار والتوتر الكهربائيين.

2) جد المعادلة التفاضلية للدارة بدلالة $q(t)$ خلال شحن المكثفة

3) حل المعادلة التفاضلية السابقة، يعطى بالشكل:
$q(t) = Ae^{\alpha t} + B$ جد عبارة كل من: α، B، A.

4) التمثيل البياني يمثل تطور شحنة المكثفة $q(t)$ بدلالة الزمن t (الشكل)

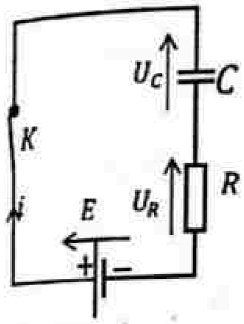
أ/ استنتج بيانيا قيمة τ ثابت الزمن، ثمّ احسب C سعة المكثفة.

ب/ استنتج قيمة E القوة المحركة الكهربائية للمولد.

ج/ احسب الطاقة الكهربائية المخزنة في المكثفة في اللحظة: $t = 200ms$.

تصحيح التمرين 04:

1) رسم الدارة الكهربائية:



2) إيجاد المعادلة التفاضلية بدلالة $q(t)$:

$$U_R + U_C = E \Rightarrow R.i + \frac{q}{C} = E$$

$$\Rightarrow R.\frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = E \Rightarrow \frac{dq}{dt} + \frac{1}{RC}.q = \frac{E}{R}$$

3) إيجاد كل من A, B, α :

نعلم أن لما $t = 0$ المكثفة مفرغة أي $q(0) = 0$

ومنه : $q(0) = Ae^0 + B \Rightarrow A = -B$ فتصبح العبارة : $q(t) = A.e^{\alpha t} - A \dots\dots (1)$

باشتقاق العبارة (1) نجد $\frac{dq}{dt} = A.\alpha \times e^{\alpha t} \dots\dots (2)$

نعوض (1) و(2) في المعادلة التفاضلية:

$$A\alpha.e^{\alpha t} + \frac{A.e^{\alpha t} - A}{R.C} = \frac{E}{R}$$

$$\left(\alpha + \frac{1}{RC}\right)A.e^{\alpha t} + \left(-\frac{A}{RC} - \frac{E}{R}\right) = 0$$

$$\begin{cases} \alpha + \frac{1}{RC} = 0 \\ -\frac{A}{RC} - \frac{E}{R} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} A = -EC \\ B = EC \\ \alpha = -\frac{1}{RC} \end{matrix}$$

$$q = -C.E.e^{\frac{-1}{R.C}t} + E.C$$

$$q = C.E\left(1 - e^{\frac{-1}{R.C}t}\right)$$

أنا من قوم إذا حزنوا ..
وجدوا في حزنهم طربا و إذا ما غاية
صعبت... هوّنوا بالترك ما صعبا
إيليا أبو ماضي

Scanned by CamScanner

4) أ/ من البيان $q_{max} = 4,8 \times 10^{-4}\ (C)$

إيجاد قيمة τ:

$$q(t) = 0,63 \times q_{max} = 0,63 \times 4,8 \times 10^{-4}$$
$$q(t) = 3,0 \times 10^{-4}\ (C)$$

بإسقاط هذه القيمة على البيان المعطى نجد $\tau \simeq 40\ (ms)$ ، تقبل من $[39ms - 42\ ms]$

- حساب C سعة المكثفة:

$$\tau = R \times C \Rightarrow C = \frac{\tau}{R} = \frac{40 \times 10^{-3}}{10^3}$$
$$C = 4 \times 10^{-5}\ (F)$$

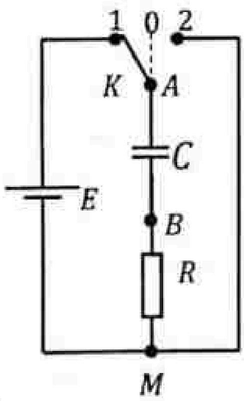
ب/ استنتاج قيمة E:

$$q_{max} = C.E$$
$$E = \frac{q_{max}}{C} = \frac{4,8 \times 10^{-4}}{4 \times 10^{-5}} = 12\ (V)$$

ج/ حساب الطاقة الكهربائية المخزنة عند $t = 200\ (ms)$

$$\xi = \frac{1}{2}C.U_c^2$$
$$U_C = E = 12(V)$$
$$\xi = \frac{1}{2} \times 4 \times 10^{-5} \times 12^2 = 2,88 \times 10^{-3}\ J$$

التمرين 05:



في حصة الأعمال المخبرية، اقترح أستاذ على تلاميذه مخطط الدارة الممثلة في (الشكل) لدراسة ثنائي القطب RC.

تتكون الدارة من العناصر الكهربائية التالية:

- مولد توتره الكهربائي ثابت $E = 12V$.
- مكثفة (غير مشحونة) سعتها $C = 1.0\ \mu F$.
- ناقل أومي مقاومته $R = 5 \times 10^3\ \Omega$.
- بادلة K.

1) نجعل البادلة في اللحظة $(t = 0)$ على الوضع (1).

أ/ ماذا يحدث للمكثفة؟

ب/ كيف يمكن عمليا مشاهدة التطور الزمني للتوتر الكهربائي u_{AB} ؟

ج/ بين أن المعادلة التفاضلية التي تحكم اشتغال الدارة عبارتها:

$$RC\frac{du_{AB}}{dt} + u_{AB} = E$$

د/ أعط عبارة (τ) الثابت المميز للدارة، وبين باستعمال التحليل البعدي أنه يقدر بالثانية في النظام الدولي للوحدات (SI).

ه/ بين أن المعادلة التفاضلية السابقة (1-ج) تقبل العبارة: $u_{AB} = E(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$ حلا لها.

و/ ارسم شكل المنحنى البياني الممثل للتوتر الكهربائي $u_{AB} = f(t)$ وبين كيفية تحديد τ من البيان.

ز/ قارن بين قيمة التوتر u_{AB} في اللحظة $t = 5\tau$ و E. ماذا تستنتج؟

2) بعد الانتهاء من الدراسة السابقة، نجعل البادلة في الوضع (2).

أ/ ماذا يحدث للمكثفة؟

ب/ احسب قيمة الطاقة الأعظمية المحولة في الدارة الكهربائية.

Scanned by CamScanner

تصحيح التمرين 05:

1) البادلة في الوضع (1) $\Leftarrow t = 0$

أ/ تشحن المكثفة.

ب/ يمكن عمليا مشاهدة التطور الزمني لـ U_{AB} بواسطة راسم الاهتزاز المهبطي ذو ذاكرة أو جهاز آلي مزود ببطاقة مدخل.

ج/ المعادلة التفاضلية:

قانون جمع التوترات : $E = U_R + U_C$

$$E = R \times i_t + U_C \Rightarrow E = R \times \frac{dq}{dt} + U_C$$

$$E = R \times \frac{d(C \times U_C(t))}{dt} + U_C \Rightarrow E = R \times C \times \frac{dU_C(t)}{dt} + U_C$$

د/ عبارة τ : $\tau = R \times C$

-التحليل البعدي:

$$[\tau] = [R \times C] = [R] \times [C] \Rightarrow [\tau] = \frac{\cancel{[U]}}{[I]} \times \frac{[Q]}{\cancel{[U]}} = \frac{[I] \times [T]}{[I]} \Rightarrow [\tau] = [T] = (S)$$

$$\begin{cases} U_R = R \times i \\ Q = C \times U_C \\ i_t = \dfrac{dq}{dt} \end{cases}$$

إننا أربعة إخوة ، لنا رأس واحد فما نحن ؟

ه/ التحقق:

$$\begin{cases} u_{AB(t)} = E\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) \\ \dfrac{dU_{AB}(t)}{dt} = \dfrac{E}{\tau} \times e^{-\frac{t}{\tau}} \end{cases}$$

نعوض في المعادلة التفاضلية : $E = R.C \times \frac{E}{\tau} \times e^{-\frac{t}{\tau}} + E - E \times e^{-\frac{t}{\tau}}$

نعلم أن $\tau = R \times C$ اذن $E - E = E \times e^{-\frac{t}{\tau}} - E \times e^{-t/\tau}$

$E - E = 0$ إذن محققة

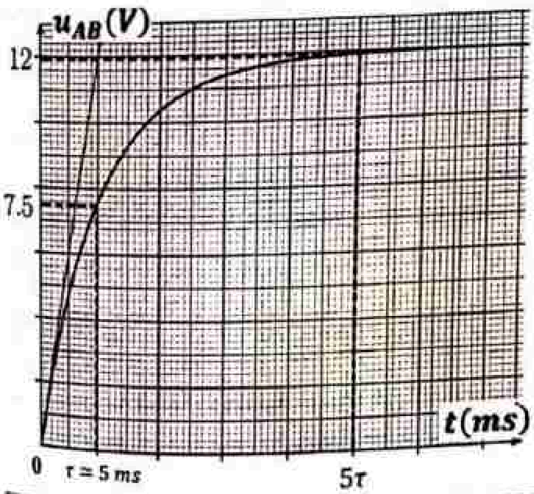
و/ المنحنى البياني $U_{AB\,(t)} = f_{(t)}$

- تحديد τ :

الطريقة 1: المماس عند $t = 0$.

الطريقة 2: $u_{AB}(\tau) = 0{,}63E$

من البيان نجد: $\tau \simeq 5\ ms$



ز/ مقارنة $U_{AB(5\tau)}$ و E : عند $t = 5\tau$:

$$U_C(5\tau) = E\left(1 - e^{-\frac{5\tau}{\tau}}\right)$$

$$U_C(5\tau) = E(1 - e^{-5}) = 0{,}99E \simeq E$$

2) نضع البادلة في الوضع (2):

أ/ أيحدث تفريغ للمكثفة

ب/ الطاقة الاعظمية المحولة في الدار:

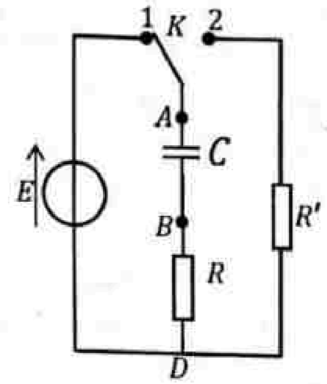
$$E = \frac{1}{2} \times C \times U_{max}^2$$

$$E = \frac{1}{2} \times 1 \times 10^{-6} \times 12^2$$

$$E = 7{,}2 \times 10^{-5}\ J$$

Scanned by CamScanner

التمرين 06:



نحقق التركيب الكهربائي التجريبي المبين في الشكل المقابل باستعمال التجهيز:

- مكثفة سعتها (C) غير مشحونة.
- ناقلين أوميين مقاومتيهما $R = R' = 470\ \Omega$.
- مولد كهربائي ذي توتر ثابت (E).
- بادلة (K). أسلاك توصيل.

1) نضع البادلة عند الوضع (1) في اللحظة $(t = 0)$:

أ/ بين على الشكل جهة التيار الكهربائي المار في الدارة ثمّ مثل بالأسهم التوترين u_c ، u_R.

ب/ عبر عن u_c و u_R بدلالة شحنة المكثفة $q = q_A$ ثمّ أوجد المعادلة التفاضلية التي تحققها الشحنة q.

ج/ تقبل هذه المعادلة التفاضلية حلا من الشكل: $q(t) = A(1 - e^{-\alpha t})$.
عبر عن A و α بدلالة C، R، E.

د/ إذا كانت قيمة التوتر الكهربائي عند نهاية الشحن بين طرفي المكثفة $(5V)$، استنتج قيمة (E).

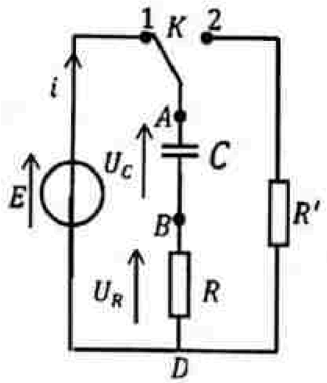
ه/ عندما تشحن المكثفة كليا تخزن طاقة $(E_c = 5mJ)$. استنتج سعة المكثفة (C).

2) نجعل البادلة الآن عند الوضع (2):

أ/ ماذا يحدث للمكثفة؟

ب/ قارن بين قيمتي ثابت الزمن الموافق للموضعين (1) ثمّ (2) للبادلة (K).

تصحيح التمرين 06:



1) البادلة في الوضع (1).

أ/ الدارة:
$$U_C = U_{AB}$$
$$U_R = U_{BD}$$

ب/ التعبير عن U_C و U_R بدلالة $q = q_A$

$$q(t) = U_C(t) \times C \quad \Rightarrow U_C = \frac{q(t)}{C}$$

$$U_R = R.i(t) = R \times \frac{dq}{dt}$$

المعادلة التفاضلية لـ $q(t)$: قانون جمع التوترات:

$$U_{AD} = U_{AB} + U_{BD} \qquad \Rightarrow \qquad U_C(t) + U_R(t) = E$$

$$R.i(t) + \frac{q}{C} = E \qquad \Rightarrow \qquad R.\frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = E \qquad \Rightarrow \qquad \frac{dq}{dt} + \frac{q}{RC} = \frac{E}{R}$$

ج/ إيجاد A و α:

لدينا حل المعادلة التفاضلية هو:

$$q(t) = A(1 - e^{-\alpha.t}) \quad \Rightarrow \quad \frac{dq}{dt} = A.\alpha.e^{-\alpha t}$$

نعوض في المعادلة التفاضلية تصبح :

$$A.\alpha.e^{-\alpha t} + \frac{A(1 - e^{-\alpha t})}{R.C} = \frac{E}{R} \qquad \Rightarrow \qquad \left(A.\alpha - \frac{A}{RC}\right)e^{-\alpha t} = \frac{E}{R} - \frac{A}{RC}$$

Scanned by CamScanner

لما $(-\alpha.t) \to -\infty$ فإن $e^{-\alpha t} = 0$ و منه تصبح المعادلة التفاضلية:

$$\frac{E}{R} - \frac{A}{R \times C} = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{E}{R} = \frac{A}{RC}$$

و عليه $A = E \times C$

لما $t = 0$ تصبح المعادلة التفاضلية:

$$A.\alpha = \frac{E}{R}$$

و عليه :

$$\alpha = \frac{E}{R\,.\,A} = \frac{E}{R.C.E} = \frac{1}{RC}$$

د/ استنتاج E: $E = 5\ (V) \Leftarrow U_{C_f} = 5\ (V)$

لأنّ التيار معدوم $i(t) = 0\ (A)$ منه $U_R = 0\ V$ إذن: $E = U_{C_f} = 5\ (V)$

من قانون جمع التوترات $U_C(t) + U_R(t) = E$

تصبح $U_C(t) + 0 = E$

أي $U_C(t) = E$ بالتالي: $E = 5\ (V)$

ه/ استنتاج C:

$$E_C = \frac{1}{2} \times C.U_C^2$$

عندما تشحن المكثفة كليا :

$$E_C = \frac{1}{2} \times C.U_C^2 \;\Rightarrow\; C = \frac{2.E_C}{U_{C_{max}}^2}$$

$$C = \frac{2 \times 5 \times 10^{-3}}{25} = 400\ \ (\mu F)$$

ان كنت معك فانت تريد مشاركتي مع اصدقائك..
لكن ان شاركتني مع الأصدقاء فسوف اموت... ما انا؟

2) نضع البادلة في الوضع (2)

أ/ تتفرغ المكثفة في الناقل الأومي.

ب/ المقارنة:

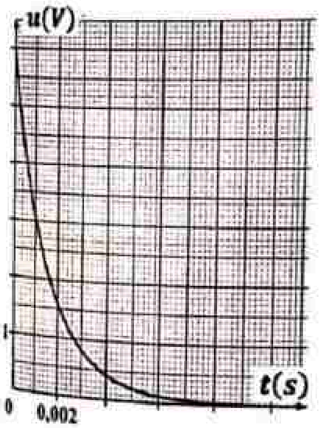
$$\tau_1 = R \times C = 470 \times 400 \times 10^{-6} = 0{,}188\ s$$

بما أن $R = R'$ إذا $\tau_2 = (R + R') \times C = 2R \times C$

$$\tau_2 = 2 \times \tau_1$$

ومنه ثابت الزمن لدارة التفريغ هو ضعف ثابت الزمن لدارة الشحن.

التمرين 07:



لدينا مكثفة سعتها $C = 1.0 \times 10^{-1}\mu F$ مشحونة مسبقا بشحنة كهربائية مقدارها $q = 0.6 \times 10^{-6}c$ ، وناقل أومي مقاومته $R = 15\ k\Omega$ نحقق دارة كهربائية على التسلسل باستعمال المكثفة و الناقل الأومي وقاطعة K، في اللحظة $t = 0$ نغلق القاطعة:

1) ارسم مخطط الدارة الموصوفة سابقا.

2) مثل على المخطط: جهة مرور التيار الكهربائي في الدارة.

3) أوجد علاقة بين u_R و u_C.

4) بالاعتماد على قانون جمع التوترات، أوجد المعادلة التفاضلية بدلالة u_C

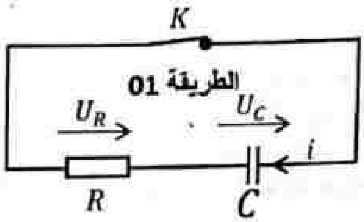
5) بين أن حل المعادلة التفاضلية السابقة هو من الشكل:
$u_C = a \times e^{bt}$ ، حيث a و b ثابتين يطلب تعيين قيمة كل منهما.

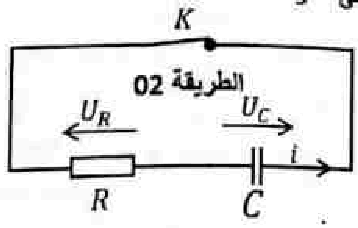
6) إن العبارة الزمنية $u_C = f(t)$ تسمح برسم البيان.
- اشرح على البيان الطريقة المتبعة للتأكد من القيم المحسوبة سابقا (السؤال5).

Scanned by CamScanner

تصحيح التمرين 07:

1) مخطط الدارة:
2) التمثيل على الدارة





الطريقة 01:

3) العلاقة بين U_R و U_C : $U_C + U_R = 0$

4) المعادلة التفاضلية:

$U_C + U_R = 0 \Leftrightarrow U_C + R.i = 0$ ، في هذه الحالة: $i = \frac{dq}{dt}$، ومنه: $U_C + R.\frac{dq}{dt} = 0$

وبما أن: $q = C.U_C$ ، فإنّ: $\boldsymbol{U_C + RC.\frac{dU_C}{dt} = 0}$

الطريقة 02:

3) العلاقة بين U_R و U_C : $U_C - U_R = 0$

4) المعادلة التفاضلية:

لدينا: $U_C - U_R = 0 \Leftrightarrow U_C - Ri = 0$ ، و نعلم أنّ في هذه الحالة: $i = -\frac{dq}{dt}$،

$$U_C - R\left(-\frac{dq}{dt}\right) = 0 \quad \Rightarrow \quad U_C + R\frac{dq}{dt} = 0$$

بما أن: $q = C.U_C$ ، فإن: $U_C + R\frac{d(C.U_C)}{dt} = 0$ إذن: $\boldsymbol{U_C + R.C\frac{dU_C}{dt} = 0}$

5) إيجاد قيمة a و b :

إيجاد قيمة b : $U_C = a.e^{bt} \dots (1)$ ، نشتق (1) فنجد: $\frac{dU_C}{dt} = a.b.e^{bt}..(2)$

بتعويض (1) و (2) في المعادلة التفاضلية:

$$a.e^{bt} + RC \times a.b.e^{bt} = 0 \quad \Rightarrow \quad a.e^{bt}(1 + RC \times b) = 0$$

معناه : $RC \times b + 1 = 0$ أي : $RC \times b = -1$

ومنه : $b = \frac{-1}{Rc} = \frac{-1}{15 \times 10^3 \times 10^{-7}} = -666{,}6$

إيجاد قيمة a : لما : $t = 0$ فإنّ المكثفة مشحونة ، أي : $U_0 = E$

لدينا من (1) : $U_C = a.e^0 = a$، معناه : $E = a$ ، من البيان : $a = 6V$

بتعويض a و b في (1): $U_C(t) = 6 \times e^{-666{,}6\,t}$

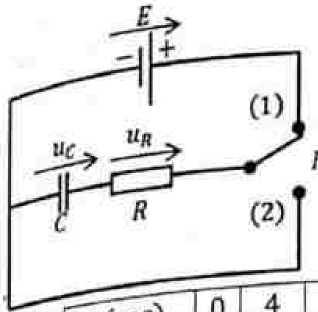
6) من البيان : لما : $t = 0$ ، فإنّ : $U_0 = 6V$ ، وهذا ما يوافق النتائج السابقة.

من البيان : $\tau = 0{,}015\,s \Leftrightarrow \frac{1}{\tau} = 666{,}6\,s^{-1}$ ، وهذا ما يوافق النتائج السابقة.

Scanned by CamScanner

التمرين 08:

بغرض شحن مكثفة فارغة، سعتها C، نصلها على التسلسل مع العناصر الكهربائية التالية:
- مولد ذو توتر كهربائي ثابت $E = 5V$ ومقاومته الداخلية مهملة.
- ناقل أومي مقاومته $R = 120\ \Omega$.
- بادلة K.



1) لمتابعة تطور التوتر الكهربائي u_C بين طرفي المكثفة بدلالة الزمن، نوصل مقياس فولطمتر رقمي بين طرفي المكثفة وفي اللحظة $t = 0$، نضع البادلة في الوضع (1). وبالتصوير المتعاقب تم تصوير شاشة جهاز الفولطمتر الرقمي لمدة معينة وبمشاهدة شريط الفيديو ببطء سجلنا النتائج التالية:

$t(ms)$	0	4	8	16	20	24	32	40	48	60	68	80
$u_C(V)$	0	1,0	2,0	3,3	3,8	4,1	4,5	4,8	4,9	5,0	5,0	5,0

أ/ ارسم البيان $u_C = f(t)$.

ب/ عين بيانيا قيمة ثابت الزمن τ لثنائي القطب RC بطريقتين.

ج/ استنتج قيمة السعة C للمكثفة.

2) كيف تتغير قيمة ثابت الزمن τ في الحالتين؟
- الحالة (أ): من أجل مكثفة سعتها C' حيث $C' > C$ و $R = 120\ \Omega$.
- الحالة (ب): من أجل مكثفة سعتها C'' حيث $C'' = C$ و $R' < 120\ \Omega$

ارسم كيفيا، في نفس المعلم المنحنيين (1) و (2) المعبرين عن $u_C(t)$ في الحالتين (أ) و (ب) السابقتين.

3) أ/ بين أن المعادلة التفاضلية المعبرة عن $q(t)$ تعطى بالعبارة:

$$\frac{dq(t)}{dt} + \frac{1}{RC}q(t) = \frac{E}{R}$$

ب/ يعطى حل المعادلة التفاضلية بالعبارة $q(t) = Ae^{-\alpha.t} + \beta$ حيث A و α و β ثوابت يطلب تعيينها، علما أنه في اللحظة $t = 0$ تكون $q(o) = 0$.

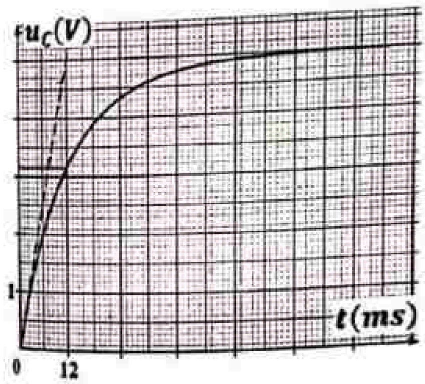
4) المكثفة مشحونة نضع البادلة في الوضع (2) في لحظة نعتبرها كمبدأ للأزمنة.

أ/ احسب في اللحظة $t = 0$ الطاقة الكهربائية المخزنة E_0 في المكثفة.

ب/ ما هو الزمن الذي من أجله تصبح الطاقة المخزنة في المكثفة $E = \frac{E_0}{2}$ ؟

تصحيح التمرين 08:

1) أ/-البيان $U_C = f(t)$:



ب/-تعيين τ :

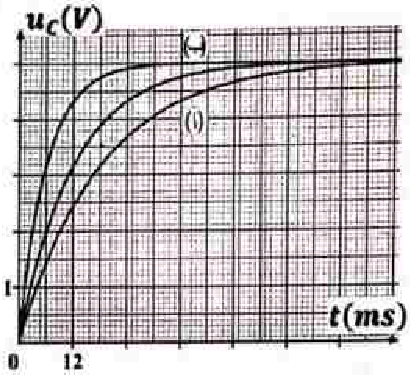
الطريقة 01: فاصلة تقاطع المماس عند $t = 0$ مع المستقيم $y = E = 5V$ نجد: $\tau = 12\ ms$

الطريقة 02: فاصلة الترتيبة $0,63E = 3,15V$ نجد أيضا: $\tau = 12\ ms$

ج/ استنتاج C:

$$\tau = RC \Rightarrow C = \frac{\tau}{R} = \frac{12 \times 10^{-3}}{120} \Rightarrow C = 10^{-4}\ F$$

Scanned by CamScanner



2) الحالة (أ) : $C' > C$ و: $R = 120\ \Omega$ بالتالي τ يزداد منه زمن الشحن يزداد

الحالة (ب): $C' = C$ و: $R < 120\ \Omega$ بالتالي τ ينقص منه زمن الشحن ينقص

3) أ/-المعادلة التفاضلية المعبرة عن $q(t)$:

بتطبيق قانون جمع التوترات:

$$E = U_R + U_C \Rightarrow E = R.i + \frac{q}{C}$$

$$\Rightarrow E = R.\frac{dq}{dt} + \frac{q}{C}$$

بالتالي: $\frac{E}{R} = \frac{dq(t)}{dt} + \frac{q(t)}{RC}$

ب/تعيين A، α و β علما أنّ: حل للمعادلة التفاضلية : $q(t) = Ae^{-\alpha.t} + B$

لما: $t = 0$; $q(0) = 0$ معناه: $0 = Ae^{0} + B \Leftarrow A = -B$

تصبح: $q(t) = -B.e^{-\alpha t} + B$ بالاشتقاق: $\frac{dq(t)}{dt} = \alpha.Be^{-\alpha.t}$

بالتعويض في المعادلة التفاضلية:

$$\frac{E}{R} = \alpha.Be^{-\alpha t} + \frac{B}{RC} - \frac{Be^{-\alpha t}}{RC} \Leftarrow \frac{E}{R} = \alpha Be^{-\alpha t} + \frac{B - Be^{-\alpha t}}{RC}$$

الطريقة 1: لما: $t \to +\infty$ تصبح:

$$\frac{E}{R} = \frac{B}{RC} \Rightarrow E = \frac{B}{C} \Rightarrow B = CE$$

وعليه: $A = -CE$

لما: $t = 0$ تصبح: $\frac{E}{R} = \alpha CE + \frac{B}{RC} - \frac{B}{RC} \Rightarrow \frac{E}{R} = \alpha CE \Rightarrow \alpha = \frac{1}{RC}$

الطريقة 2: $\frac{E}{R} = B.e^{-\alpha t}\left(\alpha - \frac{1}{RC}\right) + \frac{B}{RC}$ معناه: $\alpha - \frac{1}{RC} = 0$ و: $\frac{E}{R} = \frac{B}{RC}$

إذن: $\alpha = \frac{1}{RC} = \frac{1}{\tau}$ و: $B = CE$ ومنه: $A = -CE$

4) أ/-حساب الطاقة الكهربائية المخزنة:

$$\xi = \frac{1}{2}.C.U_c^2 \text{ حيث: } U_{C_0} = E \text{ و: } \xi_{max} = \frac{1}{2}C.U_{C_0}^2$$

$$\xi_0 = 12,5 \times 10^{-4}\ j \Leftarrow \xi_0 = \xi_{max} = \frac{1}{2}.C.E^2$$

ب/-الزمن اللازم لتحقق $\xi = \frac{\xi_0}{2}$:

$$t_{1/2} = \frac{\tau}{2} \times \ln 2 = \frac{12}{2} \times \ln 2 \Rightarrow t_{1/2} = 4,15\ ms$$

5) البرهان على $t_{\frac{1}{2}} = \frac{\tau}{2}.\ln 2$:

لكن: في التفريغ : $\xi = \frac{1}{2}.C.U_c^2 \Rightarrow \xi = \frac{1}{2}.C.\left(E.e^{-\frac{t}{\tau}}\right)^2 = \frac{1}{2}.C.E^2.e^{-\frac{2t}{\tau}}$

$\xi_0 = \frac{1}{2}.C.E^2$ معناه: $\xi = \xi_0.e^{-\frac{2t}{\tau}}$

Scanned by CamScanner

ليس كل ما يدور في رأسك أفكار........قد يكون قمل

لما $t = t_{1/2}$: $\xi(t_{1/2}) = \dfrac{\xi_0}{2}$ و $\xi(t_{1/2}) = \xi_0 . e^{-\frac{2t_{1/2}}{\tau}}$

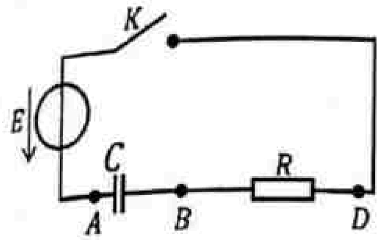
و منه :

$$\frac{\xi_0}{2} = \xi_0 . e^{-\frac{2t_{1/2}}{\tau}}$$

$$\frac{1}{2} = e^{-\frac{2t_{1/2}}{\tau}} \Rightarrow ln\left(\frac{1}{2}\right) = -2.\frac{t_{1/2}}{\tau} \Rightarrow -ln\,2 = -2.\frac{t_{1/2}}{\tau}$$

إذن : $t_{1/2} = \dfrac{\tau}{2}. ln\,2$

التمرين 09:



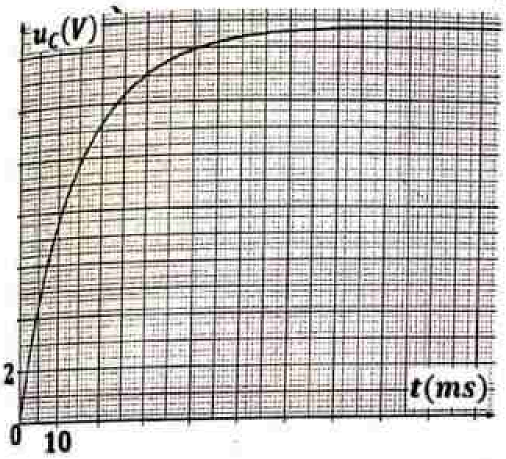
نربط على التسلسل العناصر الكهربائية التالية:

- ناقل أومي مقاومته $R = 500\ \Omega$.
- مكثفة سعتها C غير مشحونة.
- مولد ذي توتر كهربائي ثابت E
- قاطعة K.

1) اعتمادا على البيان:

أ/ عين قيمة ثابت الزمن τ وقيمة التوتر الكهربائي بين طرفي المولد ثم احسب سعة المكثفة C.

ب/ حدد المدة الزمنية t' لاكتمال عملية شحن المكثفة.



2) بتطبيق قانون جمع التوترات أوجد المعادلة التفاضلية بدلالة التوتر الكهربائي بين طرفي المكثفة: $u_{AB} = u_c(t)$، ثم بين أنها تقبل حلا من الشكل: .

$$u_c = E(1 - e^{-t/\tau})$$

3) أوجد قيمة الطاقة الكهربائية المخزنة E_c في المكثفة عند اللحظات $t_0 = 0$ ، $t_1 = \tau$ ، $t_2 = 5\tau$.

4) توقع (رسم كيفي) شكل المنحنى $E_c = f(t)$.

تصحيح التمرين 09:

إعتمادًا على البيان:

1) أ/تعيين قيمة τ و E:

$$\begin{cases} E = 14{,}8\,V \\ \tau = 14\,ms \end{cases}$$

- حساب سعة المكثفة:

$$\tau = RC \Rightarrow C = \frac{\tau}{R} = \frac{14 \times 10^{-3}}{500} \Rightarrow C = 2{,}8 \times 10^{-5}\ F$$

ب/ تحديد t' لاكتمال شحن المكثفة:

من البيان لدينا: عند النظام الدائم $t' = 70\ ms$

2) المعادلة التفاضلية $U_{AB} = U_C$: قانون جمع التوترات $E = U_{AB} + U_{BD}$

$$E = U_C + R.i \quad / \quad i = \frac{dq}{dt}$$

$$E = R \times \frac{dq}{dt} + U_C \Rightarrow E = R \times \frac{d(C.U_C)}{dt} + U_C \Rightarrow E = R \times C \times \frac{dU_c}{dt} + U_C$$

Scanned by CamScanner

الاثبات :

$$U_c = E(1-e^{-t/\tau}) = E - E\times e^{\frac{t}{\tau}} \quad \Rightarrow \quad \frac{dU_C}{dt} = \frac{E}{\tau}\times e^{-t/\tau}$$

نعوض في المعادلة التفاضلية : $\tau = R\times C$

$$E = \cancel{R\times C}\times\frac{\cancel{E}}{\cancel{\tau}}\cdot\times \cancel{e^{-\frac{t}{\tau}}} + E - \cancel{E\times e^{-\frac{t}{\tau}}}$$

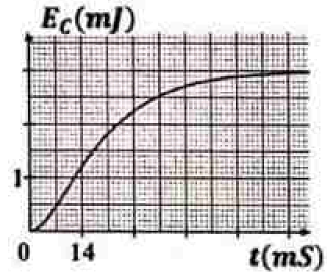
$E = E$ محققة

3) الطاقة الكهربائية المخزنة:

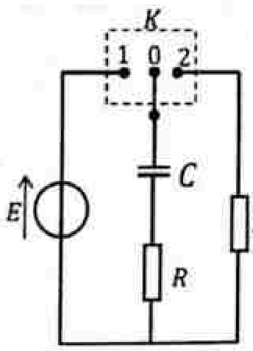
$$E_C = \frac{1}{2}C.U_c^2$$

t	$t=0$	$t=\tau$	$t=5\tau$
$u_c(V)$	0	9,3	14,8
$E_C(J)$	0	$1,21\times10^{-3}$	3×10^{-3}

4) رسم المنحنى $E_C = f(t)$:



التمرين 10



نحقق الدارة التي تتكون من مولد لتوتر ثابت $E = 9.0V$، ومكثفة سعتها $C = 250\mu F$ وناقلين أوميين متماثلين مقاومة كل منهما $R = 200\ \Omega$، وبادلة K.

أولا: نضع البادلة على الوضع 1.

1) أ/ أعد رسم الدارة (الشكل) مبينا عليها جهة انتقال حاملات الشحنة وما طبيعتها؟ حدد شحنة كل لبوس وجهة التيار.

ب/ ذكر بالعلاقة بين $i(t)$ و $q(t)$، والعلاقة بين $u_c(t)$ و $q(t)$. ثم استنتج العلاقة بين $i(t)$ و $u_c(t)$.

2) أ/ اكتب العلاقة بين $u_R(t)$ و $u_c(t)$ وبين أن المعادلة التفاضلية التي يحققها $u_c(t)$ هي من الشكل:

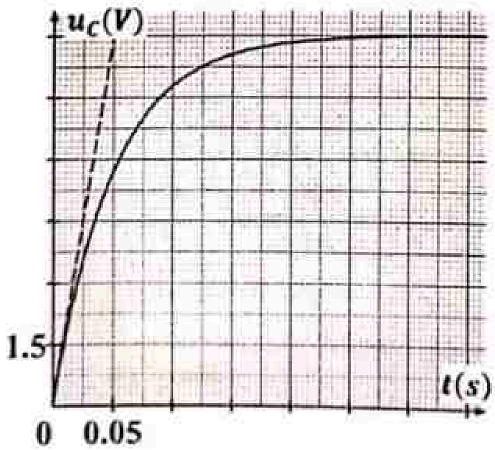
$$\tau_1 \cdot \frac{du_c(t)}{dt} + u_c(t) = A$$

ب/ أوجد القيمة العددية لكل من τ_1 و A.

ج/ أوجد من المعادلة التفاضلية وحدة τ_1. عرّفه.

3) أ/ اقرأ على المنحنى البياني (الشكل) قيمة ثابت الزمن τ_1، وقارنها بالقيمة المحسوبة سابقا.

ب/ حدد بيانيا المدة الزمنية Δt الصغرى اللازمة لاعتبار المكثفة عمليا مشحونة. قارنها مع τ_1.



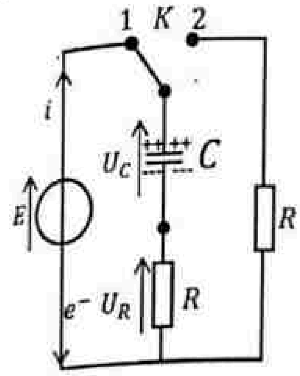
ثانيا : نضع البادلة على الوضع 2.

1) ماهي الظاهرة الفيزيائية التي تحدث؟ اكتب المعادلة التفاضلية لـ $u_c(t)$ الموافقة.

2) احسب τ_2، وقارنها بـ τ_1. ماذا تستنتج؟

3) مثل بشكل تقريبي المنحنى البياني لتغير $u_c(t)$ مستعينا بالقيم المميزة.

Scanned by CamScanner



تصحيح التمرين 10:

أولا: البادلة في الوضع -1-

1) أ/رسم مخطط الدارة:

حاملات الشحنة هي الإلكترونات

ب/ العلاقة بين $i(t)$ و $q(t)$: $i(t) = \frac{dq}{dt}$

العلاقة بين $i(t)$ و $U_C(t)$:

$$q(t) = C.U_C(t)$$

استنتاج العلاقة بين $U_C(t)$ و $i(t)$:

$$i(t) = \frac{dq}{dt} = \frac{dU_C.C}{dt} \Rightarrow i(t) = C.\frac{dU_C}{dt}$$

2) أ/ العلاقة بين $U_R(t)$ و $U_C(t)$:

$$E = U_C + U_R$$

تبيين صيغة المعادلة التفاضلية :

$$E = U_C + U_R \Rightarrow E = U_C + R.i \Rightarrow E = U_C + R.C.\frac{dU_C}{dt} \Rightarrow E = U_C + \tau_1.\frac{dU_C}{dt}$$

وهو المطلوب.

ب/ إيجاد القيمة العددية لـ A و τ_1 : $A = E \Rightarrow A = 9V$

$$\tau_1 = R.C \Rightarrow \tau_1 = 250 \times 10^{-6} \times 200 = 5 \times 10^{-2} s$$

ج/ إيجاد وحدة τ_1 من المعادلة التفاضلية :

$$E - U_C = \tau_1.\frac{dU_C}{dt}$$

$$[U] = [\tau_1] \times \frac{[U]}{[T]} \Rightarrow [\tau_1] = \frac{[U] \times [T]}{[U]} = [T]$$

إذن: وحدة τ هي الثانية s

الثقة بالله أزكى أمل
و التوكل عليه أوفى عمل
مصطفى صادق الرافعي

تعريف τ : هو الزمن اللازم حتى تشحن 63% من المكثفة.

3) أ/ لدينا بيانيا $\tau_1 = 0{,}05 s$ و هذه القيمة تتطابق مع القيمة المحسوبة سابقا.

ب/ عند ثبوت البيان لدينا : $\Delta t = 0{,}25\ s$

المقارنة : $\frac{\Delta t}{\tau_1} = \frac{0{,}25}{5 \times 10^{-2}} = 5 \Rightarrow \Delta t = 5.\tau_1$

ثانيا: البادلة في الوضع -2-

1) الظاهرة الفيزيائية التي تحدث هي: تفريغ المكثفة

- كتابة المعادلة التفاضلية :

$$U_C + U_R + U_R = 0$$

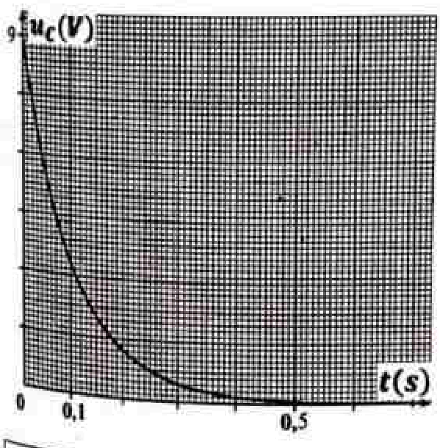
$$\Rightarrow U_C + 2RC \times \frac{dU_C}{dt} = 0$$

2) حساب τ_2:

$$\tau_2 = R_{eq} \times C$$

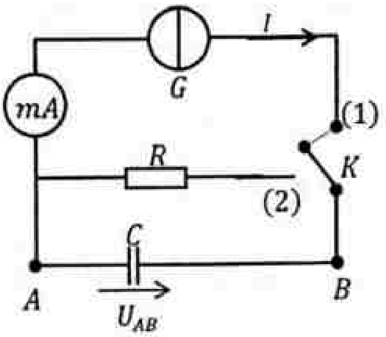
$$\Rightarrow \tau_2 = 2R.C = 2\tau_1 = 0{,}1\ s$$

3) رسم البيان:



Scanned by CamScanner

التمرين 11:



اقترح أستاذ على تلامذته تعيين سعة مكثفة C بطريقتين مختلفتين :

الطريقة الأولى: شحن المكثفة بتيار مستمر ثابت الشدة.

الطريقة الثانية: تفريغ المكثفة في ناقل أومي.

لهذا الغرض تمّ تحقيق التركيب المقابل.

أولا: المكثفة في البداية فارغة. نضع في اللحظة $t = 0$ البادلة K في الوضع (1)، فتشحن المكثفة بالمولد G الذي يعطي تيارا ثابتا شدته $I = 0,31mA$ بواسطة جهاز $ExAO$ تمكنا من مشاهدة المنحنى البياني لتطور التوتر U_{AB} بين طرفي المكثفة بدلالة الزمن t

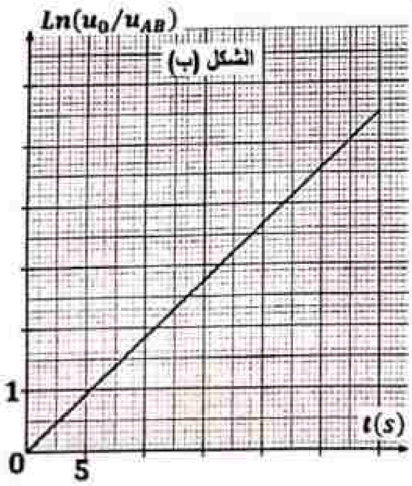
1) أعط عبارة التوتر u_{AB} بدلالة شدة التيار I المار في الدارة، سعة المكثفة C والزمن t.

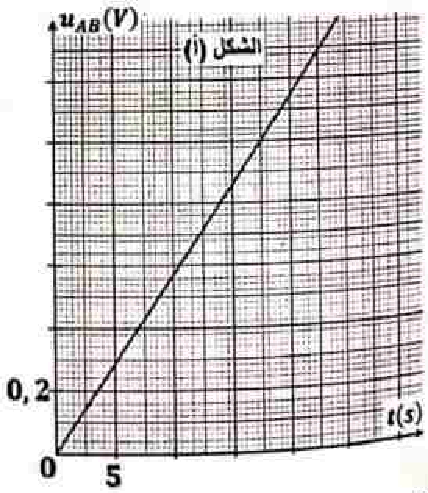
2) جد قيمة C سعة المكثفة.

ثانيا: عندما يصبح التوتر بين طرفي المكثفة مساويا إلى القيمة $U_0 = 1.6V$، نضع البادلة K في الوضع (2) في لحظة نعتبرها من جديد $t = 0$ ،فيتم تفريغ المكثفة في ناقل أومي مقاومته $R = 1\ K\Omega$.

1) جد المعادلة التفاضلية التي يحققها u_{AB}. علما أن حلها: $u_{AB} = U_0 e^{-t/\tau}$

2) أثناء تفريغ المكثفة، سمح جهاز $ExAO$ من متابعة تطور التوتر الكهربائي u_{AB} بين طرفي المكثفة بدلالة الزمن t. بواسطة برمجية مناسبة تمكنا من الحصول على المنحنى البياني (الشكل -1ب). جد بيانيا قيمة ثابت الزمن τ للدارة، ثم استنتج قيمة سعة المكثفة C.





تصحيح التمرين 11:

أولا:

1) عبارة التوتر U_{AB}:
$$q = U_{AB}.C \Rightarrow U_{AB} = \frac{q}{C} \ldots.(1)$$

ونعلم أن :
$$i = \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{q-0}{t-0} = \frac{q}{t} \Rightarrow q = i.t$$

بالتعويض في (1) نجد :
$$U_{AB} = \frac{i}{C}.t \ \ldots.(2)$$

إذا فاتك خير فأدركه،
وإن أدركك فاسبقه
أبو بكر الصديق رضي الله عنه

Scanned by CamScanner

2) إيجاد قيمة C:

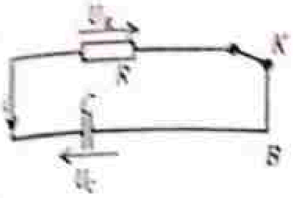
لدينا بيانيا: $U_{AB} = a.t$ بمطابقة هذه العبارة مع (2) نجد: $\frac{1}{C} = a \ldots (3)$

لنحسب الميل a: $a = \frac{1-0}{17{,}5-0} = 5{,}7 \times 10^{-2}$

من (3) لدينا: $C = \frac{1}{a}$، أي:

$$C = \frac{0{,}31 \times 10^{-3}}{5{,}7 \times 10^{-2}} = 5{,}4 \times 10^{-3}F = 5{,}4\,mF$$

ثانيا:



1) في هذه الحالة: عندما يكون اتجاه التيار متوجه نحو المكثفة عند التفريغ

$$i = \frac{dq}{dt}$$

المعادلة التفاضلية:

لدينا: قانون جمع التوترات $U_R + U_C = 0$ منه $\Leftarrow$ $R\frac{dq}{dt} + U_{AB} = 0$

$$R.i + U_{AB} = 0$$

وعلما أن: $q = C.U_{AB}$ أي: $RC\frac{dU_{AB}}{dt} + U_{AB} = 0$، حلها معطى: $U_{AB} = U_0.e^{\frac{-t}{\tau}}$

2) قيمة ثابت الزمن τ: لدينا نظريا:

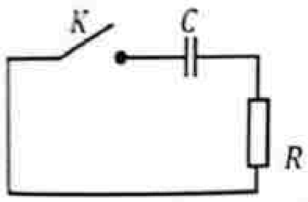
$$U_{AB} = U_0.e^{-\frac{t}{\tau}} \Rightarrow \left(\frac{U_{AB}}{U_0}\right) = e^{-\frac{t}{\tau}} \Rightarrow \ln\left(\frac{U_{AB}}{U_0}\right) = \frac{-1}{\tau}.t \Rightarrow \ln\left(\frac{U_0}{U_{AB}}\right) = \frac{1}{\tau}.t$$

ولدينا بيانيا: $\ln\left(\frac{U_0}{U_{AB}}\right) = a.t$، وبالمطابقة نجد: $a = \frac{1}{\tau}$،

لنحسب الميل a: $a = \frac{2{,}75-0}{15-0} = 0{,}183$ ومنه: $\tau = \frac{1}{a} = \frac{1}{0{,}183} = 5{,}4$

استنتاج قيمة المكثفة C: $\tau = R.C \Rightarrow C = \frac{\tau}{R} = \frac{5{,}4}{10^3} = 5{,}4\,mF$

التمرين 12:



مكثفة سعتها C شحنت كليا تحت توتر كهربائي ثابت: $E = 12V$.
لمعرفة سعتها C نحقق الدارة الكهربائية (الشكل)، حيث $R = 1K\Omega$

1) نغلق القاطعة K في اللحظة: $t = 0\,ms$.

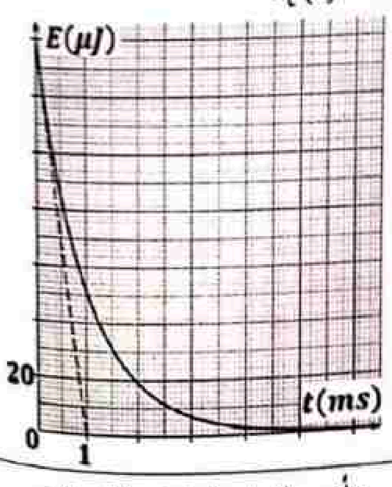
أ/ بتطبيق قانون جمع التوترات، جد المعادلة التفاضلية للتوتر الكهربائي $u_C(t)$ بين طرفي المكثفة.

ب/ حل المعادلة التفاضلية السابقة يعطى من الشكل: $u_C(t) = Ae^{at}$

حيث: A و a ثابتان يطلب كتابة عبارتهما.

2) اكتب العبارة اللحظية $E_C(t)$ للطاقة المخزنة في المكثفة.

3) يمثل الشكل تطور $E_C(t)$، الطاقة المخزنة في المكثفة بدلالة الزمن.



أ/ استنتج قيمة $E_{C_{max}}$ الطاقة المخزنة العظمى في المكثفة.

ب/ من (الشكل)، بين أن المماس للمنحنى في اللحظة: $t = 0\,ms$ يقطع محور الأزمنة في اللحظة: $t = \frac{\tau}{2}$.

ج/ احسب τ ثابت الزمن، ثم استنتج سعة المكثفة C.

4) أثبت أن زمن تناقص الطاقة إلى النصف هو: $t_{1/2} = \frac{\tau}{2}ln2$.
ثم احسب قيمته.

Scanned by CamScanner

تصحيح التمرين 12:

1) غلق القاطعة:

أ) المعادلة التفاضلية لـ $u_C(t)$: قانون جمع التوترات:

$$u_R + u_C = 0 \quad \Rightarrow \quad R \times i_t + u_C = 0$$

$$R \times \frac{d(C \times u_C)}{dt} + U_C = 0 \quad \Rightarrow \quad R.C \times \frac{du_C(t)}{dt} + u_C = 0$$

ب) إيجاد A و α:

$$\begin{cases} u_C(t) = A \times e^{\alpha.t} \\ \dfrac{du_C(t)}{dt} = A\alpha \times e^{\alpha.t} \end{cases}$$

ج) التحقق من الحل: نعوض في المعدلة التفاضلية:

$$RC \times \frac{du_C(t)}{dt} + Ae^{\alpha t} = 0$$

$$\Rightarrow \quad R.C \times A.\alpha e^{\alpha.t} + Ae^{\alpha t} = 0 \quad \Rightarrow \quad Ae^{\alpha.t}(R.C.\alpha + 1) = 0$$

معناه

$$\alpha \times R.C + 1 = 0$$

أي :

$$\alpha \times R.C = -1 \quad \Rightarrow \quad \alpha = \frac{-1}{R \times C}$$

لما $t = 0$ يكون $u_C(0) = E$

و $u_C(0) = Ae^0 \quad \Rightarrow \quad u_C(0) = A$

منه $A = E$

2) عبارة الطاقة المخزنة E_C:

$$E_C(t) = \frac{1}{2} C \times u_C^2(t) \quad ; \quad u_C(t) = Ee^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$E_C(t) = \frac{1}{2} C \left(E \times e^{-\frac{t}{\tau}}\right)^2 = \frac{1}{2} CE^2 \times e^{-2t/\tau} = E_{C_{max}}.e^{-2t/\tau}$$

3) أ) قيمة الطاقة المخزنة العظمى: $E_{C_{max}} = 140\ (\mu J)$

ب) المماس في $t = 0$ يقطع محور الأزمنة في $t = \frac{\tau}{2}$:

معادلة المماس :

$$y = at + b \ldots\ldots (1)$$

- يحدد a:

$$a = \frac{dE_C}{dt} = \frac{d}{dt}\left(E_{C_{max}}.e^{-2t/\tau}\right)$$

لما $t = 0$:

$$a = \frac{dE_C}{dt} = -\frac{2.E_{C_{max}}}{\tau}$$

- يحدد b:

$$b = E_{C_{max}}$$

منه بالتعويض في (1) نجد

$$y = -\frac{2.E_{C_{max}}}{\tau} t + E_{C_{max}}$$

لما يقطع محور الأزمنة

$$0 = -\frac{2.E_{C_{max}}}{\tau} t + E_{C_{max}}$$

$$\frac{2.\cancel{E_{C_{max}}}}{\tau} t = \cancel{E_{C_{max}}}$$

و عليه $t = \frac{\tau}{2}$

السؤال الضبابي الذي يدفعني للجنون أحيانا: هل أنا المجنون أم الآخرين؟

البرت اينشتاين

Scanned by CamScanner

ج/ حساب τ و C: من البيان لدينا: $\frac{\tau}{2} = 1\ ms \Leftarrow \tau = 2\ ms$

$$\tau = R \times C \Rightarrow C = \frac{\tau}{R} \Rightarrow C = \frac{2 \times 10^{-3}}{1 \times 10^{3}} = 2 \times 10^{-6}\ F$$

4) زمن تناقص الطاقة الى النصف:

$$\begin{cases} E_c(t_{1/2}) = \frac{E_{c_{max}}}{2} \\ E_c(t_{1/2}) = E_{c_{max}} \times e^{\frac{-2t_{1/2}}{R\times C}} \end{cases} \quad \text{و} \quad t = t_{1/2}$$

$$\frac{E_{c_{max}}}{2} = E_{c_{max}} \times e^{\frac{-2t_{1/2}}{R\times C}}$$

إذن : $e^{\frac{-2t_{1/2}}{R\times C}} = \frac{1}{2}$

$$\ln\left(e^{\frac{-2t_{1/2}}{R\times C}}\right) = \ln\left(\frac{1}{2}\right) \Rightarrow -\ln 2 = -2t_{1/2} \times \frac{1}{R \times C}$$

$$\ln 2 = 2t_{1/2} \times \frac{1}{R \times C} \Rightarrow t_{1/2} = \frac{\ln 2}{2} \times \tau$$

قيمته : $t_{1/2} = \frac{\ln 2}{2} \times 2 \times 10^{-3} = 0{,}693\ ms$

التمرين 13:

مكثفة سعتها C شحنت كليا تحت توتر ثابت $E = 6V$. من أجل معرفة سعتها C نقوم بتفريغها في ناقل أومي مقاومته $R = 4\ k\Omega$.

