

Ortvay 1970

1. Egy kb. $0,2\text{mm}$ átmérőjű wolfram huzalon egyenáramot folytatunk keresztül vákuumban úgy, hogy a huzal 2800K körüli hőmérsékleten izzik. A huzal átmérője a huzal hossza mentén változik, az átmérőhöz képest kis mértékben. Ezen átmérőingadozások hőmérséklet-ingadozásokat hoznak létre a drótban. Hogyan függ az átmérőingadozások "hullámhosszától" a felmelegedés?

(II. évfolyam)

2. Két töltött tömegpont (e_1, m_1, e_2, m_2) mozog homogén mágneses térben. Adjuk meg a feltételét annak, hogy a mozgásegyenletük két független egyenletre szeparálható legyen a tömegközépponti és relatív koordináták szerint!

(II. évfolyam)

3. Egy tökéletesen rugalmas labda pattog egy olyan liftben, melynek gyorsulása lassan növekszik. Hogyan változik a liftben a labda felpattanási magassága?

(II. évfolyam)

4. Egy repülőgép pályamenti sebessége állandó. Milyen görbén kell repülnie, hogy az általa kibocsájtott hang egy pontba egyszerre érkezzék? (hangrobbanás)

(II. évfolyam)

5. Hogyan mozog egy elektron egymásra merőleges homogén elektromos és mágneses térben?

(II. évfolyam)

6. Egy lineáris oszcillátorra $F(t) = F_0 e^{-\frac{|t|}{\tau}}$ erő hat. Mekkora az oszcillátor által felvett energia az erőhatás ideje alatt, ha

a./ $t = -\infty$ -ben az oszcillátor nyugalomban volt

b./ $t = -\infty$ -ben az oszcillátor E energiával rezgéseket végzett?

(II. évfolyam)

7. Feltéve, hogy a Föld és a Nap abszolút fekete test, becsüljük meg a Nap felületi hőmérsékletét!

(II. évfolyam)

8. Alkalmazzunk a

$$H = \frac{p^2}{2m} + \frac{1}{2}m\omega^2 x^2 + \alpha x^3$$

anharmonikus Hamilton függvényre olyan kanonikus transzformációt, hogy az új Hamilton függvény a harmonikus oszcillátorétól csak negyed és annál magasabb rendben térjen el!

(III. évfolyam)

9. Mutassuk meg kvalitatíve, hogy mágneses térben levő plazma elektromos vezető képessége a mágneses tér irányában nagyobb, mint rá merőleges irányban!

(III. évfolyam)

10. Hogyan hajlik el a fény a Nap gravitációs terében, ha a Newton axiómákon kívül feltételezzük az ekvivalencia elvet a következő pontatlan megfogalmazásban: a gravitációs tér ekvivalens egy megfelelő gyorsuló koordináta-rendszerrel?

(III. évfolyam)

11. Egy levegőben levő vezetők hosszirányú inhomogenitás van. Két, azonos hőmérsékleten levő végpontja közé nanovoltmétert kapcsolunk. Egy $2a$ hosszúságú kályhát, melynek belseje $5C^\circ$ -kal melegebb a környezeténél, nagyon lassan húzunk végig a dróton. Milyen hullámhosszúságú inhomogenitásokat lehet így kimutatni?

(III.,IV. évfolyam)

12. Írjuk le a Fresnel zónalemeznek, mint optikai leképező eszköznek a tulajdonságait, különös tekintettel a leképezés korlátaira!

(III. évfolyam)

13. Mutassuk meg, hogy az olyan anyag fajlagos belső energiája, melynek egyik állapotegyenlete $p = T \cdot f(v)$ alakú, független a térfogattól, csak a hőmérséklettől függ! (p a nyomás, v a fajtérfogat, T az abszolút hőmérséklet.)

