

Vorbereitung zur Aufgabe K5

Berechnen Sie den hier verwendeten Parameter und notieren Sie diesen:

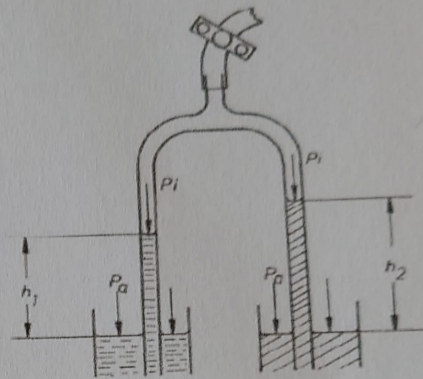
$$a_5 = |b_4 - b_1|.$$

Ersetzen Sie in der Aufgabe den Parameter a_5 mit dem soeben bestimmten Wert. Rechnen Sie im Folgenden mit der Erdbeschleunigung $g = 9.81 \frac{m}{s^2}$ und geben Sie — sofern sinnvoll — alle Rechenergebnisse auf zwei Nachkommastellen genau an.

[K5] Hydrostatik und Hydrodynamik

(3 + 2 + 2 = 7 Punkte)

(a) Die beiden Schenkel eines U-Rohrs sind in zwei Flüssigkeiten der Dichten ρ_1 und ρ_2 getaucht. Durch den oben angeschlossenen Schlauch saugt man etwas Luft aus dem U-Rohr und sperrt den Hahn ab, so dass sich schließlich nebenstehendes Bild ergibt. Mit Hilfe dieser Anordnung soll durch Verwenden einer bekannten Referenzlösung mit Dichte ρ_1 (linker Behälter) die unbekannte Dichte ρ_2 einer Kochsalzlösung (rechter Behälter) bestimmt werden.



- i. Per Lineal werden je vier mal die Steighöhen h_1 und h_2 gemessen (dazu wird immer wieder der Hahn geöffnet und neu angesaugt). Man erhält folgende Messwerte:

	Messung 1	Messung 2	Messung 3	Messung 4
h_1 in cm	36.5	32.3	35.3	42.3
h_2 in cm	32.2	28.6	31.0	37.4

Stellen Sie eine Druckbilanz für beide Schenkel auf und bestimmen Sie daraus mit Hilfe der Tabelle die mittlere Dichte $\bar{\rho}_2$ der Kochsalzlösung in $\frac{g}{cm^3}$, wenn als Referenzflüssigkeit Wasser benutzt wird. Der Luftdruck im Labor p_a beträgt 1007 hPa, der Innendruck $p_i > 0$ ist unbekannt. (2 Punkte)

- ii. Bei genauerer Betrachtung finden wir trotz mehrfacher Wiederholung der Messreihe eine geringere Dichte als in der Literatur angegeben. Messungen mit Quecksilber liefern dagegen eine höhere Dichte als der Literaturwert. Welcher systematische Fehler steckt folglich in dieser Anordnung, und wie könnte man ihn korrigieren? (1 Punkt)

(b) Eine kugelförmige Unterwasserforschungsstation mit Außendurchmesser $D = 6$ m soll mit einem Seil am Meeresboden (Dichte $\rho = 1.03 \frac{kg}{L}$) verankert werden. Voll besetzt hat die Forschungstauchglocke eine Masse von $m = (90 + 5 a_5) t$.

- i. Welche Zugkraft in kN wirkt an dem Seil? (1 Punkt)
- ii. Bestimmen Sie die Beschleunigung, die die Kugel besäße, wenn das Seil reißen würde. (1 Punkt)

(c) Ein Bewässerungsrohr im Obstbau von 80 m Länge soll pro Sekunde 1 L Wasser (Viskosität $\eta = 1$ mPas) aus einem $(3 + a_5)$ m höher gelegenen Reservoir zur weiteren Verteilung liefern. Berechnen Sie den dafür benötigten Rohrdurchmesser in cm und überprüfen Sie, ob die Strömung laminar oder turbulent ist.

K5 Hydrostatik und Hydrodynamik

a) Prinzip: Kommunizierende Röhren

(i)

① Flüssigkeitsstand in verbundenen Gefäßen bei ruhender homogener Flüssigkeit aufgrund des gleichen hydrostatischen Drucks gleich hoch