1) ارسم مخطط دارة التفريغ.

2) لمتابعة تطور التوتر $u_c(t)$ بين طرفي المكثفة خلال الزمن نستعمل جهاز فولطمتر رقمي وميقاتية إلكترونية.

أ/ كيف يتم ربط جهاز الفولطمتر في الدارة؟

نغلق القاطعة في اللحظة $t = 0\ ms$ ونسجل نتائج المتابعة في الجدول التالي:

$t(ms)$	0	10	20	30	40	60	80	100	120
$U_C(V)$	6,00	4,91	4,02	3,21	2,69	1,81	1,21	0,81	0,54

ب/ ارسم المنحنى البياني للدالة $u_c = f(t)$ على ورقة ميليمترية.

ج/ عين بيانيا قيمة ثابت الزمن τ.

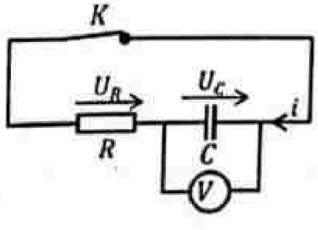
د/ احسب سعة المكثفة C.

3) أ/ بتطبيق قانون جمع التوترات، اكتب المعادلة التفاضلية للتوتر الكهربائي $u_c(t)$.

ب/ المعادلة التفاضلية السابقة تقبل العبارة $u_c(t) = Ae^{-\alpha t}$ حلا لها، حيث $A; \alpha$ ثابتان يطلب تعيينهما.

تصحيح التمرين 13:

1) رسم الدارة:

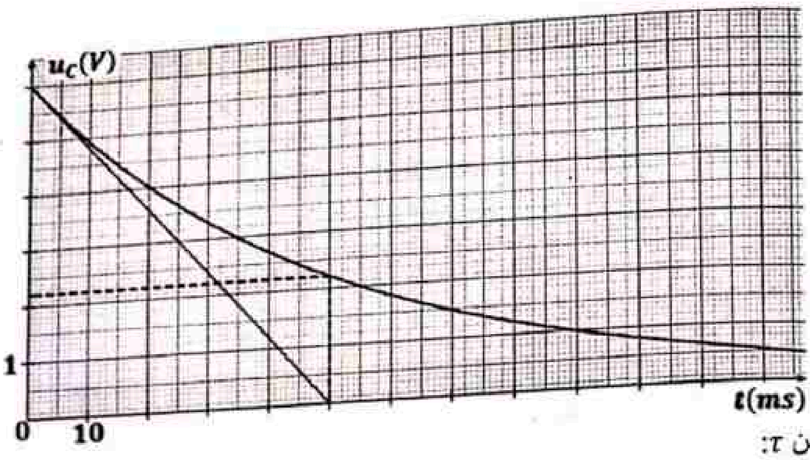


تضرب بلا سبب
و تطير بلا جناح
و تسبب الفرح و الغضب فما هي ؟

2) أ/ يوصل الفولط متر على التفرع مع المكثفة.

Scanned by CamScanner

ب/ رسم البيان:



ج/ إيجاد ثابت الزّمن τ:

طريقة 1: طريقة المماس : عند $t = 0$ فنجد : $\tau = 50\ ms$

طريقة 2: من المنحنى النقطة التي ترتيبها $0,37\ E$ و فاصلتها $\tau = 50\ ms$

د/حساب سعة المكثفة : نعلم أنّ : $\tau = R.C$ ومنه : $C = \frac{\tau}{R} = \frac{50\times10^{-3}}{4\times10^{3}} = 12,5\ \mu F$

3) أ/ كتابة المعادلة التفاضليّة: $U_C + U_R = 0 \ \Leftrightarrow U_C + R.i = 0$

$$U_C + R \times \frac{dq}{dt} = 0$$

$$\Rightarrow U_C + RC\frac{dU_C}{dt} = 0 \qquad \Rightarrow \qquad \frac{dU_C}{dt} + \frac{1}{RC}U_C = 0$$

ب/ حل للمعادلة التفاضلية : $U_c(t) = A.e^{-\alpha.t}$ .... (1)

قلنا : $t = 0$ ، فإنّ : من (1) : $U_C = A$ ، ونعلم أنّ في هذه اللّحظة $U_C = E$ أي : $A = E = 6v$

بإشتقاق العبارة (1) $\frac{dU_C}{dt} = -\alpha.A.e^{-\alpha.t}$ ... (2)

بتعويض (1) و (2) في المعادلة التفاضليّة : نجد :

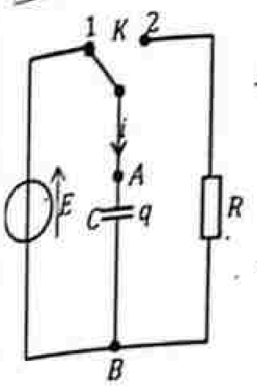
$$-\alpha.A.e^{-\alpha.t} + \frac{1}{RC}(A.e^{-\alpha.t}) = 0 \ \Rightarrow A.e^{-\alpha.t}\left(\frac{1}{RC} - \alpha\right) = 0$$

معناه $\frac{1}{RC} - \alpha = 0$ أي : $\alpha = \frac{1}{RC} = \frac{1}{\tau} \Leftarrow \alpha = \frac{1}{\tau} = 20\ s^{-1}$

وأخيرا : $U_C(t) = 6 \times e^{-20.t}$

إن حضارة الإنسان و تاريخه
و مستقبله ..رهن كلمة صدق
و صحيفة صدق و شعار صدق..
فبالحق نعيش، و ليس بالخبز وحده أبدا
مصطفى محمود

Scanned by CamScanner



التمرين 14:

عند عجز القلب عن القيام بوظيفته، تسمح الجراحة اليوم بوضع منشط قلبي اصطناعي في الصدر، يجبر القلب على النبض بانتظام وذلك بإرسال إشارات كهربائية. المنشط عبارة مولد لإشارات كهربائية يمذج بالدارة الكهربائية المبينة في الشكل. حيث سعة المكثفة $C = 470\ nF$ والقوة المحركة الكهربائية للمولد $E = 6.0\ V$.

نضع البادلة في الوضع (1) لمدة طويلة.

I. نضع البادلة، عند اللحظة $t = 0$، في الوضع (2) وندرس تطور الشحنة q للمكثفة.

1) بين أن الشحنة الكهربائية $q(t)$ تحقق المعادلة التفاضلية التالية:

$$\frac{dq(t)}{dt} = -\alpha q(t)$$

وأعط عبارة الثابت α بدلالة المقادير المميزة لعناصر الدارة.

2) علما أن العبارة: $q(t) = Q_0 e^{-\alpha t}$ حل للمعادلة التفاضلية، حدد عبارة Q_0 واحسب قيمتها.

3) جد العبارة الحرفية لشدة التيار الكهربائي $i(t)$ في الدارة.

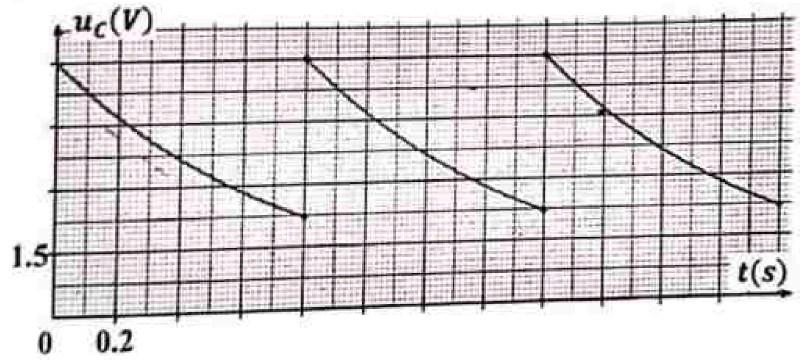
.II

1) يمثل الشكل منحنى تطور التوتر الكهربائي بين طرفي المكثفة عندما تكون البادلة في الوضع (2).
علما أنّ اللحظة $t_0 = 0$ توافق لحظة مرور البادلة من الوضع(1) إلى الوضع(2).

أ/ حدد اللحظة t_1 التي تتحول فيها البادلة آليا ولأول مرة من الوضع (2) إلى الوضع (1).

ب/ عين بيانيا ثابت الزمن τ للدارة المدروسة. ماذا تستنتج؟

ج/ استنتج قيمة المقاومة R للناقل الأومي المستعمل في الجهاز.



2) إن الإشارات الكهربائية المتسببة في التقلص العضلي دورية ودورها (أي قيمة مدة تكرارها) يساوي: $\Delta t = (t_1 - t_0)$، حدد عدد تقلصات القلب المفروضة من طرف الجهاز في الدقيقة الواحدة.

3) ما هي قيمة الطاقة المحررة من طرف المكثفة خلال إشارة كهربائية واحدة.

تصحيح التمرين 14:

I. البادلة في الوضع (2)

1) المعادلة التفاضلية: بتطبيق قانون جمع التوترات فإن: $U_R + U_C = 0$

$$U_C = \frac{q}{C} \quad ; \quad U_R = R.i \quad : \quad i = \frac{dq}{dt} \Rightarrow U_R = R\frac{dq}{dt}$$

إذن:

$$\frac{q}{C} + R\frac{dq}{dt} = 0 \Rightarrow \frac{dq}{dt} + \frac{q}{RC} = 0 \Rightarrow \frac{dq}{dt} = -\frac{1}{RC}q$$

بالمطابقة مع المعادلة المعطاة نجد أن: $\alpha = \frac{1}{RC}$ والمعادلة محققة.

Scanned by CamScanner

2) العبارة الحرفية لـ: Q_0 (كمية الشحنة الأعظمية): $Q_0 = C.U_{C(t=0)} = C.E$

$$Q_0 = 470 \times 10^{-9} \times 6 = 2{,}82 \times 10^{-6} C$$

3) العبارة الحرفية لشدة التيار الكهربائي:

$$i(t) = \frac{dq}{dt} = \frac{d}{dt}(Q_0 . e^{-\alpha t}) = -\alpha Q_0 . e^{-\alpha t}$$

$$i(t) = -\frac{-CE}{RC} e^{-\alpha t} = -I_0 . e^{-\frac{t}{RC}}$$

II. تتحول البادلة آليا من الوضع (2) إلى الوضع (1).

1) أ/ قيمة اللحظة t_1: $t_1 = 0{,}2 \times 4 = 0{,}8\, s$

ب/ قيمة ثابت الزمن τ : من البيان ومن أجل:

$$u_c = 0{,}37E = 0{,}37 \times 6 = 2{,}22\, V$$

$$\tau \simeq 0{,}8\, s$$

الاستنتاج: $\tau = t_1$

ج/ استنتاج قيمة R:

$$\tau = RC \Rightarrow R = \frac{\tau}{C} = \frac{0{,}8}{470 \times 10^{-9}} = 1{,}7 \times 10^6\, \Omega$$

2) حساب عدد التقلصات القلبية في الدقيقة:

$$N = \frac{t}{t_1} = \frac{60}{0{,}8} = 75$$

3) حساب الطاقة المحررة من المكثفة:

$$E_{lib} = E_0 - E_t$$

E_{lib} (الطاقة المحررة) ، E_0 (الطاقة الابتدائية) ، E_t (الطاقة المتبقية)

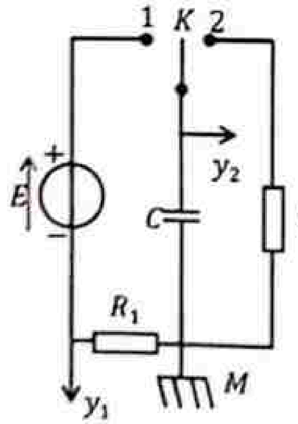
$$E_{lib} = \frac{1}{2} C.E^2 - \frac{1}{2} C.U_C^2 = \frac{1}{2} C(E^2 - U_C^2)$$

$$E_{lib} \frac{1}{2} \times 470 \times 10^{-9}(6^2 - 2{,}2^2) = 7{,}32 \times 10^{-6}\, J$$

التمرين 15:

تتكون الدارة الكهربائية (الشكل) من مولد لتوتر كهربائي ثابت E، مكثفة سعتها C، ناقلين أوميين مقاومتيهما $R_1 = 1\, k\Omega$ و $R_2 = 2\, k\Omega$ وبادلة K.

نوصل الدارة براسم اهتزاز مهبطي ذي مدخلين Y_1 و Y_2.



1) نضع البادلة K في الوضع 1، ماذا يمثل المنحنيان المشاهدان بالمدخلين Y_1 و Y_2 لراسم الاهتزاز المهبطي؟

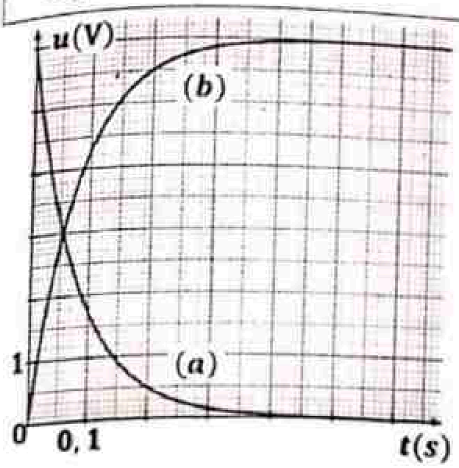
2) يظهر على شاشة راسم الاهتزاز المهبطي المنحنيان (a) و (b)

أ/ ما هو المنحنى المعطى بالمدخل Y_1 ؟ برر إجابتك.

ب/ اكتب المعادلة التفاضلية الموافقة لتطور المقدار الفيزيائي الذي يمثله هذا المنحنى.

ج/ جد قيمة ثابت الزمن τ_1 للدارة.

Scanned by CamScanner



3) حدد قيمة كلا من E و C.

4) احسب شدة التيار $i(t)$ في اللحظة $t = 0$ وفي اللحظة $t \geq 0.6\,s$.

5) بعد نهاية شحن المكثفة نضع البادلة K في الوضع 2 في لحظة نعتبرها مبدأ الأزمنة.

أ/ احسب قيمة τ_2 للدارة في هذه الحالة وقارنها بقيمة τ_1، ماذا تستنتج؟

ب/احسب قيمة الطاقة الكهربائية المحولة في الناقل الأومي R_2 بفعل جول في اللحظة $t = \tau_2$.

تصحيح التمرين 15:

1) المنحنيان المشاهدان بالمدخلين Y_1 و Y_2 لراسم الاهتزاز المهبطي

- على المدخل Y_1 نشاهد: $u_{R_1}(t)$ التوتر الكهربائي بين طرفي الناقل الأومي R_1 بعد الضغط على inv.
- على المدخل Y_2 نشاهد: $u_C(t)$ التوتر الكهربائي بين طرفي المكثفة.

2) أ/ المنحنى المعطى بالمدخل Y_1 هو المنحنى (a) الممثل لـ $u_{R_1}(t)$: خلال الشحن يزداد $u_C(t)$ ويتناقص $u_{R_1}(t)$ ويبقى المجموع E ثابتا.

ب/ المعادلة التفاضلية: حسب قانون جمع التوترات: $E = u_{R_1}(t) + u_C(t)$

$$\Rightarrow \quad \frac{du_{R_1}}{dt} + \frac{1}{R_1 C}.u_{R_1} = 0$$

ج/ ثابت الزمن τ_1 : $u_{R_1}(\tau_1) = 0,37E = 2,2V$

بالإسقاط: $\tau_1 = 0,08\,s$

3) قيمة E: $E = u_{R_1}(0) = 6V$

قيمة C : من $C = \frac{\tau_1}{R_1}$ نجد: $C = \frac{0,08}{1\times10^3} = 80\,\mu F$

4) حساب شدة التيار i من قانون جمع التوترات: $i(t) = \frac{E-u_C}{R_1}$

عند اللحظة $t = 0$: $i(0) = \frac{6-0}{10^3} = 6\times10^{-3}\,A$

عند $t \geq 0,6s$: $i(\infty) = \frac{6-6}{10^3} = 0$

5) أ/ ثابت الزمن τ_2: $\tau_2 = R_2.C = 2000 \times 80 \times 10^{-6} = 0,16s$

النتيجة: $\tau_2 = 2.\tau_1$ التفريغ أبطأ من الشحن.

ب/ خلال التفريغ تكون الطاقة المحولة: $E_{lib} = E_0 - E_C$

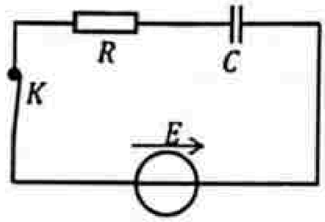
$$E_{lib} = \frac{1}{2}C(E^2 - u_C(t)^2) = 1,24\times10^{-3}\,J$$

المعرفة ليست المعلومات،
فمصدر المعرفة الوحيد
هو التجربة والخبرة
البرت اينشتاين

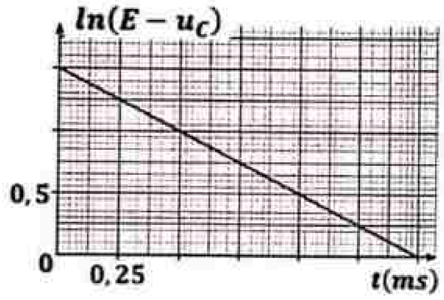
Scanned by CamScanner

التمرين 16:

تستعمل المكثفات في عدة تراكيب كهربائية ذات فائدة علمية في الحياة اليومية. بغرض حساب سعة مكثفة غير مشحونة مسبقا، نحقق التركيب الموضح حيث $R = 100\Omega$ والمولد ثابت التوتر قوته المحركة الكهربائية E.



1) أعد رسم الدارة موضحا عليها التوترات بأسهم وجهة التيار الكهربائي.
2) بتطبيق قانون جمع التوترات، جد المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر $u_c(t)$ بين طرفي المكثفة.
3) بين أن العبارة $u_c(t) = A\left(1 - e^{-t/\tau}\right)$ هي حل للمعادلة التفاضلية، حيث A و τ ثابتان يطلب تعيين عبارتيهما.
4) بين أن: $\ln(E - u_c) = -\frac{1}{\tau}t + \ln E$.
5) بيان الشكل يمثل تغيرات $\ln(E - u_c)$ بدلالة الزمن، استنتج من البيان:

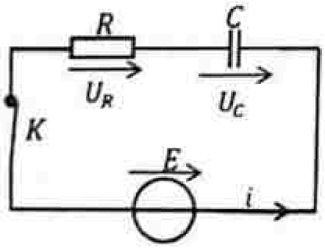


أ/ قيمة E القوة المحركة الكهربائية للمولد.
ب/ قيمة ثابت الزمن τ، وقيمة سعة المكثفة C.

6) أ/اكتب العبارة اللحظية للطاقة المخزنة في المكثفة $E_c(t)$
ب/نرمز بـ $E_c(t)$ للطاقة المخزنة في المكثفة عند اللحظة $t = \tau$ وبـ $E_c(\infty)$ للطاقة العظمى.
- احسب النسبة $\frac{E_c(\tau)}{E_c(\infty)}$
7) كيف يتم ربط مكثفة سعتها C' مع المكثفة السابقة لكي يأخذ ثابت الزمن القيمة: $\tau' = \frac{\tau}{4}$؟ واحسب قيمة C'.

تصحيح التمرين 16:

1) رسم الدارة:



2) بتطبيق قانون جمع التوترات نجد:

$$U_C + U_R = E \quad \Rightarrow \quad RC.\frac{dU_C}{dt} + U_C = E$$

ومنه:

$$\frac{dU_C}{dt} + \frac{U_C}{RC} = \frac{E}{RC}$$

3) البرهان:

$$U_C(t) = A\left(1 - e^{-t/\tau}\right) \quad \Rightarrow \quad \frac{dU_C}{dt} = \frac{A}{\tau}e^{-t/\tau}$$

وبالتعويض في المعادلة التفاضلية:

$$\frac{A}{\tau}e^{-t/\tau} + \frac{A}{RC} - \frac{A}{RC}e^{-t/\tau} = \frac{E}{RC} \quad \Rightarrow \quad Ae^{-t/\tau}\left(\frac{1}{\tau} - \frac{1}{RC}\right) + \frac{A}{RC} - \frac{E}{RC} = 0$$

حيث: $Ae^{-t/\tau}\left(\frac{1}{\tau} - \frac{1}{RC}\right) = 0$ مع: $Ae^{-t/\tau} \neq 0$ ومنه:

$$\frac{A}{RC} - \frac{E}{RC} = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{A}{RC} = \frac{E}{RC} \quad \Rightarrow \quad A = E$$

$$\frac{1}{\tau} - \frac{1}{RC} = 0 \quad \Rightarrow \quad \tau = RC$$

ومنه: $U_C(t) = E\left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right)$ هي حالة للمعادلة التفاضلية.

Scanned by CamScanner

4) إثبات العلاقة:

$$U_C = E - E.e^{-t/\tau} \Rightarrow E - U_C = E.e^{-t/\tau} \Rightarrow \ln(E - U_C) = -\frac{t}{\tau} + \ln E$$

5) بيانيا:

أ/ قيمة E: العبارة البيانية: $\ln(E - U_C) = at + b$ حيث:

$$a = \frac{0 - 1{,}5}{(1{,}5 - 0) \times 10^{-3}} = -1000 \;\; ; \;\; b = 1{,}5 \quad \Rightarrow \quad \ln(E - U_C) = -1000t + 1{,}5$$

بالمطابقة نجد: $\ln E = 1{,}5 \Rightarrow E = 4{,}5\, V$

ب/ قيمة كل من τ و C:

$$\tau = \frac{1}{1000} = 0{,}001\, s \Rightarrow C = \frac{\tau}{R} = \frac{0{,}001}{100} = 10{,}0\, \mu F$$

6) أ/ العبارة اللحظية للطاقة: $E_C(t) = \frac{1}{2}C.U_C^2 = \frac{1}{2}C.E^2\left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right)^2$

ب/ حساب النسبة:

$$\frac{E_C(\tau)}{E_c(\infty)} = \frac{\frac{1}{2}C.E^2(1 - e^{-1})^2}{\frac{1}{2}C.E^2} = (1 - e^{-1})^2 = 0{,}4$$

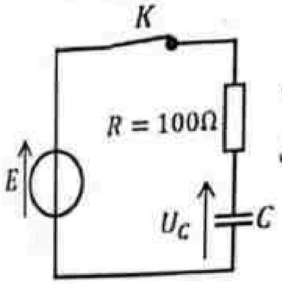
7) حساب قيمة C' :

$$\tau' = \frac{\tau}{4} \quad \Rightarrow \quad C_{eq} \times R = \frac{RC}{4} \quad \Rightarrow \quad C_{eq} = \frac{C}{4}$$

ومنه : المكثفة تربط على التسلسل مع المكثفة السابقة.

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C} + \frac{1}{C'} \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{C'} = \frac{1}{C_{eq}} - \frac{1}{C} = \frac{4}{C} - \frac{1}{C} = \frac{3}{C} \quad \Rightarrow \quad C' = \frac{C}{3} = \frac{10}{3} = 3{,}33\, \mu F$$

التمرين 17:



نحقق التركيبة الكهربائية الموضحة بالشكل حيث المولد ثابت التوتر قوته المحركة الكهربائية E. يسمح جهاز إعلام آلي مزود ببرمجية مناسبة بمتابعة التطور الكهربائي المطبق بين طرفي المكثفة.

المكثفة فارغة في البداية. عند اللحظة $t = 0$ نغلق القاطعة K ونباشر عملية المتابعة، فيعطي الحاسوب المنحنى البياني $u_c = f(t)$ المبين في الشكل.

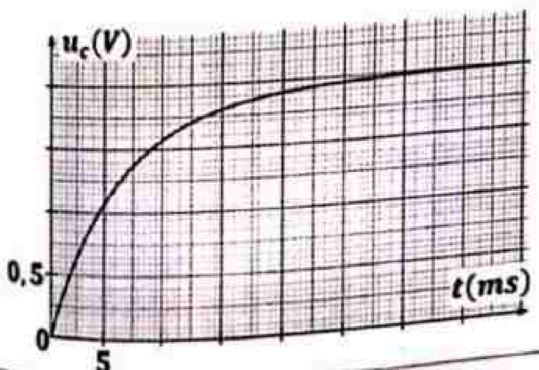
1) في غياب جهاز الحاسوب، ما هو الجهاز المناسب البديل الممكن استخدامه للقيام بعملية المتابعة؟
2) أعد رسم مخطط الدارة وبين عليه طريقة توصيل هذا الجهاز بالدارة لمتابعة تطور التوتر الكهربائي $u_c(t)$.
3) بتطبيق قانون جمع التوترات، أوجد المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر الكهربائي $u_c(t)$.
4) تحقق من أن العبارة:

$$u_c(t) = E(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$$

هي حل للمعادلة التفاضلية السابقة.

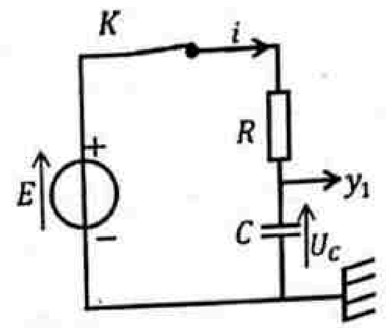
حيث: $\tau = RC$ هو ثابت الزمن للدارة RC.

5) بين أن: $u_c(\tau) = 0.63E$، ثمّ حدد بيانيا قيمة كل من E و τ.
6) استنتج قيمة السعة C للمكثفة.



Scanned by CamScanner

تصحيح التمرين 17:



1) من البيان $U_C = f(t)$ ، فإن مدة الظاهرة قصيرة جدا، فالجهاز المناسب لمتابعتها عمليا هو "راسم الاهتزازات ذو ذاكرة".
2) طريقة توصيل راسم الاهتزازات:
3) بتطبيق قانون جمع التوترات في الدارة RC، نجد:

$$E = U_C + U_R$$

مع: $U_R = R.i$ و $i = \frac{dq}{dt} = C.\frac{dU_C}{dt}$

ومنه: $E = U_C + RC\frac{dU_C}{dt}$ أو $\frac{dU_C}{dt} + \frac{U_C}{RC} = \frac{E}{RC}$

4) التحقق: $U_C(t) = E\left(1 - e^{-t/\tau}\right)$ بالتالي:

$$\frac{dU_C}{dt} = \frac{E}{\tau} \times e^{t/\tau}$$

وبالتعويض في المعادلة التفاضلية السابقة نجد:

$$\frac{E}{\tau} \times e^{-t/\tau} + \frac{E}{\tau}\left(1 - e^{-t/\tau}\right) = \frac{E}{\tau} \quad \Rightarrow \quad \frac{E}{\tau} = \frac{E}{\tau}$$

5) البرهان: $U_C(t) = E\left(1 - e^{-t/\tau}\right)$ ومنه:

$$U_C(\tau) = E\left(1 - e^{-t/\tau}\right) = E(1 - 0,37) = 0,63E$$

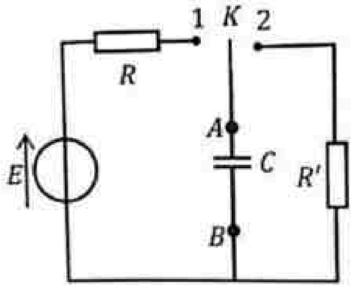
- بيانيا: $E = 2V$.
- وبإسقاط القيمة: $U_C(\tau) = 0,63E = 1,26V$ على البيان نجد: $\tau \in [6\ ,7]\ ms$

6) قيمة السعة:

$$\tau = R.C \quad \Rightarrow \quad C = \frac{\tau}{R} = \frac{6 \times 10^{-3}}{100} = 60\mu F$$

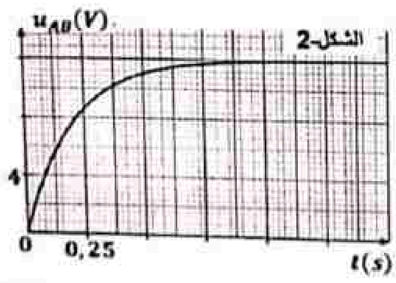
التمرين 18:

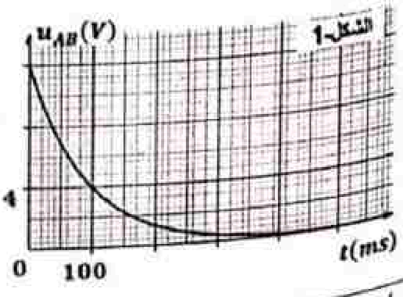
نركب الدارة المبينة بالمخطط. يسمح جهاز M برسم المنحنيين (الشكل-1) و (الشكل-2) للتوتر الكهربائي بين طرفي المكثفة $u_{AB}(t)$ في حالتي الشحن والتفريغ.



عندما تكون البادلة في الوضع 1 يتم شحن المكثفة الفارغة بواسطة مولد للتوتر الثابت قوته المحركة الكهربائية E.
بعد شحن المكثفة تماما يتم نقل البادلة إلى الوضع 2 في اللحظة $t = 0$ حيث يتم تفريغ المكثفة عبر ناقل أومي مقاومته $R' = 500\ \Omega$.

1) ألحق بكل منحنى الظاهرة الموافقة (شحن أم تفريغ) وما اسم الجهاز M؟
2) بتطبيق قانون جمع التوترات، اكتب المعادلة التفاضلية للدارة بدلالة $u_{AB}(t)$ خلال مرحلة التفريغ.





Scanned by CamScanner

3) تحقق من أن حل المعادلة التفاضلية من الشكل: $u_{AB}(t) = A.e^{-\frac{t}{R'C}}$
حيث A ثابت يطلب تحديد عبارته من الشروط الابتدائية.
4) اكتب عبارة شدة التيار الكهربائي $i(t)$ أثناء التفريغ.
5) حدد بيانيا قيمتي τ و τ' ثابتا الزمن لدارة الشحن والتفريغ على الترتيب.
6) استنتج قيمة C سعة المكثفة و R قيمة مقاومة الناقل الأومي.

تصحيح التمرين 18:

1) الشكل -1-: تفريغ. الشكل -2-: شحن.
الجهاز M المستعمل: راسم الاهتزاز المهبطي ذي ذاكرة أو جهاز الـ $ExaO$.
2) المعادلة التفاضلية خلال التفريغ: $U_{AB}(t) + U_{R'} = 0$ حيث:

$$U_{R'} = R'.i = R'.\frac{dq}{dt} = R'.C.\frac{dU_{AB}(t)}{dt}$$

ومنه $\frac{dU_{AB}(t)}{dt} + \frac{1}{R'C}U_{AB}(t) = 0$ وهي معادلة تفاضلية من الرتبة الأولى بالنسبة لـ $U_{AB}(t)$.

3) التحقق من الحل: $U_{AB}(t) = A.e^{-\frac{t}{R'C}} \Rightarrow \frac{dU_{AB}(t)}{dt} = -\frac{A}{R'C}.e^{-t/R'C}$

بالتعويض نجد: $-\frac{A}{R'C}.e^{-\frac{t}{R'C}} + \frac{1}{R'C}A.e^{-\frac{t}{R'C}} = 0$ (المعادلة محققة).

لما $t = 0$ تكون $U_{AB}(0) = A.e^{-\frac{0}{R'C}} = A = E \Rightarrow A = E$

4) عبارة شدة التيار:

$$i(t) = \frac{dq}{dt} = C.\frac{dU_{AB}(t)}{dt} = -C.\frac{E}{R'C}.e^{-\frac{t}{R'C}} = -\frac{E}{R'}.e^{-\frac{t}{R'C}}$$

ملاحظة: يمكن استنتاج $i(t)$ من قانون جمع التوترات.
5) من الشكل -2-: من أجل $U_{AB} = 0,63E = 7,56V$
وبالإسقاط نجد: $\tau \simeq 0,2\,s$
من الشكل -1-: من أجل $U_{AB} = 0,37.E = 4,44\,V$
وبالإسقاط نجد: $\tau' \simeq 0,09\,s$
6) قيمة السعة:

$$\tau' = R'.C \Rightarrow C = \frac{\tau'}{R'} = \frac{0,09}{500} = 180 \times 10^{-6}F = 180\mu F$$

- قيمة المقاومة:

$$\tau = RC \Rightarrow R = \frac{\tau}{C} = \frac{0,2}{180 \times 10^{-6}} = 1,1 \times 10^{3}\,\Omega$$

الاستاذ: ما سبب غيابك في الحصة السابقة ؟
التلميذ : لأن أبي و أمي كانا يتشاجران المدرس: و ما شأنك أنت .. كان عليك أن تتركهما و تأتي الى المدرسة .التلميذ : معذرة يا سيدي .. لقد كانا يتشاجران بحذائي

Scanned by CamScanner

التمرين 19:

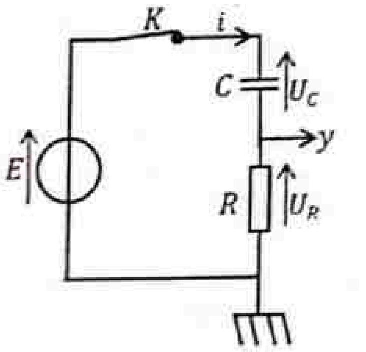
بحصة للأعمال التطبيقية في الفيزياء اقترح الأستاذ انجاز تجربة للتحقق من المعلومات التي كتبها المصنع على مكثفة مكتوب عليها $C = 10\mu F$ وذلك باستعمال التجهيزات التالية:

ناقل أومي مقاومته $R = 10\ K\Omega$، أسلاك توصيل، قاطعة، مولد للتوتر الثابت E وتجهيز التجريب المدعم بالحاسوب باستخدام لاقط التوتر.

بعد تركيب الدارة المناسبة وتشغيل تجهيز التجريب المدعم بالحاسوب وغلق القاطعة لدارة الشحن تحصل التلاميذ من خلال مجدول $Excel$ على القيم التالية:

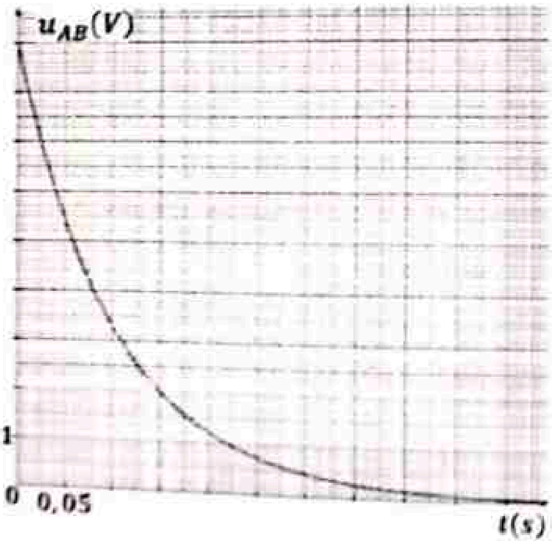
$t(S)$	0,00	0,05	0,10	0,15	0,20	0,25	0,30	0,35	0,40	0,50
$u_R(V)$	9,000	5,458	3,330	2,008	1,219	0,738	0,448	0,271	0,164	0,060

1) ارسم الدارة الكهربائية التي ركبها التلاميذ.
2) باستعمال قانون التوترات جد المعادلة التفاضلية للتوتر u_R بين طرفي المقاومة.
3) علما أن حل المعادلة التفاضلية من الشكل: $u_R(t) = A.e^{-t/\tau}$.
أوجد عبارتي الثابتين A و τ بدلالة R، C و E.
4) ارسم المنحنى البياني للدالة $u_R(t) = f(t)$ ثم استنتج كل من قيمتي E وثابت الزمن τ للدارة.
نستعمل السلم: $1cm \rightarrow 1.000\ V$ و $1cm \rightarrow 0.05s$.
5) احسب قيمة السعة C للمكثفة.
6) هل المعلومات التي كتبها المصنع صحيحة؟



تصحيح التمرين 19:

1) رسم الدارة الكهربائية:
2) المعادلة التفاضلية:
قانون التوترات: $U_R + U_C = E$
باشتقاق المعادلة السابقة وعلما أن : $\frac{dU_C}{dt} = \frac{1}{RC}.U_R(t)$
نتحصل على: $\frac{dU_R}{dt} + \frac{1}{RC}.U_R(t) = 0$
3) عبارتا A و τ : بتعويض الحل في المعادلة التفاضلية واستخدام الشروط الابتدائية نجد: $A = E$ و $\tau = RC$
4) رسم المنحنى البياني :
نجد بيانيا:
$E = 9V$ و $\tau = 0,10\ s$
5) $C = \frac{\tau}{R}$ ومنه: $C = 10\ \mu F$
6) بما أن القيمة المتحصل عليها تساوي القيمة المكتوبة على المكثفة فإن معلومات المصنع صحيحة.

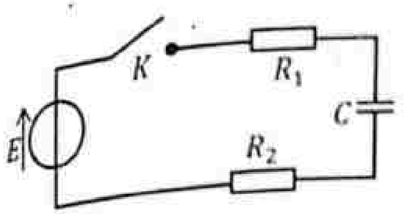


اجعل من العلم دابتك لا موقفك
فهو المنتهى الذي تنتهي إليه
الطرقات والغايات والعلم وسيلة
إلي وليس غاية ولا موقفا
مصطفى محمود

Scanned by CamScanner

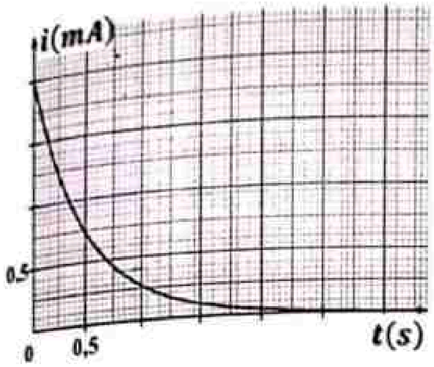
التمرين 20:

تتميز المكثفات بخاصية تخزين الطاقة الكهربائية وإمكانية استغلالها عند الحاجة.
لدراسة هذه الخاصية نربط مكثفة غير مشحونة سعتها C على التسلسل مع العناصر الكهربائية التالية:
مولد كهربائي للتوتر الثابت E، قاطعة K وناقلين أوميين مقاومتيهما $R_1 = 1k\Omega$ و $R_2 = 4k\Omega$.
نغلق القاطعة في اللحظة $t = 0$:



1) أ/ أعط تفسيرا مجهريا للظاهرة التي تحدث في المكثفة.
ب/ بتطبيق قانون جمع التوترات جد المعادلة التفاضلية للشدة $i(t)$ للتيار الكهربائي المارّ في الدارة.
ج/ للمعادلة التفاضلية السابقة حلا من الشكل: $i(t) = \alpha . e^{-\beta t}$
جد عبارتي الثابتين α، β بدلالة R_1، R_2، C، E

2) بواسطة لاقط شدة التيار الكهربائي موصول بالدارة وبواجهة دخول لجهاز إعلام آلي نحصل على منحنى تطور الشدة $i(t)$ للتيار الكهربائي (الشكل).
- اعتمادا على البيان أوجد قيمة كل من:
ثابت الزمن τ، سعة المكثفة C، التوتر الكهربائي E.



3) أعط العبارة اللحظية للطاقة المخزنة في المكثفة $E_c(t)$ واحسب قيمتها العظمى.

تصحيح التمرين 20:

1) أ/ تفسير مجهري للظاهرة التي تحدث في المكثفة.
تنتقل الإلكترونات من اللبوس المتصل بالقطب الموجب للمولد فيشحن إيجابا إلى اللبوس الأخر المتصل بالقطب السالب للمولد فيشحن سلبا، يلعب المولد دور مضخة إلكترونات.
يزداد التوتر بين لبوسي المكثفة حتى يبلغ قيمة القوة المحركة الكهربائية للمولد فتتوقف حركة الإلكترونات.
ب/ المعادلة التفاضلية للتيار $i(t)$:

$$U_{R_1} + U_{R_2} + U_C = E \quad ; \quad (R_1 + R_2)i + U_C = E$$

$$(R_1 + R_2)\frac{di}{dt} + \frac{dU_C}{dt} = 0$$

$$\frac{dU_C}{dt} = \frac{i}{C} \quad ; \quad (R_1 + R_2)\frac{di}{dt} + \frac{i}{C} = 0$$

$$\frac{di}{dt} + \frac{1}{(R_1 + R_2)C} i = 0$$

ج/ بتعويض الحل في المعادلة التفاضلية وباستعمال الشروط الابتدائية نحصل على:

$$\beta = \frac{1}{(R_1 + R_2)C} \quad و \quad \alpha = \frac{E}{R_1 + R_2}$$

2) ثابت الزمن: من البيان نجد: $\tau = 0,5\ s$ ونستنتج $C = \frac{\tau}{(R_1+R_2)} = 100\ \mu F$

$$E = (R_1 + R_2).I_0 = 10V$$

3) العبارة اللحظية للطاقة:

$$E(C) = \frac{1}{2}C.U_C^2(t) \quad ; \quad E(C) = \frac{1}{2}C.E^2\left(1 - e^{-t/\tau}\right)^2$$

الطاقة الأعظمية:

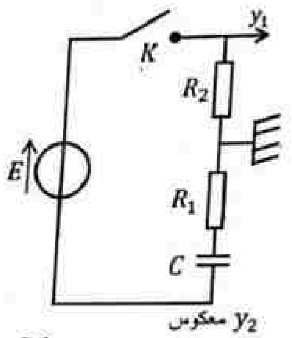
$$U_C = E \Rightarrow E_{max}(C) = \frac{1}{2}CE^2 \quad ; \quad E_{max}(C) = 5 \times 10^{-3}\ J.$$

Scanned by CamScanner

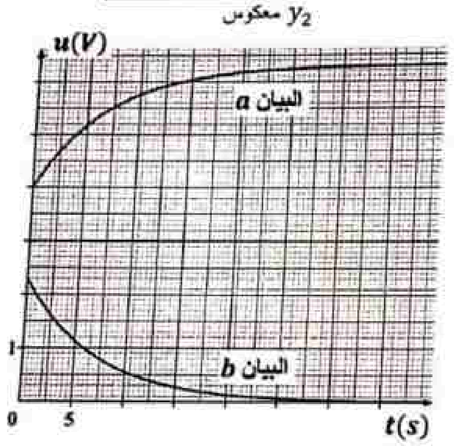
التمرين 21:

تركب الدارة الكهربائية الموضحة بالشكل، والمؤلفة من:

- مولد كهربائي للتوتر الثابت E.
- مكثفة غير مشحونة سعتها C.
- ناقلين أوميين مقاومتيهما $R_1 = 1k\,\Omega$ و R_2 غير معلومة.
- قاطعة كهربائية K.



نوصل الدارة الكهربائية براسم اهتزاز مهبطي ذي ذاكرة كما هو موضح على الشكل ثم نغلق القاطعة K في اللحظة $t = 0$ فنشاهد على الشاشة المنحنيين البيانيين (a) و (b) (الشكل).



1) ارفق كل منحنى بالمدخل الموافق مع التبرير.
2) اكتب المعادلة التفاضلية التي $i(t)$ للتيار الكهربائي في الدارة.
3) أوجد عبارة الشدة I_0 للتيار الأعظمي المار في الدارة.
4) استنتج عند اللحظة $t = 0$ عبارة التوتر بين طرفي الناقل الأومي R_2 بدلالة E، R_1، R_2.
5) اعتمادا على البيانين، استنتج قيمة كل من E، I_0، R_2 و C.

تصحيح التمرين 21:

1) إرفاق كل منحنى بالمدخل المناسب.

المدخل	المقدار المشاهد	عند $t = 0$	في النظام الدائم	البيان المناسب
Y_1	$u_{R_2} = R_2.i$	$R_2.I_0$	0	b
Y_2	$u_C + R_1.i$	$R_1.I_0$	E	a

2) $U_R + U_C = E$

$$\frac{dU_R}{dt} + \frac{dU_C}{dt} = 0 \qquad \Rightarrow \qquad \frac{d}{dt}(R_T.i) + \frac{d}{dt}\left(\frac{q}{C}\right) = 0$$

$$\frac{di}{dt} + \frac{1}{(R_1 + R_2)C}.i = 0$$

3) عند $t = 0$ يكون $U_C = 0$ وبالتالي: $I_0 = \frac{E}{R_1+R_2}$

4) عند $t = 0$:

$$U(R_2) = U_1 = R_2.I_0 \qquad \Rightarrow \qquad U_1 = R_2.\frac{E}{R_1 + R_2}$$

5) من البيان (a) مثلا:

$$E = 6{,}3V$$

$$I_0 = \frac{4}{R_1} = \frac{4}{1000} = 4 \times 10^{-3}A$$

من البيان (b):

$$R_2 = \frac{2{,}3}{I_0} = 575\,\Omega$$

يوافق τ: $U_1 = 0{,}37 \times 2{,}3 = 7{,}5\ s$

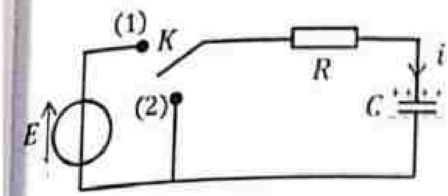
$$C = \frac{\tau}{R_1 + R_2} \simeq 4{,}8 \times 10^{-3}F$$

في المدرسة يعلمونك الدرس ثم يختبرونك اما الحياة فتختبرك ثم تعلمك الدرس

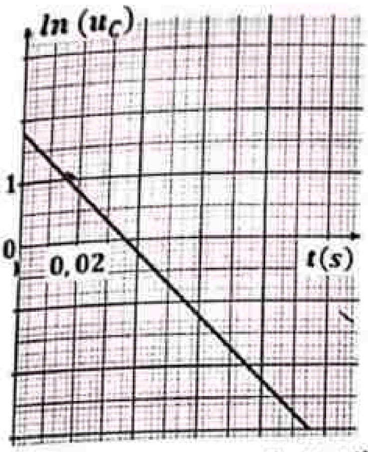
البرت اينشتاين

Scanned by CamScanner

التمرين 22:



لغرض دراسة تطور التوتر الكهربائي بين طرفي مكثفة نركب الدارة الكهربائية الموضحة بالشكل.
تتكون هذه الدارة من مولد للتوتر الثابت E، ناقل أومي مقاومته $R = 10\ k\Omega$، مكثفة سعتها C وبادلة K. نضع البادلة في الوضع (1) إلى غاية بلوغ النظام الدائم، ثمّ نغير البادلة إلى الوضع (2) في اللحظة $t = 0$.



1) ماهي إشارة شدة التيار الكهربائي المبين في الدارة؟ علّل.
2) بين أن المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر الكهربائي u_C بين طرفي المكثفة في هذه الدارة تعطى بالشكل:
$$u_C + \frac{1}{\alpha}\frac{du_C}{dt} = 0$$
3) إذا كان حل هذه المعادلة التفاضلية من الشكل:
$$u_C = Ae^{-\alpha t}$$
أوجد عبارتي الثابتين A و α بدلالة R، C و E.
4) يمثل الشكل المنحنى البياني لتغيرات $\ln u_C$ بدلالة الزمن t.
أ/ استنتج بيانيا عبارة الدالة $\ln u_C = f(t)$.
ب/ بالمطابقة مع العلاقة النظرية الموافقة للمنحنى استنتج قيم كل من: α، C و E.
5) احسب الطاقة المحولة إلى الناقل الأومي عند اللحظة $t = 2.5\tau$، ماذا تستنتج؟ حيث τ هو ثابت الزمن المميز للدارة.

تصحيح التمرين 22:

1) لدينا: $i = \frac{dq}{dt}$

-إذا كان المقصود دارة الشحن (البادلة في الوضع 1) فإن $i > 0$ لأن $\frac{dq}{dt} > 0$.
-إذا كان المقصود دارة التفريغ (البادلة في الوضع 2) فإن $i < 0$ لأن $\frac{dq}{dt} < 0$.

2) $U_C + U_R = 0 \Rightarrow U_C + RC\frac{dU_C}{dt} = 0$

وهي من الشكل: $U_C + \frac{1}{\alpha}\frac{dU_C}{dt} = 0$

3) $U_C = A.e^{-\alpha t}$

عند $t = 0$ يكون: $U_C = E$ وبالتالي: $A = E$

ولدينا: $\frac{1}{\alpha} = RC$ ، وبالتالي: $\alpha = \frac{1}{RC}$

4) أ/ العبارة البيانية:
$$\ln U_C = at + b$$
ب/ لدينا: $U_C = E.e^{-\alpha t}$
$$\ln U_C = -\alpha t + \ln E$$
بالمطابقة: $-\alpha = -\frac{1,8}{1,8\times0,02} = 50\ s^{-1}$

نحن لا نكافئ من عصى الله فينا بأن نعصي الله فيه، ولكن نكافئ من عصى الله فينا بأن نطيع الله فيه
محمد متولي الشعراوي رحمه الله

$$C = \frac{1}{R\times\alpha} = 2\times10^{-6}F$$
$$\ln E = 1,8 \rightarrow E = 6V$$

Scanned by CamScanner

5) حساب الطاقة المحولة إلى الناقل الأومي

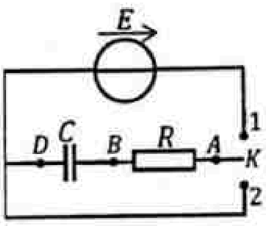
$$E_C = E_C(0) - E_c(2{,}5\tau) = \frac{1}{2}CE^2 - \frac{1}{2}CE^2.e^{-\frac{2\times 2{,}5\tau}{\tau}}$$

$$E_C = \frac{1}{2}CE^2(1 - e^{-5})$$

$$E_C = \frac{1}{2}CE^2(0{,}99) \simeq 3{,}57\times 10^{-5}\,J$$

نستنتج أن في اللحظة $t = 2{,}5\tau$ تحول كل طاقة المكثفة تقريبا إلى الناقل الأومي.

التمرين 23:



تتألف الدارة الكهربائية المبينة في الشكل من مكثفة فارغة سعتها $C = 100nF$، ناقل أومي مقاومته $R = 10k\Omega$، مولد مثالي قوته المحركة الكهربائية $E = 5V$ وبادلة K.

I. نضع البادلة في الوضع (1) بغية شحن المكثفة.

1) بين على الشكل جهة التيار الكهربائي المار في الدارة ومثل بسهم كل من التوترين الكهربائيين u_{BD} و u_{AB}.

2) باستعمال قانون جمع التوترات الكهربائية، جد المعادلة التفاضلية لتطور التوتر الكهربائي $u_{BD}(t)$ بين طرفي المكثفة.