(III. évfolyam)

14. Egy alkáli fémet úgy modellezünk, hogy az ionoknak határozott sugarat tulajdonítunk (merev gömb modell). Ez az anyag fázisátalakuláson megy keresztül, melynek során tércentrált köbösből lapcentrálalt köbös rácsba megy át. Feltéve, hogy mind a két struktúrában az atomok a lehető legszorosabban helyezkednek el, adjuk meg a relatív térfogatváltozást, és írjuk le a fázisátalakulást, mint homogén deformációt!

(III. évfolyam)

15. Szupravezető anyagra érvényesek a

$$c\lambda \cdot \text{rot } \mathbf{j} = -\mathbf{B} \quad \text{és} \quad \lambda \frac{\partial \mathbf{j}}{\partial t} = \mathbf{E}$$

London egyenletek, ahol λ egy állandó, ezen kívül érvényesek még a Maxwell egyenletek ($\epsilon = 1$ és $\mu = 1$). Tekintsünk egy R sugarú, homogén, egyenes szupravezető drótot, melyen I áram folyik. Számoljuk ki \mathbf{B} -t a dróton kívül és belül, és \mathbf{j} -t a dróton belül!

(IV. évfolyam)

16. Mutassuk meg, hogy fémeknél az állandó elektronszám mellett mért elektronfajhő, és az állandó kémiai potenciál mellett mért elektronfajhő nem különbözik lényegesen egymástól! Adjunk mindkettőre mérési utasítást!

(IV. évfolyam)

17. Egy kis nyomású plazma n szabad elektront tartalmaz térfogategységenként. Mutassuk meg, hogy a dielektromos állandó ω frekvenciánál

$$\epsilon = 1 - \frac{4\pi e^2 n}{m\omega^2}$$

(IV. évfolyam)

18. Legyen S egy olyan térrész, melyben nincs töltés. Elképzelhető-e a töltések olyan elrendezése (S -en kívül), melynél egy, az S tartományba helyezett töltésnek stabil egyensúlyi helyzete van?

(IV. évfolyam)

19. Az árapálykeltő erő deformálja a Hold gömb alakját. Milyen lesz a deformált alak? (A Hold rugalmassági állandói: E Young-modulus, σ a Poisson szám.)

(IV., V. évfolyam)

20. Tömör, végtelen hosszú fémhenger $H = H_0 e^{i\omega t}$ külső mágneses térben van. H merőleges a henger tengelyére. A henger sugara R , vezetőképessége σ , $\mu = 1$. Mennyi a henger felületén az áramsűrűség?

(IV. évfolyam)

21. Diagonalizáljuk a

$$\mathbf{H} = \omega \mathbf{a}^\dagger \mathbf{a} + \epsilon (\mathbf{a}^\dagger \mathbf{b} + \mathbf{b}^\dagger \mathbf{a})$$

Hamilton operátort! (\mathbf{a} , \mathbf{b} bozonoperátorok.)

(V. évfolyam)

22. Egy bozongáz Hamilton operátora

$$\mathbf{H} = \sum_k \alpha |\mathbf{k}|^{3/2} \mathbf{a}_k^\dagger \mathbf{a}_k$$

alakú. Vizsgáljuk meg a rendszer viselkedését a fázisátalakulási pont körül, és határozzuk meg a $c_p(T)$ függvényt! (Matematikai segédeszköz: J. E. Robinson, Phys. Rev. 83 678 /1951/.)

(V. évfolyam)

23. Két elektron, mely csak Coulomb kölcsönhatással hat kölcsön, homogén mágneses térben mozog. Írjuk le a mozgást!

(V. évfolyam)

24. Derékszögű potenciálvölgyben elektron van kötve (nem relativisztikusan). Írjuk le a fotoeffektust!

(V. évfolyam)

25. Egy rendszer N darab egymástól független, szabad, 1 spinű részecskéből áll. (például N atom 1 spinnel) Mennyi ennek a rendszernek a fajhője \mathbf{B} mágneses térben?

(V. évfolyam)

26. Milyenek fényképezi a fényképezőgép azt a kockát, amely pontosan a fényképezőgép előtt repül el v sebességgel? (v a relativisztikus tartományba esik.)