② p_i und p_a auf beiden Seiten gleich hoch
 $\Rightarrow p_{ges}$ auf beiden Seiten gleich

$$p_{ges} = p_i + \rho_1 g h_1 = p_i + \rho_2 g h_2$$

$$\Leftrightarrow \rho_1 \frac{h_1}{h_2} = \rho_2$$

③ von h_1 Mittelwerte berechnen

$$\bar{h}_1 = 36,6 \text{ cm} \quad \bar{h}_2 = 32,3 \text{ cm}$$

④ ρ_2 berechnen: $\rho_1 = \text{Wasser} = 1 \text{ g/cm}^3$

$$\rho_1 \cdot \frac{\bar{h}_1}{\bar{h}_2} = \rho_2 = 1 \text{ g/cm}^3 \cdot \frac{36,6 \text{ cm}}{32,3 \text{ cm}}$$

$$\rho_2 = 1,13 \text{ g/cm}^3$$

(ii) ~~⇒~~ Systematischer Fehler: Messung per Lineal zu ungenau

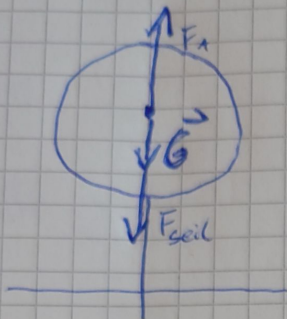
Korrektur durch: Messung mit genauere Lineal wiederholen, evtl. mit Computer wiederholen

b) $a_5 = 3$

$m = 105 t$

$\rho_{\text{Mw}} = 1,03 \frac{\text{kg}}{\text{L}} = 1030 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$

$D = 6 \text{ m} \quad r = \frac{D}{2} = 3 \text{ m}$



$F_{\text{res}} = F_A - G - F_{\text{seil}} = 0$

$\Leftrightarrow F_{\text{seil}} = F_A - G$

$\Leftrightarrow F_{\text{seil}} = \rho_{\text{Mw}} \cdot g \cdot V - mg$

(i) ① An Seil wirkt Zugkraft (nach Aufgabe) also muss Seil die Kugel unten halten

② Resultierende muss 0 sein, da Kugel sich nicht bewegt, Formel nach F_{seil} umstellen

③ V berechnen: $V = \frac{4}{3} \pi r^3 = \frac{4}{3} \pi \cdot (3 \text{ m})^3 = 113,1 \text{ m}^3$

④ Einsetzen: ~~$F_{\text{seil}} = 1030 \text{ kg/m}^3$~~

$F_{\text{seil}} = 1030 \text{ kg/m}^3 \cdot 113,1 \text{ m}^3 \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 - 105 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot 9,81 \text{ m/s}^2$

~~$= 117,78 \text{ kN} - 1030,05 \text{ kN}$~~

$= 1,141,78 \text{ kN} - 1030,05 \text{ kN}$

$= 111,73 \text{ kN}$

(ii) ① Seil reißt, es wirkt Beschleunigung nach oben. 2 Sichtweisen

① Mitbewohner der Tauchglocke erleben Trägheitskraft

② Außenstehende sehen keine Trägheitskraft

① Prinzip von d'Alembert

Nach Newton II

$\sum F_A = \sum F_G + \sum F_T$

$F_{\text{res}} = ma = F_A - G$

$F_A = F_G + F_T$

$\Leftrightarrow a = \frac{F_A - G}{m}$

$F_A = F_G + ma$

$a = 1,06 \text{ m/s}^2$

$\frac{F_A - F_G}{m} = a$

$1,14178 \text{ kN} - 1030,05 \text{ kN}$

$= 1,06 \text{ m/s}^2$

$Q) \quad \rho = 800 \text{ kg/m}^3 \quad \dot{V} = 1 \text{ l/s} = 0,001 \text{ m}^3/\text{s}$
 $\eta = 1 \text{ mPas} = \frac{1000 \text{ Pas}}{10^{-3} \text{ Pas}} \quad \Delta h = 6 \text{ m}$

Zu berechnen: Rohrdurchmesser in cm

① \dot{V} ist an jeder Stelle gleich, allerdings A und v unbekannt

② v kann über Energieerhaltung berechnet werden, da es von oben nach unten fließt

$$E_{\text{Lage}} = E_{\text{kin}} \quad (\Rightarrow) \quad \rho g h = \frac{1}{2} \rho v^2$$

$$(\Rightarrow) \quad v = \sqrt{2 \cdot g \cdot h} = \sqrt{2 \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 \cdot 6 \text{ m}}$$

$$v = 10,84 \text{ m/s}$$

③ mit v kann jetzt \dot{V} berechnet werden

$$\dot{V} = A \cdot v = \pi \cdot r^2 \cdot v$$

$$r = \sqrt{\frac{\dot{V}}{\pi \cdot v}} = \sqrt{\frac{0,001 \text{ m}^3/\text{s}}{\pi \cdot 10,84 \text{ m/s}}}$$

$$r = 0,00541 \text{ m} = \underline{\underline{0,54 \text{ cm}}} \quad d = \underline{\underline{1,08 \text{ cm}}}$$

Zu berechnen: turbulent oder laminar?

$$Re = \frac{\rho \cdot v \cdot d}{\eta} = \frac{800 \cdot 10,84 \text{ m/s} \cdot 0,0108 \text{ m}}{10^{-3} \text{ Pas}}$$

$$= 117.072 > 3000$$

→ Strömung ist turbulent