3) المعادلة التفاضلية تقبل حلا من الشكل: $u_{BD}(t) = E + Ae^{-bt}$ جد عبارة كل من الثابتين A و b.

4) أعط عبارة ثابت الزمن للدارة المدروسة، ماذا يمثل عمليا؟ احسب قيمته.

5) بين على الشكل كيفية ربط راسم اهتزاز ذي ذاكرة بالدارة لمشاهدة تطور التوتر $u_{BD}(t)$، ثم مثل شكلا تقريبيا لـ $u_{BD}(t) = f(t)$.

II. بعد شحن المكثفة كليا، نضع البادلة K في الوضع (2).

1) احسب قيمة الطاقة الكهربائية المخزنة في المكثفة في بداية التفريغ وعلى أي شكل تستهلك في الدارة؟

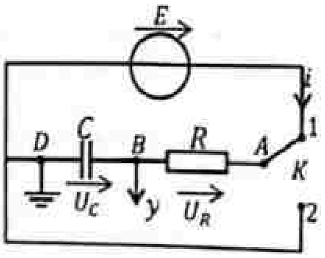
2) بعد تفريغ المكثفة كليا، نربط معها مكثفة أخرى فارغة سعتها C' ثم نعيد البادلة إلى الوضع (1).

أ/ كيف يجب ربطها مع المكثفة السابقة حتى تكون قيمة الطاقة الكهربائية المخزنة في مجموعة المكثفتين عند نهاية الشحن $3{,}75\times 10^{-6}Joules$ ؟ برر إجابتك.

ب/ ماهي قيمة سعتها C' ؟

يعطى: $1nF = 10^{-9}F$

تصحيح التمرين 23:



I. البادلة في الوضع (1)

1) جهة التوترات والتيار في الدارة.

2) المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر بين طرفي المكثفة:

$$\frac{dU_{BD}}{dt} + \frac{U_{BD}}{RC} = \frac{E}{RC}$$

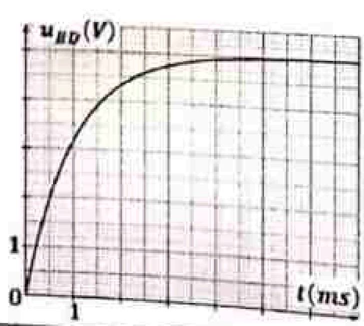
3) $A = -E$; $b = \frac{1}{RC}$

4) ثابت الزمن: $\tau = RC$

τ : الزمن اللازم لبلوغ التوتر بين طرفي المكثفة 63% من قيمته العظمى أثناء الشحن.

قيمته: $\tau = 10^{-3}\,s$

5) ربط راسم الاهتزاز المهبطي بالدارة (انظر الشكل).



Scanned by CamScanner

II. البادلة في الوضع (2)

1) تستهلك الطاقة على شكل حرارة في الناقل الأومي بفعل جول.

قيمتها: $E(C) = \frac{1}{2}CE^2 = 1,25 \times 10^{-6}\,J$

2) أ/ كيفية الربط:

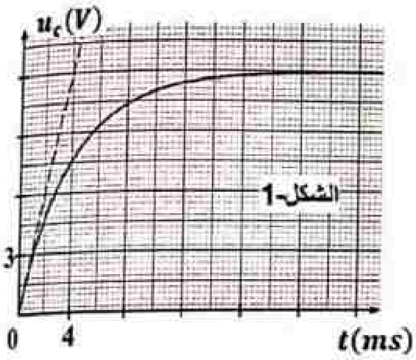
$$E'(C) = \frac{1}{2}C_{eq}.E^2 \quad \Rightarrow C_{eq} = \frac{2E'(C)}{E^2} = 0,3 \times 10^{-6}F = 300\,nF$$

$C_{eq} > C$ نستنتج أن الربط تم على التفرع.

ب/ سعة C': $\quad C_{eq} = C + C'$ إذن : $\quad C' = C_{eq} - C = 200nF$

التمرين 24:

نريد دراسة تأثير مقاومة ناقل أومي على تطور التوتر الكهربائي بين طرفي مكثفة $u_c(t)$، باستخدام راسم اهتزاز بذاكرة. من أجل ذلك نحقق دارة كهربائية تتألف من العناصر الكهربائية التالية مربوطة على التسلسل: مكثفة فارغة سعتها C قيمتها مجهولة، ناقل أومي مقاومته R متغيرة، مولد ذي توتر ثابت E، قاطعة K.



1) ارسم مخطط الدارة موضحا كيفية ربط راسم الاهتزاز لمتابعة تطور التوتر بين طرفي كل من: المكثفة والمولد.

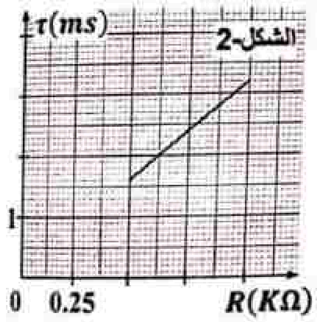
2) نغلق القاطعة K في اللحظة $t = 0s$.

من أجل قيمة معينة لمقاومة الناقل الأومي $R = R_1$، يظهر على شاشة راسم الاهتزاز المنحنيين الموضحين في الشكل-1.

أ/ جد المعادلة التفاضلية التي تعبر عن تطور التوتر الكهربائي بين طرفي المكثفة.

ب/ المعادلة التفاضلية السابقة تقبل حلا من الشكل: $u_c(t) = A(1 - e^{-Bt})$. جد عبارة كل من A و B واحسب قيمتيهما بالاستعانة ببيان الشكل-1.

ج/ انقل الشكل-1 إلى ورقة إجابتك ومثل عليه كيفيا $u_c = f(t)$ من أجل $R > R_1$



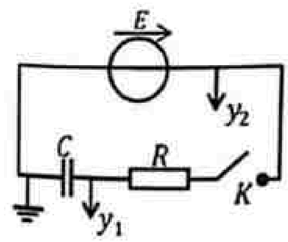
3) نغير من قيمة R مقاومة الناقل الأومي ونحسب ثابت الزمن (τ) الموافق، باستخدام برمجية مناسبة حصلنا على المنحنى البياني الموضح بالشكل-2.

أ/ بالاعتماد على منحنيي الشكل-1 والشكل-2، استنتج قيمة C سعة المكثفة و R_1 مقاومة الناقل الأومي.

ب/ في الحقيقة المكثفة السابقة مكافئة لمكثفتين سعتيهما $C_1 = 1\mu F$ و C_2 مجهولة القيمة مربوطتين ربطا مجهولا. بين كيفية الربط واستنتج قيمة C_2.

تصحيح التمرين 24:

1) رسم الدارة:



2) أ/ المعادلة التفاضلية للتوتر بين طرفي المكثفة:

حسب قانون التوترات: $U_{R1} + U_C = E$

حيث: $q = C.U_C$ ، $i = \frac{dq}{dt}$ ، $U_{R1} = R_1.i$

ومنه نجد: $R_1.C\frac{dU_C}{dt} + U_C = E$ ونخلص إلى:

$$\frac{dU_C}{dt} + \frac{1}{R_1C}U_C = \frac{E}{R_1C}$$

ب/ إيجاد عبارتي B, A:

$$U_C(t) = A(1 - e^{-Bt})$$

Scanned by CamScanner

هو حل للمعادلة التفاضلية:

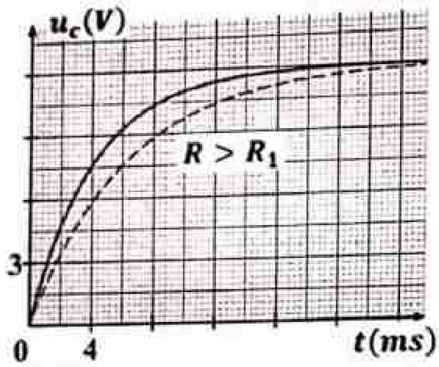
$\frac{dU_C}{dt} = ABe^{-Bt}$ بالتعويض نجد:

$$ABe^{-Bt} + \frac{A}{R_1C} - \frac{A}{R_1C}e^{-Bt} = \frac{E}{R_1C}$$

بالمطابقة نجد: $A = E$ ، $B = \frac{1}{R_1C}$

بالمطابقة مع البيان نجد:

$A = 12V$ و $B = \frac{1}{0,004} = 250\ s^{-1}$



ج/ التمثيل الكيفي لـ $U_C = g(t)$ من أجل $R > R_1$.

3) أ/ استنتاج سعة المكثفة:

لدينا $\tau = RC$ ومنه فإن: C هو ميل المنحنى (الشكل-2).

$$C = \frac{(3,2 - 1,6) \times 10^{-3}}{(1 - 0.5) \times 10^{3}} = 3,2 \times 10^{-6}\ F$$

حساب مقاومة الناقل الأومي R_1: من منحنى (الشكل-1) لدينا: $\tau = R_1 . C$

$$\Rightarrow \quad R_1 = \frac{\tau}{C} = \frac{0,004}{3,2 \times 10^{-6}} = 1250\ \Omega$$

ب/ كيفية ربط المكثفتين: بما أن السعة المكافئة C أكبر من سعة المكثفة الأولى C_1 فإن الربط على التوازي (التفرع).

حيث : $C = C_1 + C_2$

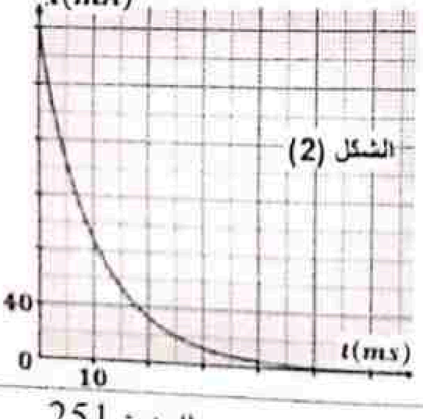
ومنه : $C_2 = C - C_1 = 3,2 - 1 = 2,2\ \mu F$

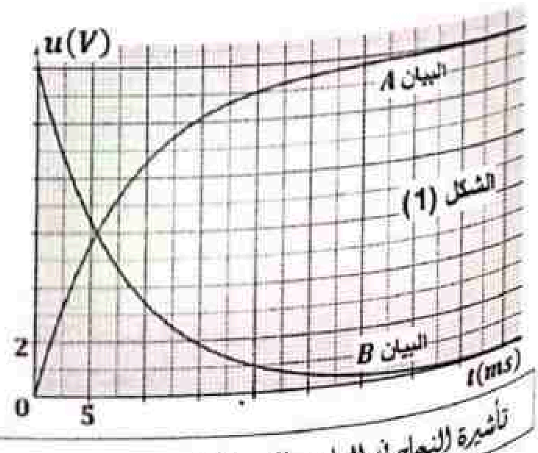
التمرين 25:

قلك واحد حابس إشترى تلفاز جديد كي شعلو في الدار صاب تلعب مقابلة في كرة القدم فراح جاب بيدون تاع ماء وفرغو عليه وقال للتلفاز :أيا كل واحد يروح يلعب قدام دارهم

نركب دارة كهربائية تتركب من ثنائيات الأقطاب التالية:
- مولد للتوترات المستمرة قوته الكهربائية المحركة E.
- ناقل أومي مقاومته R.
- مكثفة سعتها C.
- قاطعة.

1) ارسم الشكل التخطيطي للدارة.
2) نصل براسم الاهتزاز المهبطي ذو مدخلين كل من قطبي الناقل الأومي والمكثفة مثّل على الشكل طريقة ربط قطبي راسم الاهتزاز لمشاهدة $U_C = f(t)$ و $U_R = g(t)$.
3) عند غلق القاطعة نشاهد على الشاشة المنحنيات البيانية التالية:





Scanned by CamScanner

أ/ ماذا يمثل كل من البيانين A و B؟

ب/ اكتب المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر بين طرفي المكثفة $u_C(t)$.

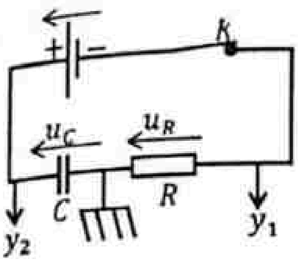
ج/ أثبت بعد تعريف ثابت الزمن τ أن حل هذه المعادلة هو: $u_C = E\left(1 - e^{-t/\tau}\right)$

4) نتابع تطور شدة التيار ونحصل على البيان التالي:

أ/ اكتب عبارة شدة التيار $i(t)$ بدلالة I_0 القيمة العظمى للتيار و τ ثابت الزمن.

ب/ استعن بالبيانات لحساب كل من R و C.

تصحيح التمرين 25:



1) رسم الشكل التخطيطي للدارة:

2) التمثيل على الشكل.

- على Y_2 نشاهد u_C

- على Y_1 نشاهد $-u_R$ ثم بالضغط على inv نشاهد u_R

3) غلق القاطعة

أ/ البيان A يمثل u_C. البيان B يمثل u_R

التعليل: لما $t = 0$ المكثفة مفرغة تماما u_C و هو ما يوافق البيان A .

لما $t = \infty$ المكثفة مشحونة تماما $u_C = E$ و $u_R = 0$ و هو ما يوافق البيان B.

ب/ كتابة المعادلة التفاضلية:

$$E = u_R + u_C \Rightarrow E = R.i + u_C \Rightarrow E = R \times \frac{dq}{dt} + u_C$$

$$\Rightarrow E = R \times \frac{d(C \times u_C)}{dt} + u_C = R \times C \times \frac{du_C}{dt} + u_C$$

ج/ τ هو الزمن الازم حتى تشحن 63% من المكثفة

الإثبات :

$$u_C = E - E \times e^{-t/\tau} \Rightarrow \frac{du_c}{dt} = 0 - E \times \left(\frac{-1}{\tau}\right) \times e^{-t/\tau}$$

$$\frac{du_C}{dt} = \frac{E}{\tau} \times e^{-t/\tau} \dots\dots (1)$$

نعوض في المعادلة التفاضلية:

$$E = \cancel{R} \times \cancel{C} \times \frac{E.e^{-\frac{t}{\tau}}}{\cancel{\tau}} + E - E.e^{-\frac{t}{\tau}} \Rightarrow E = \cancel{E.e^{-\frac{t}{\tau}}} + E - \cancel{E.e^{-\frac{t}{\tau}}}$$

$$E = E \quad \text{محققة}$$

4) أ/ كتابة عبارة شدة التيار :

$$i = \frac{dq}{dt} = \frac{d(C \times u_C)}{dt} = C \times \frac{du_C}{dt} \Rightarrow i = C \times \frac{E}{\tau} \times e^{-t/\tau}$$

$$\Rightarrow i = \cancel{C} \times \frac{E}{R \times \cancel{C}} \times e^{-t/\tau} \quad \text{بتعويض (1)}$$

$$i = \frac{E}{R} \times e^{-t/\tau} \quad \text{و} \quad I_0 = \frac{E}{R} \Rightarrow i = I_0.e^{-t/\tau}$$

ب/ حساب قيمة كل من R و C:

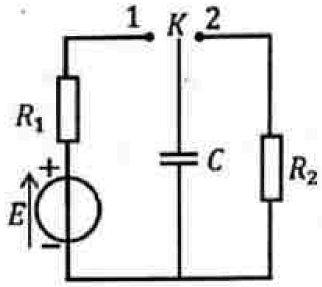
$$\text{من البيان}\begin{cases} E = 12\,V \\ I_0 = 240 \times 10^{-3}\,A \\ \tau = 10\,ms = 10^{-2}\,s \end{cases}$$

Scanned by CamScanner

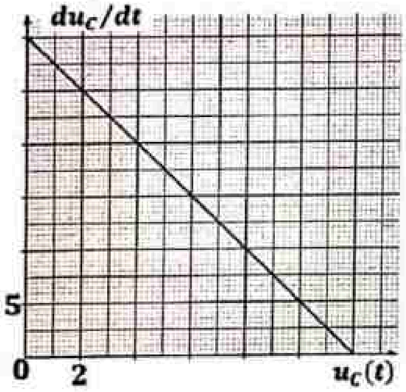
قيمة R :
$$I_0 = \frac{E}{R} \Rightarrow R = \frac{E}{I_0} = \frac{12}{0,24} = 50\,\Omega$$

قيمة C :
$$\tau = R \times C \Rightarrow C = \frac{\tau}{R} = \frac{10^{-2}}{50} = 2 \times 10^{-4}\,F$$

التمرين 26:



نحقق التركيب التجريبي الممثل في الشكل المقابل بواسطة العناصر التالية:
- مولد كهربائي قوته المحركة الكهربائية E.
- مكثفة سعتها $C = 40\mu F$.
- مقاومة مجهولة R_1، ومقاومة $R_2 = 22\,k\Omega$
- بادلة K يمكن وضعها في الوضع (1) و (2).
- نضع البادلة K في الوضع (1) لمدة $(t = 5\,s)$ بدءا من اللحظة الزمنية $(t = 0s)$ التي تكون فيها المكثفة غير مشحونة، وخلال هذه المدة قمنا بمتابعة التوتر بين طرفي المكثفة $U_c(t)$ ثمّ رسمنا البيان $\frac{dU_C}{dt} = f(u_C)$.



1) أوجد المعادلة التفاضلية للدارة بدلالة $U_C(t)$.
2) اكتب المعادلة الرياضية للبيان ثمّ أوجد كل من ثابت الزمن τ_1 للدارة، القوة المحركة الكهربائية E للمولد وقيمة المقاومة R_1.
3) هل المدة السابقة $(t = 5s)$ كافية لشحن المكثفة نهائيا؟
4) بعد الخمس ثواني السابقة وفي لحظة نعتبر ها أيضا مبدأ للأزمنة $(t = 0s)$ نضع البادلة في الوضع (2).

أ/ أوجد المعادلة التفاضلية للدارة بدلالة الشحنة $q(t)$.
ب/ تحقق أن حل المعادلة التفاضلية السابقة يعطى بالشكل
$$q(t) = q_0 . e^{-\left(\frac{t}{R_2 C}\right)}$$
حيث q_0 الشحنة العظمى للمكثفة.
ج/ علما أن ثابت الزمن للدارة في هذه الحالة هو τ_2. احسب قيمته ثمّ ارسم البيان $q = g(t)$ محددا قيمة q_0.
د/ اكتب عبارة شدة التيار $i(t)$ المار بالدارة في هذه الحالة، ثمّ ارسم البيان $i(t)$ محددا قيمته العظمى I_0.

تصحيح التمرين 26:

مجانين يا عزيزي هؤلاء الناس الذين يتخذون المال هدفا و الشهرة غاية و الطمع خلقا و الغرور مركب
مصطفى محمود

1) إيجاد المعادلة التفاضلية بدلالة U_C:
$$E = R \times C \times \frac{du_C}{dt} + U_C$$
2) كتابة المعادلة الرياضية للبيان:

معادلة البيان من الشكل: $\frac{dU_C}{dt} = \alpha \times U_C + \beta$

عند $U_C = 0$ $\quad \frac{dU_C}{dt} = \alpha \times (0) + \beta$

$\frac{dU_C}{dt} = \beta \Rightarrow \beta = 30$ (من البيان)

α هو الميل $\quad \alpha = \frac{30 - 0}{0 - 12} = -2,5$

ومنه المعادلة هي: $\frac{dU_C}{dt} = -2,5 \times U_C + 30$

Scanned by CamScanner

لدينا من المعادلة التفاضلية:

$$\frac{E}{R_1 \times C} = \frac{dU_C}{dt} + \frac{U_C}{R_1 \times C} \quad \Rightarrow \quad \frac{dU_C}{dt} = -\frac{1}{\tau_1} \times U_C + \frac{E}{\tau_1}$$

بالمطابقة

$$\alpha = -\frac{1}{\tau_1} \quad \Rightarrow \quad \tau_1 = 0{,}4\ s$$

$$\beta = \frac{E}{\tau_1} \quad \Rightarrow \quad E = \beta \times \tau_1 = 30 \times 0{,}4 = 12\ V$$

- إيجاد R_1:

$$\tau_1 = R_1 \times C \quad \Rightarrow \quad R_1 = \frac{\tau_1}{C} = \frac{0{,}4}{40 \times 10^{-6}} = 10\ K\Omega$$

3) تشحن عمليا المكثفة بعد $\Delta t = 5\tau = 2\ (s)$

- نعم المدة الزمنية $t = 5\ s$ كافية حتى تشحن المكثفة نهائيا.

4) أ/ معادلة تفاضلية بدلالة الشحنة $q(t)$:

$$U_{R_2} + U_C = 0 \quad \Rightarrow \quad R_2 \times i + U_C = 0$$

ومنه :

$$\begin{cases} U_C = \dfrac{q}{C} \\ i = \dfrac{dq}{dt} \end{cases}$$

$$R_2 \frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = 0$$

$$R_2 C \frac{dq}{dt} + q = 0$$

ب/ التحقق من صحة حل المعادلة التفاضلية

لدينا: $q(t) = Q_0 \times e^{-t/R_2 \times C}$

$Q_0 = E.C$ ومنه : $q(t) = E.C \times e^{-t/R_2 \times C}$

نشتق فنجد

$$\frac{dq}{dt} = E.C\left(\frac{1}{R_2 \times C}\right) \times e^{-t/(R_2 \times C)}$$

$$\frac{dq}{dt} = \frac{-E \times \cancel{C}}{R_2 \times \cancel{C}} \times e^{-t/(R_2 \times C)} \quad \Rightarrow \frac{dq}{dt} = \frac{-E}{R_2} \times e^{-t/(R_2 \times C)} \ \dots\dots (2)$$

نعوض (1) و (2) في المعادلة التفاضلية:

$$\cancel{R_2} \times C \times \frac{-E}{\cancel{R_2}} \times e^{-t/(R_2 \times C)} + E.C \times e^{-t/(R_2 \times C)} = 0$$

$$C.E \times e^{-t/(R_2 \times C)} = E.C \times e^{-t/(R_2 \times C)}$$

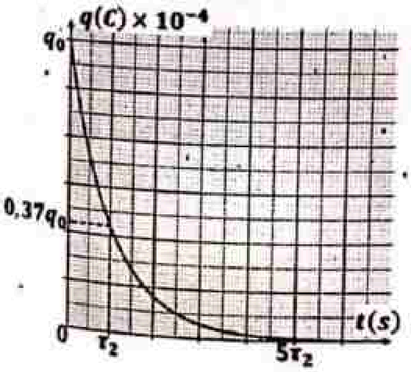
$\Rightarrow \ 0 = 0$ محققة

ج/ حساب قيمة τ_2:

$$\tau_2 = R_2 \times C = 22 \times 10^3 \times 40 \times 10^{-6} = 0{,}88\ s$$

$$q_0 = C \times E = 40 \times 10^{-6} \times 12 = 4{,}8 \times 10^{-4}\ C$$

رسم البيان :



د /كتابة عبارة شدة التيار المارة في الدارة i المارة في الدارة :

$$i = \frac{dq}{dt} = \frac{d(C.u_C)}{dt} = \frac{du_C}{dt} \times C$$

$$i = \cancel{C} \times \frac{-E}{R_2 \times \cancel{C}} \times e^{-t/R_2 \times C} = \frac{-E}{R_2} \times e^{-t/R_2 \times C}$$

$$\Rightarrow \ i = I_0 \times e^{-t/R_2 \times C}$$

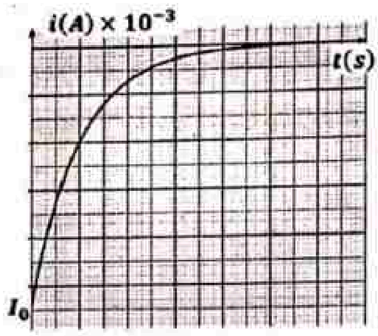
Scanned by CamScanner

عند $t = 0$:

$$I_0 = \frac{-E}{R_2} = \frac{-12}{22 \times 0^3} = -0,54 \times 10^{-3} \quad (A)$$

الإشارة (–) تدل على أن جهة تيار التفريغ تعاكس جهة تيار الشحن

رسم البيان:



التمرين 27:

تحمل مكثفة البيانات التالية: $300v$ $(160\ \mu F$ بدقة $10\%)$، للتأكد من قيمة سعتها C نقوم بشحنها من الصفر عبر مقاومة $R = 12,5\ k\Omega$ بواسطة مولد مثالي لتوتر مستمر $E = 300v$.

1) ارسم الدارة الكهربائية الموافقة مبينا عليها جهة التيار المار، واتجاه التوترات u_R, u_C, E.

2) أثبت أن المعادلة التفاضلية التي يحققها $u_R(t)$ هي:

$$RC.\frac{du_R}{dt} + u_R = 0$$

3) بين أن حل المعادلة التفاضلية التي يحققها $u_R(t)$ هو: $u_R = ae^{-bt}$

عبر عن كل من a و b بدلالة C , R , E.

4) أ/ بين أنه يمكن كتابة $\ln(u_R) = \alpha + \beta t$

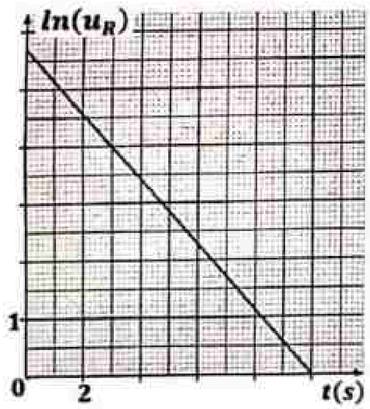
يطلب إعطاء عبارة كل من α و β بدلالة كل من E، τ

حيث τ هو ثابت الزمن.

ب/ يسمح برنامج خاص برسم البيان $\ln(u_R) = f(t)$ اكتب معادلة المستقيم الموافق لهذا البيان.

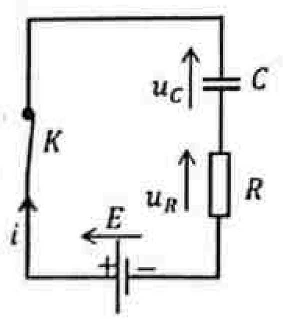
ج/ استنتج سعة المكثفة وهل هي متفقة مع بيانات الصانع؟

5) إذا تم شحن المكثفة نفس المولد عبر مقاومة $R' = \frac{R}{2}$ هل يتغير البيان السابق؟ علّل.



تصحيح التمرين 27:

1) رسم الدارة الكهربائية:



2) المعادلة التفاضلية:

$$E = U_R + U_C \Rightarrow U_R + \frac{q}{C} \ldots (1)$$

باشتقاق (1) نجد : $0 = \frac{dU_R}{dt} + \frac{1}{C} \times \frac{dq}{dt}$

ونعلم أن: $i = \frac{dq}{dt}$ ، و منه: $0 = \frac{dU_R}{dt} + \frac{1}{C} \times i$

ونعلم أن: $i = \frac{U_R}{R}$ ، و منه: $0 = \frac{dU_R}{dt} + \frac{1}{C} \times \frac{U_R}{R}$

و بالضرب في RC نجد : المعادلة : $0 = R \times C \times \frac{dU_R}{dt} + U_R$

Scanned by CamScanner

3) حلها : (1) ... $U_R = a.e^{-bt}$ باشتقاق U_R نجد : (2) .... $\frac{dU_R}{dt} = -a.b.e^{-bt}$

نعوض (1) و (2) في المعادلة التفاضلية فنجد : $0 = R.C.(-a.b.e^{-bt}) + a.e^{-bt}$

باستخراج "$a.e^{-bt}$" عامل مشترك نجد : $0 = a.e^{-bt}.(-R.C.b + 1)$

معناه : $1 - RC.b = 0 \Leftarrow b = \frac{1}{RC}$

-إيجاد a: من الشروط الابتدائية : لما $t = 0$ المكثفة مفرغة أي $U_C = 0$: ، إذن: $U_R(0) = E$

$E = a.e^0$ إذن $a = E$ و منه: $U_R = E.e^{\frac{-1}{R.C}t}$

4) أ/ لدينا : $U_R = E.e^{\frac{-1}{R.C}t}$ ومنه : $\ln(U_R) = \alpha + \beta.t$

و لدينا : $\ln(U_R) = \alpha + \beta.t$ بالمطابقة نجد: $\alpha = \ln E$ و $\beta = \frac{-1}{C} = \frac{-1}{\tau}$

ب/ معادلة البيان : $\ln(U_R) = \alpha + \beta t$ و منه : $\alpha = 5{,}7$

و $\beta = \text{الميل} = \frac{0 - 5{,}7}{10 - 0} = -0{,}57$

إذن المعادلة : $\ln(U_R) = -0{,}57t + 5{,}7$

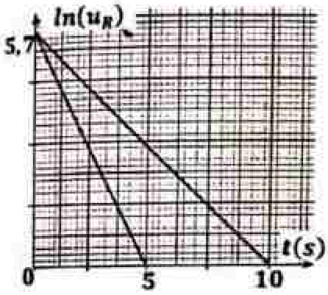
ج/ استنتاج C : $\frac{1}{\tau} = 0{,}57 \Leftrightarrow \tau \simeq 1{,}75\ s$

و بذلك: $C = \frac{\tau}{R} \simeq 140 \times 10^{-6} F$

لكن حسب ما كُتب على المكثفة تكون $144\ \mu F \leq C \leq 176\ \mu F$

إذن : ما كتبه الصانع خاطئ

5) $R' = \frac{R}{2} \Rightarrow \tau' = \frac{\tau}{2} \Rightarrow \beta' = 2\beta$ فيصبح البيان:

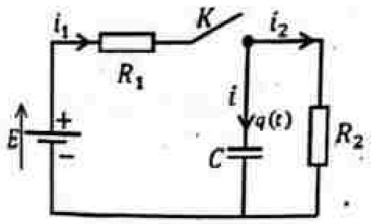


التمرين 28:

تحتوي الدارة، الممثلة في المخطط على مقاومتين R_1 و R_2 وقاطعة K ومكثفة C.

يغذي الدارة مولد كهربائي قوته المحركة ثابتة $E = 27\ V$

عند اللحظة الزمنية $t = 0s$ ، نغلق القاطعة K.

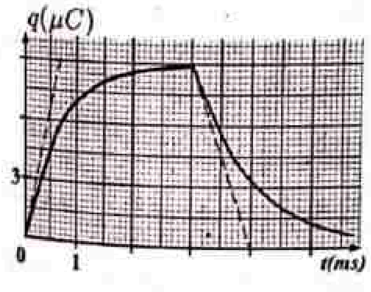


1) بين أن تغيرات الشحنة $q(t)$ للمكثفة تحقق المعادلة التفاضلية:

$$\frac{dq}{dt} + \frac{(R_1 + R_2)}{C.R_1.R_2}q = \frac{E}{R_1}$$

2) باعتبار أن المكثفة بلغت شحنتها النهائية في اللحظة $t_0 = 3ms$، نفتح القاطعة K في تلك اللحظة ونضع $t' = t - t_0$. أوجد من أجل $t' > 0$ المعادلة التفاضلية التي تحققها الشحنة $q(t')$.

3) باستعمال تغيرات $q(t)$ المعطاة في الشكل أوجد قيم R_1 ، R_2 ، C.

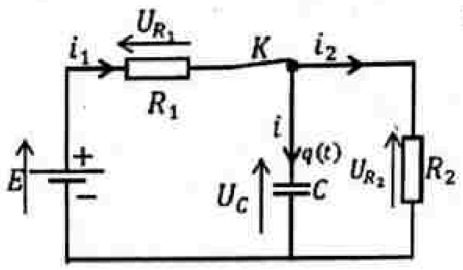


ملاحظة: حل المعادلة التفاضلية غير مطلوب.

Scanned by CamScanner

تصحيح التمرين 28:

1) نبين أن تغيرات $q(t)$ تحقق المعادلة التفاضلية المعطاة :



الطريقة 01: قانون جمع التيارات : $i_1 = i + i_2 \ldots (1)$

لدينا : $U_{R_1} = R_1 . i_1 \quad \Rightarrow \quad i_1 = \dfrac{U_{R_1}}{R_1}$

ومنه : $i_1 = \frac{E - U_C}{R_1}$

(لأن بتطبيق قانون جمع التوترات : $E = U_{R_1} + U_C$)

من جهة أخرى: $i = \dfrac{dq}{dt}$

وأيضا: $i_2 = \dfrac{U_{R_2}}{R_2} = \dfrac{U_C}{R_2}$

بالتعويض في (1) نجد:

$$\frac{E}{R_1} - \frac{U_c}{R_1} = \frac{dq}{dt} + \frac{U_c}{R_2} \Rightarrow \frac{E}{R_1} = \frac{dq}{dt} + \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) \times \frac{q}{C} \Rightarrow \frac{E}{R_1} = \frac{dq}{dt} + \left(\frac{R_1 + R_2}{R_1 \times R_2}\right)\frac{q}{C}$$

الطريقة 02: قانون جمع التوترات: (نختار أكبر عروة)

$$E = U_{R_1} + U_{R_2} \Rightarrow E = R_1 \times i_1 + R_2 \times i_2$$

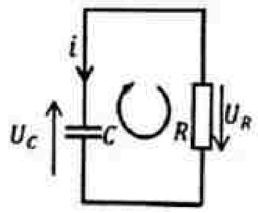
$$E = R_1 \times (i + i_2) + R_2 \times i_2 \Rightarrow E = (R_1 + R_2) \times i_2 + R_1 \times i$$

$$\Rightarrow E = (R_1 + R_2) \times \frac{U_{R_2}}{R_2} + R_1 \times \frac{dq}{dt} \Rightarrow E = (R_1 + R_2) \times \frac{U_C}{R_2} + R_1 \times \frac{dq}{dt}$$

$$\Rightarrow E = (R_1 + R_2) \times \frac{q}{R_2 \times C} + R_1 \times \frac{dq}{dt}$$

$$\frac{E}{R_1} = \frac{(R_1 + R_2)}{R_1 . R_2 . C} \times q + \frac{dq}{dt}$$

2) إيجاد المعادلة التفاضلية للشحنة $q(t')$:

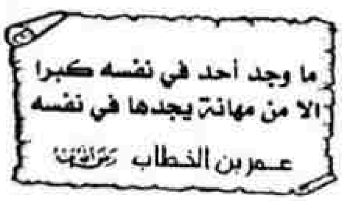


حيث: $t' = t - t_0$ و : $t_0 = 3\,ms$ $\quad (t' > 0)$

بتطبيق قانون جمع التوترات: $U_C + U_{R_2} = 0$

$$U_c + R_2 . i = 0 \Rightarrow \frac{q}{C} + R_2 . \frac{dq}{dt} = 0$$

$$q(t') + R_2 . C . \frac{dq(t')}{dt} = 0$$



3) إيجاد R_1 و R_2 و C :

لدينا : $\dfrac{dq}{dt} + \dfrac{R_1 + R_2}{C . R_1 . R_2} \times q = \dfrac{E}{R_1}$

في النظام الدائم: $\frac{dq}{dt} = 0$ أي: $q = q_{max}$

$$\left(0 + \frac{R_1 + R_2}{C . R_1 . R_2} \times q_{max} = \frac{E}{R_1}\right) \ldots (1)$$

عند: $t = 0$: $q = 0$

$$\left(\frac{dq}{dt}\right)_{t=0} = \frac{E}{R_1} \Rightarrow R_1 = \frac{E}{\frac{dq}{dt}} = \frac{27}{\frac{9 \times 10^{-6}}{0{,}67 \times 10^{-3}}} \Rightarrow R_1 = 2 \times 10^3\,\Omega$$

في التفريغ : $\tau_{\text{تفريغ}} = R_2 \times C = 1\,ms$

بالتعويض في (1) :
$$\frac{R_1 + R_2}{R_1 \times \tau_{\text{تفريغ}}} \times q_{max} = \frac{E}{R_1}$$

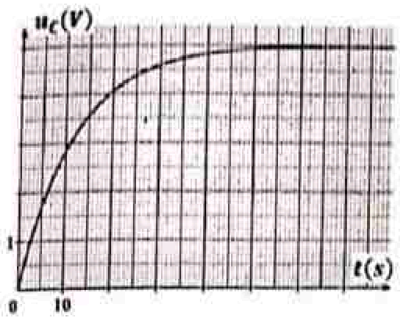
$$\Rightarrow R_2 = \frac{E \times \tau}{q_{max}} - R_1 \quad \Rightarrow \quad R_2 = \frac{27 \times 10^{-3}}{9 \times 10^{-6}} - 2 \times 10^{3} = 1000\,\Omega$$

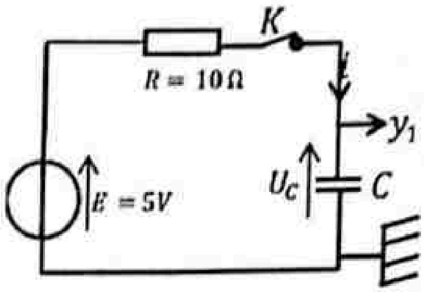
من جهة أخرى: $\tau_{\text{تفريغ}} = R_2 \times C$

$$\Rightarrow C = \frac{\tau_{\text{تفريغ}}}{R_2} = \frac{10^{-3}}{1000} \Rightarrow C = 10^{-6}\ (F)$$

التمرين 29:

لدينا مكثفة أشار عليها صانعها إلى القيمة $1F$. للتأكد من قيمة سعة هذه المكثفة نحقق الدارة التالية:
نغلق القاطعة K عند اللحظة $t = 0$ ونقيس التوتر بين طرفي المكثفة، فنحصل على البيان (الشكل):





1) أوجد عبارة المعادلة التفاضلية المحققة بـ: $U_C(t)$.

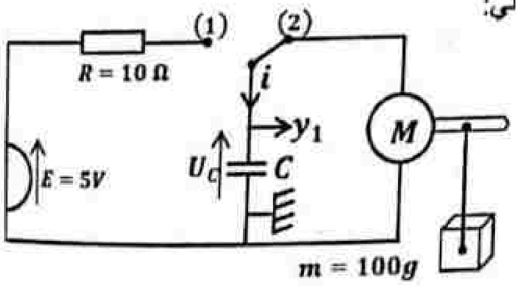
2) تأكد أن: $U_C(t) = E\left(1 - e^{-t/\tau}\right)$ حل للمعادلة التفاضلية السابقة، وتحقق الشرط الابتدائي $U_C(0) = 0$

- عين عبارة τ بدلالة مميزات الدارة. ثم بين بالتحليل البعدي أنّ τ مقدار متجانس مع الزمن.

3) انطلاقا من التسجيل وبطريقة من اختيارك عين السعة C للمكثفة. قارنها مع القيمة المعطاة من طرف الصانع.

4) تدمج المكثفة السابقة في التركيب المعطى حيث M محرك يلف حول جذعه خيط مهمل يحمل في نهايته كتلة m

أ/ عند اللحظة $t = 0$ نعتبرها مبدأ للأزمنة نقلب البادلة إلى الوضع 2 فتبدأ عملية تفريغ المكثفة ويبدأ المحرك في الحركة رافعا الكتلة $m = 100g$، فتصعد هذه الأخيرة ارتفاعا $h = 3,10\,m$ خلال زمن قدره $18s$ فكانت تغيرات التوتر بين طرفي المكثفة خلال هذه العملية كالتالي:



- عند $t = 0$ (انطلاق المحرك):
  $U_C(0) = 4,9\,V$.
- عند $t = 18s$ (توقف المحرك):
  $U_C(18) = 1,5\,V$.

يكون المنحنى البياني المتحصل عليه $U_C(t)$ عبارة عن مستقيم معادلته من الشكل:
$u_c(t) = at + b$ مع $a < 0$ و $b > 0$.

- احسب القيمة العددية لكل من a و b.

ب/ عين عبارة الشحنة اللحظية $q(t)$ للمكثفة بدلالة الزمن، ثم استنتج قيمة شدة التيار، ماذا تستنتج فيما يخص إشارة i

ج/ احسب:

- الطاقة المخزنة في المكثفة عند $t = 0$
- الطاقة المتبقية عند $t = 18s$.
- الطاقة المفقودة من طرف المكثفة.
- الطاقة الميكانيكية (الكامنة) المستقبلة من طرف الكتلة m.
- مردود التجهيز.

تعطى: $g = 9,8\,N/Kg$.

Scanned by CamScanner

تصحيح التمرين 29:

1) المعادلة التفاضلية المحققة بـ $U_C(t)$:

بتطبيق قانون جمع التوترات: $E = U_C + U_R$

$$E = U_C + R.i \Rightarrow E = R.\frac{dq(t)}{dt} + U_C \Rightarrow E = R\frac{dU_C.C}{dt} + U_C$$

$$E = RC.\frac{dU_C}{dt} + U_C$$

2) التأكد من أن العبارة المعطاة حل للمعادلة التفاضلية:

لدينا: $U_C(t) = E\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$ بالاشتقاق: $\frac{dU_C(t)}{dt} = E.\frac{1}{\tau}.e^{-\frac{t}{\tau}}$

بالتعويض في المعادلة التفاضلية:

$$E = RC.E.e^{\frac{-t}{\tau}} + E\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$

$$E = RC.E.\frac{1}{\tau}.e^{-\frac{t}{\tau}} + E - E.e^{-\frac{t}{\tau}} \Rightarrow 0 = E.e^{-\frac{t}{\tau}}\left(\frac{RC}{\tau} - 1\right) \Rightarrow \frac{RC}{\tau} - 1 = 0$$

ومنه: $\tau = RC \ldots (1)$ و: $U_C(0) = E(1 - e^0) = 0\,v$ وهي محققة.

-عبارة τ: لدينا من (1): $\tau = R.C$

-التحليل البعدي لـ τ:

$$[\tau] = [R].[C] = \frac{[U]}{[I]}.\frac{[q]}{[U]} = \frac{[q]}{[I]} = \frac{[I].[T]}{[I]} \quad \Rightarrow \quad [\tau] = [T]$$

معناه أن τ متجانس.

3) تعيين C: من البيان : $\tau = 12\,s$

$$\tau = RC \Rightarrow C = \frac{\tau}{R} = \frac{12}{10} \Rightarrow C = 1,2\,F$$

نسبة الخطأ: $\frac{\Delta C}{C} = \frac{1,2-1}{1,2} = 0,16$ ومنه: $C = 1 \mp 16\%$ يوجد خطأ بنسبة: 16%

4)

أ/ حساب a و b : $\Delta t = 18\,(s)$

$$\begin{cases} U_C(0) = 4,9\,V \\ U_C(18s) = 1,5\,V \end{cases}$$

لدينا معادلة المنحنى: $U_C(t) = at + b$ و: $b > 0$

$$4,9 = a(0) + b \Rightarrow b = 4,9$$

$$1,5 = a(18) + b \Rightarrow 1,5 = a(18) + 4,9$$

ومنه: $b = 4,9$; $a = -0,189$ وعليه: $U_C(t) = -0,189t + 4,9$

ب/ عبارة $q(t)$ بدلالة الزمن:

$$U_C(t) = \frac{q(t)}{C} = -0,189\,t + 4,9 \Rightarrow q(t) = (-0,189t + 4,9) \times 1,2$$ مع: $C = 1,2\,(F)$

إذن: $q(t) = -0,22t + 5,88$

Scanned by CamScanner

-قيمة شدة التيار:

$$i = \frac{dq}{dt} \Rightarrow i = \frac{d(-0{,}22t + 5{,}88)}{dt} \Rightarrow i = -0{,}22 + 0$$

نستنتج أن جهة التيار تعاكس الاتجاه الموضّح في الدّارة.

ج/ حساب:

- الطاقة المخزنة في المكثفة عند $t = 0$:

$$E_0 = \frac{1}{2} C.U_C^2 = \frac{1}{2} \times 1{,}2 \times 4{,}9^2 \Rightarrow E_0 = 14{,}4\ (j)$$

- الطاقة المتبقية عند $t = 18\ s$:

$$E_{\text{متبقية}} = \frac{1}{2} C.U^2 = \frac{1}{2} \times 1{,}2 \times (1{,}5)^2 \Rightarrow E_{\text{متبقية}} = 1{,}35\ j$$

- الطاقة المفقودة:

$$E_0 - E_{\text{متبقية}} = 14{,}4 - 1{,}35 = 13{,}05\ j$$

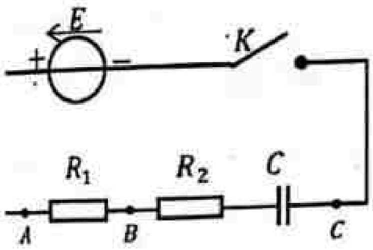
- الطاقة الميكانيكية:

$$E_{pp} = m.g.h = 0{,}1 \times 9{,}8 \times 3{,}1 = 3{,}04\ (j)$$

- حساب المردود:

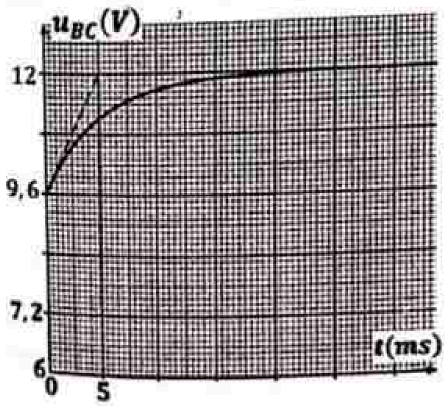
$$\eta = \frac{E_{\text{منتجة}}}{E_{\text{مستهلكة}}} = \frac{E_{\text{ميكانيكية}}}{E_{\text{مفقودة}}} = \frac{3{,}04}{13{,}05} = 23\ \%$$

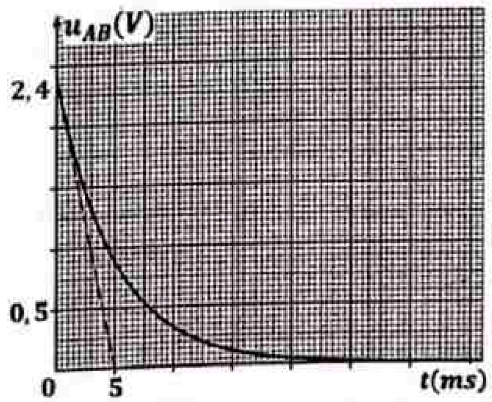
التمرين 30:



بواسطة مولد توتر ثابت قوته المحركة الكهربائية E، ناقلين أوميين مقاومة الأول R_1 و مقاومة الثاني R_2 مجهولة، مكثفة فارغة سعتها C، قاطعة K نحقق الدارة المبينة في الشكل التالي ثمّ نغلق القاطعة عند اللحظة $t = 0$.

الدراسة التجريبية لتطور التوتر u_{AB} بين طرفي الناقل الأومي R_1 والتوتر u_{BC} بين طرفي الناقل الأومي R_2 والمكثفة معا بالاعتماد على راسم الاهتزاز المهبطي أعطت البيانين $u_{AB} = f(t)$ ، $u_{BC} = g(t)$:





1) اكتب المعادلة التفاضلية بدلالة $q = f(t)$ حيث q شحنة المكثفة.

2) حل هذه المعادلة التفاضلية من الشكل: $q = A\left(1 - e^{-t/B}\right)$.

Scanned by CamScanner

3) عين A و B، ماذا يمثل B وما هو مدلوله الفيزيائي؟
4) اكتب بدلالة C, R_2, R_1, E العبارات اللحظية لكل من:
- شدة التيار المار في الدارة.
- التوتر u_{AB} بين طرفي الناقل الأومي R_1.
- التوتر u_{BC} بين طرفي الناقل الأومي R_2 والمكثفة معا.

ثم عبر عن u_{AB} ، u_{BC} عند اللحظة $t = 0$ واللحظة $t = \infty$. (النظام الدائم).
5) اكتب بدلالة C, R_2, R_1 لحظة تقاطع مماس البيان $u_{BC} = g(t)$ عند اللحظة $t = 0$ مع محور المستقيم المقارب $u_{BC} = E$.
6) إذا علمت أن هذه شدة التيار الأعظمية المارة في الدارة هي $I_0 = 0,48A$ أوجد: C, R_2, R_1, E.

تصحيح التمرين 30:

1) كتابة المعادلة التفاضلية بدلالة $q_{(t)}$ لدينا من قانون جمع التوترات :

$$E = U_{AB} + U_{BC} \quad \Rightarrow \quad E = R_1 I + R_2 I + U_C = (R_1 + R_2)I + U_C$$

ولدينا $I = \frac{dq}{dt}$ و $U_{c(t)} = \frac{q_{(t)}}{C} \Rightarrow q_{(t)} = C \times U_{c(t)}$

$$E = (R_1 + R_2)\frac{dq}{dt} + \frac{q_{(t)}}{C} \quad \Rightarrow \quad \frac{dq}{dt} + \frac{q_{(t)}}{(R_1 + R_2) \times C} - \frac{E}{(R_1 + R_2)} = 0$$

2) لدينا $\frac{dq}{dt} = \frac{A}{B} \times e^{-t/B}$

$$\frac{A}{B} \times e^{-t/B} + \frac{A \times (1 - e^{-t/B})}{(R_1 + R_2) \times C} - \frac{E}{(R_1 + R_2)} = 0$$

$$\frac{A}{B} \times e^{-t/B} - \frac{Ae^{-t/B}}{(R_1 + R_2) \times C} + \frac{A}{(R_1 + R_2) \times C} - \frac{E}{(R_1 + R_2)} = 0$$

$$Ae^{-t/B}\left(\frac{1}{B} - \frac{1}{(R_1 + R_2) \times C}\right) + \left(\frac{A}{(R_1 + R_2) \times C} - \frac{E}{(R_1 + R_2)}\right) = 0$$

$$\begin{cases} \frac{A}{(R_1 + R_2) \times C} = \frac{E}{(R_1 + R_2)} \quad \Rightarrow \quad A = C \times E \\ \frac{1}{B} - \frac{1}{(R_1 + R_2) \times C} = 0 \quad \Rightarrow \quad B = (R_1 + R_2) \times C \end{cases}$$

يمثل B ثابت الزمن τ ومدلوله الفيزيائي هو الزمن الازم لشحن 63% من المكثفة

3) لدينا $q_{(t)} = C \times E\left(1 - e^{-t/\tau}\right)$ و لدينا $I = \frac{dq}{dt}$

$$\Rightarrow \quad i(t) = \frac{\cancel{C} \times E \times e^{-t/\tau}}{(R_1 + R_2) \times \cancel{C}} = \frac{E \times e^{-t/\tau}}{R_1 + R_2}$$

كلما فتحت نافذة الأمل
لا يدخل سوى
الحشرات والناموس

- التوتر u_{AB} بين طرفي الناقل الأومي R_1

$$u_{AB} = R_1 \times i(t) = \frac{R_1 \times E \times e^{-t/\tau}}{R_1 + R_2}$$

لدينا من قانون جمع التوترات: $U_{BC} + U_{AB} = E$

$$u_{BC} = E - U_{AB} = E - \frac{R_1 \times E \times e^{-t/\tau}}{R_1 + R_2}$$

عند $t = 0$ لدينا : $u_{AB} = \frac{R_1 E}{R_1 + R_2}$

Scanned by CamScanner

عند $t=\infty$ لدينا : $u_{AB}=\dfrac{R_1Ee^{-\infty/\tau}}{R_1+R_2}=0$

عند $t=0$ لدينا : $u_{BC}=E-\dfrac{R_1E}{R_1+R_2}=\dfrac{ER_1+ER_2-R_1E}{R_1+R_2}=\dfrac{R_2E}{R_1+R_2}$

$u_{AB}=0$ اذن $u_{BC}=E$

عند $t=\infty$ فإن: $u_{BC}=E-u_{AB}$ و

4) كتابة بدلالة C, R_2, R_1 لحظة تقاطع مماس البيان $u_{BC}(t)=f(t)$ مع المستقيم المقارب $u_{BC}(t)=E$ لدينا معادلة المماس عند $t=0$

$$y=\left(\frac{du_{BC}}{dt}\right)_{(t=0)}(t-0)+u_{BC}(0)$$

لدينا : $u_{BC(t=0)}=\dfrac{R_2E}{R_1+R_2}$ و $\left(\dfrac{du_{BC}}{dt}\right)_{t=0}=\dfrac{R_1E}{(R_1+R_2)^2C}$

$$y=\frac{R_1E}{(R_1+R_2)^2C}.t+\frac{R_2E}{R_1+R_2}$$

عند تقاطع المماس مع المستقيم $y=E$ نجد:

$$E=\frac{R_1E}{(R_1+R_2)^2C}t+\frac{R_2E}{R_1+R_2}\quad\Rightarrow\quad\frac{R_1}{(R_1+R_2)^2C}t+\frac{R_2}{R_1+R_2}=1$$

$$\frac{R_1}{(R_1+R_2)^2C}t=1-\frac{R_2}{R_1+R_2}\quad\Rightarrow\quad\frac{R_1}{(R_1+R_2)^2C}t=\frac{R_1+R_2-R_2}{R_1+R_2}$$

$$\frac{R_1}{(R_1+R_2)^2C}t=\frac{R_1}{R_1+R_2}\quad\Rightarrow\quad\frac{t}{(R_1+R_2)\times C}=1$$

$$\Rightarrow\ t=(R_1+R_2)C\quad\Rightarrow\quad t=\tau$$

5) لدينا لما $t=0$ فإن $u_{AB}=R_1\times i_0$

$$R_1=\frac{u_{AB}}{i_0}=\frac{2{,}4}{0{,}48}=\mathbf{5\,\Omega}$$

لدينا. $i_0=\dfrac{E}{R_1+R_2}\,......(1)$ لكن لما $t=\infty$ فإن $u_{BC}(t)=E$

ومنه $\mathbf{E=12\,V}$

من (1) لدينا: $\dfrac{E}{i_0}=R_1+R_2$

$$R_2=\frac{E}{i_0}-R_1\quad\Rightarrow\quad R_2=\frac{12}{0.48}-5=\mathbf{20\,\Omega}$$

و لدينا $\tau=5\,(ms)$ مع $\tau=(R_1+R_2)\times C$

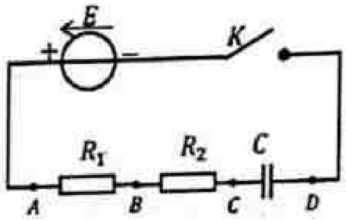
$$C=\frac{\tau}{(R_1+R_2)}\quad\Rightarrow\quad C=\frac{5\times10^{-3}}{5+20}=2\times10^{-4}\,(F)=\mathbf{200\,(\mu F)}$$

تفقـد الحلاوة في ثلاثة أشياء :
في الصلاة والقرآن والذكر ،
فإن وجدت ذلك فأمضي وأبشر ،
وإلا فاعلم أن بابك مغلق فعالج فتحه

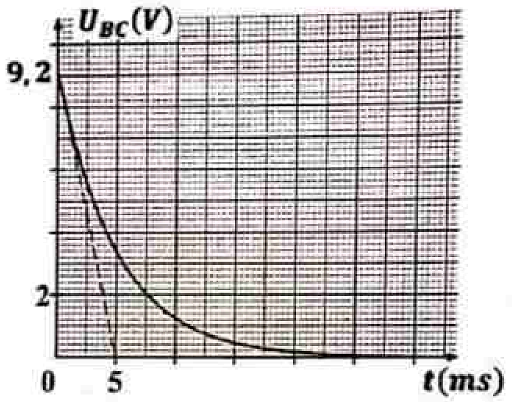
الحسن البصري

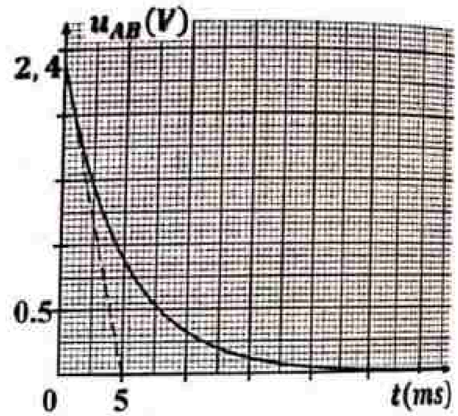
Scanned by CamScanner

التمرين 31:



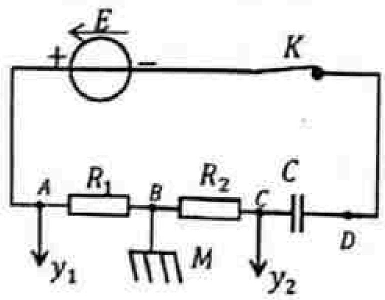
بواسطة مولد توتر ثابت قوته المحركة الكهربائية E، ناقلين أوميين مقاومة الأول $R_1 = 5\,\Omega$ ومقاومة الثاني R_2 مجهولة، مكثفة سعتها C، قاطعة K نحقق الدارة المبينة في الشكل التالي ثم نغلق القاطعة عند اللحظة $t = 0$.
الدراسة التجريبية لتطور التوتر u_{AB} بين طرفي الناقل الأومي R_1 التوتر u_{BC} بين طرفي الناقل الأومي R_2 بالاعتماد على راسم الاهتزاز المهبطي أعطت البيانين $u_{AB} = f(t)$ ، $u_{BC} = g(t)$:





1) بين على الدارة السابقة كيفية وصل راسم الاهتزاز المهبطي بالدارة حتى نحصل على البيانين السابقين؟
2) اكتب المعادلة التفاضلية بدلالة $u_{CD} = f(t)$ حيث U_{CD} التوتر بين طرفي المكثفة مبينا حلها دون برهان.
3) اكتب بدلالة E ، R_1 ، R_2 ، C العبارات اللحظية لكل من:
أ/ شدة التيار المار في الدارة.
ب/ التوتر u_{AB} بين طرفي الناقل الأومي R_1.
ج/ التوتر u_{BC} بين طرفي الناقل الأومي R_2.
4) اكتب بدلالة R_1 ، R_2 ، C لحظة تقاطع مماس البيان $u_{AB} = f(t)$ عند اللحظة $t = 0$ مع محور الأزمنة.
5) اعتمادا على الدراسة التجريبية والنظرية السابقتين أوجد E, I_0, R_2, C. حيث I_0 شدة التيار الأعظمية المار بالدارة.

تصحيح التمرين 31:



1) كيفية ربط راسم الاهتزازات المهبطي:
عند Y_1 نشاهد u_{AB}
عند Y_2 نضغط على inv لمشاهدة u_{BC}
2) لدينا من قانون جمع التوترات:

$$E = u_{AB} + u_{BC} + u_{CD} \quad = \quad R_1 I + R_2 I + u_{CD}$$

$$E = (R_1 + R_2)I + u_{CD}$$

و لدينا : $I = \dfrac{dq}{dt}$ و $q(t) = C.u_c(t)$

$$E = (R_1 + R_2) \times \frac{d(C.u_{CD})}{dt} + U_{CD} \quad = \quad (R_1 + R_2).C\frac{d(u_{CD})}{dt} + U_{CD}$$

$$\frac{d(u_{CD})}{dt} + \frac{u_{CD}}{(R_1 + R_2).C} = \frac{E}{(R_1 + R_2).C}$$

Scanned by CamScanner

و حل هذه المعادلة التفاضلية هو : $u_c(t) = E\left(1 - e^{-t/\tau}\right)$ حيث $\tau = (R_1 + R_2)C$

3) أ/ العبارة اللحظية لشدة التيار:

لدينا $u_c(t) = \frac{q(t)}{C}$ منه: $\frac{q(t)}{C} = E\left(1 - e^{-t/\tau}\right) \Rightarrow q(t) = C \times E(1 - e^{-t/\tau})$

لكن :
$$i(t) = \frac{dq}{dt} = \frac{E \times e^{-t/\tau}}{R_1 + R_2}$$

ب/ التوتر u_{AB} بين طرفي R_1 :
$$u_{AB} = R_1.i = R_1\frac{Ee^{-t/\tau}}{R_1 + R_2}$$

ج/التوتر u_{BC} بين طرفي الناقل الأومي R_2 :
$$u_{BC} = R_2.i = R_2 \times \frac{E \times e^{-t/\tau}}{R_1 + R_2}$$

الشيئان اللذان ليس لهما حدود، الكون و غباء الإنسان،مع أني لست متأكدا بخصوص الكون
البرت اينشتاين

4) كتابة بدلالة R_1, R_2, C لحظة تقاطع مماس البيان $u_{AB} = f(t)$
$$y = \left(\frac{du_{AB}}{dt}\right)_{(t=0)}(t - 0) + u_{AB}(0)$$

لدينا : $u_{AB}(0) = \frac{R_1E}{R_1 + R_2}$ و $\left(\frac{du_{AB}}{dt}\right)_{(t=0)} = \frac{-R_1E}{(R_1 + R_2)^2C}$
$$y = \frac{-R_1E}{(R_1 + R_2)^2C}t + \frac{R_1E}{R_1 + R_2}$$

التقاطع مع محور الأزمنة معناه $y = 0$
$$\frac{-R_1E}{(R_1 + R_2)^2C}t + \frac{R_1E}{R_1 + R_2} = 0 \Rightarrow \frac{R_1E}{(R_1 + R_2)^2C}t = \frac{R_1E}{R_1 + R_2}$$
$$\frac{t}{(R_1 + R_2)C} = 1 \Rightarrow t = (R_1 + R_2)C$$

5) لدينا من قانون جمع التوترات $E = u_{AB} + u_{BC} + u_{CD}$

عند $t = 0$ فان $u_{CD}(t) = 0$ منه $E = u_{AB} + u_{BC}$
$$\Rightarrow E = 2{,}4 + 9{,}2 = 11{,}6\ (V)$$

لدينا عند $t = 0$ فان $u_{AB} = R_1.I_0 \Rightarrow I_0 = \frac{u_{AB}}{R_1} \Rightarrow I_0 = \frac{2.4}{5} = \mathbf{0{,}48\ (A)}$

لدينا عند $t = 0$ فان $u_{BC} = R_2.I_0 \Rightarrow R_2 = \frac{u_{BC}}{I_0} \Rightarrow R_2 = \frac{9.2}{0.48} = \mathbf{19{,}16\ (\Omega)}$

لدينا $\tau = (R_1 + R_2) \times C \Rightarrow C = \frac{\tau}{(R_1+R_2)}$

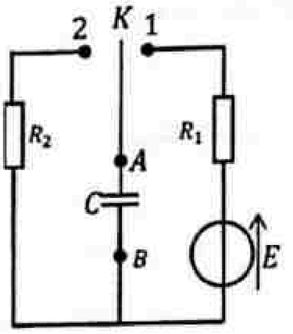
و لدينا $\tau = 5\ (ms)$ منه $C = \frac{5\times10^{-3}}{(5+19{,}16)} = \mathbf{207\ (\mu F)}$

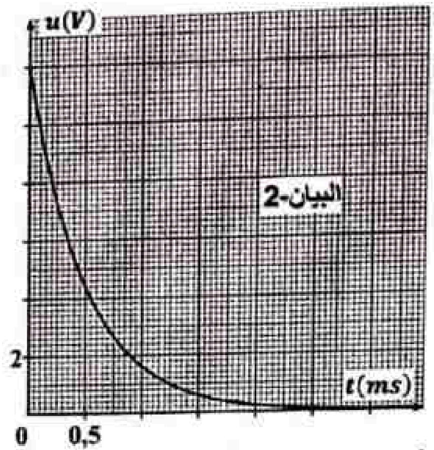
Scanned by CamScanner

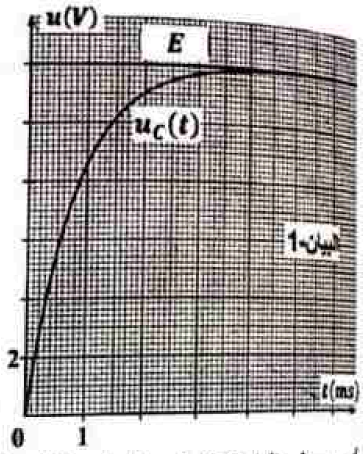
التمرين 32:

نحقق التركيب التجريبي المبين في الشكل والمتكون من: مولد مثالي للتوتر المستمر قوته المحركة E، ناقلان أوميان $R_1 = 200\,\Omega$ و R_2، قاطعة k، مكثفة سعتها C.

1) المكثفة في البداية فارغة، عند اللحظة $t = 0$ نضع القاطعة في الموضع (1) وبواسطة جهاز راسم الاهتزاز المهبطي نحصل على منحنيات التوترات $u_C(t)$ و $u(t) = E$ كما هو موضح في البيان-1.







أ/ حدد على الدارة كيفية ربط راسم الاهتزاز لمعاينة $u_c(t)$ التوتر بين طرفي المكثفة و $u(t) = E$ التوتر بين طرفي الدارة.

ب/ أوجد المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر $u_C(t)$ خلال عملية الشحن.

ج/ إذا كان حل المعادلة من الشكل: $u_c(t) = A\left(1 - e^{-t/\tau}\right)$

أوجد عبارة كل من A و τ بدلالة C, R_1, E.

د/ حدد بيانيا قيمة كل من: E و τ وتأكد من أن له نفس وحدة الزمن ثم استنتج قيمة سعة المكثفة C.

2) ننقل القاطعة للوضع (2).

أ/ سم الظاهرة الفيزيائية التي تحدث للمكثفة.

ب/ المنحنى البياني الممثل في البيان-2 يمثل $u_C(t)$ خلال هذه الحالة.

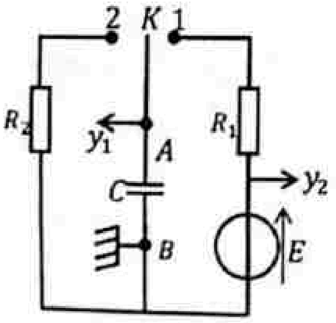
- احسب قيمة مقاومة الناقل الأومي R_2.

أتهزأ بالدعاء وتزدريه
وما تدري بما صنع الدعاء
سهام الليل لا تخطئ ولكن
لها أمد وللأمد انقضاء
الإمام الشافعي رحمه الله

تصحيح التمرين 32:

1) القاطعة في الموضع (1)

أ/ كيفية الربط:



ب/ المعادلة التفاضلية:

بتطبيق قانون جمع التوترات:

$$E = U_C + U_R = U_c + Ri \quad i = \frac{dq}{dt} \quad و \quad q = c.U_c$$

$$E = U_c + R.c.\frac{dU_c}{dt} \quad \Rightarrow \frac{E}{RC} = \frac{1}{RC}U_c + \frac{dU_c}{dt}$$

ج/ الحل:

$$U_c(t) = A\left(1 - e^{-t/\tau}\right) \;\Rightarrow \frac{dU_c}{dt} = \frac{A}{\tau}e^{-t/\tau}$$

Scanned by CamScanner

بالتعويض في المعادلة التفاضلية:

$$\frac{E}{RC}=\frac{1}{RC}A\left(1-e^{-t/\tau}\right)+\frac{A}{\tau}e^{-t/\tau}$$

لما: $t\to\infty$:

$$\frac{E}{RC}=\frac{1}{RC}\times A\Rightarrow A=E$$

ولما: $t=0$:

$$\frac{E}{R_1C}=\frac{A}{\tau}\times e^{0}\Rightarrow\frac{E}{R_1C}=\frac{E}{\tau}\Rightarrow\tau=R_1C$$

منه: حل المعادلة هو: $U_c(t)=E\left(1-e^{-t/R_1C}\right)$.

د/ قيمة E: $E=U_{C_{max}}=12V$

قيمة τ: بإسقاط القيمة $(0{,}63E)$ على المنحنى ثمّ محور الفواصل نجد: $\tau=1ms$.

$$\tau=R_1C\Rightarrow C=\frac{\tau}{R_1}=\frac{10^{-3}}{200}=5\times10^{-6}\Rightarrow C=5\,\mu F$$

التحليل البعدي:

$$[\tau]=[R]\times[C]\quad\Rightarrow[\tau]=\frac{[U]}{[i]}\times\frac{[q]}{[U]}=\frac{[i]\times[T]}{[i]}\Rightarrow[\tau]=[T]=s$$

2) القاطعة للوضع (2)

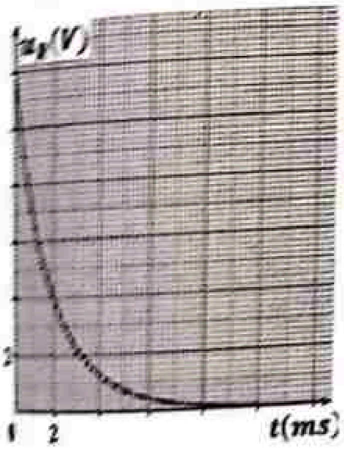
أ/ اسم هذه الظاهرة بـ: عملية تفريغ المكثفة.

إيجاد R_2:

من البيان و بالإسقاط القيمة $0{,}37\,U_c$ على المنحنى ثمّ على البيان: $\tau=0{,}5\,ms$.

$$\tau=R_2C\Rightarrow R_2=\frac{\tau}{C}=100\Omega$$

التمرين 33:

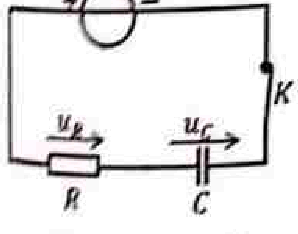


مكثفة غير مشحونة لمعرفة سعتها C نصلها على التسلسل مع ناقل أومي مقاومته R ومولد مثالي قوته المحركة الكهربائية E وقاطعة. نسجل تطور u_R بين طرفي الناقل الأومي بواسطة جهاز إعلام آلي فتحصل على البيان التالي:

1) اعط مخططا للدارة وبين جهة التيار والتوترات
2) استنتج قيمة E.
3) أوجد المعادلة التفاضلية لتطور التوتر U_R.
4) بين أن حل المعادلة التفاضلية هو: $U_R=Ee^{-t/\tau}$.
5) أوجد بُعد وقيمة τ.
6) أوجد قيمة C بالـ μF إذا كان $i(t=0)=0{,}2\,A$
7) احسب الطاقة المخزنة في المكثفة عند اللحظة $t=2ms$.

تصحيح التمرين 33:

1) المخطط:



2) عند $t=0$: $U_C=0V$

منه: $E=U_{R_0}=12V$ ، $E=12V$

3) حسب قانون جمع التوترات : $U_C+U_R=E$

بالاشتقاق :

$$\frac{d}{dt}U_R+\frac{d}{dt}U_C=0$$

$$\frac{d}{dt}U_R+\frac{1}{C}\,i=0$$

$$\frac{d}{dt}U_R+\frac{1}{C}\frac{d}{dt}q=0\quad\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\quad\frac{d}{dt}U_R+\frac{-1}{RC}U_R=0\quad\ldots\ldots(1)$$

Scanned by CamScanner

4) $\begin{cases} U_R = Ee^{-t/\tau} \\ \frac{dU_R}{dt} = -\frac{E}{\tau}e^{-t/\tau} \end{cases}$ نعوض في المعادلة التفاضلية: $-\frac{E}{\tau}e^{-t/\tau} + \frac{1}{RC}e^{-t/\tau} = 0$

$$\Rightarrow \quad -\frac{E}{RC}e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{1}{RC}e^{-\frac{t}{\tau}} = 0 \qquad \Rightarrow \qquad 0 = 0$$ محققة

$U_R = E.e^{-t/\tau}$ حل للمعادلة التفاضلية (1).

5) بعد وقيمة τ: $\tau = RC$

لدينا: $\begin{cases} U_R = R.i \\ C = \frac{q}{C} \end{cases}$ منه: $\begin{cases} [R] = \frac{[U]}{[I]} \\ [C] = \frac{[I][T]}{[U]} \end{cases}$ منه: $[\tau] = \frac{[U]}{[I]} \times \frac{[I][T]}{[U]} \Rightarrow [\tau] = [T]$ منه: $[\tau] = s$

فاصلة نقطة تقاطع المماس عند 0 ومحور الفواصل هي: $\tau = 2ms$

6) لما $t = 0$: $R = \frac{U_R}{i} = \frac{12}{0.2}$ أي: $R = 60\ \Omega$.

منه: $C = \frac{\tau}{R}$ أي: $C = \frac{2\times10^{-3}}{60}$ منه: $C = 33,33\ \mu F$

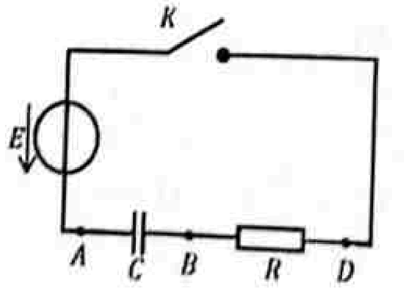
7) عند $t = 2ms$: $U_R(2ms) = 4,2\ V$

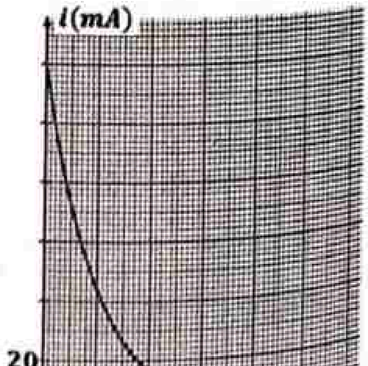
$$U_C(2ms) = 12 - 4,2 = 7,8$$
$$\xi(2ms) = \frac{1}{2}C.U_C^2(2ms) = \frac{1}{2} \times 33,33 \times 10^{-6} \times 7,8^2 = 1,01 \times 10^{-3} J$$

التمرين 34:

نربط على التسلسل العناصر الكهربائية التالية: ناقل أومي مقاومته (R)، مكثفة غير مشحونة سعتها (C)، مولد ذو توتر كهربائي ثابت $E = 12V$، قاطعة (K).

لإظهار التطور الزمني للتيار الكهربائي المار في الدارة نصلها براسم اهتزاز ذي ذاكرة، نغلق القاطعة في اللحظة $t = 0$ فنشاهد على شاشة راسم الاهتزاز المهبطي منحنيا بيانيا، بالاعتماد عليه أمكن رسم البيان $i(t)$ المبين في الشكل.





1) بين على الرسم كيفية ربط راسم الاهتزاز بالدارة في هذه الحالة.

2) بالاعتماد على البيان:

أ/ عين قيمة ثابت الزمن τ، والقيمة العظمى لتيار الشحن.

ب/ استنتج قيمة كل من R و C.

3) أ/ بتطبيق قانون جمع التوترات بين أن المعادلة التفاضلية التي تعبر عن $q(t)$ تعطى بالعبارة:

$$\frac{dq(t)}{dt} + \frac{q(t)}{RC} = \frac{E}{R}$$

ب/ يعطى حل المعادلة السابقة بالعبارة:

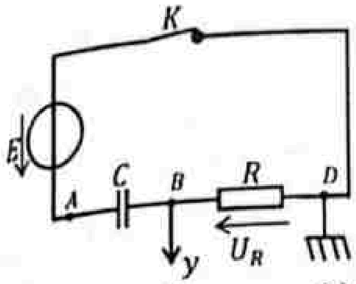
$$q(t) = A(1 - e^{-t/\alpha}).$$

Scanned by CamScanner

حيث $(A;\alpha)$ ثابتان يطلب تحديد عبارة كل منهما.
- ما هو المدلول الفيزيائي لـ α ؟

ج/ احسب شدة التيار المار في الدارة في اللحظة التي تخزن فيها المكثفة الشحنة $q = \frac{Q_0}{4}$، بطريقتين مختلفتين.

تصحيح التمرين 34:



1) كيفية الربط:

2) أ/ $\tau = 50\,mS$ $I_0 = 120\,mA$.

ب/ لدينا: $U_R = R.i$ منه: $E = R.I_0$

$$\Rightarrow \quad R = \frac{E}{I_0} = 100\,\Omega$$

لدينا : $\tau = RC$ منه: $C = \frac{\tau}{R}$ أي: $C = 5\times10^{-4}F$

3) أ/ لدينا: $U_C + U_R = E$

$$E = \frac{q(t)}{c} + Ri = \frac{q(t)}{C} + R\frac{dq(t)}{dt} \qquad \Rightarrow \qquad \frac{dq(t)}{dt} + \frac{q(t)}{RC} = \frac{E}{R}$$

ب/ لدينا: $\begin{cases} q(t) = A\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) \\ \frac{dq(t)}{dt} = \frac{A}{\alpha}\times e^{-\frac{t}{\tau}} \end{cases}$ منه $\frac{A}{\alpha}e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{A}{RC}\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) = \frac{E}{R}$

$$\left(\frac{A}{\alpha} - \frac{A}{RC}\right)e^{-\frac{t}{\tau}} = \frac{E}{R} - \frac{A}{RC}$$

$$\begin{cases} \frac{E}{R} = \frac{A}{RC} \\ \frac{1}{\alpha} = \frac{1}{RC} \end{cases} \text{ أي } \begin{cases} A = EC \\ \alpha = RC \end{cases}$$

ج/ τ ثابت الزمن للدارة: يمثل الزمن اللازم لكي يشحن 63% من المكثفة.

د/ لدينا: $q(t) = E_c\left(1 - e^{-t/RC}\right)$ لما $t \to \infty$: $Q_{max} = EC = 6\times10^{-3}C$ لأن $e^{-t/RC} \to 0$

الطريقة 1:

$$\frac{\cancel{Q_0}}{4} = \cancel{Q_0}\times\left(1 - e^{-t/RC}\right)$$

$$-\ln\frac{3}{4} = -\ln e^{-\frac{t}{RC}} \quad \Rightarrow \quad \ln\frac{3}{4} = -\frac{t}{RC}$$

$$t = \ln\left(\frac{4}{3}\right)RC = 14{,}3\,ms$$

لما $t = 14{,}3s$ فإن: $i = 0{,}09$ من البيان.

الطريقة 2:

لدينا : $E = u_R + u_c = u_R + \frac{q}{C}$

$q = C(E - u_R) = C(E - Ri)$

$\frac{E.C}{4} = E.C - RC.i \quad \Rightarrow \quad R.\cancel{C}.i = \frac{3.\cancel{C}.E}{4}$

$i = \frac{3.E}{4.R} = 0{,}09\,A$

اسم حيوان يتكون من اربع حروف الحرف الاول والثالث والرابع بمعنى طريق , والثاني والثالث والرابع شئ مقدس , والاول والثاني شئ لا يطاق , والرابع والثاني والاول بمعنى الكلام الذي لا يسمع الا بصعوبة , فما هو ؟

Scanned by CamScanner

② ثنائي القطب RL

I. خصائص الوشيعة.

II. ظهور التيار في الوشيعة.

III. انقطاع التيار عن الوشيعة.

IV. الطاقة المخزنة في الوشيعة.

V. أهم المعادلات التفاضلية للدارة RL وحلولها

Scanned by CamScanner

Scanned by CamScanner

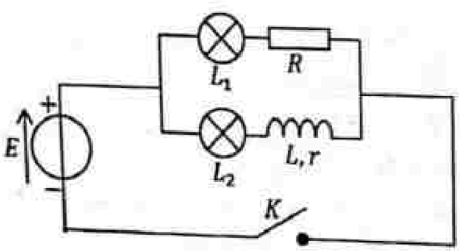
I. خصائص الوشيعة:

) تعريفها:
هي سلك معدني محاط بعازل ملفوف في اتجاه واحد.

) رمزها:

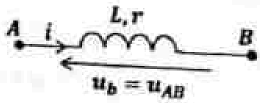
) ذاتيتها (L):
هي مقدار موجب متعلقة بشكل الوشيعة الهندسي (طولها، نصف قطرها، عدد لفاتها) ووحدتها الهنري (H).
وتكون ذاتية الوشيعة أكبر إذا كانت تحتوي على نواة حديدية.

) دورها:



تجربة: نحقق التركيب التالي ثم نغلق القاطعة.
الملاحظة: عند غلق القاطعة يتوهج المصباح L_1 مباشرة أما المصباح L_2 فيتوهج تدريجيا (تأخر في التوهج)
النتيجة: تأخر الوشيعة ظهور (استقرار) التيار وتأخر انقطاعه.

) العلاقة بين i و u_b:



$$u_b = L\frac{di}{dt} + r.i$$

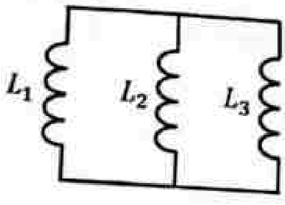
ملاحظة: (حالات خاصة)
- في حالة وشيعة صرفة $(r = 0)$ يكون $u_b = L\frac{di}{dt}$.
- إذا اجتاز الوشيعة تيار ثابت $\left(\frac{di}{dt} = 0\right)$ يكون $u_b = r.i$. (تلعب الوشيعة دور مقاومة).

) جمع الوشائع:

أ/ على التسلسل:

$$L_{eq} = L_1 + L_2 + L_3$$

ب/ على التفرع:



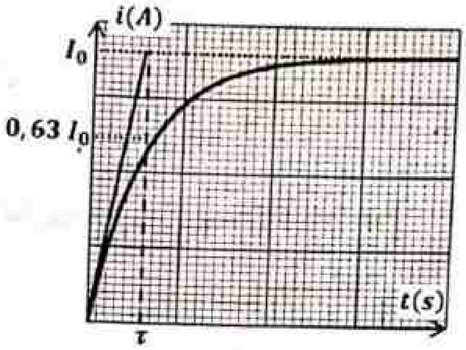
$$\frac{1}{L_{eq}} = \frac{1}{L1} + \frac{1}{L_2} + \frac{1}{L_3}$$

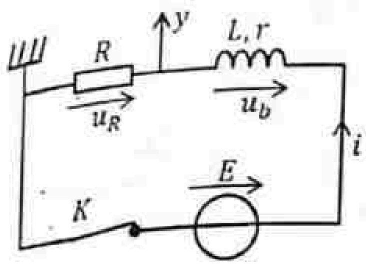
Scanned by CamScanner

II. ظهور التيار في الوشيعة:

) تجربة:

نحقق التركيب التالي و عند غلق القاطعة نشاهد على راسم الاهتزاز المهبطي بيان $u_R(t)$ ونعلم أن: $i(t)=\frac{u_R(t)}{R}$،
بمعالجة بيان $u_R(t)$ بجهاز الحاسوب نحصل على $i(t)$:





) تحليل البيان:

أ/ البيان $i(t)$ يمر بنظامين:

- نظام انتقالي من 0 إلى 5τ: تزداد قيمة $i(t)$ من قيمة معدومة إلى قيمة ثابتة I_0.
- النظام الدائم لما $t \geq 5\tau$: تثبت قيمة $i(t)$.

ب/ يعرف ثابت الزمن τ بأنه الزمن اللازم لظهور 63% من التيار الأعظمي I_0.

ج/ يمكن إيجاد τ بعدة طرق:

- فاصلة نقطة تقاطع المماس عند $t=0$ للبيان مع المستقيم المقارب $y=I_0$
- $i(\tau)=0,63\ I_0$ أي فاصلة الترتيبة $0,63I_0$

) قانون جمع التوترات: $E=u_R+u_b$

) المعادلة التفاضلية للدارة بدلالة $i(t)$:

$$E=L\frac{di}{dt}+ri+Ri$$

$$E=L\frac{di}{dt}+(r+R)i$$

$$\frac{E}{L}=\frac{di}{dt}+\frac{(R+r)}{L}i$$

ما فائدة أن نحصل على ما نريد حين نصبح لا نحتاجه

ديفيد هيوم

حلها: $i=I_0\left(1-e^{-t/\tau}\right)$ حيث $\tau=\frac{L}{R+r}$

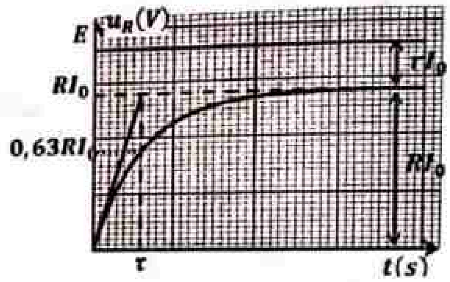
) عبارة I_0 (التيار في النظام الدائم):

في النظام الدائم $\begin{cases} i(t)=I_0 \\ \frac{di}{dt}=0 \end{cases}$ نعوض في المعادلة التفاضلية نجد:

$$0+\frac{(R+r)}{L}I_0=\frac{E}{L} \Rightarrow I_0=\frac{E}{R+r}$$

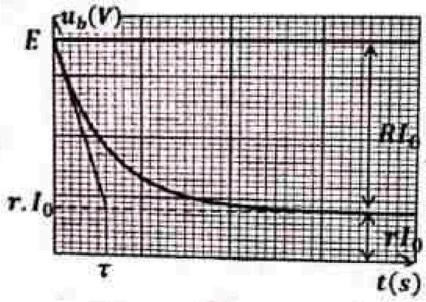
Scanned by CamScanner

) عبارة u_R:



$$u_R(t) = R.i(t)$$
$$\boldsymbol{u_R(t) = R.I_0\left(1 - e^{-t/\tau}\right)}$$

) عبارة u_b:

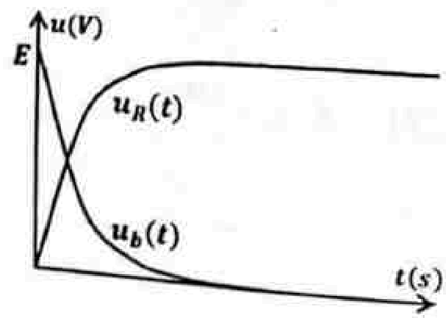


$$E = U_R + U_b \quad \Rightarrow \quad U_b = E - U_R$$
$$U_b(t) = (R.I_0 + rI_0) - R.I_0\left(1 - e^{-t/\tau}\right)$$
$$\boldsymbol{U_b(t) = r.I_0 + R.I_0 e^{-t/\tau}}$$

) وحدة τ بالتحليل البعدي:

$$U_L = L.\frac{di}{dt} \quad \Rightarrow \quad [L] = \frac{[U][T]}{[I]}$$
$$U_R = R.i \quad \Rightarrow \quad [R] = \frac{[U]}{[I]}$$
$$\tau = \frac{L}{R+r} \quad \Rightarrow \quad [\tau] = \frac{[L]}{[R]} = \frac{\frac{\cancel{[U]}[T]}{\cancel{[I]}}}{\frac{\cancel{[U]}}{\cancel{[I]}}} = [T]$$

أن τ متجانس مع الزمن.



ملاحظة: حالة وشيعة صرفة $(r = 0)$:
$$U_R(t) = E\left(1 - e^{-t/\tau}\right)$$
$$U_b(t) = Ee^{-t/\tau}$$

طالب المجد المخلوق للنجاح المهيأ للعمل يصنع التجارب ولا يقولها ويمشي الطريق إلى الغاية ولا يرسم خطاها ويقيس أبعدها

عباس محمود العقاد

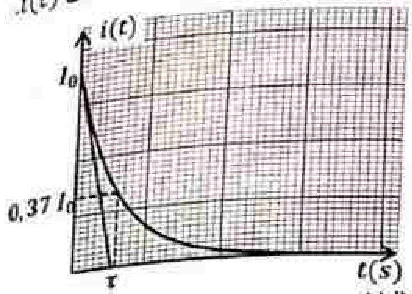
Scanned by CamScanner

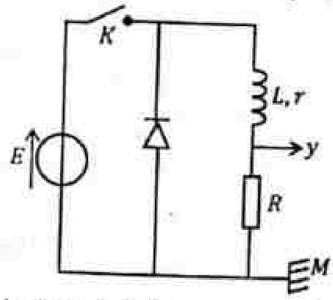
III. انقطاع التيار في الوشيعة:

) تجربة: نحقق التركيب التالي:

- ✓ القاطعة مغلقة لا يمر تيار في فرع الصمام لأنه مستقطب استقطاب عكسي.
- ✓ القاطعة مفتوحة يمر تيار في فرع الصمام والوشيعة لأن الصمام يصبح مستقطب استقطاب مباشر.

نشاهد على راسم الاهتزاز المهبطي بيان $U_R(t)$ وبمعالجته ببرمجية خاصة في الحاسوب نتحصل على بيان $i(t)$





وظيفة الصمام: يسمح بمرور التيار في اتجاه واحد فقط (جهة سهم المثلث).

) تحليل البيان:

أ/ البيان $i(t)$ يمر بنظامين:

- ✓ نظام انتقالي من 0 إلى 5τ : تتناقص $i(t)$ حتى ينعدم.
- ✓ نظام دائم من $t \geq 5\tau$: تصبح قيمة $i(t)$ معدومة.

ب/ يعرف ثابت الزمن τ بأنه الزمن اللازم لبقاء 37% من التيار الأعظمي I_0.

ج/ يمكن حساب τ بعدة طرق:

- ✓ المماس عند $t = 0$ للبيان $i(t)$ يقطع محور الأزمنة في اللحظة τ.
- ✓ $i(\tau) = 0{,}37\, I_0$ أي أن τ فاصلة الترتيبية $0{,}37\, I_0$.

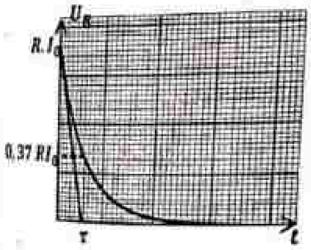
) قانون جمع التوترات: $\quad 0 = u_R + u_b$

) المعادلة التفاضلية بدلالة $i(t)$:

$$0 = Ri + L\frac{di}{dt} + ri \quad \Rightarrow \quad 0 = \frac{di}{dt} + \frac{(R+r)}{L} i \ (3$$

حلها: $\quad i = I_0 e^{-t/\tau}$

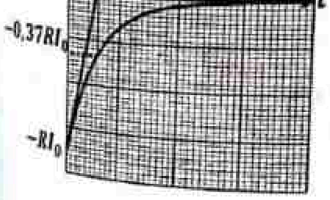
) عبارة u_R:



$$u_R(t) = R.i(t)$$

$$u_R(t) = R.I_0 e^{-t/\tau}$$

) عبارة u_b:



$$u_R + u_b = 0 \quad \Rightarrow \quad u_b = -u_R$$

$$u_b(t) = -R.I_0 e^{-t/\tau}$$

Scanned by CamScanner

IV. الطاقة المخزنة في الوشيعة:

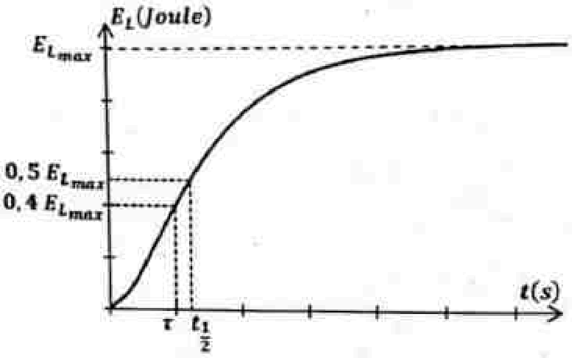
1) قانون الطاقة المخزنة في الوشيعة: تخزن الوشيعة طاقة مغناطيسية تعطى بالعلاقة:

$$E_L(t) = \frac{1}{2}L.i^2(t)$$

الطاقة العظمى هي: $E_{L_{max}} = \frac{1}{2}L.I_0^2$

2) العبارة اللحظية للطاقة المخزنة:

أ/ حالة ظهور التيار (غلق القاطعة):



$$E_L = \frac{1}{2}L\left[I_0\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)\right]^2$$

$$E = \frac{1}{2}L.I_0^2\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)^2$$

$$\boldsymbol{E_L = E_{L_{max}}\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)^2}$$

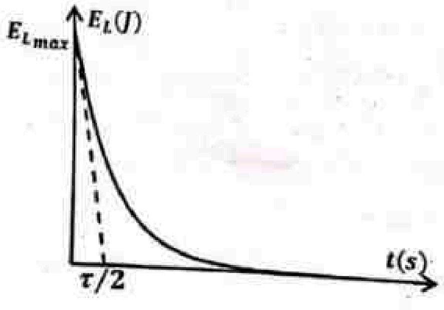
تطبيق: برهن أن زمن تخزين نصف الطاقة العظمى هو $t_{1/2} = \tau.ln\left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1}\right)$

عند $t_{1/2}$: $E_L(t) = \frac{E_{L_{max}}}{2}$ / $E_L(t) = E_{L_{max}}\left(1 - e^{-t/\tau}\right)^2$

$$\frac{\cancel{E_{L_{max}}}}{2} = \cancel{E_{L_{max}}}\left(1 - e^{-t_{1/2}/\tau}\right)^2 \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} = 1 - e^{-t_{1/2}/\tau} \Rightarrow e^{-t_{1/2}/\tau} = \frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}}$$

$$\frac{-t_{1/2}}{\tau} = \ln\left(\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}}\right) \Rightarrow t_{1/2} = -\tau.\ln\left(\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}}\right) \Rightarrow t_{1/2} = \tau.\ln\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1}$$

ب/ حالة انقطاع التيار (فتح القاطعة):



$$E_L = \frac{1}{2}L\left(I_0.e^{-\frac{t}{\tau}}\right)^2$$

$$E_L = \frac{1}{2}L.I_0^2 e^{-\frac{2t}{\tau}}$$

$$\boldsymbol{E_L = E_{L_{max}} e^{-\frac{2t}{\tau}}}$$

تطبيق: برهن أن:

1. زمن تناقص الطاقة إلى النصف هو: $t_{1/2} = \frac{\tau}{2}.ln\ 2$
2. المماس لبيان الطاقة عند $t = 0$ يقطع محور الأزمنة في اللحظة $t = \frac{\tau}{2}$

الحل: اتبع نفس الخطوات المنجزة في ثنائي القطب RC.

Scanned by CamScanner

V. أهم المعادلات التفاضلية للدارة RL في حالة ظهور التيار:

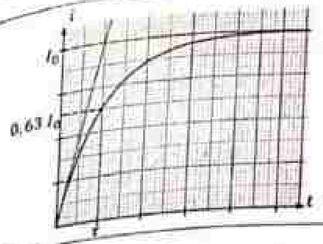
1) المعادلة التفاضلية بدلالة التيار i:

$$E = U_R + U_b \Rightarrow E = R.i + L.\frac{di}{dt} + r.i$$

$$E = (R+r).i + L.\frac{di}{dt}$$

$$\frac{E}{L} = \left(\frac{R+r}{L}\right) i + \frac{di}{dt}$$

حلها: $i = I_0\left(1 - e^{-t/\tau}\right)$



2) المعادلة التفاضلية بدلالة التوتر U_R:

$$E = U_R + U_b \Rightarrow E = U_R + L.\frac{di}{dt} + r.i$$

لدينا: $U_R = R.i \Rightarrow i = \frac{U_R}{R}$

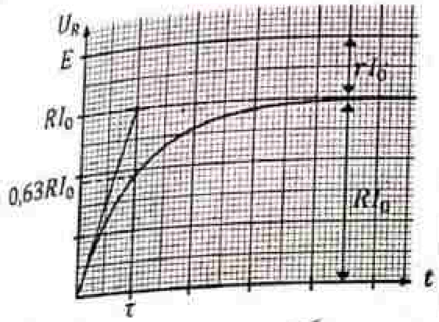
$$E = U_R + L\frac{d\frac{U_R}{R}}{dt} + r\frac{U_R}{R} = U_R + \frac{r}{R}U_R + \frac{L}{R}.\frac{dU_R}{dt}$$

$$E = \left(\frac{R+r}{R}\right) U_R + \frac{L}{R}.\frac{dU_R}{dt}$$

$$\frac{R}{L}.\left(E = \left(\frac{R+r}{R}\right) U_R + \frac{L}{R}.\frac{dU_R}{dt}\right)$$

$$\frac{RE}{L} = \left(\frac{R+r}{L}\right) U_R + \frac{dU_R}{dt}$$

حلها: $U_R = R.I_0\left(1 - e^{-t/\tau}\right)$



3) المعادلة التفاضلية بدلالة التوتر U_b:

$$E = U_R + U_b \Rightarrow 0 = \frac{dU_R}{dt} + \frac{dU_b}{dt}$$

$$0 = R\frac{di}{dt} + \frac{dU_b}{dt} \Rightarrow 0 = R\left(L\frac{di}{dt}\right) + L\frac{dU_b}{dt}$$

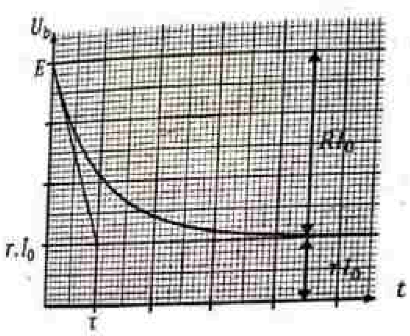
$$0 = R(U_b - r.i) + L\frac{dU_b}{dt} = R.U_b - r.U_R + L\frac{dU_b}{dt}$$

$$0 = R.U_b - r(E - U_b) + L\frac{dU_b}{dt}$$

$$r.E = (R+r)U_b + L\frac{dU_b}{dt}$$

$$\frac{r.E}{L} = \left(\frac{R+r}{L}\right) U_b + \frac{dU_b}{dt}$$

حلها: $U_b = r.I_0 + R.I_0.e^{-t/\tau}$



4) المعادلة التفاضلية بدلالة التوتر U_r:

$$E = U_R + U_b \Rightarrow E = R.i + L\frac{di}{dt} + U_r$$

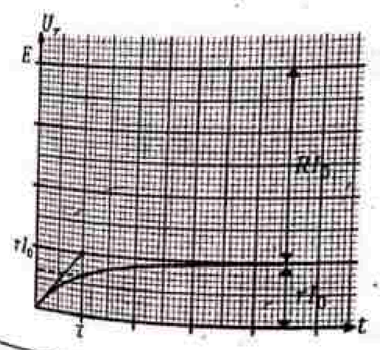
$$U_r = r.i \Rightarrow i = \frac{U_r}{r}$$

$$E = R.\frac{U_r}{r} + L\frac{d\frac{U_r}{r}}{dt} + U_r = \frac{R}{r}U_r + \frac{L}{r}.\frac{dU_r}{dt} + U_r$$

$$E = \left(\frac{R+r}{r}\right) U_r + \frac{L}{r}.\frac{dU_r}{dt}$$

$$\frac{r.E}{L} = \left(\frac{R+r}{L}\right).U_r + \frac{dU_r}{dt}$$

حلها: $U_r = r.I_0\left(1 - e^{-t/\tau}\right)$



VI. أهم المعادلات التفاضلية للدارة RL في حالة انقطاع التيار:

1) المعادلة التفاضلية بدلالة التيار i:

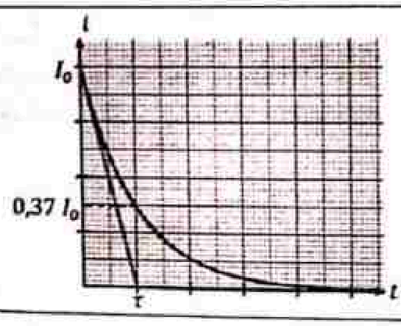
$$0 = U_R + U_b$$

$$0 = R.i + L.\frac{di}{dt} + r.i$$

$$0 = (R+r).i + L.\frac{di}{dt}$$

$$0 = \left(\frac{R+r}{L}\right)i + \frac{di}{dt}$$

حلها: $i = I_0.e^{-t/\tau}$



2) المعادلة التفاضلية بدلالة التوتر U_R:

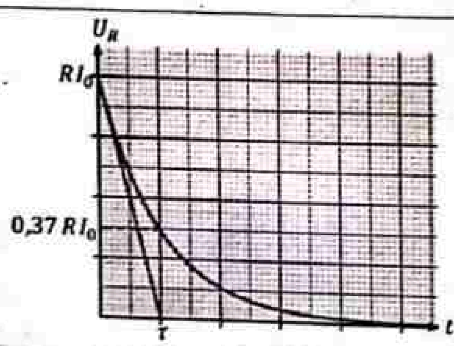
$$0 = U_R + U_b \Rightarrow 0 = U_R + L.\frac{di}{dt} + r.i$$

لدينا $i = \frac{U_R}{R} \Leftarrow U_R = R.i$

$$0 = U_R + L\frac{d\frac{U_R}{R}}{dt} + r\frac{U_R}{R} \Rightarrow 0 = \left(\frac{R+r}{R}\right)U_R + \frac{L}{R}.\frac{dU_R}{dt}$$

$$0 = \left(\frac{R+r}{L}\right)U_R + \frac{dU_R}{dt}$$

حلها: $U_R = R.I_0.e^{-t/\tau}$



3) المعادلة التفاضلية بدلالة التوتر U_b:

$$0 = U_R + U_b \Rightarrow 0 = \frac{dU_R}{dt} + \frac{dU_b}{dt}$$

$$0 = R\frac{di}{dt} + \frac{dU_b}{dt} \Rightarrow 0 = R\left(L\frac{di}{dt}\right) + L\frac{dU_b}{dt}$$

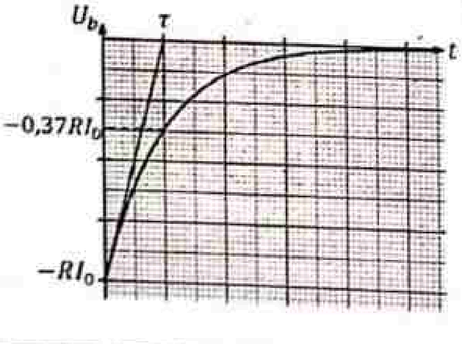
$$0 = R(U_b - ri) + L\frac{dU_b}{dt} \Rightarrow 0 = RU_b - rU_R + L\frac{dU_b}{dt}$$

$$0 = RU_b - r(-U_b) + L\frac{dU_b}{dt}$$

$$0 = (R+r)U_b + L\frac{dU_b}{dt}$$

$$0 = \left(\frac{R+r}{L}\right)U_b + \frac{dU_b}{dt}$$

حلها: $U_b = -R.I_0.e^{-t/\tau}$



4) المعادلة التفاضلية بدلالة التوتر U_r:

$$0 = U_R + U_b$$

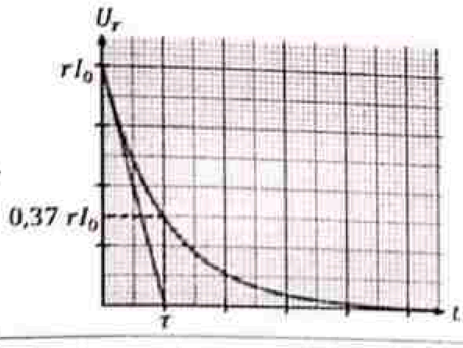
$$0 = R.i + L.\frac{di}{dt} + U_r$$

لدينا $U_r = r.i \Rightarrow i = \frac{U_r}{r}$

$$0 = R.\frac{U_r}{r} + L\frac{d\frac{U_r}{r}}{dt} + U_r$$

$$0 = \left(\frac{R+r}{r}\right)U_r + \frac{L}{r}.\frac{dU_r}{dt} \Rightarrow 0 = \left(\frac{R+r}{L}\right).U_r + \frac{dU_r}{dt}$$

حلها: $U_r = r.I_0.e^{-t/\tau}$

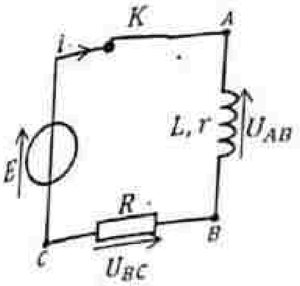


Scanned by CamScanner

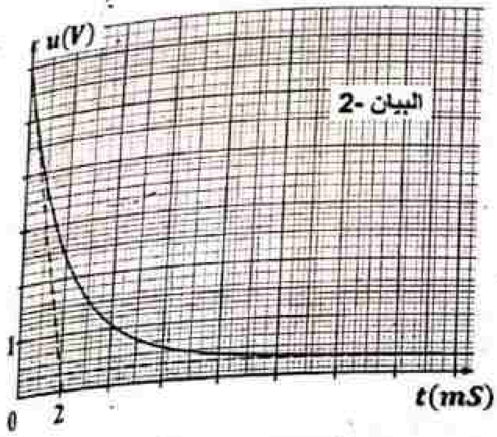
التمرين 01:

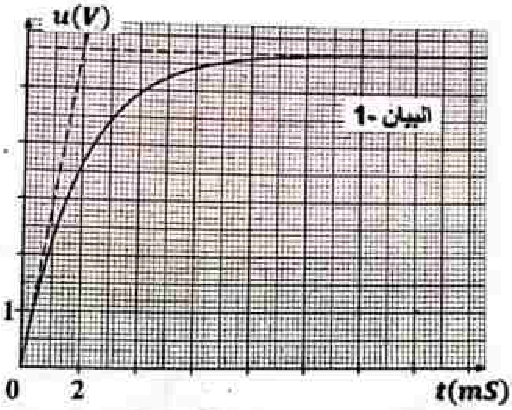
تتكون دارة كهربائية (الشكل) مما يلي:

- مولد توتر مستمر قوته المحركة الكهربائية $E = 6.0V$.
- قاطعة K.
- وشيعة ذاتيتها L و مقاومتها $r = 10\ \Omega$.
- ناقل أومي مقاومته $R = 200\ \Omega$.



- في اللحظة $t = 0s$ نغلق القاطعة K، فبواسطة الـ $ExAO$ يمكن معاينة التوتر الكهربائي u_{AB} و u_{BC}.





1) ما هو الجهاز الذي يمكن وضعه بدلا من $ExAO$ لتسجيل المنحنيات البيانية السابقة؟
2) اكتب عبارة u_{AB} بدلالة $i(t)$ و $\frac{di}{dt}$.
3) اكتب عبارة u_{BC} بدلالة $i(t)$.
4) انسب كل منحنى بياني بالتوتر الكهربائي الموافق له u_{AB} و u_{BC}. برّر.
5) اكتب المعادلة التفاضلية التي تحققها شدة التيار الكهربائي $i(t)$ مع إعطاء حل لها.
6) جد عبارة شدة التيار الكهربائي الأعظمي I_0 الذي يجتاز الدارة عند وصول إلى النظام الدائم، ثم احسب قيمته.
7) جد قيمة ثابت الزمن τ بطريقتين مختلفتين مع الشرح.
8) احسب L ذاتية الوشيعة.
9) أحسب الطاقة الأعظمية التي تخزنها الوشيعة.

تصحيح التمرين 01:

1) الجهاز الذي يمكن و ضعه بدلا من الـ : $ExAO$، هو راسم الاهتزاز المهبطي ذو ذاكرة.
2) عبارة U_{AB} :
$$U_{AB} = r.i + L.\frac{di}{dt} \dots (1)$$
3) عبارة U_{BC} :
$$U_{BC} = R.i \dots (2)$$
4) نسب كل منحنى بالتوتر الموافق له:

عند : $(t = 0)$: $i = 0A$ فإن : (1) يصبح: $U_{AB} = L.\frac{di}{dt}$ أما (2) تصبح: $U_{BC} = 0v$

و منه عند : $t = 0$، فإن : $U_{AB} = L.\frac{di}{dt}$ و: $U_{BC} = 0v$

إذن البيان 1 $\Leftarrow$ U_{BC}، و البيان 2 $\Leftarrow$ U_{AB}

5) المعادلة التفاضلية:

حسب قانون جمع التوترات : $E = U_{AB} + U_{BC}$ ، بالتعويض : $E = R.i + r.i + L\frac{di}{dt}$

$$E = i(R+r) + L..\frac{di}{dt} \Rightarrow \frac{E}{L} = \frac{i(R+r)}{L} + \frac{di}{dt}$$

• حلها : المعادلة التفاضلية من الشكل : $C = Ay + y$ ، و هي معادلة تفاضلية من الرتبة الأولى حلها أسي و هو : $y = \frac{C}{A}(1 - e^{-A.t})$، ومنه بالتعويض:

$$i(t) = \frac{\frac{E}{L}}{\frac{R+r}{L}}\left(1 - e^{\frac{-(R+r)}{L}}\right) \Rightarrow i(t) = \frac{E}{R+r}\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$

و نعلم أن: $I_0 = \frac{E}{R_T}$، و أخيرا حلها: $i(t) = I_0 \times \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$.

6) شدة التيار I_0 :

$$I_0 = \frac{E}{R+r} = \frac{6}{210} = 28,57\ mA$$

7) إيجاد τ : بطريقتين :

- **طريقة 01:** بإسقاط $0,63R.I_0$ على البيان ثم على محور الفواصل نجد: $\tau = 2\ ms$
- **طريقة 02:** فاصلة تقاطع المماس عند اللحظة $t = 0$ مع المستقيم ذو المعادلة $y = R.I_0$ نجد: $\tau = 2\ ms$

8) حساب ذاتية الوشيعة L :

$$\tau = \frac{L}{R+r} \quad \Rightarrow \quad L = \tau(R+r) = 210 \times 2 \times 10^{-3} = 0,42\ H$$

9) قيمة الطاقة الأعظمية:

$$E_L = \frac{1}{2}L.I_0^2 = \frac{1}{2} \times 0,42 \times 28,87^2 = 1,71 \times 10^{-4}\ J$$

التمرين 02:

تتكون دارة كهربائية من العناصر التالية مربوطة على التسلسل: وشيعة ذاتيتها L ومقاومتها r ، ناقل أومي مقاومته $R = 17,5\ \Omega$، مولد ذي توتر كهربائي ثابت $E = 6,0\ V$ قاطعة K نغلق القاطعة في اللحظة $t = 0$ سمحت برمجية الإعلام الآلي بمتابعة تطور شدة التيار الكهربائي المار في الدارة مع مرور الزمن ومشاهدة البيان: $i = f(t)$

1) بالاعتماد على البيان:

أ/ استنتج قيم كل من شدة التيار الكهربائي في النظام الدائم، قيمة ثابت الزمن τ للدارة.

ب/ احسب كل من المقاومة r والذاتية L للوشيعة.

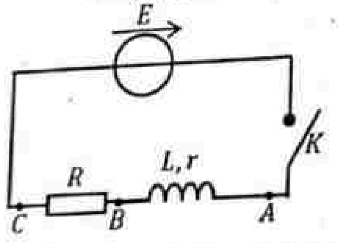
2) في النظام الانتقالي:

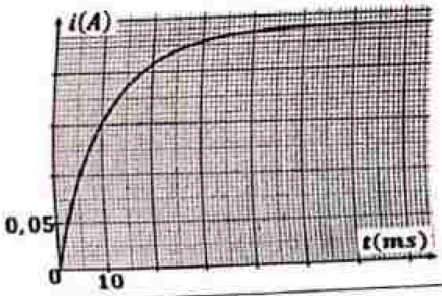
أ/ بتطبيق قانون التوترات أثبت أن:

$$\frac{di}{dt} + \frac{i}{\tau} = \frac{I_0}{\tau}$$

حيث I_0 شدة التيار في النظام الدائم.

ب/ بين أن حل المعادلة هو من الشكل: $i = I_0(1 - e^{-t/\tau})$





المقياس الحقيقي لنجاحك هو عدد المرات التي استعدت توازنك فيها بعد الفشل
احمد الشقيري

Scanned by CamScanner

3) نغير الآن قيمة الذاتية L للوشيعة وبمعالجة المعطيات ببرمجية إعلام آلي نسجل قيم τ ثابت الزمن للدارة لنحصل على جدول القياسات التالي:

$\tau(ms)$	4	8	12	20
$L(H)$	0.1	0.2	0.3	0.5

أ/ ارسم البيان: $L = h(\tau)$.

ب/ اكتب معادلة البيان.

ج/ استنتج قيمة مقاومة الوشيعة r، هل تتوافق هذه القيمة مع القيمة المحسوبة في السؤال 1-ب ؟

تصحيح التمرين 02:

1) أ/ بالاعتماد على البيان نستنتج:

- أن قيمة شدة التيار الكهربائي في النظام الدائم هي : $0,24\ A$ ، $(I_0 = 0,24\ A)$
- أن قيمة ثابت الزمن τ للدارة هو : $10\ ms$ ، $(\tau = 10ms)$

لأن : $0,63 \times 0,24 = 0,15$ و بالإسقاط القيمة 0,15 على البيان نجد أن : $\tau = 10ms$

ب). حساب كل من المقاومة r و الذاتية L للوشيعة :

حساب r : نعلم أن : $I_0 = \frac{E}{R+r}$

$$\Rightarrow r = \frac{E}{I_0} - R = \frac{6}{0,24} - 17,5 = 7,5\ \Omega$$

حساب L : نعلم أن : $\tau = \frac{L}{R+r}$

و منه : $L = \tau(R+r) \Rightarrow L = 10 \times 10^{-3}(17,5 + 7,5) = 0,25\ (H)$

2) أ/ البرهان أن : $\frac{I_0}{\tau} = \frac{i}{\tau} + \frac{di}{dt}$ حيث I_0 شدة التيار في النظام الدائم :

نعلم أن : $E = U_R + U_b$ ، ومنه : $E = Ri + \left(L\frac{di}{dt} + r.i\right) \Rightarrow E = (R+r)i + L\frac{di}{dt}$

$$\frac{E}{R+r} = i + \frac{L}{R+r}.\frac{di}{dt} \Rightarrow I_0 = i + \tau\frac{di}{dt} \Rightarrow \frac{I_0}{\tau} = \frac{i}{\tau} + \frac{di}{dt}$$

ب/ البرهان أن حل المعادلة من الشكل $i = I_0\left(1 - e^{-t/\tau}\right)$:

لدينا : $i = I_0\left(1 - e^{-t/\tau}\right)$ ، ومنه : $i = I_0 - I_0.e^{-t/\tau}$ .....(1)

ونجد أن $\frac{di}{dt} = \frac{I_0}{\tau}.e^{-t/\tau}$ .....(2)

بتعويض (1) و (2) في المعادلة التفاضلية نجد :

$$\frac{I_0}{\tau} = \frac{I_0 - I_0.e^{-\frac{t}{\tau}}}{\tau} + \frac{I_0}{\tau}e^{\frac{t}{\tau}} \Rightarrow \frac{I_0}{\tau} = \frac{I_0}{\tau} - \frac{I_0}{\tau}.e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{I_0}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}}$$

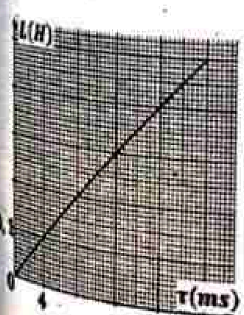
$$\Rightarrow \frac{I_0}{\tau} = \frac{I_0}{\tau}$$

محققة. إذن : $i = I_0\left(1 - e^{-t/\tau}\right)$ هو حل للمعادلة .

لا يعجبكم من الرجل طنطنته ولكن من أدى الأمانة وكف عن أعراض الناس، فهو الرجل

عمر بن الخطاب رضي الله عنه

3) أ/ رسم البيان $L = h(\tau)$:



Scanned by CamScanner

ب/ معادلة البيان: $L = \alpha.\tau$ ، " حيث α هو الميل ".

$$\alpha = \frac{0,5 - 0}{(20-0)\times 10^{-3}} = 25 \quad \text{إذن:} \quad L = 25\,\tau$$

ج/ استنتاج قيمة مقاومة الوشيعة r :

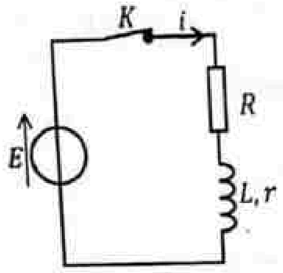
نعلم أن: $\tau = \frac{L}{R+r}$ ، ومنه: $L = \tau(R+r)$ ،

بالمطابقة مع معادلة البيان نجد :

$$R + r = 25 \Rightarrow r = 25 - R \Rightarrow r = 25 - 17,5$$
$$r = 7,5\,\Omega$$

نعم، توافق القيمة المحسوبة سابقا.

التمرين 03:



نحقق الدارة الكهربائية الممثلة في (الشكل) المكونة من:

- مولد توتر كهربائي ثابت قوته المحركة الكهربائية $E = 2\,V$.
- ناقل أومي مقاومته $R = 100\,\Omega$.
- وشيعة ذاتيتها L ومقاومتها r.
- قاطعة K.

1) نغلق القاطعة K:

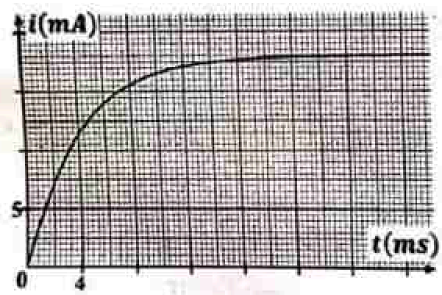
أ/ اكتب العلاقة التي تربط التوتر الكهربائي بين طرفي الوشيعة $u_b(t)$ والتوتر الكهربائي بين طرفي المقاومة $u_R(t)$ و E.

ب/ جد عبارة $u_b(t)$ بدلالة شدة التيار الكهربائي $i(t)$، ثم بدلالة $u_R(t)$.

ج/ استنتج المعادلة التفاضلية التي يحققها $u_R(t)$ للدارة.

2) يعطى حل المعادلة التفاضلية بالشكل التالي: $u_R(t) = A + Be^{-mt}$

حيث A ، B و m ثوابت يطلب تعيينها.



3) يسمح جهاز الـ $ExAO$ بمتابعة التطور الزمني لشدة التيار الكهربائي المار في الدارة فنحصل على المنحنى البياني.

لتكن I_0 شدة التيار الأعظمي في النظام الدائم.

أ/ جد العبارة الحرفية للشدة I_0.

ب/ جد بيانيا قيمة الشدة I_0، ثم استنتج مقاومة الوشيعة r.

ج/ اكتب عبارة ثابت الزمن τ للدارة وبين بالتحليل البعدي أن τ متجانس مع الزمن.

د/ جد بيانيا قيمة τ، ثم استنتج قيمة ذاتية الوشيعة L.

تصحيح التمرين 03:

1) نغلق القاطعة

أ/ العلاقة بين U_b و U_R: $E = U_R + U_b$

ب/ ايجاد عبارة $U_b(t)$ بدلالة $i(t)$:

$$U_b = U_L + U_r \Rightarrow U_b = L\frac{di}{dt} + r.i$$

و لدينا : $U_R = R.i$ منه : $i = \dfrac{U_R}{R}$

$$U_b = L.\frac{d}{dt}\left(\frac{U_R}{R}\right) + r.\left(\frac{U_R}{R}\right) \Rightarrow U_b = \frac{L}{R}.\frac{dU_R}{dt} + \frac{r}{R}.U_R$$

Scanned by CamScanner

ج/ المعادلة التفاضلية لـ U_R:

$$E = U_R + U_b \Rightarrow E = U_R + \frac{L}{R}.\frac{dU_R}{dt} + \frac{r}{R}.U_R \Rightarrow E.R = R.U_R + r.U_R + L.\frac{dU_R}{dt}$$

$$\Rightarrow \frac{ER}{L} = U_R.\left(\frac{r+R}{L}\right) + \frac{dU_R}{dt}$$

2) تعيين A و B: $U_R = A + B.e^{-mt}$ بالإشتقاق : $\frac{dU_R}{dt} = -m.B.e^{-mt}$

بالتعويض في المعادلة التفاضلية:

$$\frac{ER}{L} = (A + B.e^{-mt}).\left(\frac{r+R}{L}\right) - m.B.e^{-mt} = A\frac{(r+R)}{L} + B.e^{-mt}.\left(\frac{r+R}{L}\right) - mB.e^{-mt}$$

$$\Rightarrow \frac{ER}{L} = A\frac{(r+R)}{L} + B.e^{-mt}\left(\frac{r+R}{L} - m\right)$$

و منه : $A\frac{(r+R)}{L} = \frac{ER}{L} \Rightarrow A = \frac{ER}{r+R}$

و أيضا : $\frac{r+R}{L} - m = 0 \Rightarrow m = \frac{R+r}{L} = \frac{1}{\tau}$

ونعلم أن: $U_R(0) = 0$ إذن $0 = A + B.e^0$ معناه: $A + B = 0$ بالتالي: $B = -A$

و منه : $m = \frac{R+r}{L} = \frac{1}{\tau}$; $B = -\frac{ER}{R+r}$; $A = \frac{ER}{R+r}$

$$U_R = \frac{ER}{R+r}\left(1 - e^{-t/\tau}\right)$$

3) أ/ إيجاد عبارة I_0:

لما $t \to +\infty$: $U_R = \frac{ER}{R+r}$

ومنه: $RI_0 = \frac{ER}{R+r}$ بالتالي: $I_0 = \frac{E}{R+r}$

ب/ تحديد قيمة I_0: $I_0 = 18(mA)$

استنتاج r : $I_0 = \frac{E}{R+r} \Rightarrow r = \frac{E}{I_0} - R = \frac{2}{18\times10^{-3}} - 100 \Rightarrow r = 11{,}11\ (\Omega)$

ج/ عبارة τ:

$$\tau = \frac{L}{R+r}$$

وحدته : $\tau = \frac{[L]}{[R]} = \frac{[U].[I]^{-1}.[T]}{[U].[I]^{-1}} = [T]$

د/ إيجاد τ: $\tau = 0{,}004\ (s)$

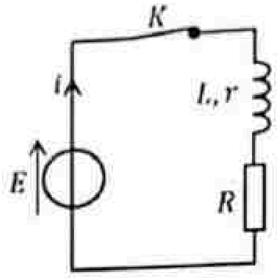
استنتاج L: $L = 0{,}004 \times (100 + 11{,}11) = 0{,}44\ (H)$

علميا الدماغ في الرأس
يصح واقعيا هو يغير مكانه
على حساب الشخص

Scanned by CamScanner

التمرين 04:

لدراسة تطور شدة التيار الكهربائي $i(t)$ المار في ثنائي القطب RL بدلالة الزمن، وتأثير المقدارين R و L على هذا التطور، نركب الدارة الكهربائية (الشكل).



1) نتابع تطور التوتر الكهربائي u_R بين طرفي الناقل الأومي R باستعمال راسم اهتزاز مهبطي ذي ذاكرة.

أ/ أعد رسم الدارة على ورقة الإجابة ثم بين عليها كيفية ربط راسم الاهتزاز المهبطي.

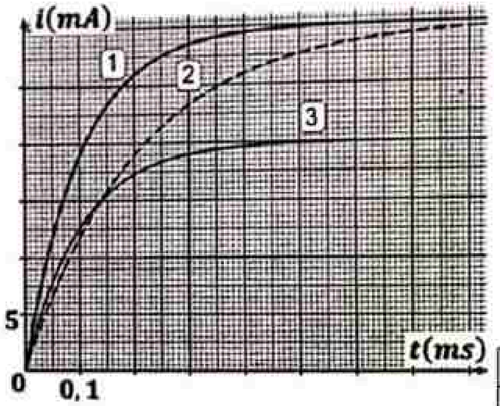
ب/ متابعة تطور التوتر الكهربائي $u_R(t)$ مكننا من متابعة تطور الشدة $i(t)$ للتيار الكهربائي المار في الدارة. فسّر ذلك

2) نغلق القاطعة.

أ/ جد المعادلة التفاضلية لشدة التيار الكهربائي $i(t)$ المار في الدارة.

ب/ علما أن حل المعادلة من الشكل: $i(t) = A(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$ جد عبارتي A و τ. ماذا يمثلان؟

3) ننجز ثلاث تجارب مختلفة باستعمال وشيعة مقاومتها r ثابتة تقريبيا وذاتيتها L قابلة للتغيير ونواقل أومية مختلفة. يبيّن (الشكل) المنحنيات البيانية لتطور شدة التيار الكهربائي $i(t)$ بدلالة الزمن t بالنسبة للتجارب الثلاث ويمثل الجدول المرفق قيم L و R المستعملة في كل تجربة:



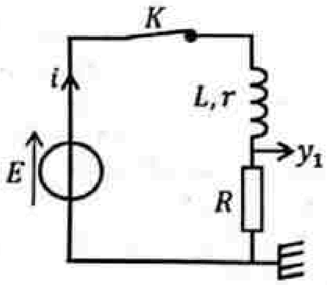
أ/ انسب كل تجربة بالمنحنى البياني الموافق لها، علّل ذلك.

ب/ جد قيمة المقاومة r.

	التجربة (1)	التجربة (2)	التجربة (3)
$L(mH)$	30	20	40
$R(\Omega)$	290	190	190

تصحيح التمرين 04:

1) أ/ رسم الدارة:



ب/ التفسير:

نعلم أن: $U_R = Ri$ ومنه: $i = \frac{U_R}{R}$

ومنه تغيرات i مماثلة لتغيرات U_R , ومنه البيان $i(t)$ يماثل البيان $U_R(t)$.

2) أ/ المعادلة التفاضلية:

$$E = U_R + U_b \quad \Rightarrow \quad E = Ri + L\frac{di}{dt} + r.i$$

$$\frac{E}{L} = \frac{di}{dt} + \frac{R+r}{L}i$$

ب/ ايجاد عبارة A و τ: $i(t) = A.\left(1 - e^{-t/\tau}\right)$ بالاشتقاق: $\frac{di}{dt} = \frac{A}{\tau}.e^{-t/\tau}$

بالتعويض في المعادلة التفاضلية:

$$\frac{E}{L} = \frac{A}{\tau}.e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{R+r}{L}A.\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$

$$\frac{E}{L} = \frac{A}{\tau}.e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{R+r}{L}A - \frac{R+r}{L}Ae^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$\frac{E}{L} = Ae^{-\frac{t}{\tau}}\left(\frac{1}{\tau} - \frac{R+r}{L}\right) + \frac{R+r}{L}A$$

Scanned by CamScanner

تكون محققة لما:

$$\begin{cases} \dfrac{E}{L} = \dfrac{R+r}{L}A \\ \dfrac{1}{\tau} - \dfrac{R+r}{L} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A = \dfrac{E}{R+r} \\ \tau = \dfrac{L}{r+R} \end{cases}$$

قل للذي ملأ التشاؤم قلبه
ومضى يضيق حولنا الآفاقا
سر السعادة حسن ظنك بالذي
خلق الحياة وقسم الأرزاقا
الإمام الشافعي رحمه الله

← A يمثل I_0 التيار الأعظمي.

←τ يمثل ثابت الزمن.

3) أ/ تعيين المنحنيات:

-التجربة(1) توافق المنحنى 3 لأن: أكبر مقاومة R .و بما أن: $i = \frac{E}{R+r}$ فإن تيار التجربة (1) هو أصغر تيار.

-التجربة (2) توافق البيان1 لأن أصغر قيمة لـ L توافق أصغر τ.

-التجربة (3) توافق البيان 2 لأن أكبر قيمة لـ L توافق أكبر τ.

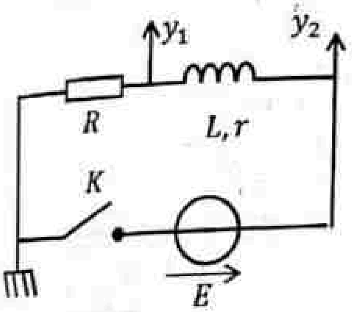
ب/ ايجاد r: من البيان(1): $\tau_2 = 0{,}1\ (ms)$

$$\tau_2 = \frac{L_2}{R_2 + r} \Rightarrow r = \frac{L_2}{\tau_2} - R_2 = \frac{20 \times 10^{-3}}{0{,}1 \times 10^{-3}} - 190 \Rightarrow r = 10\ (\Omega)$$

التمرين 05:

تتكون دارة كهربائية من:

- مولد للتوتر الكهربائي قوته المحركة الكهربائية E.
- ناقل أومي مقاومته $R = 100\ \Omega$.
- وشيعة ذاتيتها L ومقاومتها r.
- قاطعة K.



نوصل مدخلي راسم الاهتزاز المهبطي ذي ذاكرة ، في اللحظة $t = 0$ نغلق القاطعة K فنشاهد على الشاشة المنحنيين البيانيين (1) و (2) (الشكل).

1) أ/ حدّد لكل مدخل المنحنى البياني الموافق له. علّل.

ب/ بتطبيق قانون جمع التوترات الكهربائية جد المعادلة التفاضلية لشدة التيار الكهربائي $i(t)$.

2) أ/ ما قيمة التوتر الكهربائي E.

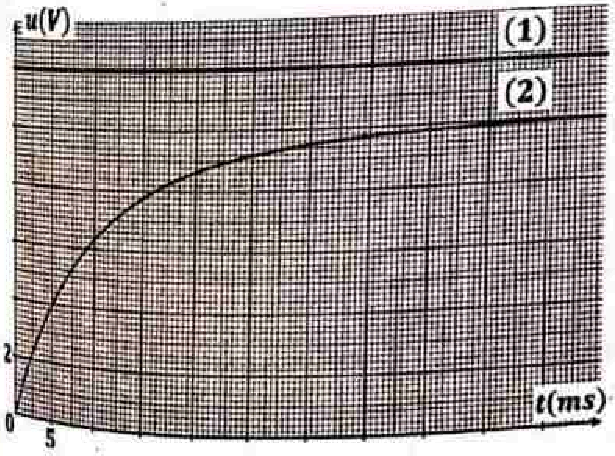
ب/ جد قيمة شدة التيار الكهربائي الأعظمي I_0.

ج/ احسب قيمة r مقاومة الوشيعة.

3) أ/ جد بيانيا قيمة τ ثابت الزمن. وبيّن بالتحليل البعدي أنه متجانس مع الزمن.

ب/ احسب L ذاتية الوشيعة.

4) احسب الطاقة الأعظمية المخزنة في الوشيعة.



Scanned by CamScanner

تصحيح التمرين 05:

1) أ/ تحديد كل مدخل:

- المدخل Y_1 نلاحظ U_R و نعلم أن: $u_R = R.i$ و نعلم أيضا بأن شدة التيار تتغير بمرور الزمن (تتزايد) إلى أن تثبت ومنه أيضا U_R تتزايد إلى أن تتثبت في النظام الدائم و هذا ما يوافق المنحنى (2) أو بطريقة أخرى $U_R(0) = 0$ وهو ما يوافق البيان (2)
- المدخل Y_2 نلاحظ $U_R + U_B$ أي E و هو يبقى ثابت وهو ما يوافق المنحنى (1).

ب/ المعادلة التفاضلية:

$$E = U_R + U_b \Rightarrow E = R.i + L.\frac{di}{dt} + r.i \Rightarrow \frac{E}{L} = i\frac{(R+r)}{L} + \frac{di}{dt}$$

2) أ/ قيمة التوتر الكهربائي: لدينا من المنحنى (1): $E = 12\,V$

ب/ قيمة شدة التيار الأعظمي I_0:

$$I_0 = \frac{u_{R_{max}}}{R} = \frac{10v}{100\,\Omega} = 0{,}1\,A$$

ج/ إيجاد قيمة r:

$$I_0 = \frac{E}{R+r} \Rightarrow r = \frac{E - I_0.R}{I_0} = 20\,\Omega$$

3) أ/ ثابت الزمن: $U_R(\tau) = 0{,}63 \times U_{R_{max}} = 6{,}3\,v$ ، وهي توافق: $\tau = 10\,ms$.

تحليل البعدي: لدينا: $[R] = \frac{[U]}{[I]}$ و : $U_L = L.\frac{di}{dt} \Rightarrow [L] = \frac{[U].[T]}{[I]}$ و : $\tau = \frac{L}{R+r}$

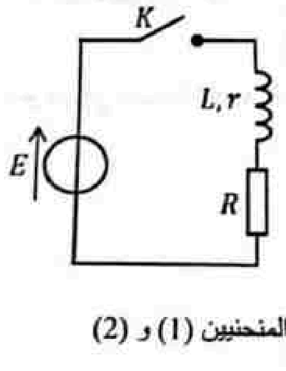
و منه : $$[\tau] = \frac{[L]}{[R]} = \frac{[U]\times[T]\times[I]^{-1}}{[U]\times[I]^{-1}} = [T] = s$$

ب/ حساب L: $$L = \tau(R+r) = 10\times10^{-3}(100+20) = 1{,}2\,H$$

4) الطاقة الأعظمية : $$E(L) = \frac{1}{2}LI_0^2 = 6\times10^{-3}\,J$$

التمرين 06:

بهدف تحديد مميزات وشيعة، نحقق دارة كهربائية ، حيث: $R = 90\,\Omega$
نغلق القاطعة K في اللحظة: $t = 0\,ms$.



1) بين أن المعادلة التفاضلية للتوتر الكهربائي بين طرفي المقاومة تعطى بالشكل:

$$\frac{du_R}{dt} + \frac{R+r}{L}u_R = \frac{RE}{L}$$

2) تحقق أن العبارة: $u_R = \frac{B}{A}(1 - e^{-At})$، هي حل المعادلة التفاضلية السابقة، حيث: A و B ثابتان يطلب تعيينهما.

3) باستعمال راسم اهتزاز مهبطي ذي ذاكرة تحصلنا على (الشكل).

أ/ أعد رسم الدارة، ثمّ وضح عليها كيفية ربط راسم الاهتزاز المهبطي لمشاهدة المنحنيين (1) و (2)

ب/ انسب لكل عنصر كهربائي من الدارة المنحنى الموافق له مع التعليل.

Scanned by CamScanner

ج/ استنتج القوة المحركة الكهربائية للمولد E، ومقاومة الوشيعة r.

إذا كنت تريد أن تبقى سعيداً، دع ما حصل بالأمس في الأمس ولا تأخذه معك للغد
أنيس منصور

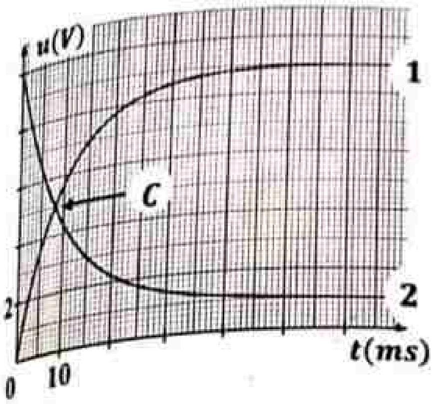
4) اعتمادا على نقطة تقاطع المنحنيين (1) و (2):

أ/ بين أنّ ثابت الزمن τ يكتب بالعبارة:

$$\tau = \frac{t_c}{\ln\left(\frac{2R}{R-r}\right)}$$

ثمّ احسب قيمته، حيث: t_c الزمن الموافق لتقاطع المنحنيين، علما أن التوتر بين طرفي الوشيعة يعطى بالعلاقة:

$$u_b(t) = \frac{E}{R+r}\left(r + Re^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$



ب/ احسب ذاتية الوشيعة L.

ج/ برهن أن عند النقطة C يكون:

$$i_C = \frac{E}{2R}$$

تصحيح التمرين 06:

1) عبارة التوتر:

$$U_b = L\frac{di_b}{dt} + ri_b$$

$$U_R = Ri_R \Rightarrow i_R = \frac{U_R}{R} \qquad \Rightarrow U_b = \frac{L}{R}\frac{dU_R}{dt} + \frac{r}{R}U_R$$

حسب قانون جمع التوترات:

$$U_b + U_R = E \quad \Rightarrow \quad U_b = E - U_R = \frac{L}{R}\frac{dU_R}{dt} + \frac{r}{R}U_R$$

$$ER = L\frac{dU_R}{dt} + \frac{r}{R}U_R = L\frac{dU_R}{dt} + (r+R)U_R \quad \Rightarrow \quad \frac{ER}{L} = \frac{dU_R}{dt} + \frac{(r+R)}{L}U_R$$

2) تعيين A و B:

$$U_R = \frac{B}{A}(1 - e^{-At}) \quad \Rightarrow \quad \frac{dU_R}{dt} = B.e^{-At}$$

نعوض في المعادلة التفاضلية نجد:

$$Be^{-At} + \frac{(r+R)}{L}\frac{B}{A}(1 - e^{-At}) = \frac{ER}{L}$$

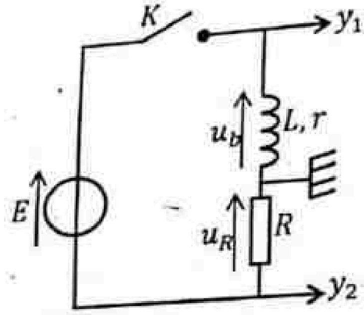
$$Be^{-At} + \frac{(r+R)}{L}\frac{B}{A} - \frac{(r+R)B}{L.A}e^{-At} = \frac{ER}{L}$$

$$Be^{-At}\left[1 - \frac{(r+R)}{LA}\right] + \frac{(r+R)}{L}\frac{B}{A} = \frac{ER}{L}$$

$$\begin{cases} 1 - \frac{(r+R)}{LA} = 0 \\ \frac{(r+R)}{L} \times \frac{B}{A} = \frac{E \times R}{L} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{(r+R)}{LA} = 1 \\ (r+R) \times \frac{B}{A} = E \times R \end{cases}$$

$$\begin{cases} A = \dfrac{(r+R)}{L} \\ B = \dfrac{E \times R}{(r+R)} \times A \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A = \dfrac{(r+R)}{L} = \dfrac{1}{\tau} \\ B = \dfrac{E \times R}{L} \end{cases}$$

3) أ/ رسم الدارة:



ب/ نسب المنحنيات:

المنحنى (1) يمثل U_R

لأن: عند $t = 0$ يكون $U_R = 0$ وهو ما يوافق البيان (1)

المنحنى (2) يمثل U_b

لأن: عند $t = 0$ يكون $U_b = E$ وهو ما يوافق البيان (2)

ج/ استنتاج E : من البيان(2) وعند $t = 0$ فإن: $E = 10\ (V)$

استنتاج r :

لدينا :

$$U_{R_{max}} = R.I_0 \quad \Rightarrow \quad I_0 = \frac{U_{R_{max}}}{R} = \frac{9}{90} \quad \Rightarrow \quad I_0 = 0{,}1\ (A)$$

و نلعم أن :

$$I_0 = \frac{E}{r+R} \quad \Rightarrow \quad r = \frac{E}{I_0} - R$$

$$r = \frac{10}{0{,}1} - 90 = 10\ (\Omega)$$

4) أ/ بين عبارة $\tau = \dfrac{t_c}{\ln\left(\frac{2R}{R-r}\right)}$:

عند $t = t_c$:

$$U_R = U_b \quad \Rightarrow \quad \frac{E}{R+r}\left(r + R.e^{-tc/\tau}\right) = \frac{ER}{r+R}\left(1 - e^{-tc/\tau}\right)$$

$$\left(r + R.e^{-tc/\tau}\right) = R\left(1 - e^{-tc/\tau}\right) \quad \Rightarrow \quad r + Re^{-tc/\tau} - R + R.e^{-tc/\tau} = 0$$

$$2R.e^{-tc/\tau} = R - r \quad \Rightarrow \quad e^{-tc/\tau} = \frac{R-r}{2R} \quad \Rightarrow \quad \frac{-tc}{\tau} = \ln\left(\frac{R-r}{2R}\right)$$

$$\Rightarrow \quad \boldsymbol{\tau = \frac{t_c}{ln\left(\frac{2R}{R-r}\right)}}$$

حساب τ:

$$\tau = \frac{t_c}{ln\left(\frac{2 \times R}{R-r}\right)} = \frac{8}{ln\left(\frac{180}{80}\right)} \quad \Rightarrow \quad \tau = 10\ (ms)$$

ب/ حساب L:

$$\tau = \frac{L}{(r+R)} \quad \Rightarrow \quad L = \tau(r+R) \quad \Rightarrow \quad L = 10 \times 10^{-3} \times (100)$$

$$L = 1\ H$$

ج/ البرهان:

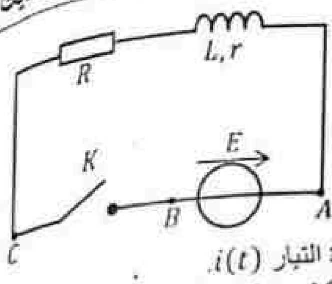
$$E = u_R + u_b$$

عند c :

$$u_R = u_b$$

$$E = u_R + u_R = 2.R.i_C \quad \Rightarrow \quad i_C = \frac{E}{2R}$$

Scanned by CamScanner



التمرين 07:

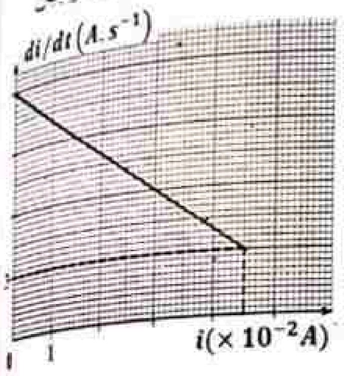
تتكون دارة كهربائية على التسلسل (الشكل) مما يلي:

- وشيعة ذاتيتها L ومقاومتها r.
- ناقل أومي مقاومته $R = 90\ \Omega$.
- مولد ذو توتر ثابت $E = 6V$.
- قاطعة K.

نغلق القاطعة K في اللحظة $t = 0s$.

1) بتطبيق قانون جمع التوترات اكتب المعادلة التفاضلية التي يحققها شدة التيار $i(t)$.

2) علما أن المعادلة التفاضلية السابقة تقبل حلا من الشكل: $i = A(1 - e^{-Bt})$، حيث A ، B ثابتان موجبان يطلب تعيينهما عبارتيهما.



3) يمثل المنحنى البياني (الشكل) تطور $\frac{di}{dt}$ بدلالة i أي $\frac{di}{dt} = f(i)$.

أ/ تأكد من أن البيان هو ترجمة للمعادلة التفاضلية السابقة.

ب/ بالاستعانة بالبيان عين قيم:

- الذاتية L والمقاومة r للوشيعة
- قيمة شدة التيار في النظام الدائم I_0.

ج/ احسب الطاقة المخزنة في الوشيعة في اللحظة $t = \tau$.
حيث τ ثابت الزمن.

تصحيح التمرين 07:

1) كتابة المعادلة التفاضلية:

$$E = L.\frac{di}{dt} + (r+R)i \;\Rightarrow\; \frac{E}{L} = \frac{(r+R)}{L}.i + \frac{di}{dt}$$

2) تعيين عبارة A و B:

$i = A(1 - e^{-Bt})$ بالاشتقاق: $\frac{di}{dt} = A.B.e^{-Bt}$

بالتعويض في المعادلة التفاضلية: $\frac{E}{L} = \left(\frac{r+R}{L}\right).(A - Ae^{-Bt}) + A.Be^{-Bt}$

$$\frac{E}{L} = \left(\frac{r+R}{L}\right)A + Ae^{-Bt}\left(B - \frac{R+r}{L}\right)$$

$$\begin{cases} \frac{E}{L} = \left(\frac{r+R}{L}\right)A \\ B - \frac{R+r}{L} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A = \frac{E}{r+R} \\ B = \frac{1}{\tau} \end{cases}$$

3) أ/ التأكد من توافق البيان مع المعادلة التفاضلية:

بيانيا: $\frac{di}{dt} = \alpha.i + \beta$ ومنه: $\alpha = \frac{12-3}{(0-4,5)\times 10^{-2}} = -200\ s^{-1}$

ومن البيان: $B = 12\ A.s^{-1}$

إذن : $\frac{di}{dt} = -200\,i + 12$

نظريا : $\frac{di}{dt} = -\frac{r+R}{L}i + \frac{E}{L}$ ومنه : $\alpha = -\frac{r+R}{L} = \frac{1}{\tau}$ و : $B = \frac{E}{L}$

ومنه البيان ترجمة للمعادلة التفاضلية السابقة.

ب/ حساب الذاتية L:

$$\frac{E}{L} = 12 \;\Rightarrow\; L = \frac{E}{12} = \frac{6}{12} \;\Rightarrow\; L = 0{,}5\ (H)$$

Scanned by CamScanner

حساب مقاومة الوشيعة r:

$$\frac{1}{\tau} = 200 \Rightarrow \tau = 5 \times 10^{-3}\ (s)$$

ونعلم أن:

$$\tau = \frac{L}{R+r} \Rightarrow r = \frac{L}{\tau} - R \Rightarrow r = \frac{0,5}{5 \times 10^{-3}} - 90 \Rightarrow \boldsymbol{r = 10\ (\Omega)}$$

حساب i_0:

بيانيا: نمدد المستقيم ذو المعادلة $\frac{di}{dt} = \alpha . i + \beta$ إلى غاية التقاطع مع محور الفواصل

لنجد: $i_0 = 6 \times 10^{-2}\ (A)$

حسابيا: نضع: $\frac{di}{dt} = 0$

$$0 = -\frac{r+R}{L} . i_0 + \frac{E}{L} \Rightarrow (r+R) . i_0 = E$$

$$\Rightarrow i_0 = \frac{E}{r+R} = \frac{6}{90+10} \Rightarrow i_0 = 6 \times 10^{-2}\ (A)$$

ج/ حساب الطاقة المخزنة لما $t = \tau$:

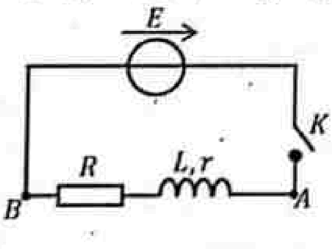
$$E_L = \frac{1}{2} L . i^2 \Rightarrow E_L(\tau) = \frac{1}{2} \times 0,5 \times (0,63 \times 0,06)^2$$

$$E_L = 3,57 \times 10^{-4}\ (J)$$

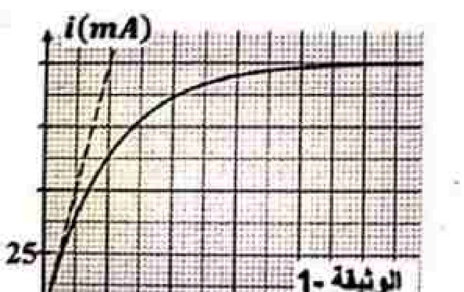
التمرين 08:

ننجز التركيب التجريبي الممثل في الشكل، وذلك لتتبع مرور التيار الكهربائي في ثنائي القطب AB المكون من:

- ناقل أومي مقاومته R.
- وشيعة ذاتيتها L ومقاومتها r.



يطبق المولد المثالي توترا ثابتا $E = 6V$ بين طرفي ثنائي القطب AB. نضبط قيمة مقاومة الناقل الأومي R عند القيمة $R = 50\Omega$، ونغلق القاطعة K عند اللحظة $t = 0$ نسجل بواسطة جهاز ملائم تطور شدة التيار i المار في الدارة بدلالة الزمن t، فنحصل على المنحنى الممثل في الوثيقة 1.



1) أعط عبارة التوتر u بين طرفي ثنائي القطب AB بدلالة: r , R, L و i

2) هل يتزايد أو يتناقص المقدار $L\frac{di}{dt}$ أثناء النظام الانتقالي؟ علّل إجابتك.

3) عبر عند اللحظة $t = 0$، عن $\frac{di}{dt}$ بدلالة L , E. أوجد قيمة L.

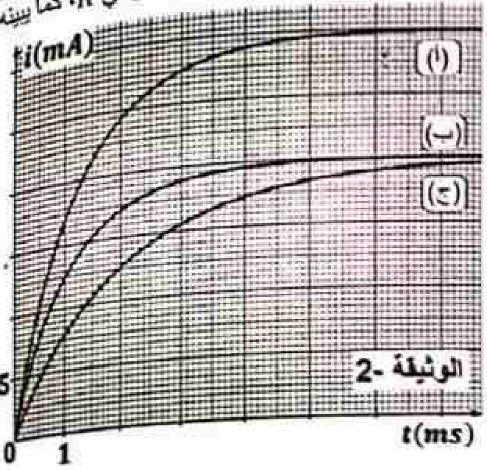
4) احسب قيمة $\frac{di}{dt}$ بالنسبة لـ: $t > 5ms$ واستنتج قيمة r.

Scanned by CamScanner

شنايت

نستعمل نفس التركيب التجريبي ، ونغير في كل حالة قيمة ذاتية الوشيعة L وقيمة مقاومة الناقل الأومي R، كما يبينه الجدول التالي:

الحالات	L ب (H)	R ب (Ω)	r ب (Ω)
الأولى	$L_1 = 6{,}0 \times 10^{-2}$	$R_1 = 50$	10
الثانية	$L_2 = 1{,}2 \times 10^{-1}$	$R_2 = 50$	10
الثالثة	$L_3 = 4{,}0 \times 10^{-2}$	$R_3 = 30$	10



يعطى الشكل المبين في الوثيقة 02 المنحنيات (أ)، (ب)، (ج) التي نحصل عليها في الحالات الثلاث.

5) عين معللا إجابتك، المنحنى الموافق للحالة الأولى والمنحنى الموافق للحالة الثانية.

6) نضبط المقاومة R_2 على القيمة R'_2 لتكون قيمة ثابت الزمن نفسها في الحالتين الثانية والثالثة.

عبر عن R'_2 بدلالة L_2، L_3، R_3 و r. احسب قيمة R'_2.

تصحيح التمرين 08:

1) عبارة التوتر U بين طرفي ثنائي القطب AB:

$$U_{AB} = U_b + U_R \Rightarrow U_{AB} = L.\frac{di}{dt} + ri + Ri \Rightarrow U_{AB} = L.\frac{di}{dt} + (R+r)i$$

2) هل يتزايد أو يتناقص المقدار $L\frac{di}{dt}$:

- الطريقة (1): $L\frac{di}{dt} = U_{AB} - (R+r)i$

لدينا : $\begin{cases} U_{AB} = cte \\ (R+r) = cte \end{cases}$ ثوابت و بما أن i يتزايد فإن: $L.\frac{di}{dt}$ يتناقص

- الطريقة (2):

لدينا $\frac{di}{dt}$ يمثل ميل المماس لبيان i المعطى ، و بما أن ميل المماس يتناقص فإن مقدار $\frac{di}{dt}$ يتناقص .

و لدينا L مقدار موجب ثابت إذن : $L.\frac{di}{dt}$ يتناقص .

3) التعبير عن $\frac{di}{dt}$ بدلالة E و L عند $t = 0$:

عند $t = 0$: يكون التيار $i = 0$

ولدينا : $L\frac{di}{dt} = U_{AB} - (R-r)i$ بالتعويض نجد : $\frac{di}{dt} = \frac{E}{L} \Leftarrow L\frac{di}{dt} = U_{AB} = E$

حساب قيمة L :

$$L = \frac{E}{\frac{di}{dt}} = \frac{6}{\left(\frac{100-0}{1-0}\right)} = 0{,}06\ H$$

4) حساب قيمة لـ $\frac{di}{dt}$: $t > 5\ ms$

$t > 5\ ms$ تكون في النظام الدائم : أي أن : $\frac{di}{dt} = 0$ لأن: $i = I_0$

و لدينا : $U_{AB} = L\frac{di}{dt} + (R+r)i$ أي: $U_{AB} = (R+r)I_0$ ، $U_{AB} = E$

$$r = \frac{E}{I_0} - R \Rightarrow r = \frac{6}{0{,}1} - 50 \Rightarrow r = 10\ \Omega$$

Scanned by CamScanner

5) تعيين المنحنى الموافق مع التعليل:

البيان	الحالة	التعليل
أ	3	أصغر R لأكبر I_0 $(\uparrow I_0 \Leftarrow \downarrow R)$
ب	1	$\downarrow \tau \Leftarrow \downarrow L$
ج	2	$\uparrow \tau \Leftarrow \uparrow L$

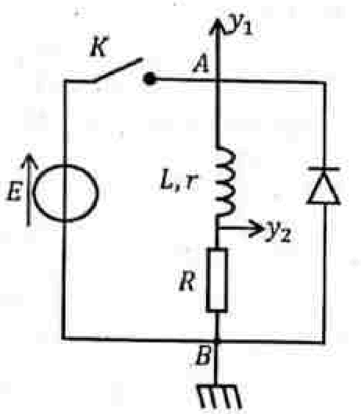
6) التعبير عن R'_2 بدلالة L_2، L_3، R_3 و r:

$$\tau'_2 = \tau_3 \quad \Rightarrow \quad \frac{L_2}{R'_2 + r} = \frac{L_3}{R_3 + r}$$

$$R'_2 = \frac{L_2}{L_3}(R_3 + r) - r = \frac{1{,}2 \times 10^{-1}}{4 \times 10^{-2}}(30 + 10) - 10 = 110\ \Omega$$

التمرين 09:

باستعمال وشيعة (L, r) وناقل أومي $R = 20\ \Omega$ ومولد توتر ثابت $E = 9V$ نحقق التركيب المرافق بالاستعانة بجهاز راسم الاهتزاز المهبطي ذو الذاكرة. نغلق القاطعة في اللحظة $(t = 0)$ نحصل على المنحنيين (1) و(2) اللذين يظهران على شاشة الاهتزاز المهبطي.



I. دراسة البيانات:

1) ماذا يمثل المنحنيان (1) و(2)؟ كيف تم تسجيلهما على الجهاز؟

2) بالاعتماد على البيانين (1) و (2) استنتج:

أ/ قيمة شدة التيار في النظام الدائم.

ب/ قيمة المقاومة الداخلية للوشيعة (r).

ج/ ثابت الزمن τ، وذاتية الوشيعة L.

II. النظام الانتقالي:

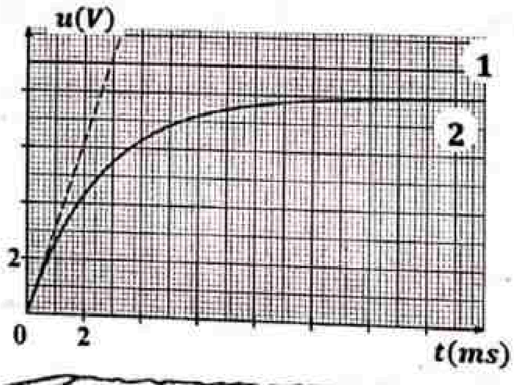
1) بتطبيق قانون جمع التوترات:

أ/ أثبت أن المعادلة التفاضلية من الشكل: $\frac{di(t)}{dt} + \frac{i(t)}{\tau} = \frac{I_0}{\tau}$

حيث I_0 شدة التيار في النظام الدائم.

ب/ إن حل المعادلة التفاضلية من الشكل: $i(t) = A + Be^{\alpha t}$. حيث (A, B, α) ثوابت يطلب تحديد عبارة كل منها، علما أن: $i(0) = 0$.

ج/ اعتمادا على عبارة $i(t)$، بين أن ميل المماس للبيان $u_R = f(t)$ عند المبدأ $(t = 0)$ يعطى بالعبارة $a = \frac{RE}{L}$. هل تتوافق قيمته مع البيان؟ علّل.



2)

أ/ اكتب عبارة التوتر بين طرفي الوشيعة بدلالة E و U_R

ب/ احسب قيمته من أجل: $t = 0$،

$t \to \infty$ (النظام الدائم).

ج/ ارسم كيفيا البيان $u_L = f(t)$.

III. نفتح القاطعة في لحظة نعتبرها مبدأ الزمن:

1) احسب الطاقة المخزنة في الوشيعة في اللحظات $t \to \infty\ ;\ t = \tau\ ;\ t = 0$.

2) ارسم كيفيا البيان $E_L = f(t)$.

3) بين أن زمن تناقص الوشيعة إلى النصف هو:

$$t_{1/2} = \tau \frac{\ln 2}{2}$$

أن أكبر عائق يمنع النجاح هو الخوف من الفشل والاخفاق

Scanned by CamScanner

تصحيح التمرين 09:

1) دراسة البيانات:

1) ماذا يمثل كل من المنحنيان (1) و (2):

المنحنى (1) يمثل E إذن يسجل على y_1.

المنحنى (2) يمثل U_R إذن يسجل على y_2.

وذلك بتثبيت قاعدة الزمن في راسم الاهتزاز المهبطي ذو ذاكرة

2) بالاعتماد على البيانين:

أ/ قيمة التيار في النظام الدائم:

$$U_{R_{max}} = R.I_0 \Rightarrow I_0 = \frac{U_{R_{max}}}{R} \Rightarrow I_0 = \frac{8}{20} = 0,4\ A$$

ب/ قيمة المقاومة الداخلية r :

$$I_0 = \frac{E}{R+r} \Rightarrow r = \frac{E}{I_0} - R \Rightarrow r = \frac{9}{0,4} - 20 \Rightarrow r = 2,5\ \Omega$$

ج/ قيمة τ: $\tau = 2,6\ (ms)$

- قيمة L:

$$\tau = \frac{L}{R+r} \Rightarrow L = \tau(R+r) \Rightarrow L = 2,6 \times 10^{-3} \times (2,5+20) \simeq 0,06\ H$$

II. النظام الانتقالي:

1) بتطبيق قانون جمع التوترات:

أ/ إثبات المعادلة التفاضلية:

لدينا : $E = u_R + u_b \Rightarrow E = Ri + L\frac{di}{dt} + ri \Rightarrow E = (R+r)i + L\frac{di}{dt}$

و لدينا : $I_0 = \frac{E}{r+R}$ ومنه: $\frac{E}{R+r} = i + \frac{L}{(R+r)}\frac{di}{dt}$

أي: $I_0 = i + \tau.\frac{di}{dt}$ لأن: $\tau = \frac{L}{R+r}$ نجد : $\frac{I_0}{\tau} = \frac{i}{\tau} + \frac{di}{dt}$ محققة

ب/ تحديد عبارة كل من A, α و B :

لما: $t = 0$ فإن: $i(0) = 0(A)$ أي: $i(0) = A + Be^{\alpha \times 0} = 0$

ومنه: $A + B = 0 \Rightarrow B = -A$

تصبح العلاقة: $i(t) = A - Ae^{-\alpha t}$ بالاشتقاق: $\frac{di}{dt} = -A\alpha e^{-\alpha t}$

بالتعويض في المعادلة التفاضلية نجد: $\frac{i_0}{\tau} = \frac{A - Ae^{-\alpha t}}{\tau} + (-A\alpha e^{-\alpha t})$

$$\Rightarrow 0 = Ae^{\alpha t}\left(\frac{-1}{\tau} - \alpha\right) + \frac{A}{\tau} - \frac{i_0}{\tau} \Rightarrow \frac{-1}{\tau} - \alpha = 0 \Rightarrow \alpha = \frac{-1}{\tau}$$

$$\frac{A}{\tau} - \frac{i_0}{\tau} = 0 \Rightarrow A = i_0$$

و لدينا: $B = -A$ أي: $B = -i_0$

تصبح المعادلة من الشكل:

$$i(t) = i_0 - i_0.e^{-\frac{t}{\tau}} = i_0\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$

ج/ نبين أن المماس عند $t = 0$ هو $a = \frac{RE}{L}$:

لدينا نظريا: $a = \frac{RE}{L}$ مع: $U_R = Ri$

Scanned by CamScanner

و منه: $a = R.\frac{di}{dt}$ ولدينا: $a = \frac{R.i_0}{\tau}.e^{-t/\tau} \Rightarrow \frac{di}{dt} = \frac{i_0}{\tau}.e^{-t/\tau}$

عند $t = 0$: $a = \frac{R.i_0}{\tau}$; $i_0 = \frac{E}{R+r}$ و منه: $a = \frac{R.\frac{E}{R+r}}{\frac{L}{R+r}} \Rightarrow a = \frac{RE}{L}$

هل تتوافق قيمته مع البيان:

نظريا: $a = \frac{20\times9}{0,06} = 3000$ أما بيانيا: $a = \frac{9-0}{(3-0)\times10^{-3}} = 3000$ ومنه القيمتان تتوافقان.

2) أ/ عبارة التوتر U_b: $U_b = E - U_R$

ب/ حساب قيمة U_b من أجل $t = 0$ و $t \to \infty$:

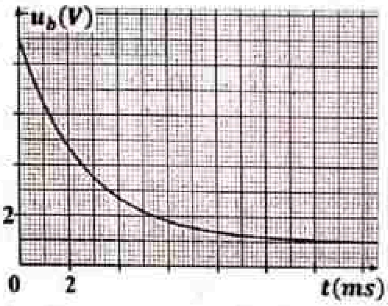
عند $t = 0$: $U_R = 0$ أي: $(U_b = E)$ أعظمي ،

بالتالي: $U_b = 9\,V$

عند $t \to \infty$: لدينا: $U_R = 8\,V$

و: $U_b = E - U_R \Rightarrow U_b = 1V$

ج/ رسم البيان $U_b(t)$:



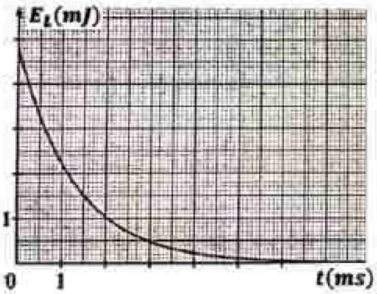
III. فتح القاطعة:

1) حساب الطاقة في اللحظات:

$$E = \frac{1}{2}.L.i^2$$

$t(ms)$	0	2,6	$+\infty$
$i(A)$	0,4	0,148	0
$E_L(mJ)$	4,8	0,65	0

2) رسم البيان $E_L(t)$:



3) نبين أن زمن تناقص طاقة الوشيعة يعطى بالعبارة المعطاة:

لدينا عبارة الطاقة الأعظمية: $E_{max} = \frac{1}{2}L.i_0^2$

ونعلم أن عبارة الطاقة عند $t_{1/2}$ توافق: $E(t_{1/2}) = \frac{E_{max}}{2}$ و $E(t) = \frac{1}{2}.L.\left(i_0 \times e^{-\frac{t}{\tau}}\right)^2$ .... (1)

حيث: $i = i_0.e^{\frac{t}{\tau}}$ عند فتح القاطعة

و منه: $E\left(t_{\frac{1}{2}}\right) = \frac{1}{2}.L.i_0^2.e^{-\frac{2t_{1/2}}{\tau}}$ ...... (2)

من (1) و(2):

$$\frac{E_{max}}{2} = \frac{1}{2}.L.i_0^2.e^{-\frac{2t_{1/2}}{\tau}} \Rightarrow \frac{1}{2}L.i_0^2.e^{-\frac{2t_{1/2}}{\tau}} = \frac{\frac{1}{2}L.i_0^2}{2} \Rightarrow e^{-\frac{2t_{1/2}}{\tau}} = \frac{1}{2}$$

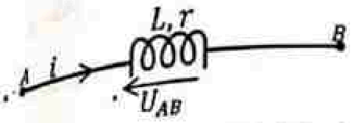
$$\frac{-2t_{1/2}}{\tau} = -ln(2) \Rightarrow t_{1/2} = \tau.\frac{ln(2)}{2}$$

Scanned by CamScanner

التمرين 10:

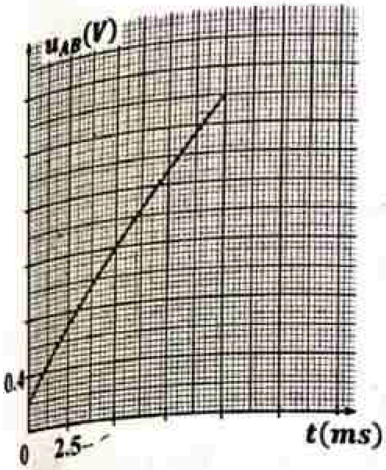
ملاحظة: الجزأين A و B مستقلين.

الجزء A: نعتبر وشيعة (L, r)



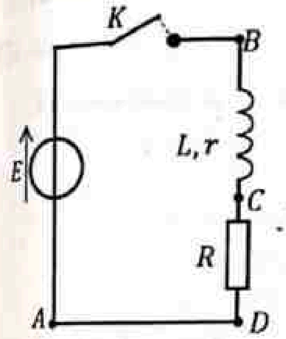
1) اكتب العبارة الحرفية للتوتر بين طرفي الوشيعة عندما يمر فيها تيار كهربائي (i) حيث $U_{AB} = f(i)$.

2) يمر في الوشيعة تيار كهربائي شدته اللحظية $i = 2t$ حيث $i(A)$ و $t(s)$ فيكون التوتر بين طرفي الوشيعة كما يلي:
استنتج كل من مقاومة الوشيعة r وذاتيتها L.



الجزء B: نعتبر الدارة الكهربائية A, B, C, D المتكونة من:

- وشيعة $(r = 10\Omega\ ,\ L = 0{,}1H)$
- ناقل أومي $(R = 90\ \Omega)$
- مولد مثالي $(E = 10V)$
- قاطعة



1) في اللحظة $t = 0$ نغلق الدارة، طبق قانون جمع التوترات في الدارة
2) اكتب المعادلة التفاضلية التي تخضع لها شدة التيار المار في الدارة.
الحل المقترح هو: $i = A\left(1 - e^{-t/\tau}\right)$.
3) أوجد عبارة A، ماذا تمثل A؟ احسب قيمتها العددية.
4) أوجد عبارة ثابت الزمن τ ثمّ احسب قيمته العددية.
5) اكتب العبارة اللحظية $i(t)$
6) احسب شدة التيار الكهربائي في اللحظة $t = 0{,}7\ ms$
7) اكتب عبارة التوتر بين طرفي الناقل الأومي $U_R = U_{CD} = f(t)$
8) ارسم $U_R(t)$ باختصار.

تصحيح التمرين 10:

2) **الجزء A :**

1) العبارة الحرفية للتوتر بين أطراف الوشيعة:

$$U_{AB} = L.\frac{di}{dt} + r.i \ldots (1)$$

لدينا: $i = 2t \ldots (2)$ بتعويض (2) في (1) :

$$U_{AB} = L.\frac{d(2t)}{dt} + r \times 2t \;\Rightarrow\; U_{AB} = 2L + r \times 2t$$

نظريا: $U_{AB} = r \times 2(t) + 2L$ و لدينا بيانيا: $U_{AB} = \alpha t + \beta$

معناه: $\beta = 0{,}2$ و: $\alpha = \frac{2{,}2-0{,}2}{0{,}10-0} = 20$

بالمطابقة نجد: $2r = 20 \;\Rightarrow\; r = 10\Omega$

$$2L = 0{,}2 \;\Rightarrow\; L = 0{,}1\ (H)$$

الجزء B :

1) قانون جمع التوترات: $E = U_{BC} + U_{CD}$

2) من قانون جمع التوترات نجد:

$$E = L.\frac{di}{dt} + r.i + R.i \;\Rightarrow\; E = L.\frac{di}{dt} + (r+R).i \;\Rightarrow\; \frac{E}{L} = \frac{di}{dt} + \frac{(r+R)i}{L}$$

Scanned by CamScanner

3) إيجاد عبارة A:

لدينا المعادلة التفاضلية: $\frac{E}{L}=\frac{di}{dt}+\frac{(r+R)i}{L}$ مع: $i=A\left(1-e^{-t/\tau}\right)$ و: $\frac{di}{dt}=\frac{A}{\tau}.e^{-t/\tau}$

بالتعويض نجد:

$$\frac{E}{L}=\frac{A}{\tau}.e^{-t/\tau}+\frac{r+R}{L}.A-\frac{r+R}{L}.A.e^{-t/\tau}$$

$$\frac{E}{L}=A.e^{-\frac{t}{\tau}}\left(\frac{1}{\tau}-\frac{r+R}{L}\right)+\frac{r+R}{L}.A \Rightarrow 0=A.e^{-\frac{t}{\tau}}\left(\frac{1}{\tau}-\frac{r+R}{L}\right)+\left(\frac{r+R}{L}.A-\frac{E}{L}\right)$$

معناه: $\frac{1}{\tau}=\frac{r+R}{L} \Rightarrow \frac{1}{\tau}-\frac{r+R}{L}=0\;...(1)$ و: $\frac{r+R}{L}.A-\frac{E}{L}=0 \Rightarrow A=\frac{E}{r+R}$

حيث: $A.e^{-t/\tau}\neq 0$

- ماذا يمثل A:

لدينا: $i=\frac{E}{r+R}\left(1-e^{-t/\tau}\right)$ حيث: $A=\frac{E}{r+R}$

لما $t\to+\infty$: نعلم أن: $i=i_0$ (أعظم قيمة للتيار) معناه: $i_0=\frac{E}{r+R}(1-0)$

وبما أن: $A=\frac{E}{r+R}$ فإن: $A=i_0$

حساب قيمة A: توافق العظمى للتيار i_0 :

$$i_0=\frac{E}{r+R}=\frac{10}{90+10} \Rightarrow i_0=0{,}1\ (A)$$

4) إيجاد قيمة τ: لدينا من السؤال السابق (1):

$$\frac{1}{\tau}=\frac{r+R}{L} \Rightarrow \tau=\frac{L}{R+r}$$

حساب قيمة τ:

$$\tau=\frac{L}{r+R}=\frac{0{,}1}{90+10}=0{,}001\ (s)$$

5) العبارة اللحظية لـ $i(t)$: $i(t)=i_0\left(1-e^{-t/\tau}\right)$

6) حساب قيمة i لما $t=0{,}7\ (ms)$:

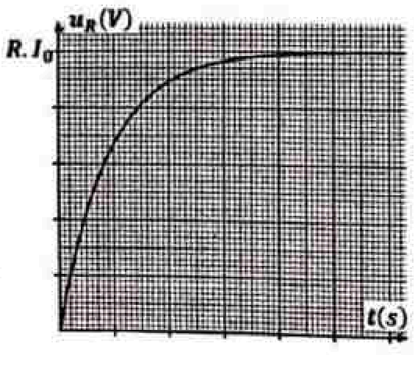
$$i(0{,}0007)=0{,}1\times\left(1-e^{\frac{-0{,}0007}{0{,}001}}\right)=0{,}1\times\left(1-e^{-0{,}7}\right)=5\times10^{-2}(A)$$

7) عبارة U_R: نعلم: $U_R=R.i$

$$\Rightarrow U_R=R.I_0\left(1-e^{-t/\tau}\right)$$

8) رسم المنحنى:

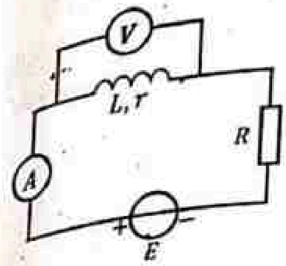
نلاحظ أن بيان U_R يماثل بيان التيار i و لدينا حسب عبارة التيار فإن بيان هذا الأخير يتزايد بشكل أسي.



النجاح يحققه فقط الذين يواصلون المحاولة بنظرة إيجابية للأشياء

Scanned by CamScanner

التمرين 11:



لدينا الدارة الموضحة في الشكل المتكونة من:
- ناقل أومي مقاومته R.
- وشيعة مقاومتها الداخلية r وذاتيتها L.
- مولد كهربائي قوته المحركة E.
- فولطمتر و أومبيرمتر وأسلاك التوصيل.

1) أعد رسم الدارة موضحا عليها جهة التيار والتوترات E, u_b, u_R.

2) عند اللحظة $t' = 20ms$ تسلك الوشيعة سلوك المقاومة، عندئذ جهاز الأمبيرمتر يسجل القيمة $200\ mA$ أما جهاز الفولطمتر فيسجل القيمة $2V$.

أ/ ماذا تمثل القيم $2V, 200mA, 20ms$؟

ب/ استنتج كل من E و U_R وثابت الزمن τ.

ج/ أوجد قيمة r, R و L . يعطى: $R + r = 30\ \Omega$

3) لتكن t_1 اللحظة التي تأخذ فيها الطاقة المغناطيسية المخزنة في الوشيعة القيمة $E_1 = 12 \times 10^{-4} J$.

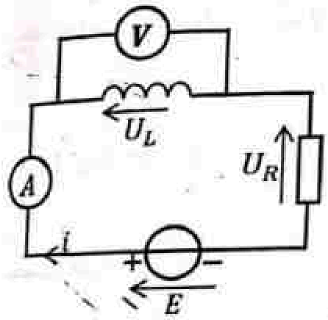
أ/ برهن العلاقة التالية:

$$t_1 = -\frac{t'}{5} \ln\left(1 - \sqrt{\frac{2E_1}{L.I_0^2}}\right)$$

ب/ ماذا تمثل هذه اللحظة t_1؟

ج/ احسب قيمتها بطريقتين.

تصحيح التمرين 11:



1) مخطط دارة التفريغ:

2) أ/ $5\tau = 20\ ms$: زمن النظام الانتقالي.

$I_0 = 200\ mA$: شدة التيار في النظام الدائم.

$U_b = 2\ V$: التوتر بين طرفي الوشيعة في النظام الدائم.

ب/ استنتاج E:

$$E = I_0.(r + R) = 200 \times 10^{-3} \times 30 \quad \Rightarrow \quad E = 6\ V$$

استنتاج u_R:

$$E = u_R + u_b \quad \Rightarrow \quad u_R = E - u_b = 6 - 2 \quad \Rightarrow \quad u_R = 4\ V$$

استنتاج ثابت الزمن τ:

$$\tau = \frac{t'}{5} = \frac{20}{5} = 4\ ms$$

ج/ إيجاد قيمة r:

$$u_b = r.I_0 \quad \Rightarrow \quad r = \frac{u_b}{I_0} = \frac{2}{0,2} \quad \Rightarrow \quad r = 10\ (\Omega)$$

-أيجاد قيمة R:

$$R + r = 30 \quad \Rightarrow \quad R = 30 - r = 30 - 10 \quad \Rightarrow \quad R = 20\ \Omega$$

أو :

$$u_R = R.I_0 \quad \Rightarrow \quad R = \frac{u_R}{I_0} = \frac{4}{0,2} = 20\ \Omega$$

- إيجاد قيمة L:

$$\tau = \frac{L}{R + r} \quad \Rightarrow \quad L = \tau(R + r)$$

$$L = 30 \times 4 \times 10^{-3} \quad \Rightarrow \quad L = 0,12\ (H)$$

Scanned by CamScanner

3) أ/ نبرهن على صحة العلاقة:

لدينا : $E_L = \frac{1}{2}.L.i^2$

$$E_1 = \frac{1}{2}.L.I_0^2\left(1 - e^{-\frac{t_1}{\tau}}\right)^2 \Rightarrow \sqrt{\left(\frac{2E_1}{L.I_0^2}\right)} = 1 - e^{-\frac{t_1}{\tau}}$$

$$e^{-\frac{t_1}{\tau}} = 1 - \sqrt{\left(\frac{2E_1}{L.I_0^2}\right)} \Rightarrow -\frac{t_1}{\tau} = \ln\left(1 - \sqrt{\left(\frac{2E_1}{L.I_0^2}\right)}\right)$$

$$t_1 = -\tau.\ln\left(1 - \sqrt{\left(\frac{2E_1}{L.I_0^2}\right)}\right) \Rightarrow \boldsymbol{t_1 = -\frac{t'}{5}\ln\left(1 - \sqrt{\frac{2E_1}{L.I_0^2}}\right)}$$

ب/ لدينا : $E_{max} = \frac{1}{2}.L.I_0^2 = \frac{1}{2} \times 0,12 \times (0,2)^2 \Rightarrow E_{max} = 24 \times 10^{-4}\ (J)$

ومنه: $E_1 = \frac{E_{max}}{2}$ إذن E_1 تمثل نصف قيمة الطاقة الاعظمية

t_1 هو الزمن الازم لبلوغ نصف الطاقة الأعظمية أي: $t_1 = t_{1/2}$.

ج/ حساب قيمة t_1.

الطريقة 1:

$$t_1 = -\frac{20 \times 10^{-3}}{5} \times \ln\left(1 - \sqrt{\frac{2 \times 12 \times 10^{-4}}{0,12 \times 0,2^2}}\right) \simeq 4,91 \times 10^{-3}\ s$$

الطريقة 2: نعلم أن زمن حزين نصف الطاقة يعطى بالعلاقة:

$$t_1 = \tau.\ln\left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1}\right) = 4 \times 10^{-3} \times \ln\left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1}\right) \simeq 4,91 \times 10^{-3}\ s$$

التمرين 12:

بعد إنجاز الدارة الكهربائية المبينة في الشكل وإعطاء بعض قيم العناصر المكونة لها وهي $R = 500\ \Omega$ و $R' = 100\ \Omega$ و $r = 10\Omega$، نقوم بتسجيل تغيرات شدة التيار بدلالة الزمن لمرحلتي غلق وفتح القاطعة الممثلين في الشكل.

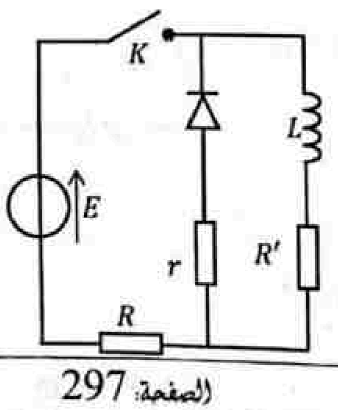
1) حدد على التوالي أي من المنحنيين يوافق غلق القاطعة والذي يوافق فتحها.
2) اشرح دور الصمام في الدارة أثناء انقطاع التيار.
3) أ/ اكتب المعادلة التفاضلية التي يحققها شدة التيار $i(t)$ قبل فتح القاطعة K

ب/ استنتج عبارة I_0 الموافقة إلى قيمة شدة التيار خلال النظام الدائم

ج/ احسب قيمة I_0.

4) بعد فتح القاطعة K بين أن شدة التيار الكهربائي تخضع إلى المعادلة التفاضلية التالية:

$$\frac{di(t)}{dt} + \frac{i(t)}{\tau} = 0$$



Scanned by CamScanner

ثمّ عبر عن τ بدلالة L, R', r.

5) أ/ تحقق من أن $i(t) = Ae^{-t/\tau}$ هو حل المعادلة التفاضلية السابقة.

ب/ اعط عبارة A بدلالة ثوابت عناصر الدارة ثمّ احسبه واعط عبارة $i(t)$.

ج/ استنتج عبارة $i(t)$ وهل تتوافق مع المنحنى المعطى تجريبيا.

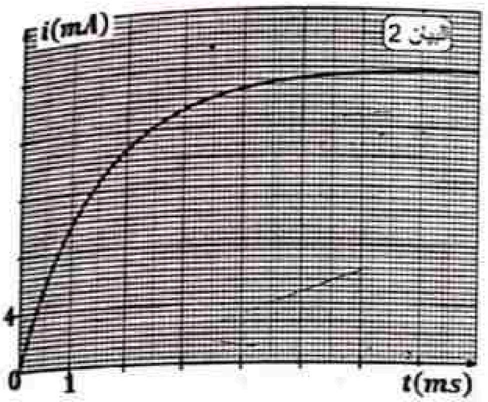
6) أ/ ذكر بوحدة τ وما هو اسم هذا المقدار.

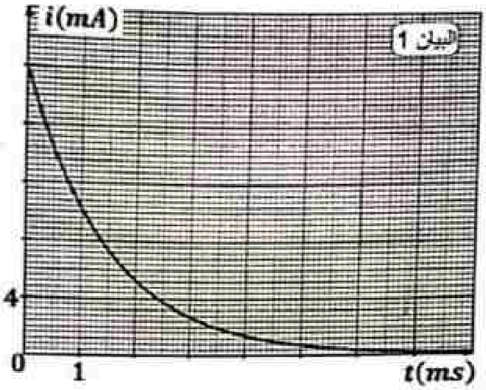
ب/ حدد بيانيا وبطريقتين مختلفتين قيمة τ.

ج/استنتج قيمة ذاتية الوشيعة L.

7) أ/عبر عن $E_{bob}(t)$ بدلالة عناصر الدارة حيث $E_{bob}(t)$ هي الطاقة المخزنة في الوشيعة L في لحظة t.

ب/ ماهي قيمة الطاقة المخزنة في الوشيعة في النظام الدائم واشرح كيفية تحول هذه الطاقة.





تصحيح التمرين 12:

1) البيان 1 $\Leftarrow$ فتح القاطعة.

البيان 2 $\Leftarrow$ غلق القاطعة.

التعليل:

- عند غلق القاطعة: لما $t = 0\ (s)$: $i = 0\ (A)$ وهذا ما يوافق البيان 2
- عند فتح القاطعة: لما $t = 0\ (s)$: $i = I_0$ وهذا ما يوافق البيان 1

2) دور الصمام: عند فتح القاطعة يكون الصمام مستقطبا استقطابا مباشرا يسمح بمرور التيار وتتفادى الشرارات الكهربائية بسبب التحريض الذاتي للوشيعة.

3) أ/ المعادلة التفاضلية للدارة:

$$E = U_R + U_{R'} + U_L \Rightarrow E = R.i + R'.i + L.\frac{di}{dt}$$

$$\Rightarrow \frac{E}{L} = \frac{R + R'}{L}.i + \frac{di}{dt}$$

وهي معادلة تفاضلية من الشكل: $A = B.y + y'$ حلها: $y = \frac{A}{B}(1 - e^{-Bt})$

أي : $i = \dfrac{\frac{E}{L}}{\frac{(R+R')}{L}}\left(1 - e^{\frac{-R+R'}{L}t}\right) \Rightarrow i = \dfrac{E}{R + R'}\left(1 - e^{-\frac{R+R'}{L}t}\right)$

ب/ عبارة I_0 في النظام الدائم:

$$I_0 = \frac{E}{R + R'}$$

ج/ قيمة I_0:

$$I_0 = \frac{12}{(100 + 500)} \Rightarrow I_0 = 0{,}02\ (A)$$

Scanned by CamScanner

4) بعد فتح القاطعة نبين أن i يخضع إلى المعادلة التفاضلية المعطاة:

لدينا : $u_L + u_{R'} + u_r = 0$

$$L.\frac{di}{dt} + R'.i + r.i = 0 \quad \Rightarrow \quad L.\frac{di}{dt} + (r+R').i = 0$$

$$\frac{di}{dt} + \frac{(r+R')}{L}i = 0 \ldots (1)$$

بالمطابقة مع المعادلة التفاضلية المعطاة نجد: $\frac{1}{\tau} = \frac{r+R'}{L}$

بالتالي : $\tau = \frac{L}{r+R'}$

5) أ/ التحقق: $i(t) = A.e^{-t/\tau}$ بالاشتقاق: $\frac{di}{dt} = \frac{-A}{\tau}.e^{-t/\tau}$

نعوض في المعادلة التفاضلية فنجد: $\frac{-A}{\tau}.e^{-t/\tau} + \frac{A}{\tau}.e^{-t/\tau} = 0$ ← محققة.

ب/ عبارة A: لما $t = 0$ (عند فتح القاطعة):

$$A = I_0 = \frac{E}{R+R'} = \frac{12}{500+100} \quad \Rightarrow \quad A = 0{,}02\ (A)$$

ج/ استنتاج عبارة $i(t)$:

$$i(t) = \frac{E}{R+R'}.e^{-t/\tau} = 0{,}02.e^{-t/\tau}$$

نعم تتطابق مع البيان المعطى تجريبيا.

6) أ/ وحدة τ:

$$\begin{cases} U_R = R.i \ \Rightarrow \ [R] = \dfrac{[U]}{[I]} \\ U_L = L.\dfrac{di}{dt} \ \Rightarrow \ [L] = \dfrac{[U].[T]}{[I]} \end{cases} \quad \Rightarrow \quad [\tau] = \frac{[L]}{[R]} = \frac{\frac{[U][T]}{[I]}}{\frac{[U]}{[I]}} = [T]$$

اسمه ثابت الزمن.

ب/ استنتاج قيمة τ بيانيا:

الطريقة الأولى: $i(\tau) = 0{,}37 \times I_0 \ \Rightarrow \ \tau = 1{,}5\ (ms)$.

الطريقة الثانية: تقاطع المماس عند $t = 0$ مع محور الفواصل.

ج/ استنتاج قيمة ذاتية الوشيعة L:

$$\tau = \frac{L}{R+R'} \ \Rightarrow \ \mathrm{L} = \tau.(R+R') = 1{,}5 \times 10^{-3} \times (100+10) = 0{,}165\ (\mathrm{H})$$

7) أ/ التعبير عن E_{bob} بدلالة عناصر الدارة:

$$E_{bob} = \frac{1}{2}L.i^2 \ \Rightarrow \ E_{bob} = \frac{1}{2}.L.\left(\frac{E}{R+R'}\right)^2.\left(e^{-\frac{R'+r}{L}.t}\right)^2$$

$$\Rightarrow E_{bob} = \frac{1}{2}L.\left(\frac{E}{R+R'}\right)^2.e^{-2\frac{R'+r}{l}t}$$

ب/ في النظام الدائم (فتح القاطعة):

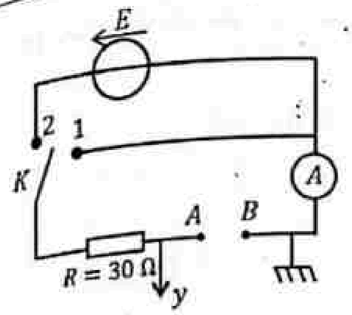
الطاقة المخزنة: $E_{bob} = \frac{1}{2}.L.i^2 = \frac{1}{2} \times 0{,}165 \times (0{,}02)^2 \ \Rightarrow \ E_{bob} = 3{,}3 \times 10^{-5}(J)$

تتحول هذه الطاقة إلى طاقة حرارية تظهر على المقاومات بمفعول جول.

قلك ثلاثة أشخاص دخلو اللقهوة
وقابلو مرايا ايا طلبو 6 قهوة

Scanned by CamScanner

التمرين 13:



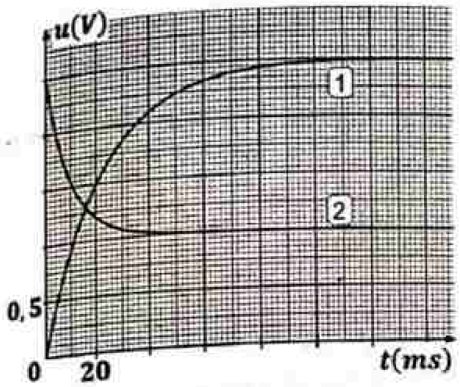
بغية التعرف على طبيعة ثنائيي قطب مجهولين وكذا استنتاج مميزات كل منهما قمنا بما يلي:

- حققنا الدارة الكهربائية الممثلة في الشكل.
- قمنا بالتجربتين التاليتين:

التجربة الأولى:

ربطنا بين النقطتين A و B ثنائي قطب X_1 ثم وضعنا القاطعة في الوضع 2. وبعد ربط راسم الاهتزاز المهبطي بين النقطتين المعتبرتين سابقا يظهر لنا على شاشة راسم الاهتزاز البيان 1 في الشكل.

التجربة الثانية:



ربطنا بين النقطتين A و B ثنائي قطب X_2 ثم وضعنا القاطعة في الوضع 2. وبعد ربط راسم الاهتزاز المهبطي بين النقطتين المعتبرتين سابقا يظهر لنا على شاشة راسم الاهتزاز البيان2 في الشكل : وتبلغ شدة التيار العظمى المقدار $50\ mA$.

1) بالاعتماد على البيانين المرسومين في الشكل:
أ/ بين طبيعة كل ثنائي قطب مع التعليل.
ب/استنتج قيمة τ ثابت الزمن لكل ثنائي مدروس. وقيمة E
ج/ استنتج خواص كل منهما (المقادير المميزة).

2) بتطبيق قانون جمع التوترات، أوجد المعادلة التفاضلية للتيار الكهربائي $i(t)$ المار في الدارة في التجربة الثانية.

3) بين أن المعادلة التفاضلية تقبل حلا من الشكل:

$$i(t) = \frac{E}{R+r}\left(1 - e^{\frac{-(R+r)}{L}t}\right)$$

4) احسب قيمة الطاقة الكهربائية المخزنة في ثنائي القطب هذا وذلك في حالة النظام الدائم في التجربتين.

تصحيح التمرين 13:

1) أ/ نبين طبيعة كل ثنائي قطب:

X_1 ← مكثفة, لأن عند $t = 0$ المكثفة تكون فارغة معناه $U_C = 0$ و هو ما يناسب البيان 1.

X_2 ← وشيعة, لأن عند $t = 0$ التوتر بين طرفي الوشيعة يكون أعظمي.

ب/ البيان 1: $\tau_1 = 22(ms)$ حيث: $\tau_1 = RC$

قيمة E: $E = U_{C_{max}} = 2{,}5\ V$

البيان 2: $\tau_2 = 10\ (ms)$ حيث: $\tau_2 = \frac{L}{R+r}$

ج/ استنتاج خواص كل منهما:

-حساب سعة المكثفة:

$$\tau = RC \Rightarrow C = \frac{\tau}{R} = \frac{22 \times 10^{-3}}{30} \Rightarrow C = 7{,}3 \times 10^{-4}\ (F)$$

-حساب ذاتية الوشيعة:

$$\tau = \frac{L}{R+r} \Rightarrow L = \tau.(R+r) \dots (1)$$

في النظام الدائم:

$$U_b = r.i \Rightarrow r = \frac{U_b(5\tau)}{i} = \frac{1}{50 \times 10^{-3}} \Rightarrow r = 20\ (\Omega)$$

ومنه (1) تصبح:

$$L = \tau_2.(r+R) = 10 \times 10^{-3} \times (20+30) \Rightarrow L = 0{,}5\ (H)$$

Scanned by CamScanner

2) المعادلة التفاضلية للتيار $i(t)$:

$$E = U_R + U_{AB} = R.i + L.\frac{di}{dt} + r.i \Rightarrow \frac{E}{L} = i.\frac{r+R}{L} + \frac{di}{dt}$$

3) البرهان أن المعادلة التفاضلية تقبل حلا من الشكل المعطى:

لدينا :

$$i(t) = \frac{E}{R+r}\left(1 - e^{-\frac{r+R}{L}t}\right) \ldots (1)$$

$$\Rightarrow \quad \frac{di}{dt} = -\frac{E}{r+R}\left(-\frac{r+R}{L}\right)\left(1 - e^{-\frac{r+R}{L}t}\right) \ldots (2)$$

بتعويض (1) و(2) في المعادلة التفاضلية:

$$\frac{E}{L} = \frac{E}{r+R}\left(1 - e^{\frac{-r+R}{L}t}\right).\frac{r+R}{L} + \frac{E}{r+R}\left(\frac{r+R}{L}\right)\left(1 - e^{-\frac{r+R}{L}t}\right)$$

$$\Rightarrow \frac{E}{L} = \frac{E}{L}\left(1 - e^{-\frac{r+R}{L}t}\right) + \frac{E}{L}\left(1 - e^{-\frac{r+R}{L}t}\right) \Rightarrow 1 = 1 - e^{-\frac{r+R}{L}t} + e^{-\frac{r+R}{L}t}$$

ومنه الحل المعطى يحقق المعادلة التفاضلية.

4) حساب قيمة الطاقة الكهربائية في النظام الدائم:

- في المكثفة: $E_C(t) = \frac{1}{2}.C.U_c^2$ في النظام الدائم $U_C = E$ معناه

$$E_C(5\tau) = \frac{1}{2}.C.E^2 = \frac{1}{2} \times 7{,}3 \times 10^{-4} \times 2{,}5^2 \simeq 2{,}28 \times 10^{-3}\,J$$

- في الوشيعة:

$$E_L(t) = \frac{1}{2}L.\left(i(t)\right)^2$$

في النظام الدائم $i(t) = I_0$

$$E_{L_{max}} = \frac{1}{2}.L.\left(\frac{E}{R+r}\right)^2 = \frac{1}{2} \times 0{,}5 \times \left(\frac{2{,}5}{30+20}\right)^2 = 6{,}25 \times 10^{-4}\,J$$

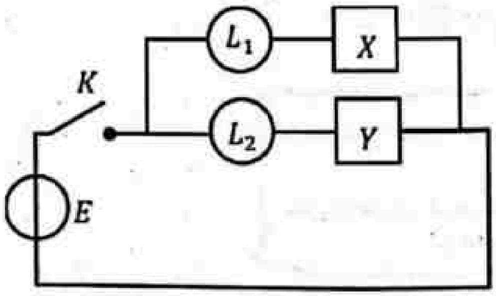
التمرين 14:

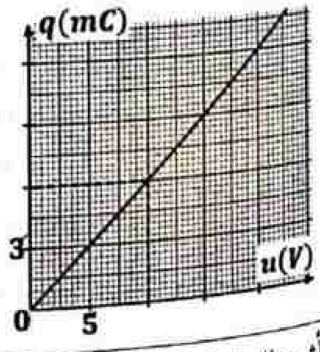
من أجل معرفة طبيعة ثنائيات قطب قدم الأستاذ لفوج من التلاميذ علبتين مغلقتين بإحكام ومتماثلين تماما(هي على الترتيب: X ،Y)، تحتوي إحداهما على مكثفة وتحتوي الثانية على وشيعة صرفة.

1) قام الفوج بتركيب الدارة الكهربائية الممثلة في الشكل 1 وعند غلق القاطعة لاحظوا:

- توهج المصباح الأول L_1 تدريجيا.
- توهج المصباح الثاني L_2 مؤقتا ثمّ انطفاؤه.

أ/ اعتمادا على الملاحظات السابقة، استنتج طبيعة ثنائي القطب التي تحتويه كل علبة مع التعليل.





Scanned by CamScanner

ب/ قام أحد التلاميذ باستبدال كل مصباح بميلي أمبير متر ذي مؤشر، صف بدقة كيف ينحرف كل مؤشر مباشرة بعد غلق القاطعة. صف بدقة كيف ينحرف كل مؤشر بعد غلق القاطعة.

2) قام تلميذ ثالث بتركيب فولط متر ذو مؤشر على التفرغ مع كل علبة. صف بدقة كيف ينحرف كل مؤشر بعد غلق القاطعة.

3) المكثفة السابقة تتميز بالمخطط $q = f(U_C)$ المبين بالشكل، التوتر U_C بين طرفيها خلال الزمن تحقق المعادلة التفاضلية الآتية:

$$2U_C' + \left(\frac{10}{6}\right)U_C = 20$$

- استنتج C و τ و E و R.

تصحيح التمرين 14:

1) أ/ استنتاج كل قطب:

العلبة $X \leftarrow$ وشيعة (لأنها تؤخر ظهور التيار فيتوهج المصباح تدريجيا).

العلبة $Y \leftarrow$ مكثفة (عندما تشحن المكثفة لا تسمح بمرور التيار فينطفئ المصباح).

ب/ وصف المؤشر A :

$X \leftarrow$ يزداد انحراف المؤشر من قيمة معدومة إلى قيمة عظمى تدريجيا ثم يستقر.

$Y \leftarrow$ يقفز المؤشر إلى قيمة عظمى ثم يتناقص إلى أن ينعدم

2) وصف الفولطمتر:

$X \leftarrow$ يقفز المؤشر إلى قيمة عظمى ثم يتناقص إلى أن ينعدم.

$Y \leftarrow$ ينحرف المؤشر من قيمة معدومة إلى قيمة عظمى تدريجيا.

3) حساب R و E و τ و C :

- حساب C : لدينا نظريا: $Q = C.U_C$

بيانيا: $Q = \alpha.U_C$

و منه $\alpha = C$ حيث: $\alpha = \frac{6\times10^{-3}}{10}$

أي: $C = \alpha = 6 \times 10^{-4} F$

- حساب E و τ : لدينا نظريا:

$$\begin{cases} E = U_C + U_R \\ E = U_C + RC.\frac{dU_C}{dt} \\ \frac{E}{RC} = \frac{1}{RC}U_C + U_C' \end{cases}$$

فرضا:

$$2\,U_C' + \frac{10}{6}U_C = 20$$
$$U_C' + \frac{10}{12}U_c = 10$$

بالمطابقة نجد :

$$\frac{1}{RC} = \frac{10}{12} \Rightarrow RC = 1{,}2$$
$$\frac{E}{RC} = 10 \Rightarrow E = 12\ V$$

ومنه : $\tau = 1{,}2\ s$

- حساب R :

$$\tau = RC \ \Rightarrow\ R = \frac{\tau}{C}$$

$$R = \frac{1{,}2}{6 \times 10^{-4}} = 2000\ \Omega$$

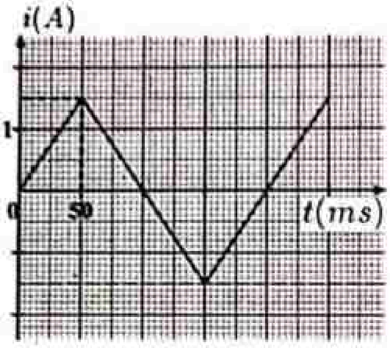
فصبراً فليس الأجرُ إلا لصابرٍ

على الدهرِ إن الدهرَ لم يخلُ من خطْبِ

ابن حميدس

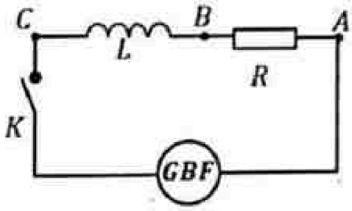
Scanned by CamScanner

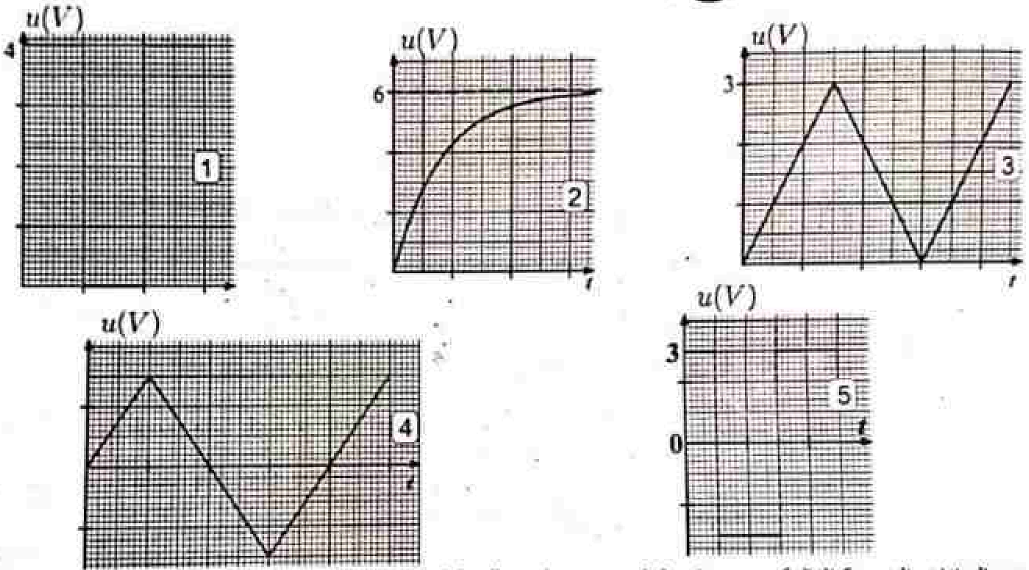
التمرين 15:



يعطى مولد للتيار تيارا شدته تتغير على شكل أسنان المنشار ممثل في الشكل

1) نغذي بواسطة هذا المولد الدارة الممثلة في المخطط والمتشكلة من ناقل أومي مقاومته R ووشيعة مقاومتها مهملة.





أ/من بين البيانات الخمسة التالية يوجد بيان $u_{AB}(t)$ وبيان يمثل $u_{BC}(t)$، ما هما؟ مع التعليل.

ب/ احسب قيمة ذاتية الوشيعة L

2) نستبدل مولد التيار السابق بمولد للتوتر في الدارة السابقة، قوته المحركة الكهربائية E ومقاومته الداخلية مهملة. نغلق القاطعة K في اللحظة $t = 0$.

أ/ اكتب المعادلة التفاضلية التي تخضع لها شدة التيار.

ب/ إذا علمت أن هذه المعادلة من الشكل $\frac{di}{dt} + 10^3 i = 60$، حيث كل المقادير بوحدتها الدولية.

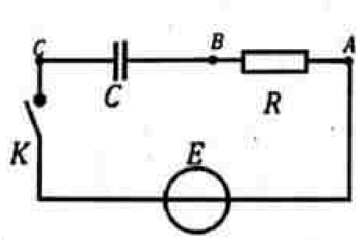
استنتج قيمتي E و R.

3) نستبدل الوشيعة بمكثفة سعتها $C = 100\ \mu F$ غير مشحونة. ونغلق القاطعة في اللحظة $t = 0$.

أ/ بعد كم من الوقت يمكن أن نقول أنّ المكثفة قد تمّ شحنها؟

ب/ احسب أعظم طاقة يمكن أن تخرجها المكثفة

ج/ أعد رسم الدارة الكهربائية مبينا كيفية ربطها لراسم اهتزاز مهبطي ذي مدخلين، وذلك من أجل مشاهدة التوترين u_{AB} و u_{BC}.



كن كجرس المدرسة إن لم يرن يفتقده الجميع

و لا تكن كالمعلم إذا غاب كان كيوم العيد

Scanned by CamScanner

تصحيح التمرين 15:

1) أ/تعيين البيانات:

-نعلم أن $U_R = R.i$ و منه البيان U_R يماثل بيان i و منه البيان 4 هو الذي يمثل $U_{AB}(t)$

-لدينا: $U_b = L.\frac{di}{dt}$ ومنه البيان U_b يماثل بيان $\frac{di}{dt}$

حيث $\frac{di}{dt}$ يمثل ميل البيان i أي $\frac{di}{dt} = \begin{cases}+\alpha \\ -\alpha\end{cases}$

ومنه U_b إما نوبة موجبة ام نوبة سالبة $U_b = \begin{cases}+\alpha . L \\ -\alpha . L\end{cases}$

وعليه البيان 5 هو الذي يمثل U_{BC}

ب/ البحث عن L:

لدينا من البيان5: $U_b = U_{BC} = +\alpha . L = 3$ أو: $U_{BC} = -\alpha . L = -3$ إذن: $L = \frac{3}{\alpha}$

-إيجاد α: $\alpha = \frac{di}{dt} = \frac{1,5-0}{50\times10^{-3}-0} \Rightarrow \alpha = 30$ ومنه: $L = \frac{3}{30} \Rightarrow L = 0,1\ (H)$

2) أ/ المعادلة التفاضلية: $E = U_{AB} + U_{BC}$ و: $\frac{E}{L} = \frac{di}{dt} + \frac{R}{L}i$

ب/ بالمطابقة مع المعادلة التفاضلية نجد: $60 = \frac{di}{dt} + 10^3 . i$

ومنه: $\frac{E}{L} = 60 \Rightarrow E = 60\,L$

و $E = 60 \times 0,1 \Rightarrow E = 6(v)$ وأيضا: $\frac{R}{L} = 10^3 \Rightarrow R = 10^3\ L$

و $R = 10^3 \times 0,1 \Rightarrow R = 100(\Omega)$

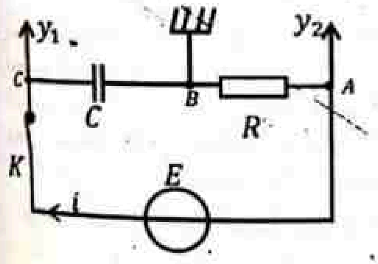
3-أ/ يتم شحن المكثفة عمليا عند 5τ:

$$t = 5\tau = 5 \times (RC) \Rightarrow t = 0,05\ (s)$$

ب-حساب E_{max}:

$$E_{max} = \frac{1}{2}.C.E^2 \Rightarrow E_{max} = 1,8 \times 10^{-3}\ (J)$$

ج- رسم الدارة الكهربائية :



– يسافر تاجر لجلب مختلف البضائع من أجل توفير كل ما يحتاجه زبائنه، وقد قرر في رحلته هذه جلب فاكهة جوز الهند .
في رحلته الطويلة سيتنقل و هو يحمل معه 3 أكياس ، كل كيس يحتوي على 30 حبة من جوز الهند .
الكيس الواحد لا يحمل أكثر من 30 حبة من جوز الهند ؛
على الطريق الذي يمر به التاجر هناك 30 نقطة تفتيش .
على مستوى كل نقطة تفتيش يجب عليه تقديم 1 حبة من جوز الهند على كل كيس يحمله .
اللغز: كم سيبقى لديه من حبات جوز الهند بعد إجتيازه لكل نقاط التفتيش ؟

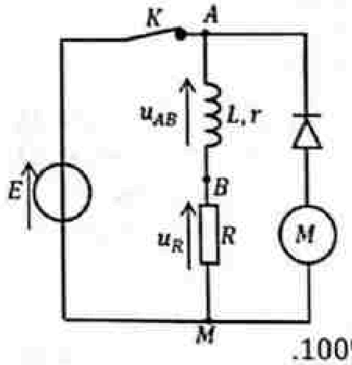
Scanned by CamScanner

التمرين 16:

نحقق الدارة الموضحة في الشكل حيث: $E = 12V$ ، $R = 100\Omega$ ، $r = 10\Omega$ ، $L = 2H$.

M محرك مقاومته الداخلية مهملة مربوط ببكرة (تدور دون احتكاك)، تسمح برفع كتلة $m = 10g$.

نغلق القاطعة K لمدة زمنية كافية للوصول إلى نظام دائم



1) هل المحرك يدور؟ لماذا؟
2) أوجد المعادلة التفاضلية التي تحققها شدة التيار $i(t)$ عند غلق القاطعة.
3) إذا علمت أن حلها $i(t) = I_0.\left(1 - e^{-t/\tau}\right)$
جد عبارة كل من I_0 و τ بدلالة ثوابت الدارة.
4) احسب قيمة τ ثم أثبت أننه متجانس مع الزمن.
5) احسب الطاقة المخزنة في الوشيعة؟
6) تفتح القاطعة فنلاحظ ارتفاع الكتلة m بمسافة قدرها h.

أ/ هل يمكنك تبرير دوران المحرك؟

ب/ إلى أي ارتفاع يمكن رفع الكتلة m باعتبار مردود التحويل الطاقوي 100%.

ج/ التجربة تبين أن الكتلة ارتفعت علو أقل من الموجود في السؤال (ب).
هل يمكنك تبرير السبب؟

تصحيح التمرين 16:

1) لا يدور المحرك لأنه التيار لا يمر في فرع المحرك الصمام متقطب عكسيا.
2) إيجاد المعادلة التفاضلية التي تحققها شدة التيار $i(t)$ عند غلق القاطعة.

$$\frac{E}{L} = \frac{di}{dt} + \frac{R + r}{L} i$$

3) عبارة I_0 و τ:

$$\tau = \frac{L}{R + r} \qquad\qquad I_0 = \frac{E}{R + r}$$

4) حساب τ:

$$\tau = \frac{2}{110} \simeq 0{,}018\ s$$

إثبات أنه متجانس مع الزمن:

$$\begin{cases} U_R = R.i \ \Rightarrow\ [R] = \dfrac{[U]}{[I]} \\ U_L = L.\dfrac{di}{dt} \ \Rightarrow\ [L] = \dfrac{[U].[T]}{[I]} \end{cases} \Rightarrow\quad [\tau] = \frac{[L]}{[R]} = \frac{\frac{[U][T]}{[I]}}{\frac{[U]}{[I]}} = [T]$$

5) حساب E_{max} :

$$E_{max} = \frac{1}{2} \times L \times I_0^2$$

$$E_{max} = \frac{1}{2} \times 2 \times \left(\frac{12}{110}\right)^2 = 0{,}01\ (J)$$

6) أ/ عند فتح القاطعة تحرر الوشيعة الطاقة التي خزنتها وهذا يؤدي الى دوران المحرك الصمام مستقطب استقطاب مباشر

ب/ حساب h:

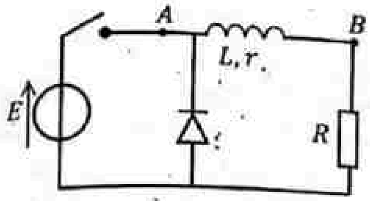
$$E_{max} = E_{pp}$$

$$E_{max} = m \times g \times h \ \Rightarrow\ h = \frac{E_{max}}{m \times g} = \frac{0{,}01}{10 \times 10^{-3} \times 10} = 0{,}1\ (m)$$

ج/ نبرر ذلك بأن بعض الطاقة المخزنة ضاعت على شكل حرارة بفعل جول في المقاومة.

Scanned by CamScanner

التمرين 17:



نحقق التركيب الموضح في الشكل:

$$r = 8\Omega$$
$$R = 10\Omega$$
$$E = 9V$$
$$L = 0,05H$$

1) نغلق القاطعة k ما هي في النظام الدائم قيمة شدة التيار I_0 المار في الدارة؟

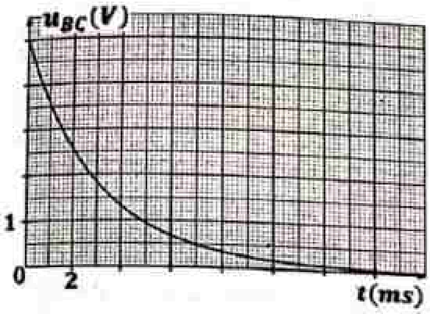
2) عند اللحظة $t = 0$ نفتح القاطعة.

أ/ اكتب المعادلة التفاضلية بدلالة التوتر بين طرفي الناقل الأومي u_R.

ب/ تحقق من أن حل المعادلة التفاضلية هو من الشكل

$$u_R = A.e^{-\frac{t}{\alpha}}$$

حيث A و α ثوابت يطلب تعيينها.



3) ليكن t_1 الزمن اللازم لـ u_R للوصول إلى 90% من قيمته العظمى.
و t_2 الزمن اللازم لـ u_R للوصول إلى 10% من قيمته العظمى.
عبر عن $t_d = t_2 - t_1$ بدلالة τ.

4) انطلاقا من المنحنى البياني $u_R = f(t)$ الممثل:
أوجد قيمة t_1 و t_2 ثم احسب t_d واستنتج قيمة τ.

5) تأكد من هذه القيمة بطريقة أخرى.

تصحيح التمرين 17:

1) حساب I_0:

$$I_0 = \frac{E}{R+r} = \frac{9}{18} = 0,5\ (A)$$

2) أ/ كتابة المعادلة التفاضلية:

$$U_b + U_R = 0$$

$$L\frac{di}{dt} + r.i + R.i = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{di}{dt} + \frac{(r+R)}{L}.i = 0$$

بالضرب في R نجد:

$$\frac{du_R}{dt} + \frac{(r+R)}{L}u_R = 0$$

ب/ تعيين A و α:

$$\frac{du_R}{dt} = -\frac{A}{\alpha}e^{-t/\alpha}$$

نعوض في المعادلة التفاضلية :

$$-\frac{A}{\alpha}e^{-t/\alpha} + \frac{(r+R)}{L}A.e^{-\frac{t}{\alpha}} = 0$$

$$A.e^{-\frac{t}{\alpha}}\left(-\frac{1}{\alpha} + \frac{(r+R)}{L}\right) = 0$$

$$-\frac{1}{\alpha} + \frac{(r+R)}{L} = 0 \quad \Rightarrow \quad \alpha = \frac{L}{R+r}$$

إيجاد A: من الشروط الابتدائية:

$$u_R(0) = R.I_0$$

Scanned by CamScanner

بالتعويض نجد : $R.I_0 = A.e^0 \Rightarrow A = R.I_0$

تصبح عبارة: $u_R = R.I_0.e^{-t/\tau}$

3) عبارة t_d بدلالة t_1 و t_2:

- عند $t = t_1$:

$$u_R(t_1) = R.I_0.e^{-t_1/\tau}$$
$$\frac{90}{100}R.I_0 = R.I_0.e^{-t_1/\tau}$$
$$\frac{9}{10} = e^{-t_1/\tau} \Rightarrow \ln(0{,}9) = -\frac{t_1}{\tau} \Rightarrow t_1 = -\tau.\ln(0{,}9)$$

- عند $t = t_2$:

$$u_R(t_2) = R.I_0.e^{-t_2/\tau}$$
$$\frac{10}{100}R.I_0 = R.I_0.e^{-t_2/\tau}$$
$$\frac{1}{10} = e^{-t_2/\tau} \Rightarrow \ln(0{,}1) = -\frac{t_2}{\tau} \Rightarrow t_2 = -\tau.\ln(0{,}1)$$

عبارة t_d:

$$t_d = t_2 - t_1 \Rightarrow t_d = -\tau.\ln(0{,}1) + \tau.\ln(0{,}9) = \tau\left(\ln\frac{0{,}9}{0{,}1}\right) = \tau.\ln(9)$$

4) حساب t_d : من البيان لدينا :

$$t_1 = 0{,}5\ (ms) \quad ; \quad t_2 = 6{,}5\ (ms)$$
$$t_2 - t_1 = 6\ (ms) \Rightarrow \tau.\ln(9) = 6\ ms$$
$$\tau = 2{,}73\ ms$$

5) التأكد من قيمة τ بطريقة أخرى:

$$\tau = \frac{L}{R+r} = \frac{0{,}05}{10+8} \simeq 2{,}7\ (ms)$$

تتوافق مع القيمة السابقة

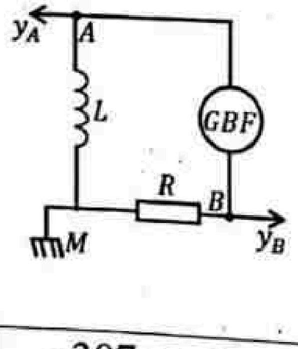
التمرين 18:

نغذي دارة بواسطة مولد للتوترات المنخفضة (G,B,F) يقدم توتر متناوب على شكل مثلثي متناظر $(triangulaire\ symétrique)$ نربط هذا المولد على التسلسل مع وشيعة ذاتيتها (L) ومقاومتها مهملة وناقل أومي مقاومته $R = 2000\ \Omega$

1) أ/ ما هو المقدار الكهربائي المشاهد على المدخل (A)؟ وما هو المشاهد على المدخل (B)؟

ب/ ضبط راسم الاهتزاز المهبطي على:

- الحساسية الشاقولية مدخل A: $200\ mV/division$.
- الحساسية الشاقولية مدخل B: $5\ V/division$.
- مدة المسح الأفقي: $1\ mS/division$.



بعد ضبط المستوى (0) للمدخلين (الشكل أ).
المنحنيات المتحصل عليها ممثلة في (الشكل ب).
ج/ احسب تواتر التوتر المقدم من طرف المولد.

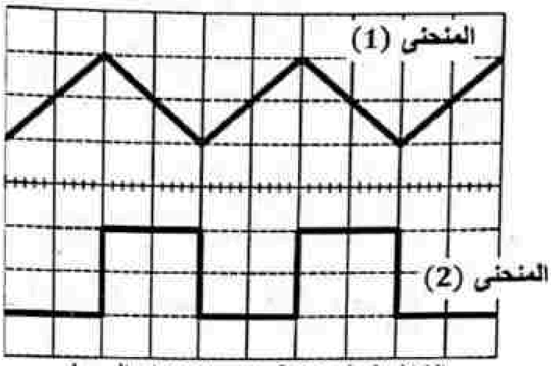
2) أ/ اكتب العلاقة بين التوتر U_{AM} بين طرفي الوشيعة والذاتية (L) وشدة التيار i المار في الدارة.

ب/ استنتج العلاقة:

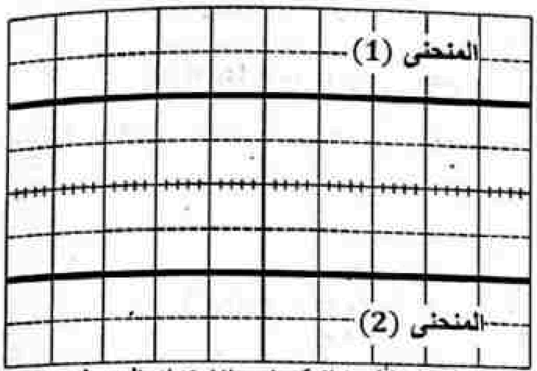
$$U_{AM} = -\frac{L}{R}.\frac{dU_{BM}}{dt}$$

حيث U_{BM}، U_{AM} على الترتيب التوتر بين طرفي الوشيعة والناقل الأومي.

ج/ حدد من بين المنحنيات المتحصل عليها في الشكل (ب) المنحنى الموافق للمدخل (A)، والمنحنى الموافق للمدخل (B).



الشكل (ب): شاشة راسم الاهتزاز المهبطي **بعد** غلق القاطعة



الشكل (أ): شاشة راسم الاهتزاز المهبطي **قبل** غلق القاطعة

3) باستعمال ضبط راسم الاهتزاز المهبطي

أ/ عين القيم الحدية للتوتر U_{AM} بين طرفي الوشيعة.

ب/ انطلاقا من نصف الدور الأول لمنحنيات شكل (ب) احسب المقدار $\frac{dU_{BM}}{dt}$.

4) أ/ استنتج اعتمادا على السؤالين (2) و(3) القيمة العددية للنسبة $\tau = L/R$.

ب/ استنتج قيمة الذاتية L.

تصحيح التمرين 18:

1) المقدار المشاهد على المدخل A هو U_{AM}.

المقدار المشاهد على المدخل B هو U_{BM}.

حساب التواتر (مقلوب الدور) T

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{4 \times 10^{-3}} = 250\ (Hz)$$

لا يصل الناس إلى حديقة النجاح دون أن يمروا بمحطات التعب والفشل واليأس

2) أ/ عبارة U_{AM}:

$$U_{MB} = U_R = R.i(t) \quad ; \quad U_{AM} = L.\frac{di}{dt}$$

ب/ استنتاج العلاقة:

ومنه : $i(t) = \frac{U_{MB}}{R}$

$$i(t) = \frac{-U_{BM}}{R} \quad ; \quad U_{MB} = -U_{BM}$$

أي : $U_{AM} = L.\frac{d\left(\frac{-U_{BM}}{R}\right)}{dt}$;

$$U_{AM} = \frac{-L}{R} \times \frac{d(U_{BM})}{dt}$$

Scanned by CamScanner

ج/ المنحنى 1 يمثل y_B
المنحنى 2 يمثل y_A لأن: اشتقاق إشارة مثلثة يعطي إشارة مربعة.

3) أ/ القيم الحدية لـ U_{AM} :

$$\begin{cases} U_{AM} = -200(mV) \\ U_{AM} = 200\ (mV) \end{cases}$$

ب/ حساب $\frac{dU_{BM}}{dt}$:

$$\frac{dU_{BM}}{dt} = \frac{\Delta U_{BM}}{\Delta t} = \frac{5}{10^{-3}} = 5000$$

4) استنتاج قيمة τ:

$$U_{AM} = \frac{-L}{R} \times \frac{d(U_{BM})}{dt} \quad \Rightarrow \quad U_{AM} = -200 \times 10^{-3}\ (V)$$

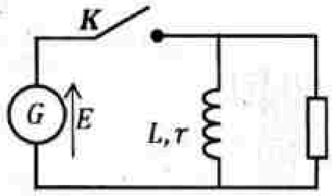
$$-\frac{L}{R} \times 5000 = -200 \times 10^{-3} \ \Rightarrow \frac{L}{R} = \frac{200 \times 10^{-3}}{5000} \ \Rightarrow \ \frac{L}{R} = 4 \times 10^{-5}$$

$$\Rightarrow \quad \tau = 4 \times 10^{-5} \quad (S)$$

استنتاج L:

$$\tau = \frac{L}{R} \quad \Rightarrow \quad L = \tau . R \ \Rightarrow \quad L = 4 \times 10^{-5} \times 2000 \ = 0{,}08\ (H)$$

التمرين 19:



تعطى الدارة الموضحة في الشكل الجانبي :
المولد مثالي له قوة محركة $E = 4{,}0\ V$.
الوشيعة خصائصها $(L = 0{,}8H\ , r = 8{,}0\Omega)$.
الناقل الأومي $(R = 1{,}0\ k\Omega)$.

1) القاطعة مغلقة وتحقق النظام الدائم.
أ/ اكتب عبارة التوتر U_b بين طرفي الوشيعة بدلالة شدة التيار I_b الذي يجتاز الوشيعة، احسب عندئذ I_b.
ب/ احسب شدة التيار I_R الذي يجتاز الناقل الأومي.
ج/ استنتج شدة التيار الذي يجتاز المولد.

2) في اللحظة $t = 0$ نقوم بفتح القاطعة.
أ/ اكتب المعادلة التفاضلية التي تحققها شدة التيار $i(t)$ المار في الدارة، إذا علمت أن حل المعادلة التفاضلية من الشكل: $i(t) = Ae^{-Bt}$ أعط عبارة A و B بدلالة خصائص الدارة.
ب/ كيف نسمي الثابت $\frac{1}{B}$ مبينا وحدته في النظام الدولي؟
ج/ أعط عبارة التوتر $U_R(t)$ بين طرفي الناقل الأومي.
د/ احسب قيمة U_R مباشرة بعد فتح القاطعة.

تصحيح التمرين 19:

1) أ/ لدينا
$$u_b = L.\frac{di}{dt} + r.i$$

لكن لدينا في النظام الدائم $\frac{di}{dt} = 0 \quad \Rightarrow \quad i = I_b$

$$\Rightarrow \quad U_b = r.I_b$$

- حساب I_0:

$$I_b = \frac{U_b}{r} = \frac{E}{r} \quad \Rightarrow \quad I_b = \frac{4}{8} = 0{,}5\ (A)$$

ب/ حساب I_R:
لدينا :

$$U_R = R \times I_R \quad \Rightarrow \quad I_R = \frac{U_R}{R} = \frac{E}{R} \quad \Rightarrow \quad I_R = \frac{4}{10^3} = 4\ (mA)$$

Scanned by CamScanner

ج/ شدة التيار الذي يجتاز المولد:

$$I = I_b + I_R \quad \Rightarrow \quad I = 0{,}5 + 0{,}004 = 0{,}504\ (A)$$

2) أ/ عند فتح القاطعة : المعادلة التفاضلية:

$$U_R + U_b = 0 \quad \Rightarrow \quad L.\frac{di}{dt} + r \times i + R \times i = 0$$

$$L.\frac{di}{dt} + (r+R)i = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{di}{dt} + \frac{r+R}{L} \times i = 0$$

لدينا : لما $t = 0$:

$$i = i_b \quad \ldots\ldots (1)$$

$$i(0) = A.e^0 \quad \Rightarrow \quad i(0) = A \ldots\ldots (2)$$

بالمطابقة بين (1) و (2) نجد: $i_b = A$

إيجاد B: $\frac{di}{dt} = -A.Be^{-Bt}$

نعوض فنجد

$$-A.Be^{-Bt} + \frac{R+r}{L}A.e^{-Bt} = 0 \quad \Rightarrow \quad \left(-B + \frac{R+r}{L}\right)A.e^{-Bt} = 0$$

$$\Rightarrow \quad B = \frac{R+r}{L}$$

ب/ $\frac{1}{B}$ هو ثابت الزمن .

$$[\tau] = \frac{[L]}{[R]} = \frac{\frac{[U].[T]}{[I]}}{\frac{[U]}{[I]}} = [T]$$

لأن: $R = \frac{U}{I}$ أي $[R] = \frac{[U]}{[I]}$

و $U_b = L.\frac{di}{dt}$ أي $[L] = \frac{[U].[T]}{[I]}$

لكل جواد كبوة،
ولكل حكيم هفوة،
ولكل نفس ملة، فاطلبوا
لها طرائف الحكمة
علي بن أبي طالب رضي الله عنه

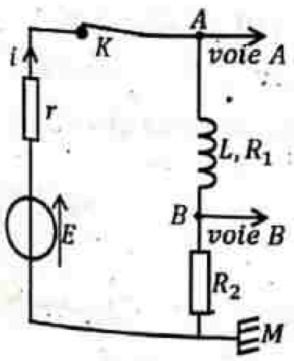
ج/

$$U_R = R.i_b \quad \Rightarrow \quad U_R = R \times \frac{E}{r}.e^{-t/\tau}$$

د/ لما $t = 0$:

$$U_R = \frac{10^3 \times 4}{8} = 500\ (V)$$

التمرين 20:



نربط على التسلسل عمود قوته المحركة الكهربائية E ومقاومته الداخلية r، قاطعة K، وشيعة ذاتيتها L مقاومتها الداخلية R_1 وناقل أومي مقاومته $R_2 = 50\ \Omega$ جهاز كمبيوتر نصله بالدارة بشكل مناسب يسمح بتسجيل قيم التوترات بدلالة الزمن.

1) عند اللحظة $t = 0$، نغلق القاطعة K ونبدأ بالتسجيل. فنحصل على المنحنيين $y_1 = f(t)$ و $y_2 = g(t)$ انظر الشكل.

أ/ ما هي المقادير الكهربائية المشاهدة على المدخلين A و B؟

حدد إذن y_1 و y_2 مع التبرير.

ب/ انطلاقا من المنحنى المماثل لتغيرات i شدة التيار في الدارة اشرح السلوك الكهربائي للوشيعة.

Scanned by CamScanner

ج/ أعط قيمة القوة المحركة الكهربائية E للعمود.

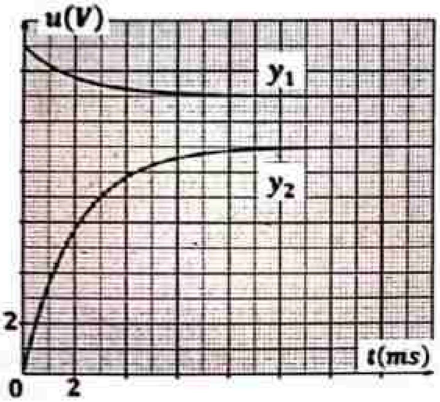
2) عندما نصل للنظام الدائم الشدة i تأخذ القيمة I_p.

أ/ أعط العبارة الحرفية للتوترات u_{AM}، u_{AB} و u_{BM}.

ب/ مستعينا بمنحنيات الشكل بين أن الوشيعة لها مقاومة R_1 غير معدومة.

ج/ احسب: - الشدة I_p

- المقاومة الداخلية r للعمود.
- المقاومة R_1 للوشيعة.



3) الدارة المدروسة يمكن أن نميزها بثابت الزمن τ الذي يسمح بتقييم الزمن اللازم للوصول للنظام الدائم في الدارة. من أجل RL نضع $\tau = L/R$.

4) نقبل أن إذا كان i شدة التيار في الدارة عند اللحظة t فإن:

$$i = A[1 - exp(-t/\tau)]$$

أثبت أن A تساوي إلى I_p

5) أ/ أعط قيمة τ المحددة بيانيا.

ب/ استنتج قيمة الذاتية L للوشيعة واحسب الطاقة المخزنة فيها عند الوصول إلى النظام الدائم.

تصحيح التمرين 20:

1) أ/ المدخل B: $U_{BM} = U_{R_2}$

المدخل A: $U_{AM} = U_{R_2} + U_b = E - r \times i(t)$

البيان y_1 يوافق المدخل A. $t = 0$; $i = 0$; $U_{AM} = E$

البيان y_2 يوافق المدخل B. $t = 0$; $i = 0$; $U_R = 0$

ب/ التوتر U_{BM} يمثل التوتر بين الطرفين R_2، و الذي يسمح لنا بمشاهدة شدة التيار لأن $U_{BM} = R_2 . i(t)$ التيار يزداد تدريجيا إلى أن يصل إلى قيمة عظمى ثابتة ومنه الوشيعة تؤخر أو تعاكس ظهور التيار في الدارة.

ج/ لما $t = 0$; $i = 0$; $U_{BM} = 0$

منه $U_{AM} = E = 13\ (V)$

2) أ/ العبارة الحرفية:

$$U_{AM} = E - r \times I_p \quad \Rightarrow \quad U_{AB} = L.\frac{di}{dt} + R_1 \times i = R_1 \times I_p$$

$$U_{BM} = R_2 \times I_p$$

ب/ في النظام الدائم: $U_{BM} = 9(V)$; $U_{AM} = 11(V)$

قانون جمع التوترات:

$$U_{AM} = U_{AB} + U_{BM} \quad \Rightarrow \quad U_{AB} = U_{AM} - U_{BM} = 11 - 9 \quad \Rightarrow \quad U_{AB} = 2(V)$$

$$U_{AB} = R_1 \times I_p = 2\ (V) \quad \Rightarrow \quad R_1 \neq 0$$

ج/ إيجاد I_p:

$$U_{BM} = R_2 \times I_p = 50 \times I_p \quad \Rightarrow \quad I_p = \frac{9}{50} = 0{,}18\ \ (A)$$

$$U_{AB} = E - r \times I_p = 13 - r \times 0{,}18 = 11 \quad \Rightarrow \quad r = \frac{13 - 11}{0{,}18} = 11{,}11\ (\Omega)$$

إيجاد R_1:

$$U_{AB} = R_1 \times I_p = 2\ (V) \quad \Rightarrow \quad R_1 = \frac{2}{0{,}18} = 11{,}11\ (\Omega)$$

Scanned by CamScanner

3) أ/ $\tau = \frac{L}{R}$ حيث $R = R_{eq} = 72,22\ (\Omega)$ ، $R = R_{eq} = R_1 + R_2 + r$

ب/ نعلم أن: $\lim_{t\to\infty} A\left(1 - e^{-t/\tau}\right) = I_p \Rightarrow \lim_{t\to\infty} i = I_p$

$\Rightarrow A = I_p$

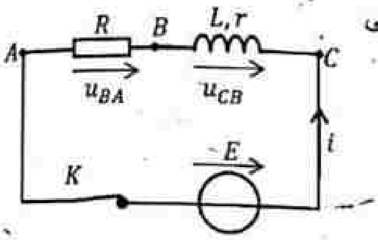
4) أ/ باستعمال طريقة المماس عند $t = 0$ نجد $\tau = 2\ (ms)$

$L = \tau \times R_{eq} = 2 \times 10^{-3} \times 72,22 \Rightarrow L = 0,14\ (H)$

ب/ حساب الطاقة المخزنة:

$$\xi = \frac{1}{2} L . I_p^2 = \frac{1}{2} \times 0,14 \times (0,18)^2 = 2,33 \times 10^{-3}\ \ (J)$$

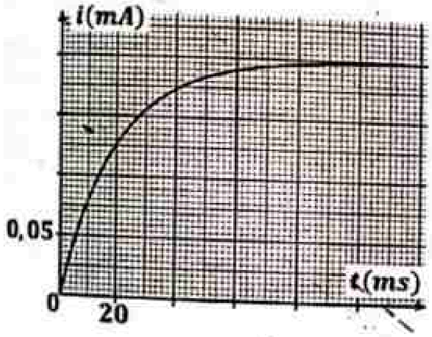
التمرين 21:



تتكون الدارة الكهربائية المبينة في الشكل من العناصر التالية الموصولة على التسلسل:

- مولد كهربائي توتره E.
- وشيعة مقاومتها $r = 10\ \Omega$ وذاتيتها L.
- ناقل أومي مقاومته $R = 40\ \Omega$.
- قاطعة k.

نغلق القاطعة في اللحظة $t = 0$، نحصل بتجهيز معين على المنحنى البياني الذي يمثل شدة التيار الكهربائي المار في الدارة مع مرور الزمن $i = f(t)$



1) بتطبيق قانون جمع التوترات أوجد المعادلة التفاضلية التي تحققها شدة التيار الكهربائي.

2) المعادلة التفاضلية تقبل حلا من الشكل:

$$i(t) = Ae^{-m.t} + b$$

حيث: A ; m ; b ثوابت يطلب تعيينها .

3) اكتب عندئذ عبارة $i(t)$ ثم استنتج من قانون جمع التوترات أن عبارة التوتر بين طرفي الوشيعة U_L في النظام الدائم تعطى بالعلاقة:

$$U_L = \frac{E.r}{r + R}.$$

4) أوجد شدة التيار في النظام الدائم I_0 ثم استنتج توتر المولد E وقيمة U_L.

5) بين بالتحليل البعدي أن ثابت الزمن τ متجانس مع الزمن ثم عينه بيانيا.

6) احسب ذاتية الوشيعة L.

7) احسب الطاقة المخزنة في الوشيعة عند $t = \tau$ و $t = 5\tau$.

ثم أعط تمثيلا كيفيا لـ: $E_{(L)} = f(t)$.

تصحيح التمرين 21:

1) بتطبيق قانون جمع التوترات:

$$E = U_b + U_R = L\frac{di}{dt} + ri + Ri = L\frac{di}{dt} + i(R + r)$$

$$\frac{E}{L} = \frac{di}{dt} + \left(\frac{R + r}{L}\right)i$$

2) المعادلة التفاضلية تقبل حلا: $i(t) = Ae^{-mt} + b$ منه: $\frac{di}{dt} = -Ame^{-mt}$

عند $t = 0$ $i = 0$ أي: $0 = A + b \Leftarrow A = -b$

نعوض في $\frac{E}{L} = \frac{di}{dt} + \left(\frac{R+r}{L}\right) i$ فنجد: $\frac{E}{L} = -Ame^{-mt} + \frac{R+r}{L}(Ae^{-mt} - A)$

$$\frac{E}{L} = -Ame^{-mt} + A\left(\frac{R+r}{L}\right)e^{-mt} - A\left(\frac{R+r}{L}\right)$$

$$\Rightarrow \quad 0 = -\frac{E}{L} - A\left(\frac{R+r}{L}\right) - Ame^{-mt} + A\left(\frac{R+r}{L}\right)e^{-mt}$$

إذن : $0 = e^{-mt}\left(-Am + A\left(\frac{R+r}{L}\right)\right)$ و $0 = -\frac{E}{L} - A\left(\frac{R+r}{L}\right)$

$$0 = \left(-m + \left(\frac{R+r}{L}\right)\right) \quad \text{و} \quad E = -A(R+r)$$

أي: $m = \frac{R+r}{L}$ و $A = \frac{-E}{R+r}$ منه $b = \frac{E}{R+r}$

3) كتابة عبارة $i(t)$: $i(t) = \frac{-E}{R+r}e^{-\frac{R+r}{L}.t} + \frac{E}{R+r}$

-استنتج عبارة U_b، عند $t = \infty$ (النظام الدائم) $i_0 = \frac{E}{R+r} = cte$

$$E = U_b + U_R = U_b + R.i_0 \quad \Rightarrow \quad E = U_b + R\left(\frac{E}{R+r}\right)$$

$$U_b = E - \frac{ER}{R+r} \quad \Rightarrow \quad U_b = \frac{E_R + E_r - E_R}{R+r} \quad \Rightarrow \quad U_b = \frac{Er}{R+r}$$

4) إيجاد شدة التيار عند النظام الدائم: $i_0 = 0{,}2\,A$ وعليه: $E = i_0(R+r) = 10\ V$

ومنه : $U_b = \frac{E_r}{R+r} = 2\,V$

5) بيان أن τ متجانس مع الزمن:

$$[\tau] = \frac{[L]}{[R]} = \frac{\frac{[U]}{[I]}.[T]}{\frac{[U]}{[I]}} = [T]$$

بيانيا: هو لحظة تقاطع مماس $i = f(t)$ عند $t = 0$ مع مستقيم $i = 0{,}2$ أي: $\tau = 20\ ms$.

6) حساب ذاتية الوشيعة: $\tau = \frac{L}{R+r} \Leftarrow L = \tau(R+r) = 1H$

7) حساب الطاقة المخزنة في الوشيعة عند:

عند $t = \tau$:

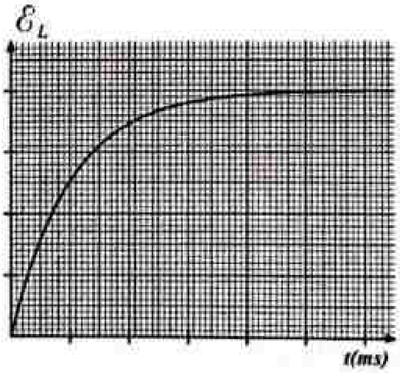
$$\xi_l = \frac{1}{2}.L.i^2 = \frac{1}{2}.L.\left(-I_0.e^{-\frac{t}{\tau}} + I_0\right)^2$$

$$\xi_l = \frac{1}{2}.L.\left(-I_0.e^{-\frac{\tau}{\tau}} + I_0\right)^2 = \frac{1}{2}.L.(0{,}63)^2.I_0^2$$

$$\xi_l = 7{,}983 \times 10^{-3}J$$

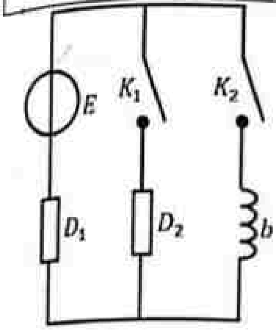
-إعطاء تمثيل كيفي لـ $\xi_l = f(t)$ عند $t = 5\tau$:

$$\xi_l = \frac{1}{2}.L.I_0^2 = 20 \times 10^{-3}J$$



قالك وحد صايم اتصل على ما يطلبه المستمعون قالو له: واش تحب .
قالهم: أذان المغرب

Scanned by CamScanner



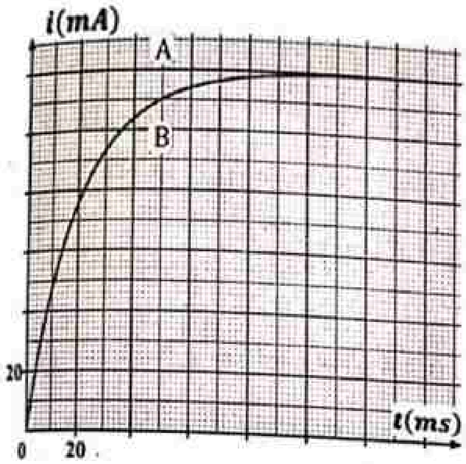
التمرين 22:

ننجز التركيب الكهربائي الممثل في الشكل المقابل والمكون من:

- مولد كهربائي للتوتر قوته المحركة ثابتة $E = 6V$ ومقاومته مهملة.
- ناقل أومي D_1 مقاومته $R_1 = 48\,\Omega$.
- ناقل أومي D_2 مقاومته R_2.
- وشيعة b معامل تحريضها L ومقاومتها $r = R_2$.
- قاطعتان للتيار K_1 و K_2.

✓ في التجربة (1): نحتفظ بـ K_2 مفتوحة ونغلق K_1.

✓ في التجربة (2): نحتفظ بـ K_1 مفتوحة ونغلق K_2.



يمثل البيان المنحنيين A و B لتغيرات شدة التيار الكهربائي $i(t)$ المار في الدارة بالنسبة لكل تجربة على حدا.

1) اربط معللا جوابك كل منحنى بالتجربة الموافقة له.
2) أوجد المعادلة التفاضلية التي تحققها شدة التيار المار في الدارة خلال التجربة التي مكنت من الحصول على المنحنى B.
3) يكتب حل المعادلة على الشكل: $i(t) = Ae^{-\lambda t} + B$
حيث A و B و λ ثوابت.

أ/ عبر عن كل من A و λ بدلالة مميزات الدارة.

ب/ احسب قيمة ذاتية الوشيعة L.

ج/ احسب مقاومة الوشيعة r.

تصحيح التمرين 22:

1) المنحنى A يوافق: التجربة (1).

التعليل: من قانون جمع التوترات: $E = U_{R1} + U_{R2}$

من قانون أوم: $E = R_1.i + R_2.i$ منه: $i = I = \frac{E}{R_1+R_2} = cte$ إذن شدة التيار ثابتة

منه: المنحنى B يوافق: التجربة (2).

التعليل: عند $t = 0$ لدينا: $i = 0$

وفي النظام الدائم لدينا: $I = I_0$ (الوشيعة تؤخر مرور التيار في الدارة).

2) المعادلة التفاضلية: (التجربة 2):

من قانون جمع التوترات:

$$E = U_{R1} + U_L + U_r = R_1.i + L\frac{di}{dt} + R_2.i = L.\frac{di}{dt} + (R_1 + R_2)i \Rightarrow \frac{di}{dt} + \frac{R_1 + R_2}{L}i = \frac{E}{L}$$

3) أ/ نعوض بعبارة الدالة الأصلية: $i(t) = Ae^{-\lambda t} + B$ والدالة المشتقة $\frac{di}{dt} = -\lambda.A.e^{-\lambda t}$ في المعادلة التفاضلية فنجد:

$$\frac{E}{L} = -\lambda.A.e^{-\lambda t} + \frac{R_1 + R_2}{L}.A.e^{-\lambda t} + \frac{R_1 + R_2}{L}B$$

$$\left(-\lambda + \frac{R_1 + R_2}{L}\right)A.e^{-\lambda t} + \frac{R_1 + R_2}{L}B - \frac{E}{L} = 0$$

من أجل كل t و A و B: العبارة متجانسة إذا:

$$\begin{cases} -\lambda + \frac{R_1 + R_2}{L} = 0 \\ \frac{R_1 + R_2}{L}B - \frac{E}{L} = 0 \end{cases}$$

أي

$$\begin{cases} \lambda = \frac{R_1 + R_2}{L} \\ B = \frac{E}{R_1 + R_2} \end{cases}$$

Scanned by CamScanner

ب/ حساب L: نعلم أن: $\tau_2 = \frac{L}{R_1+R_2}$ منه: $L = \tau_2(R_1 + R_2)$

من البيان B بطريقة 63% نجد: $\tau_2 = 20\ ms$.

من البيان A نجد: $I_0 = \frac{E}{R_1+R_2}$ منه:

$$R_1 + R_2 = \frac{E}{L} = 50\Omega$$

$$L = 20 \times 10^{-3} \times 50 \Rightarrow L = 1H$$

ج/ مقاومة الوشيعة: لدينا: $r = R_2$ منه:

$$r = (R_1 + R_2) - R_1 = 50 - 48 = 2\Omega$$

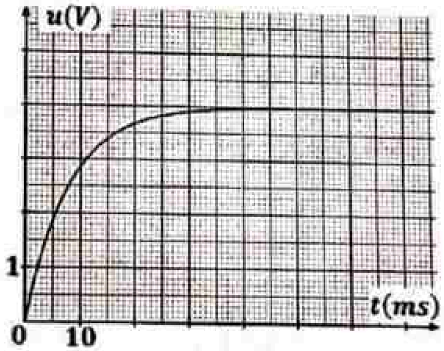
الحق يحتاج إلى رجلين: رجل ينطق به ورجل يفهمه

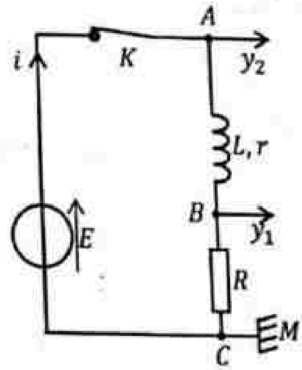
جبران خليل جبران

التمرين 23:

نحقق الدارة الكهربائية المبينة بالشكل 1، حيث المولد مثالي قوته المحركة الكهربائية E، نغلق القاطعة K في اللحظة $t = 0$.

1) عبر عن u_{BC} بدلالة R و i.
2) عبر عن u_{AB} بدلالة L، r و i ثمّ بدلالة L ، R ، r و u_{BC}.
3) أوجد المعادلة التفاضلية بدلالة $i(t)$.
4) اكتب عبارة $i(t)$ حل المعادلة التفاضلية السابقة بدلالة L، R، r و E.
5) أوجد عبارة $i(t)$ عندما $t \to \infty$.
- كيف نسمي هذا النظام؟
6) نشاهد على راسم الاهتزاز البيانين الممثلين في الشكل.
أ/ أوجد بيانيا قيمتي E و τ.
ب/ أوجد قيمة i امار في الدارة حالة النظام الدائم علما أن $R = 40\ \Omega$.
ج/ استنتج قيمة كل من r و L.





تصحيح التمرين 23:

1) التعبير عن U_{BC}: $u_{BC} = R.i \ldots.(1)$

2) التعبير عن U_{AB}: $u_{AB} = L \times \frac{di}{dt} + ri \ldots.(2)$

من (1) نجد: $i = \frac{u_{BC}}{R}$، نعوض في (2) فنجد:

$$u_{AB} = \frac{L}{R} \times \frac{du_{BC}}{dt} + r.\frac{u_{BC}}{R}$$

3) المعادلة التفاضلية: $E = u_{AB} + u_{BC}$

$$E = L\frac{di}{dt} + ri + Ri \qquad \Rightarrow \qquad \frac{E}{L} = \frac{di}{dt} + \frac{(r+R)}{L}i$$

Scanned by CamScanner

4) حلها من الشكل: $i(t) = A(1-e^{-\alpha t})$ بالاشتقاق: $\frac{di}{dt} = A.\alpha.e^{-\lambda t}$

بالتعويض في المعادلة التفاضلية نجد:

$$\frac{E}{L} = A\alpha e^{-\alpha t} + \frac{(r+R)}{L}A(1-e^{-\alpha t}) \rightarrow \frac{E}{L} = A\alpha e^{-\alpha t} + A\frac{(R+r)}{L} - \frac{r+R}{L}Ae^{-\alpha t}$$

$$\frac{E}{L} = A.e^{-\alpha t}\left(\alpha - \frac{r+R}{L}\right) + A\frac{r+R}{L}$$

$$A\frac{(r+R)}{\cancel{L}} = \frac{E}{\cancel{L}} \quad و \quad \alpha - \frac{(r+R)}{L} = 0$$

$$A = \frac{E}{r+R} \quad و \quad \alpha = \frac{r+R}{L} \quad \Rightarrow \quad i(t) = \frac{E}{r+R}\left(1 - e^{-\frac{r+R}{L}t}\right)$$

5) لما: $t \rightarrow \infty$:

$$i(t) = \frac{E}{r+R}\left(1 - e^{-\frac{r+R}{L}t}\right) \Rightarrow \quad I_0 = \frac{E}{r+R}$$

نسمي هذا النظام بالنظام الدائم.

6) أ/ لما: $u(V) = 0{,}63 \times 4$ تكون $t = \tau = 8ms$

ب/ في النظام الدائم: $U_{R_M} = R.I_0 \rightarrow I_0 = \frac{U_{R_M}}{R} = \frac{4}{40} \Leftarrow I_0 = 0{,}1\,A$.

$$r + R = \frac{E}{I_0} \Rightarrow r = \frac{E}{I_0} - R = 10\,\Omega$$

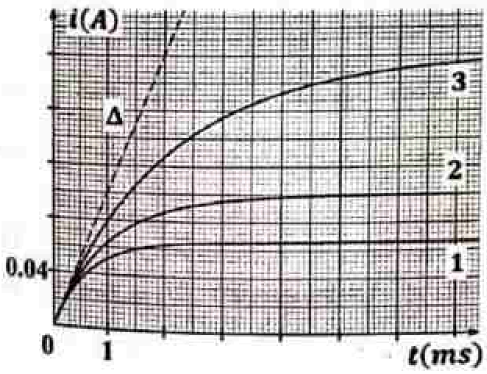
$$\tau = \frac{L}{r+R} \rightarrow L = \tau \times (r+R) = 0{,}4\,H$$

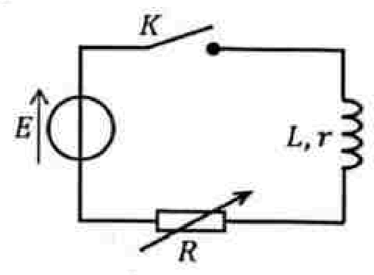
التمرين 24:

صادف أستاذ في المختبر وشيعة لا تحمل أي علامة. أراد تحديد قيمة معامل التحريض (الذاتية) L للوشيعة تجريبيا من خلال دراسة استجابة ثنائي قطب RL في دارة كهربائية.

قام الأستاذ بتركيب الدارة المبينة في الشكل، حيث القوة المحركة للمولد $E = 10V$.

عند اللحظة $t = 0$، أغلق الأستاذ القاطعة k، وتتبع بواسطة جهاز مناسب تغيرات شدة التيار $i(t)$ المار في الوشيعة بدلالة الزمن بالنسبة لقيم مختلفة للمقاومة R. يمثل الشكل ألنتائج التجريبية المتحصل عليها.





1) أ/ سم النظامين اللذين يبرزهما كل منحنى.

ب/ بتطبيق قانون جمع التوترات بين أن المعادلة التفاضلية التي تعطي شدة التيار تكتب بالشكل:

$\frac{di}{dt} + Ai = B$ حيث A، B ثوابت يطلب تحديدهما.

Scanned by CamScanner

جـ/ بين أن شدة التيار $i(t)$ في النظام الدائم قيمة عظمى $I_0 = \frac{E}{R+r}$.

د/ انقل الجدول التالي في ورقة الإجابة ثم أتممه.

قيمة $R(\Omega)$	40	90	140
رقم المنحنى الموافق			

باستغلال المنحنى 2 حدد قيمة r.

هـ/ عبارة ثابت الزمن τ لثنائي القطب RL هو $\tau = \frac{L}{R+r}$. باستعمال معادلة الأبعاد، بين أن بعد τ هو الزمن.

و/ حدد قيمة L، علما أن (Δ) يمثل المماس للمنحنيات عند $t = 0$.

تصحيح التمرين 24:

1) أ/ النظامين اللذين يبرز هما المنحنى 2 هما النظام الانتقالي والنظام الدائم.

ب/ من قانون جمع التوترات: $U_R + U_b = E$.

ومنه $$R.i + L.\frac{di}{dt} + r.i = E \Rightarrow (R+r).i + L\frac{di}{dt} = E$$

$$\frac{di}{dt} + \frac{R+r}{L}.i = \frac{E}{L} \dots\dots(1) \qquad \frac{di}{dt} + A.i = B \dots\dots(2)$$

بالمطابقة بين المعادلتين (1) و(2) نجد أن:

$$A = \frac{R+r}{L} \qquad B = \frac{E}{L}$$

ج/ بيان أن شدة التيار في النظام الدائم تعطى بالعلاقة: $I_0 = \frac{E}{R+r}$

من قانون جمع التوترات: $U_b + U_R = E$

$$L\frac{di}{dt} + ri + R.i = E$$

في النظام الدائم يصبح : $r.I_0 + R.I_0 = E$

$$(R+r).I_0 = E \Rightarrow I_0 = \frac{E}{R+r}$$

د/ إتمام الجدول:

قيمة $R(\Omega)$	40	90	140
رقم المنحنى الموافق	(3)	(2)	(1)

تحديد قيمة r باستغلال المنحنى (2): من البيان: $I_0 = 0{,}1A$

لدينا: $I_0 = \frac{E}{R+r} \Leftarrow I_0(R+r) = E$ أي: $R + r = \frac{E}{I_0}$ ومنه: $r = \frac{E}{I_0} - R$

بالتعويض نجد: $r = \frac{10}{0.1} - 90 = 10\,\Omega$

هـ/ نبين وحدة τ:

$$[\tau] = \frac{[L]}{[R]} = \frac{\frac{[U]\times[T]}{[I]}}{\frac{[U]}{[I]}} = [T] \Rightarrow$$ وحدة τ هي الثانية

و/ من البيان (3) : $L = \tau_3 \times (R+r) = 2\times10^{-3} \times (50) = 0{,}1\ H$

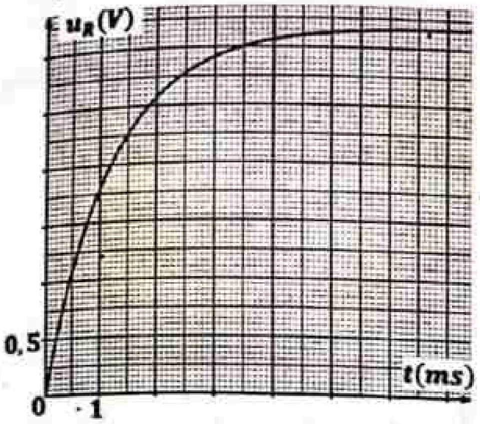
الطريقة (2) : $$E = L\left(\frac{di}{dt}\right)_{t=0} \Rightarrow L = \frac{E}{\frac{di}{dt}} = \frac{10}{\frac{0{,}2}{2\times10^{-3}}} = 0{,}1\ H$$

Scanned by CamScanner

التمرين 25:

تتكون دارة كهربائية على التسلسل من مولد للتوتر قوته المحركة الكهربائية E، وشيعة $(L, r = 5\Omega)$، ناقل أومي مقاومته: $R = 10\Omega$، وقاطعة K.

نغلق القاطعة K في اللحظة: $t = 0$ ، وبواسطة راسم اهتزاز مهبطي ذي ذاكرة، نشاهد التمثيل البياني: $u_R = f(t)$



1) ارسم الشكل التخطيطي للدارة الكهربائية، موضحا عليها كيفية ربط راسم الاهتزاز المهبطي.

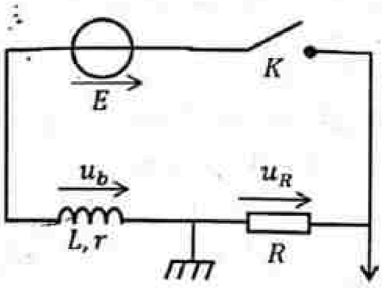
2) باستخدام قانون جمع التوترات، بيّن أن المعادلة التفاضلية $u_R(t)$ بين طرفي الناقل الأومي تكون على الشكل:

$$\frac{du_R}{dt} + \frac{(R+r)}{L}u_R = \frac{R}{L}E$$

3) العبارة: $u_R = A(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$، تمثل حلا للمعادلة التفاضلية السابقة. جد عبارة كل من A و τ.

4) بالتحليل البعدي بيّن أن: τ متجانس مع الزمن، ثمّ حدد قيمته بيانيا.

5) استنتج قيمة كل من: L ذاتية الوشيعة و E القوة المحركة الكهربائية للمولد.



تصحيح التمرين 25:

1) رسم الدارة:

2) المعادلة التفاضلية: حسب قانون جمع التوترات:

$$u_b + u_R = E \quad \Rightarrow \quad u_b = E - u_R$$

$$\Rightarrow \quad u_b = L.\frac{di_b}{dt} + r \times i_b$$

$$u_R = R \times i_R \quad \Rightarrow \quad i_R = \frac{u_R}{R}$$

$$u_b = \frac{L}{R}.\frac{du_R}{dt} + \frac{r}{R}u_R \qquad E - U_R = \frac{L}{R}.\frac{du_R}{dt} + \frac{r}{R}u_R$$

$$E \times R = L \times \frac{du_R}{dt} + (R+r)u_R \quad \Rightarrow \quad \frac{E \times R}{L} = \frac{du_R}{dt} + \frac{(r+R)}{L}u_R$$

3) إيجاد A و τ:

$$u_R = A(1 - e^{-t/\tau}) \qquad \Rightarrow \qquad \frac{du_R}{dt} = \frac{A}{\tau}.e^{-t/\tau}$$

نعوض في المعادلة التفاضلية:

$$\frac{E \times R}{L} = \frac{A}{\tau}.e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{(r+R)}{L}A\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$

$$\frac{E \times R}{L} = \frac{A}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{(r+R)A}{L} - \frac{(r+R)A}{L}e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$0 = \frac{(r+R)A}{L} - \frac{E \times R}{L} + \left(\frac{1}{\tau} - \frac{(r+R)}{L}\right)A.e^{-t/\tau}$$

Scanned by CamScanner

$$\begin{cases} \dfrac{(r+R)A}{L} = \dfrac{E \times R}{L} \\ \left(\dfrac{1}{\tau} - \dfrac{(r+R)}{L}\right) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A = \dfrac{E \times R}{(r+R)} \\ \tau = \dfrac{L}{(r+R)} \end{cases}$$

4) نبين وحدة τ:

$$[\tau] = \frac{[L]}{[R]} = \frac{\frac{[U] \times [T]}{[I]}}{\frac{[U]}{[I]}} = [T] \Rightarrow$$ وحدة τ هي الثانية

5) قيمة L:

$$u_{R_{max}} = 6,4\, div \Rightarrow u_{R_{max}} = 6,4 \times 0,5 \Rightarrow u_{R_{max}} = 3,2\,(V)$$
$$u_R(\tau) = 0,63 \times u_{R_{max}} = 0,63 \times 3,2 = 2\,V$$
$$u_R(\tau) = 4div$$

بالإسقاط نجد :

$$\tau = 1,2\,(ms)$$
$$L = \tau(r+R) = 1,2 \times 10^{-3}(15) = 0,018\,(H)$$

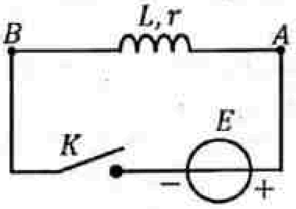
قيمة E:

$$u_{R_{max}} = R \times I_0 = \frac{E \times R}{(r+R)} = \frac{U_{R_{max}} \times (r+R)}{R} = \frac{15 \times 3,2}{10} = 4,8\,(V)$$

التمرين 26:

بغرض معرفة سلوك ومميزات وشيعة مقاومتها (r) وذاتيتها (L)، نربطها على التسلسل بمولد كهربائي ثابت $E = 4.5V$ وقاطعة K. (الشكل)

1) انقل مخطط الدارة على ورقة الإجابة وبين عليها جهة مرور التيار الكهربائي وجهتي السهمين الذين يمثلان التوتر الكهربائي بين طرفي الوشيعة وبين طرفي المولد.



2) في اللحظة $t = 0$ نغلق القاطعة (k) :

أ/ بتطبيق قانون جمع التوترات أوجد المعادلة التفاضلية التي تعطي الشدة اللحظية $i(t)$ للتيار الكهربائي المار في الدارة.

ب/ بين أن المعادلة التفاضلية السابقة تقبل حلا من الشكل :

$$i(t) = I_0\left(1 - e^{-\frac{r}{L}t}\right)$$

حيث I_0 هي الشدة العظمى للتيار المار في الدارة.

3) تعطى الشدة اللحظية للتيار بالعبارة $i(t) = 0.45(1 - e^{-10t})$ حيث (t) بالثانية و (i) بالأمبير. أحسب قيم المقادير الكهربائية التالية:

أ/ الشدة العظمى (I_0) للتيار المار في الدارة.

ب/ المقاومة (r) للوشيعة.

ج/ الذاتية (L) للوشيعة.

د/ ثابت الزمن (τ) المميز للدارة.

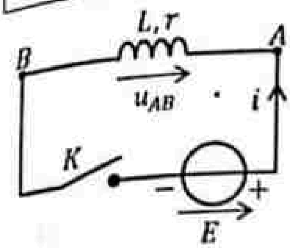
4) أ/ ما قيمة الطاقة المخزنة في الوشيعة في حالة النظام الدائم؟

ب/ احسب القوة المحركة الكهربائية للوشيعة عند $t = 0,3\,s$.

من يفتح باب مدرسة يغلق باب سجن

فيكتور هوجو

Scanned by CamScanner



تصحيح التمرين 26:

1) مخطط الدارة الكهربائية:

2) أ/ $U_{AB} = E$ ، $U_{AB} = L\frac{di}{dt} + ri = E$

ب/ تبيان أن: بالتعويض بالعبارتين:

$$\frac{di}{dt} = I_0.\frac{r}{L}\left(e^{-r/Lt}\right) \quad ; \; i(t) = I_0\left(1 - e^{-r/Lt}\right)$$

في المعادلة التفاضلية نجد: $E - E = 0$.

- المعادلة التفاضلية: تقبل العبارة المعطاة كحل لها:

3) في النظام الدائم:

أ/ $\frac{di}{dt} = 0$; $\quad I_0 = \frac{E}{r} \Rightarrow \quad I_0 = 0{,}45\,A$

ب/ $r = 10\Omega$

ج/ $L = 1H$

د/ $\tau = \frac{L}{r} = 0{,}1\,s$

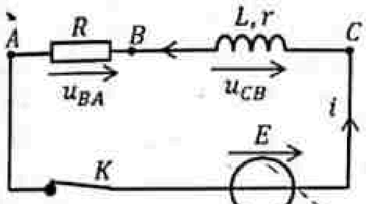
4) أ/ $E = \frac{1}{2}L.I_0^2 = 0{,}101\,joules$

ب/ حساب القوة المحركة الكهربائية للوشيعة.

$$|\mathcal{E}| = L\frac{di}{dt} = E.e^{-t/\tau} = 4{,}5 \times \mathrm{e}^{-10t}$$

عند $t = 0{,}3\,s$ $\quad |\mathcal{E}| = 4{,}5e^{-3} = 0{,}244\,V$

التمرين 27:



تحتوي الدارة الكهربائية المبينة في الشكل على:

- مولد توتره الكهربائي ثابت $E = 12V$.
- ناقل أومي مقاومته $R = 10\,\Omega$.
- وشيعة ذاتيتها L ومقاومتها r.
- قاطعة K.

1) نستعمل راسم اهتزاز مهبطي ذي ذاكرة، لإظهار التوترين الكهربائيين (u_{BA}) و (u_{CB}). بين على مخطط الدارة الكهربائية، كيف يتم ربط الدارة الكهربائية بمدخلي هذا الجهاز.

2) نغلق القاطعة K في اللحظة $t = 0$ يمثل الشكل المنحنى $u_{BA} = f(t)$ المشاهد على شاشة راسم الاهتزاز المهبطي.

أ/ التوتر الكهربائي (u_{BA}).

ب/ التوتر الكهربائي (u_{CB}).

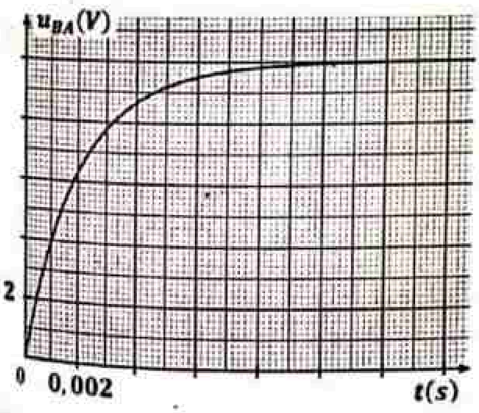
ج/ الشدة العظمى للتيار المار في الدارة.

3) بالاعتماد على البيان الشكل استنتج:

أ/ قيمة (τ) ثابت الزمن المميز للدارة.

ب/ مقاومة وذاتية الوشيعة.

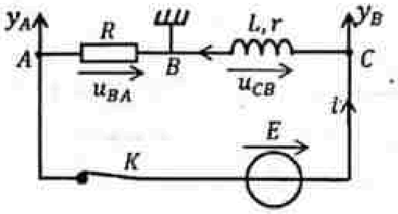
4) احسب الطاقة الأعظمية المخزنة في الوشيعة.



Scanned by CamScanner

تصحيح التمرين 27:

1) توصيل الدارة:
يجب الضغط على inv عند المدخل y_A للحصول على المنحنى u_{BA}.



2) أ/ حساب U_{BA} في حالة النظام الدائم:
من البيان: $u_{BA} = 10V$
ب/ حساب (U_{CB}): من العلاقة :

$$\frac{di}{dt} = 0 \quad , E = (R - r)i + L\frac{di}{dt}$$

$$E = (R - r)i = U_{BA} + U_{CB}$$

$$U_{CB} = 12 - 10 = 2V$$

ج/ الشدة العظمى:

$$E = (R + r)I_0 \Rightarrow I_0 = \frac{E}{R - r} = \frac{U_{BA}}{R} = \frac{U_{CB}}{r} = 1A$$

3) أ/ من البيان: $\tau = 2{,}0\ ms$

ب/ حساب r : من العلاقة $U_{CB} = rI_0 \Rightarrow r = \frac{U_{CB}}{I_0} = 2{,}0\ \Omega$

حساب L: من العلاقة:

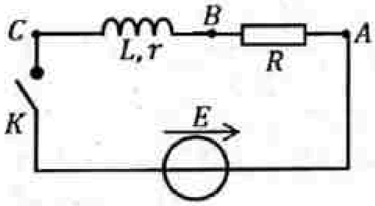
$$\tau = \frac{L}{R + r} \Rightarrow L = \tau\,(R + r) = 24 \times 10^{-3}\ H = 24\ mH$$

4) الطاقة المخزنة في الوشيعة:

$$E_0 = \frac{1}{2}L.I_0^2 = \frac{1}{2} \times 24 \times 10^{-3} \times I^2 = 12 \times 10^{-3}\ J$$

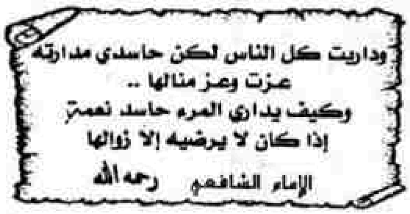
التمرين 28:

نربط على التسلسل العناصر الكهربائية التالية:



- مولد ذي توتر ثابت $(E = 12\ V)$
- وشيعة ذاتيتها $(L = 300mH)$ ومقاومتها $(r = 10\Omega)$.
- ناقل أومي مقاومته $(R = 110\ \Omega)$
- قاطعة (k).

1) في اللحظة $(t = 0s)$ نغلق القاطعة (k):
أوجد المعادلة التفاضلية التي تعطي شدة التيار الكهربائي في الدارة.
2) كيف يكون سلوك الوشيعة في النظام الدائم؟ وما هي عندئذ عبارة شدة التيار الكهربائي I_0 الذي يجتاز الدارة؟
3) باعتبار العلاقة $i = A\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$ حلا للمعادلة التفاضلية المطلوبة في السؤال-1.
أ/ أوجد العبارة الحرفية لكل من A و τ.
ب/ استنتج عبارة التوتر الكهربائي u_{BC} بين طرفي الوشيعة.
4) أ/ احسب قيمة التوتر الكهربائي u_{BC} في النظام الدائم.
ب/ ارسم كيفيا شكل البيان $u_{BC} = f(t)$.



Scanned by CamScanner

تصحيح التمرين 28:

1) إيجاد المعادلة التفاضلية لشدة التيار:

$$E = Ri + L\frac{di}{dt} + r.i = (R+r)i + L\frac{di}{dt}$$

$$\frac{E}{L} = \frac{R+r}{L}i + \frac{di}{dt} \;.....(1)$$

2) في النظام الدائم تسلك الوشيعة سلوك ناقل أومي عادي لأن $\frac{di}{dt} = 0$.

- إيجاد عبارة شدة التيار عندئذ $E = (R+r)I_0 \Rightarrow I_0 = E/(R+r)$

3) أ/ إيجاد العبارة الحرفية لكل من A و τ:

$$\frac{di}{dt} = \frac{A}{\tau}e^{-t/\tau}$$

بالتعويض في العلاقة (1):

$$\frac{E}{L} = \frac{(R+r)}{L}A\left(1 - e^{-t/\tau}\right) + \frac{A}{\tau}e^{-t/\tau} = \frac{(R+r)}{L}A - \frac{(R+r)}{L}Ae^{-t/\tau} + \frac{A}{\tau}e^{-t/\tau}$$

$$\frac{E}{L} = \frac{(R+r)}{L}A + Ae^{-t/\tau}\left(-\frac{(R+r)}{L} + \frac{1}{\tau}\right)$$

$$\Rightarrow \frac{E}{L} = \frac{(R+r)}{L}A \quad ; \quad \left(-\frac{(R+r)}{L} + \frac{1}{\tau}\right) = 0$$

$$A = \frac{E}{R+r} \quad ; \quad \tau = \frac{L}{R+r}$$

ب/ استنتاج عبارة التوتر U_{BC} بين طرفي الوشيعة.

$$U_{BC} = L\frac{di}{dt} + r.i$$

$$U_{BC} = \cancel{L}\frac{E}{R+r}.\frac{R+r}{\cancel{L}}e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{r.E}{R+r}\left(1 - e^{t/\tau}\right)$$

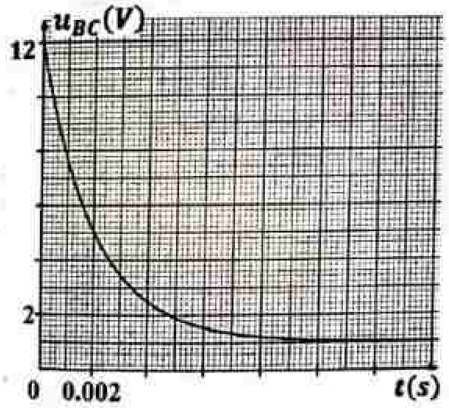
$$U_{BC} = \frac{r.E}{R+r} + \frac{R.E}{R+r}e^{-t/\tau}$$

4) أ/ حساب قيمة التوتر U_{BC} في النظام الدائم:

لما: $t \to +\infty$

$$U_{BC} = \frac{r.E}{R+r} = \frac{10 \times 12}{110 + 10} = 1\ (V)$$

ب/ رسم كيفي لبيان التوتر الكهربائي بين طرفي الوشيعة:

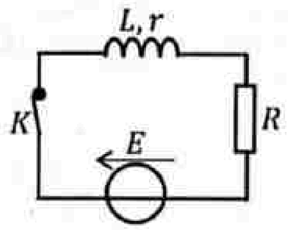


فلاح يملك عددا من البيض
جاءه المشتري الأول فباعه نصف الكمية + نصف حبة بيض
جاءه المشتري الثاني فباعه نصف الكمية + نصف حبة بيض
جاءه المشتري الثالث فباعه نصف الكمية + نصف حبة بيض
بقي له 3 حبات، كم كان عنده في البداية ؟
أقول لك إذا لم تجد الحل هذا العام ترمينال والعام الجاي الباك

Scanned by CamScanner

التمرين 29:

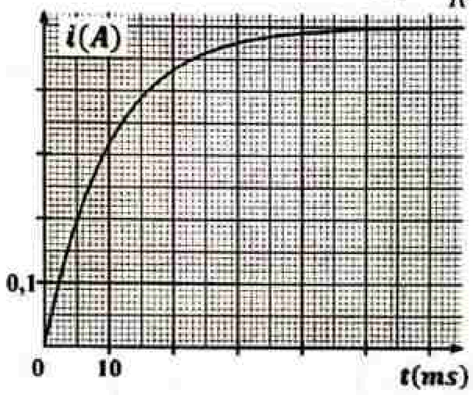
نريد تعيين (L,r) مميزتي وشيعة، نربطها في دارة كهربائية على التسلسل مع:



- مولد كهربائي ذي توتر كهربائي ثابت $E = 6\ V$.
- ناقل أومي مقاومته $R = 10\ \Omega$.
- قاطعة K.

1) نغلق القاطعة k، اكتب عبارة كل من:
u_r : التوتر الكهربائي بين طرفي الناقل الأومي R.
u_b : التوتر الكهربائي بين طرفي الوشيعة.
2) بتطبيق قانون جمع التوترات، أوجد المعادلة التفاضلية للتيار الكهربائي $i(t)$ المار في الدارة.
3) بين أنّ المعادلة التفاضلية السابقة تقبل حلا من الشكل:

$$i(t) = \frac{E}{R+r}\left(1 - e^{-\frac{(R+r)}{L}t}\right)$$



4) مكنت الدراسة التجريبية بمتابعة تطور شدة التيار الكهربائي المار في الدارة ورسم البيان الممثل له في (الشكل).
بالاستعانة بالبيان احسب:
أ/ المقاومة r للوشيعة.
ب/ قيمة τ ثابت الزمن، ثم استنتج قيمة L ذاتية الوشيعة.
5) احسب قيمة الطاقة الكهربائية المخزنة في الوشيعة في حالة النظام الدائم.

تصحيح التمرين 29:

1) عبارة U_R , U_b

$$U_b = r.i + L\frac{di}{dt} \quad , \quad U_R = R.i$$

2) المعادلة التفاضلية:

$$E = (R+r)i + L\frac{di}{dt} \Rightarrow \frac{di}{dt} + \frac{(R+r)}{L}i = \frac{E}{L}$$

3) باشتقاق عبارة التيار والتعويض في المعادلة التفاضلية تتحقق المساواة.

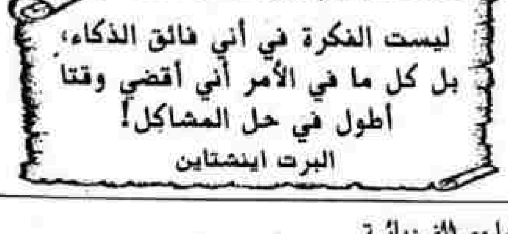
4) أ/ $i_{max} = \frac{E}{R+r} \Rightarrow r = 2\,\Omega$

ب/ $\tau \simeq 10\ ms$ (باستعمال ميل المماس في اللحظة $t = 0$)
أو بطريقة النسبة المئوية (63%) من I_0 أو i_{max}

$$\tau = \frac{L}{R+r} \Rightarrow L = 1{,}2 \times 10^{-1} H$$

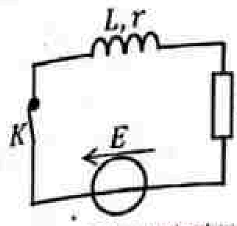
5) الطاقة المخزنة في الوشيعة في حالة النظام الدائم :

$$E_b = \frac{1}{2}L.i_{max}^2 \quad ; \quad E_b = 1{,}5 \times 10^{-2}\ J$$



التمرين 30:

بهدف تعيين الثابتين (L,r) المميزين لوشيعة، نحقق الدارة الكهربائية (الشكل) حيث $E = 9V$ و $R = 45\ \Omega$.
في اللحظة $t = 0s$ نغلق القاطعة K.



1) باستخدام قانون جمع التوترات، بين أن المعادلة التفاضلية لشدة التيار الكهربائي هي:

$$\frac{di(t)}{dt} + \frac{i(t)}{\tau} = \frac{E}{L}$$

2) العبارة $i(t) = A(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$ هي حل للمعادلة التفاضلية السابقة.
أوجد الثابت A. ماذا يمثل؟

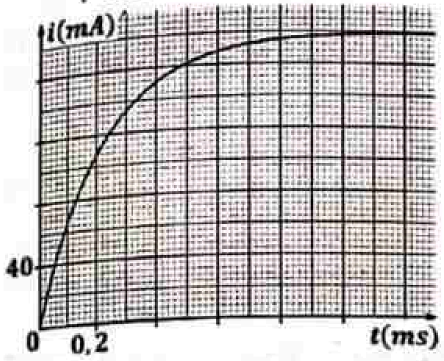
3) عبر عن ثابت الزمن τ بدلالة L، r و R وبين بالتحليل البعدي أنه متجانس مع الزمن.

4) بواسطة لاقط أمبير متر موصول بالدارة ومرتبط بواجهة دخول لجهاز إعلام آلي مزود ببرمجية مناسبة، نحصل على التطور الزمني للتيار الكهربائي $i(t)$ (الشكل)

أ/ أوجد بيانيا قيمة ثابت الزمن τ، مع شرح الطريقة المتبعة.

ب/ أوجد قيمة المقاومة r، ثم احسب قيمة ذاتية الوشيعة L

5) احسب الطاقة الأعظمية المخزنة في الوشيعة.



تصحيح التمرين 30:

1) كتابة المعادلة التفاضلية:

$$E = U_b(t) + U_R(t) \quad \Leftrightarrow \quad E = ri(t) + L\frac{di}{dt} + R.i(t)$$

$$\Rightarrow \qquad \frac{di(t)}{dt} + \frac{r+R}{L}i(t) = \frac{E}{L}$$

2) لدينا: $i(t) = A\left(1 - e^{-t/\tau}\right)$ و $\frac{di(t)}{dt} = \frac{A}{\tau}e^{-t/\tau}$ بالتعويض في المعادلة التفاضلية ينتج:
$A = \frac{E}{r+R}$ ويمثل الشدة الأعظمية أو الشدة في النظام الدائم.

3) عبارة τ:

$$\tau = \frac{L}{r+R} = \frac{L}{R_T}$$

التحليل البعدي:

$$[\tau] = \frac{[L]}{[R_T]} = \frac{[U]\times[T]}{[A]\times\frac{[U]}{[A]}} = [T]$$

4) أ/ الطريقة: رسم المماس للمنحنى عند اللحظة $t = 0$، أو الطريقة الـ 63%:

$$\tau = 0{,}2\ ms$$

ب/ بيانيا نجد: $I_0 = 180\ mA = 0{,}18\ A$ ومن النظام الدائم : $r = \frac{r-RI_0}{I_0} = 5\Omega$

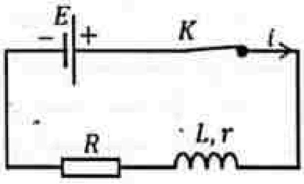
من عبارة ثابت الزمن ينتج: $L = \tau(r+R) = 0{,}01\ H$

5) الطاقة الأعظمية المخزنة في الوشيعة:

$$E(L) = \frac{1}{2}LI_0^2 = 1{,}62\times10^{-4}\ J$$

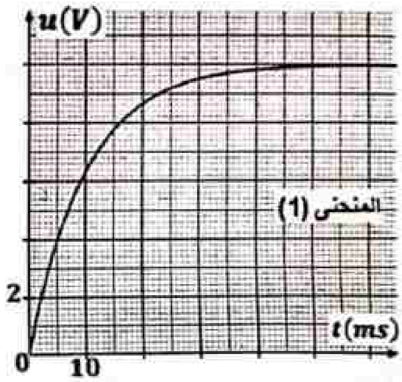
Scanned by CamScanner

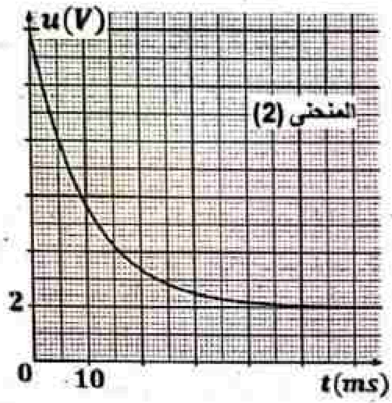
التمرين 31:



تحتوي دارة على العناصر الكهربائية التالية مربوطة على التسلسل (الشكل):
- مولد كهربائي ذي توتر كهربائي ثابت E.
- وشيعة ذاتيتها L ومقاومتها r.
- ناقل أومي مقاومته $R = 100\,\Omega$.
- قاطعة K.

للمتابعة الزمنية لتطور التوتر بين طرفي كل من الوشيعة $u_b(t)$ والناقل الأومي $u_R(t)$ نستعمل راسم اهتزاز مهبطي ذي ذاكرة.





1) أ/ بين كيف يمكن ربط راسم الاهتزاز المهبطي بالدارة لمشاهدة كل من $u_b(t)$ و $u_R(t)$ ؟

ب/ نغلق القاطعة في اللحظة $t = 0\ ms$ فنشاهد على الشاشة البيانين الممثلين للتوترين $u_b(t)$ و $u_R(t)$ انسب كل منحنى للتوتر الموافق له. مع التعليل.

2) أ/ أثبت أن المعادلة التفاضلية لشدة التيار المار في الدارة تكون من الشكل:

$$\frac{di(t)}{dt} + Ai(t) = B$$

ب/أعط عبارة كل من A و B بدلالة E و L و r و R.

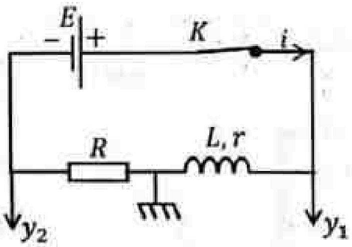
ج/تحقق من أن العبارة $i(t) = \frac{B}{A}(1 - e^{-At})$ هي حلا للمعادلة التفاضلية السابقة.

د/احسب شدة التيار في النظام الدائم I_0.

ه/احسب قيم كل من E و r و τ و L.

و/احسب الطاقة الأعظمية المخزنة في الوشيعة.

تصحيح التمرين 31:



1) أ/ طريقة الربط براسم الاهتزاز المهبطي:
- المدخل Y_1 نشاهده $U_b(t)$.
- المدخل Y_2 نشاهده معكوس $U_R(t)$ لذا نضغط على الزر inv.

ب/ المنحنى (1) يمثل تطور $U_R(t) = f(t)$

عند $t = 0$: $U_R(0) = 0V$

المنحنى (2) يمثل تطور $U_b(t) = f(t)$ $U_b(0) \neq 0V$

2) أ/ المعادلة التفاضلية: $U_R(t) + U_b(t) = E$ و $\frac{di(t)}{dt} + \frac{1}{\tau}i(t) = \frac{E}{L}$

ومنه: $\frac{di(t)}{dt} + \frac{(R+r)}{L}i(t) = \frac{E}{L}$ وهي من الشكل: $\frac{di(t)}{dt} + Ai(t) = B$

ب/ عبارة A ; B نجد: $B = \frac{E}{L}$, $A = \frac{R+r}{L}$

Scanned by CamScanner

ج/ التحقق من أن: $i(t)=\frac{B}{A}(1-e^{-At})$

بالاشتقاق : $\frac{di(t)}{dt}=0+B.e^{-At}$ بالتعويض نجد: $B=B$.

د/ حساب شدة التيار في النظام الدائم: $U_R=R.I_0 \;\Rightarrow\; I_0=0{,}1A$

هـ/ حساب القيم: E, r , τ و L:

في النظام الدائم: $U_R+U_b=E \;\Rightarrow\; E=10+2=12V$

$U_b=r.I_0 \;\Rightarrow\; r=20\,\Omega$

من الرسم: $\tau=10\ ms$ (طريقة المماس).

$$\tau=\frac{L}{R+r} \;\Rightarrow\; L=\tau(R+r)=1{,}2\ H$$

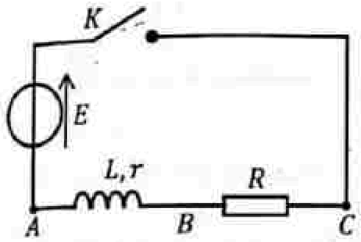
و/ حساب الطاقة المخزنة في الوشيعة:

$$E(L)=\frac{1}{2}.L.I_0^2=6\times10^{-3}\ J$$

التمرين 32:

دارة كهربائية تحتوي على التسلسل مولدا مثاليا قوته المحركة الكهربائية $E=6.0V$ و وشيعة ذاتيتها L ومقاومتها $r=20\,\Omega$ وناقلا أوميا مقاومته $R=180\,\Omega$ وقاطعة K. (الشكل).

نغلق القاطعة عند اللحظة $t=0$. و باستعمال لاقط للتوتر الكهربائي، موصل بجهاز $ExAO$، حصلنا على المنحنيين (1) و (2) (الشكلان)



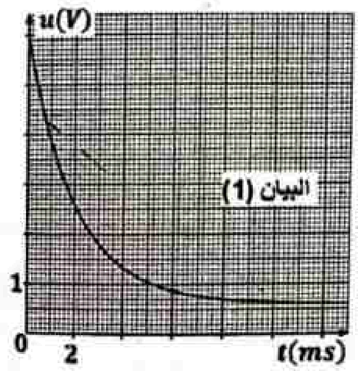
1) أعط عبارة التوتر الكهربائي $u_{BA}(t)$ بدلالة $i(t)$.

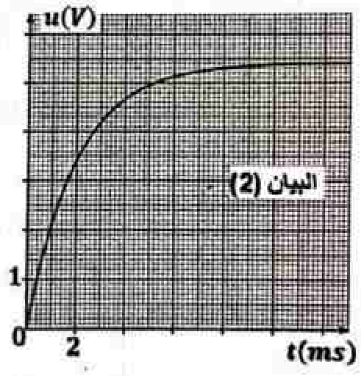
2) اكتب عبارة $u_{CB}(t)$ بدلالة $i(t)$.

3) ارفق كل منحنى بالتوتر الكهربائي الموافق u_{BA} و u_{CB} مع التعليل.

4) جد عبارة شدة التيار الكهربائي (I_0) المار في الدارة في النظام الدائم واحسب قيمتها وتأكد منها بيانيا.

5) جد ثابت الزمن τ واستنتج قيمة ذاتية الوشيعة.





تم اختراع وحدة زمنية جديدة اسمها
"راني نايض"
قيمتها تتراوح بين 2 و 3 ساعات

Scanned by CamScanner

تصحيح التمرين 32:

1) عبارة التوتر U_{BA} بدلالة i:

$$U_{BA}(t) = L.\frac{di}{dt} + r.i(t)$$

2) عبارة U_{CB} بدلالة i:

$$U_{CB}(t) = U_R(t) = R.i(t)$$

3) إرفاق كل منحنى بالتوتر الكهربائي الموافق U_{BA} أو U_{CB} مع التعليل.
عند $t = 0$ تكون شدة التيار الكهربائي معدومة $(i(0) = 0)$ وبالتالي فإن:
$U_{CB}(0) = U_R(0) = R \times 0 = 0$ وهذا مايتوافق مع البيان رقم -2-
وبالتالي البيان رقم -1- يمثل $U_{BA}(t)$

4) بتطبيق قانون جمع التوترات نكتب:

$$U_{CA}(t) = U_{BA}(t) + U_{CB}(t) \quad \Rightarrow \quad E = L.\frac{di}{dt} + r.i + R.i$$

في النظام الدائم يكون: $i(t) = I_0$ و $\frac{di}{dt} = 0$ ومنه:
$E = L \times 0 + r.I_0 + R.I_0$ إذن: $I_0 = \frac{E}{r+R}$

-تطبيق عددي: $I_0 = \frac{6,0}{180+20} = 0,03\ A$
-من المنحنى البياني $U_{CB}(t)$ نقرأ التوتر بين طرفي الناقل الأومي في النظام الدائم: $U_0 = 5,4\ V$
فيكون: $I_0 = \frac{U_0}{R} = \frac{5,4}{180} = 0,03\ A$ نلاحظ أن القيمتين متساويتين.

5) تحديد ثابت الزمن: (تقبل طرق اخرى).
لكي نجد قيمة ثابت الزمن $U_{CB}(\tau) = 0,63.U_{CB_{max}} = 0,63 \times 5,4 = 3,4\ V$

بإسقاط هذه القيمة في البيان -2- على محور الأزمنة نجد $\tau = 2ms$

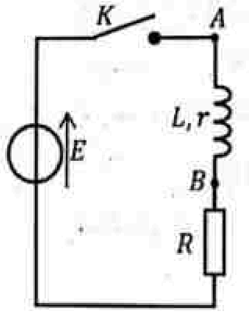
- استنتاج ذاتية الوشيعة:

يعطى ثابت الزمن بالعلاقة:

$$\tau = \frac{L}{R_{total}} = \frac{L}{R+r} \quad \Rightarrow \quad L = \tau(R+r)$$

$$L = 2 \times 10^{-3} \times (180 + 20,0) = 400 \times 10^{-3} = 0,4\ H$$

التمرين 33:



حققنا الدارة الكهربائية المتكونة من العناصر الكهربائية التالية:
مولد توتر كهربائي ثابت E، وشيعة ذاتيتها L ومقاومتها $r = 10\ \Omega$، ناقل أومي مقاومته $R = 50\Omega$ وقاطعة K، موصولة على التسلسل (الشكل).
نغلق القاطعة K عند اللحظة $t = 0$.

1) أ/ أعد رسم الدارة الكهربائية وحدد جهة التيار الكهربائي مع التعليل.
ب/ أعط عبارة شدة التيار الكهربائي I_0 في النظام الدائم.

2) لمشاهدة التوتر الكهربائي بين طرفي الناقل الأومي $u_R = u_{BC}$ على شاشة راسم اهتزاز مهبطي ذي ذاكرة.

أ/ بين كيفية توصيل براسم الاهتزاز المهبطي لمشاهدة تطور $u_{BC}(t)$ مثله كيفيا بدلالة الزمن وما هو المقدار الفيزيائي الذي يماثله في التطور؟

ب/ جد المعادلة التفاضلية لتطور شدة التيار $i(t)$ المار في الدارة.

Scanned by CamScanner

ج/ إن حل المعادلة التفاضلية السابقة هو : $i(t) = 0.2(1 - e^{-50t})$ حيث الزمن بالثانية (s) وشدة التيار بالأمبير (A). استنتج قيمة كل من E، τ (ثابت الزمن) و L.

د/ اكتب العبارة اللحظية للطاقة المخزنة في الوشيعة واحسب قيمتها في اللحظة $t = \tau$.

تصحيح التمرين 33:

1) أ/ عند غلق القاطعة K :

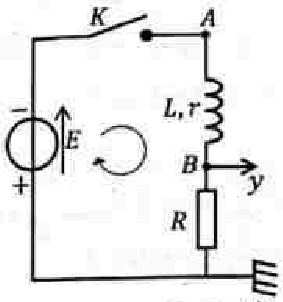
يمر التيار من $(+)$ نحو $(-)$ خارج المولد.

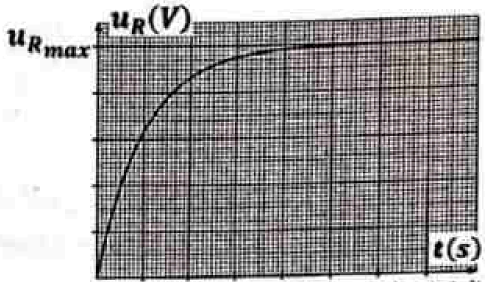
ب/ في النظام الدائم:

$$I_0 = Cte = \frac{E}{R + r}$$

2) أ/ ربط الجهاز كما في الشكل:

- المنحنى $U_{BC} = f(t)$ المشاهد:





- المقدار الفيزيائي الذي يماثل $U_{BC}(t)$ في التطور هو شدة التيار المار في الدارة:

$$U_{BC} = Ri \quad \Rightarrow \quad i = \frac{U_{BC}}{R}$$

ب/ بتطبيق قانون جمع التوترات في الدارة: $U_{AB} + U_{BC} = E$

ومنه: $L\frac{di}{dt} + ri + Ri = E$

$$\Rightarrow \quad \frac{di}{dt} + \frac{R + r}{L}.i = \frac{E}{L} \quad \Rightarrow \quad \frac{di}{dt} + \frac{i}{\tau} - \frac{I_0}{\tau} = 0$$

ج/ لدينا: $i(t) = 0,2(1 - e^{-50t})$

ومنه: $I_0 = \frac{E}{R+r} = 0,2\ A$ بالتالي: $E = I_0(R + r) = 12V$

كذلك: $\frac{1}{\tau} = 50\ s^{-1}$ بالتالي: $\tau = 0,02\ s$

حيث أن: $\tau = \frac{L}{R+r} = 0,02\ s$ فإن: $L = \tau(R + r) = 1,2\ H$

د/ عبارة الطاقة المخزنة في الوشيعة:

$$E_{(L)}(t) = \frac{1}{2}Li^2(t) \quad , \quad E_{(t)}(t) = 24 \times 10^{-3}(1 - e^{-50t})^2$$

قيمتها في اللحظة $t = \tau = 0,02\ s$:

$$E_{(L)}(\tau) = 9,5 \times 10^{-3}\ J$$

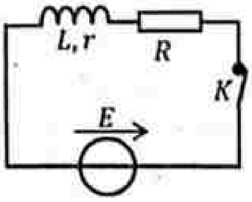
كل عمل كرهت من أجله الموت فاتركه ، ثم لا يضرك متى مت

عمر بن الخطاب رضي الله عنه

Scanned by CamScanner

التمرين 34:

بهدف معرفة ذاتية وشيعة L ومقاومتها r نحقق التركيب الموضح بالشكل (3) حيث $R = 15\ \Omega$ ومولد ثابت التوتر قوته المحركة الكهربائية E.



1) بتطبيق قانون جمع التوترات، بين أن المعادلة التفاضلية لشدة التيار تكتب بالشكل:

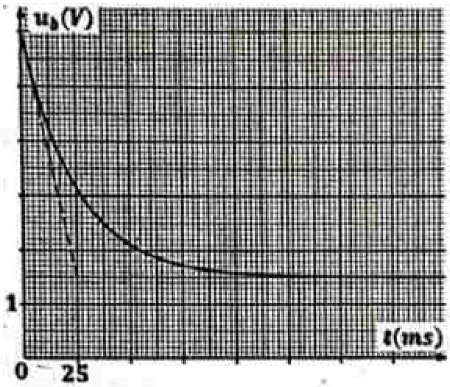
$$\frac{di(t)}{dt} + \alpha i(t) = \beta$$

حيث α، β ثابتان تحديد عبارتيهما مستعينا بالمقادير التالية: L، R، r، E.

2) تحقق أن العبارة: $i(t) = \frac{\beta}{\alpha}(1 - e^{-\alpha t})$ هي حلا للمعادلة التفاضلية.

3) بين أن عبارة التوتر بين طرفي الوشيعة تعطى بالعلاقة:

$$u_b(t) = \frac{E}{R+r}\left(r + Re^{-\frac{(R+r)}{L}t}\right)$$



4) باستعمال راسم اهتزازات ذي ذاكرة تحصلنا على البيان الممثل لتغيرات التوتر بين طرفي الوشيعة بدلالة الزمن.

أ/ أعد رسم الدارة موضحا كيفية توصيل راسم الاهتزازات لمشاهدة بيان الشكل.

ب/ بالاعتماد على البيان استنتج:

- القوة المحركة الكهربائية للمولد E.
- مقاومة الوشيعة r.
- ثابت الزمن τ للدارة.
- ذاتية الوشيعة L.

5) أ/ اكتب العبارة اللحظية للطاقة المخزنة في الوشيعة $E_{(L)}$

ب/ أوجد قيمة هذه الطاقة في النظام الدائم.

تصحيح التمرين 34:

1) إيجاد المعادلة التفاضلية: بتطبيق قانون جمع التوترات نجد:

$$U_R + U_B = E \Rightarrow L\frac{di}{dt} + (R+r)i = E \Rightarrow \frac{di}{dt} + \frac{(R+r)}{L}i = \frac{E}{L} \ldots.(1)$$

وهي من الشكل: $\frac{di}{dt} + \alpha i = \beta \ \ldots.(2)$ بالمطابقة نجد: $\alpha = \frac{R+r}{L}$ و $\beta = \frac{E}{L}$

2) التحقق من الحل:

$$i(t) = \frac{\beta}{\alpha}(1 - e^{-\alpha t}) \Rightarrow \frac{di}{dt} = \beta e^{-\alpha t}$$

$$\beta e^{-\alpha t} + \alpha\frac{\beta}{\alpha} - \alpha\frac{\beta}{\alpha}e^{-\alpha t} = \beta \Rightarrow \beta = \beta$$

ومنه العبارة السابقة حل للمعادلة التفاضلية.

3) عبارة $U_b(t)$:

$$U_b(t) = L\frac{di}{dt} + r.i = L\frac{E}{L}e^{-\frac{R+r}{L}t} + r\frac{E}{R+r} - r\frac{E}{R+r}e^{-\frac{R+r}{L}t}$$

$$U_b(t) = Ee^{-\frac{R+r}{L}t}\left(1 - \frac{r}{R+r}\right) + \frac{rE}{R+r} = \frac{R+r-r}{R+r}Ee^{-\frac{R+r}{L}t} + \frac{rE}{R+r}$$

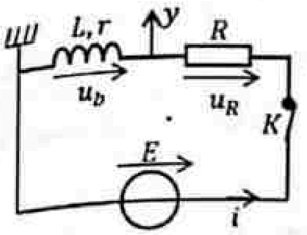
$$\Rightarrow U_b(t) = \frac{E}{r+R}\left(r + Re^{-\frac{R+r}{L}t}\right)$$

أو بالطريقة:

$$u_b(t) = E - U_R = E - RI\left(1 - e^{-\frac{R+r}{L}t}\right) = (R+r)I - RI + RIe^{-\frac{R+r}{L}t}$$

$$u_b(t) = rI + RIe^{-\frac{R+r}{L}t} = \frac{E}{R+r}\left(r + Re^{-\frac{R+r}{L}t}\right)$$

Scanned by CamScanner



4) أ/ الرسم:

ب/ من البيان نجد: القوة المحركة الكهربائية للمولد: $E = 6V$.

مقاومة الوشيعة:

$$\frac{Er}{R+r} = 1{,}5 \quad \Rightarrow \quad r = \frac{1{,}5\,R}{E-1{,}5} = \frac{1{,}5 \times 15}{6-1{,}5} = 5\Omega$$

ثابت الزمن: $\tau = 25\ ms$

الذاتية: $L = \tau(R+r) = 0{,}025 \times 20 = 0{,}5\ H$

5) أ/ عبارة الطاقة اللحظية:

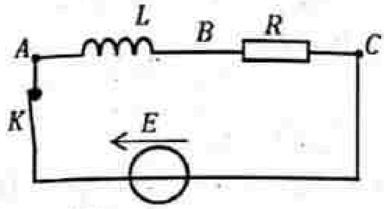
$$E_{(L)} = \frac{1}{2}L.i^2 = \frac{1}{2}L\left(\frac{E}{R+r}\right)^2\left(1-e^{-\frac{R+r}{L}t}\right)^2$$

يقبل الجواب: $E_l = \frac{Li^2}{2}$

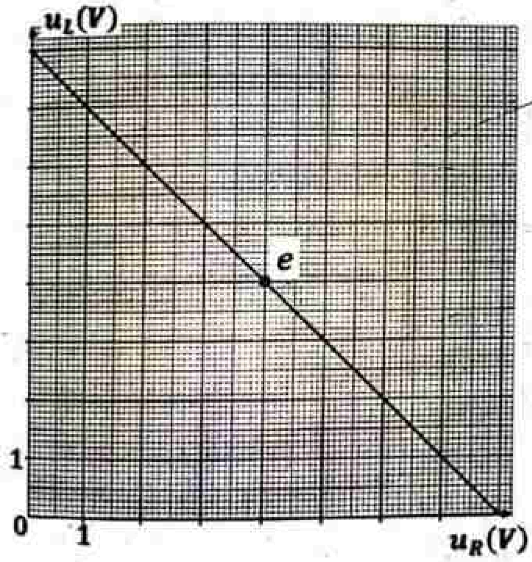
6) قيمة الطاقة في النظام الدائم:

$$E_{(L)} = \frac{1}{2}L.I_0^2 = \frac{1}{2}L\left(\frac{E}{R+r}\right)^2 = \frac{1}{2}\times 0{,}5\left(\frac{6}{15+5}\right)^2 = 2{,}25 \times 10^{-2}\ J$$

التمرين 35:



نعتبر 5τ المدة اللازمة لكي يصبح الطاقة المخزنة في الوشيعة أعظمية.
نربط على التسلسل العناصر الكهربائية التالية، مولد ذي توتر ثابت E و وشيعة ذاتيتها L وناقل أومي مقاومته R، في اللحظة $(t=0)$ نغلق القاطعة وبعد مرور $17{,}5\ mS$ تصبح الطاقة المخزنة في الوشيعة أعظمية، المطلوب:



1) بتطبيق قانون جمع التوترات أوجد المعادلة التفاضلية الخاصة بالتيار.

2) أثبت أن $i(t) = \frac{E}{R}\left(1-e^{-\frac{R}{L}t}\right)$ يعتبر حلا للمعادلة التفاضلية السابقة.

3) البيان الموضح في الوثيقة (1) يمثل تغيرات التوتر بين طرفي الناقل الأومي أي $U_L = f(U_R)$.

أ/ أوجد معادلة البيان.

ب/ استنتج قيمة توتر المولد E.

ج/ قيمة التيار عند اللحظة t_e الموافق للنقطة e الموجودة على البيان الموضح في الوثيقة تساوي $25mA$.
أوجد قيمة مقاومة الناقل الأومي.

د/ أوجد قيمة ثابت الزمن ثم استنتج قيمة ذاتية الوشيعة.

4) أوجد اللحظة التي تكون فيها الطاقة المخزنة في الوشيعة تساوي نصف قيمتها الأعظمية.

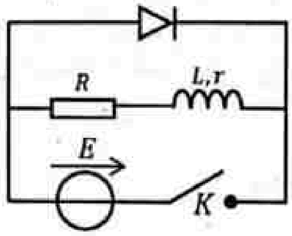
قد يرى البعض أن التسامح انكسار،
وأن الصمت هزيمة ، لكنهم لا يعرفون أن التسامح يحتاج قوة أكبر من الانتقام ، وأن الصمت أقوى من أي كلام

احمد الشقيري

Scanned by CamScanner

التمرين 36:

نحقق الدارة الموضحة في الشكل التالي، المكونة من:



- مولد ذو توتر ثابت E.
- وشيعة ذاتيتها L ومقاومتها الداخلية $r = 20\ \Omega$.
- ناقل أومي مقاومته R.
- قاطعة K.
- صمام ثنائي D .

1) ما الهدف من وجود الصمام الثنائي؟
2) نغلق القاطعة في اللحظة $t = 0$:

أ/ اكتب المعادلة التفاضلية بدلالة U_b حيث $U_b(t)$ هو التوتر بين طرفي الوشيعة

ب/ إذا علمت أن المعادلة التفاضلية السابقة تقبل حلا من الشكل $U_b(t) = \alpha e^{-t/\tau} + \beta$ حيث α ، β و τ يطلب إعطاء عبارة كل منهم

ج/ استنتج عبارة التوتر بين طرفي المقاومة $U_R(t)$ ثم عبارة شدة التيار المار في الدارة $i(t)$.

د/ اكتب العبارة اللحظية للطاقة المخزنة في الوشيعة وبرهن أن الزمن اللازم لتخزين نصف الطاقة العظمى هو:

$$t_{1/2} = \tau . ln\left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1}\right)$$

3) نفتح القاطعة في اللحظة التي نعتبرها مبدأ الأزمنة من جديد.

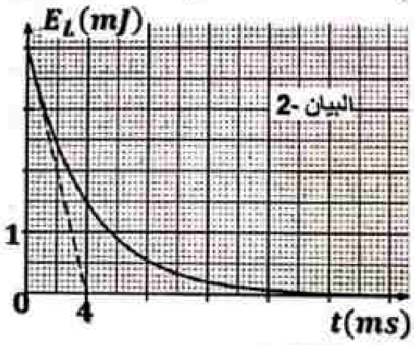
الدراسة التجريبية لطاقة الوشيعة أعطت البيانين

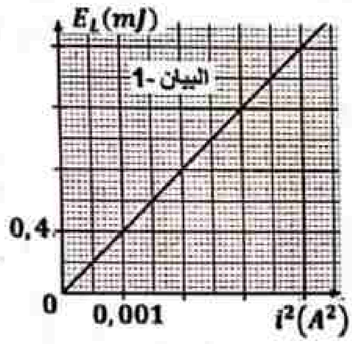
أ/ أوجد المعادلة التفاضلية للدارة بدلالة الطاقة المخزنة في الوشيعة $E_L(t)$.

ب/ بالاعتماد على البيانين أوجد كل من:

- ❖ ذاتية الوشيعة L.
- ❖ شدة التيار الأعظمي I_0.
- ❖ ثابت الزمن τ.
- ❖ مقاومة الناقل الأومي R.
- ❖ توتر المولد E.

4) برهن أن المماس عند اللحظة $t = 0$ للبيان $E_L(t)$ يقطع محور الأزمنة في اللحظة $t = \frac{\tau}{2}$.





لو أن قلوبنا طهرت ما شبعنا من كلام ربنا،
واني لأكره أن يأتي عليَّ يوم لا أنظر في المصحف
عثمان بن عفان رضي الله عنه

Scanned by CamScanner

تصحيح التمرين 36:

1) الهدف من وجود الصمام الثنائي:
- السماح بمرور التيار الكهربائي في جهة واحدة فقط.
- حماية أجهزة الدارة من التلف وتفادي حدوث شرارة كهربائية عند فتح القاطعة.

2) أ/ المعادلة التفاضلية بدلالة u_b:

لدينا: $u_b + u_R = E$ بالاشتقاق: $\frac{du_b}{dt} + \frac{du_R}{dt} = 0$ منه : $\frac{du_b}{dt} + R.\frac{di}{dt} = 0$

و نعلم أن : $u_b = L.\frac{di}{dt} + r.i$ منه : $\frac{di}{dt} = \frac{u_b - ri}{L}$

$$\frac{du_b}{dt} + \frac{R}{L}u_b - \frac{R}{L}ri \qquad / \quad i = \frac{u_R}{R}$$

بالتعويض نجد : $u_R = E - u_b$ / $\frac{du_b}{dt} + \frac{R}{L}u_b - \frac{r}{L}u_R$

منه تصبح : $\frac{du_b}{dt} + \frac{R}{L}u_b - \frac{r}{L}E + \frac{r}{L}u_b = 0$

أي : $\frac{du_b(t)}{dt} + \frac{(R+r)}{L}u_b(t) - \frac{r}{L}E = 0$

ب/ إيجاد α ، β و τ : لدينا : $\frac{du_b}{dt} = -\frac{\alpha}{\tau}e^{-t/\tau}$

بالتعويض في المعادلة التفاضلية نجد:

$$-\frac{\alpha}{\tau}e^{-t/\tau} + \frac{R+r}{L}(\alpha e^{-t/\tau} + A) - \frac{rE}{L} = 0$$

$$\alpha e^{-t/\tau}\underbrace{\left(-\frac{1}{\tau} + \frac{R+r}{L}\right)}_{=0} + \underbrace{\frac{R+r}{L}\beta - \frac{rE}{L}}_{=0} = 0$$

معناه : $\frac{1}{\tau} = \frac{R+r}{L}$ أي : $\tau = \frac{L}{R+r}$

$\frac{R+r}{L}\beta = \frac{rE}{L}$ أي : $\beta = \frac{rE}{R+r}$

- لكن : $E = I_0(R+r)$ منه : $\beta = r.I_0$

عندما $t = 0$ يكون: $u_b = \alpha + \beta$ أي : $E = \alpha + \beta$

$$\alpha = E - r.I_0 = I_0(R + r - r) \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{\alpha = I_0.R}$$

تصبح المعادلة: $u_b(t) = I_0.Re^{-t/\tau} + r.I_0$

ج/ استنتاج $u_b(t)$ و $i(t)$:

لدينا : $u_R(t) = E - u_b(t)$

$$u_R(t) = E - I_0.Re^{-t/\tau} - r.I_0 = (R+r)I_0 - I_0(R.e^{-t/\tau} + r)$$

منه : $u_R(t) = I_0.R(1 - e^{-t/\tau})$

لدينا : $u_R(t) = R.i(t) \quad \Rightarrow \quad i(t) = \frac{u_R(t)}{R}$

$$i(t) = \frac{I_0.R(1 - e^{-t/\tau})}{R} \quad \rightarrow \quad i(t) = I_0(1 - e^{-t/\tau})$$

Scanned by CamScanner

د/ العبارة اللحظية للطاقة المخزنة: $E_L(t) = \frac{1}{2}L.(i(t))^2$

- إثبات العلاقة: لدينا: $i(t) = I_0(1 - e^{-t/\tau})$

عند $t_{1/2}$: $E_L(t) = \frac{E_{L_{max}}}{2}$ / $E_L(t) = E_{L_{max}}(1 - e^{-t/\tau})^2$

$$\frac{\cancel{E_{L_{max}}}}{2} = \cancel{E_{L_{max}}}(1 - e^{-t_{1/2}/\tau})^2 \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} = 1 - e^{-t_{1/2}/\tau} \Rightarrow e^{-t_{1/2}/\tau} = \frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}}$$

$$\frac{-t_{1/2}}{\tau} = \ln\left(\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}}\right) \Rightarrow t_{1/2} = -\tau.\ln\left(\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}}\right) \Rightarrow t_{1/2} = \tau.\ln\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1}$$

3) أ/ إيجاد المعادلة التفاضلية للدارة بدلالة الطاقة المخزنة في الوشيعة $E_L(t)$:

عند فتح القاطعة، لدينا: $u_R + u_b = 0$

$$R.i + r.i + L.\frac{di}{dt} = 0$$

نضرب في $\frac{1}{2}L.i$: $\frac{1}{2}L(R+r).i^2 + \frac{1}{2}L.L\,i.\frac{di}{dt} = 0$

ونعلم أن: $E_L(t) = \frac{1}{2}L.i^2(t)$

$$\frac{dE_L}{dt} = L.\frac{di}{dt}.i(t)$$

منه نجد: $E_L(t)(R+r) + \frac{1}{2}L\frac{dE_L}{dt} = 0$

منه: $\frac{dE_L}{dt} + \frac{2(R+r)}{L}E_L(t) = 0$

معناه المعادلة هي: $\frac{dE_L}{dt} + \frac{2}{\tau}E_L(t) = 0$

ب/ العبارة اللحظية للطاقة المخزنة في الوشيعة:

$$E_L = \frac{1}{2}L.i^2 = \frac{1}{2}L(I_0.e^{-t/\tau})^2 = \frac{1}{2}L.I_0^2e^{-2t/\tau} = E_{L_{max}}.e^{-2t/\tau}$$

ج/ نبرهن أن المماس عند اللحظة $t = 0$ للبيان $E_L(t)$ يقطع محور الأزمنة في اللحظة $t = \frac{\tau}{2}$:

لدينا: معادلة المماس عند $t = 0$ هي:

$$y = \left(\frac{dE_L}{dt}\right)_{t=0} \times t + E_L(0) \ldots\ldots (1)$$

نعلم أن: $\begin{cases} E_L(t) = E_{L_{max}}.e^{-2t/\tau} \\ \frac{dE_L}{dt} = -\frac{2}{\tau}.E_{L_{max}}.e^{-2t/\tau} \end{cases}$

عند $t = 0$: $\begin{cases} E_L(0) = E_{L_{max}} \\ \left(\frac{dE_L}{dt}\right)_{t=0} = -\frac{2}{\tau}.E_{L_{max}} \end{cases}$

بالتعويض في معادلة المماس نجد: $y = -\frac{2}{\tau}E_{L_{max}}.t + E_{L_{max}}$

عندما يقطع المماس محور الأزمنة معناه:

$$0 = -\frac{2}{\tau}E_{L_{max}}.t + E_{L_{max}}$$

$$\frac{2}{\tau}\cancel{E_{L_{max}}}.t = \cancel{E_{L_{max}}} \Rightarrow t = \frac{\tau}{2}$$

Scanned by CamScanner

شنايت

د/ اعتمادا على البيانين:

- **ذاتية الوشيعة:**

لدينا : $E_L(t) = \frac{1}{2}L.i^2(t)$

وبالمطابقة مع معادلة البيان (1): $E_L = 0{,}4\, i^2$

نجد: $\frac{1}{2}L = 0{,}4$ منه: $L = 0{,}8\, H$

- **شدة التيار الأعظمي I_0:**

نعلم أن: $E_{L_{max}} = \frac{1}{2}L.I_0^2$ ، ومن البيان (2) نجد: $E_{L_{max}} = 4 \times 10^{-3} J$

$$I_0 = \sqrt{\frac{2E_{L_{max}}}{L}} = 0{,}1A$$

- **ثابت الزمن τ:**

من البيان (2) نجد: $\tau = 4 \times 10^{-3} \times 2 = 8 \times 10^{-3} s$

- **مقاومة الناقل الأومي R:**

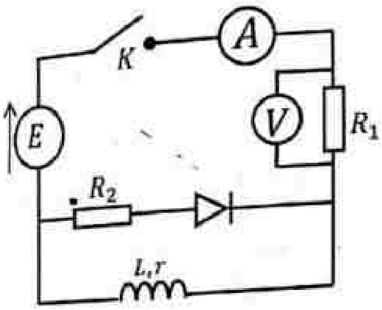
لدينا : $\tau = \frac{L}{R+r}$ منه : $R = \frac{L}{\tau} - r$

$R = 80\, \Omega$

- **توتر المولد:** لدينا: $E = (R+r)I_0 = 100 \times 0{,}1 = 10V$

التمرين 37:

نركب الدارة الموضحة في الشكل التالي: $(E = 12V)$



1) نغلق القاطعة و بعد مدة تستقر إشارة مقياس الفولط متر على القيمة $10V$ وتستقر إشارة مقياس الأمبيرمتر على القيمة $0{,}1A$.وبطريقة خاصة حسبنا الطاقة المخزنة في الوشيعة آنذاك فكانت $0{,}1\, mJ$

أ/ أكتب المعادلة التفاضلية للدارة بدلالة U_b التوتر الكهربائي بين طرفي الوشيعة .

ب/ يعطى حل المعادلة السابقة من الشكل $U_b = A + Be^{-mt}$ أوجد عبارة كل من A و B و m .

ج/ أوجد قيم كل من L, r, R_1

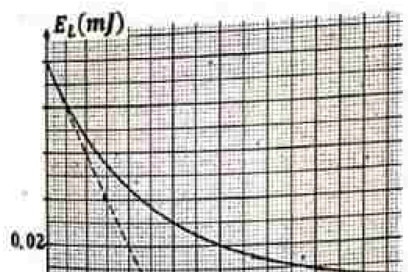
د/ أحسب ثابت الزمن τ_1 ، وأثبت أنه متجانس مع الزمن.

2) نفتح القاطعة عند لحظة نعتبرها $t = 0$

أ/ أكتب المعادلة التفاضلية بدلالة U_{R_2} .

ب/ يعطى حل المعادلة التفاضلية بالشكل: $U_{R_2} = A.e^{-t/\tau_2}$ عبر عن A, τ_2 بدلالة مميزات الدارة

ج/ استنتج عبارة التيار $i(t)$ المار في الدارة.



3) يعطى لك البيان التالي:

أ/أكتب عبارة الطاقة المغناطيسية المخزنة E_l في الوشيعة بدلالة: I_0, τ_2, t, L .. و برهن ان $t = -\tau.Ln\left(\frac{1}{I_0}\sqrt{\frac{2E_l}{L}}\right)$

ب/ أثبت أن المماس للبيان عند $t = 0$ يقطع محور الأزمنة عند اللحظة $t = \frac{\tau_2}{2}$

4) باستغلال البيان أوجد:

أ/ قيمة R_2 .

ب/ قيمة U_b عند اللحظة $t = 0$.

شدة التيار عند اللحظة $t = 0{,}4\, ms$.

Scanned by CamScanner

ISBN : 978-9947-0-4977-8

9 789947 049778

دار الفردوس
طباعة، نشر وتوزيع

حي علي عمران قطعة رقم 01 برج الكيفان
الهاتف : 0554 780 511 / 0559 796 961
العنوان الإلكتروني : darelferdous@gmail.com

السعر : 1000 دج

إتصل لتطلب نسختك :
0550 68 69 07
chenaitaz@gmail.com

Scanned by CamScanner