(V. évfolyam)

Ortvay 1971

1. Hogyan változik meg egy töltött részecske mozgása homogén mágneses térben, ha a térerősség lassan változik?

(II. évfolyam)

2. Adjuk meg bolygómozgás esetén $r(t)$ paraméteres egyenletrendszerét! Milyen görbe ez? (r a bolygó és a Nap távolsága, t az idő)

(II. évfolyam)

3. Egy gépkocsi rugózatának sajátfrekvenciája ω_0 , csillapodási tényezője pedig μ . A gépkocsi olyan úton halad, ahol a szomszédos gödrök távolsága a következő eloszlást követi:

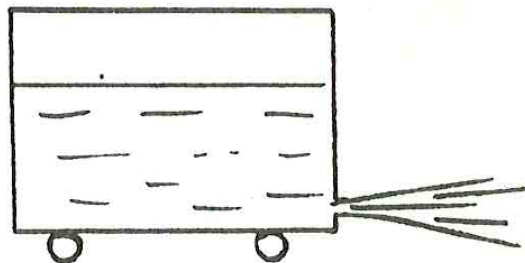
annak valószínűsége, hogy két szomszédos gödör távolsága az $(x, x+dx)$ intervallumban legyen

$$p(x)dx = \lambda^2 x \cdot e^{-\lambda x} dx.$$

Vizsgáljuk a gépkocsi mozgását, amint különböző, de állandónak tekinthető sebességgel halad végig az úton. A probléma összetettségére való tekintettel modellezzük a feladatot és használjunk egyszerűsítő feltételezéseket! Becsüljük meg, hogy a valóságos folyamatok milyen szempontból térhetnek el a modelltől!

(II. évfolyam)

4. Egy kerekeken guruló tartály maximálisan p_{\max} nyomást bír ki. A tartályban víz, és a víz felett nagynyomású levegő helyezkedik el. Az edény falán egy nyílás van, amelyen keresztül kilövellt víz mozgathatja a kocsit. Mennyi vizet kell kezdetben beletölteni, hogy a végsebesség a legnagyobb legyen?



(2. ábra)

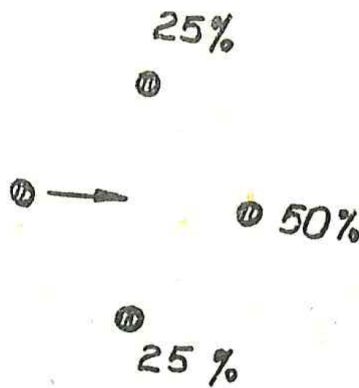
(II. évfolyam)

5. Milyen görbéket írhat le a műholdat a Föld középpontjával összekötő egyenes metszéspontja a Föld felszínén?

(II. évfolyam)

6. Tételezzük fel, hogy az erőhatás véges c sebességgel terjed. Ebben az esetben az $m\ddot{\mathbf{r}}(t) = f[\mathbf{r}(t)]$ Newton egyenlet helyett az $m\ddot{\mathbf{r}}(t) = f\left[\mathbf{r}(t) - \frac{|\mathbf{r}|}{c}\right]$ egyenlet érvényes. Mekkora Merkúr perihélium-precessziót lehet ezzel magyarázni? ($c = 3 \cdot 10^{10} \text{ cm/sec}$)
(II. évfolyam)

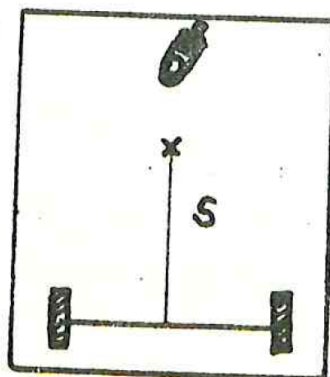
7. Egy síkbeli négyzetrácsban egy részecske bolyong. Annak a valószínűsége, hogy a következő lépést az előző irányába teszi meg 50 százalék, hogy visszalép 0. Az előző lépésre merőleges irányba lépés valószínűsége 25 – 25 százalék. Mekkora az \bar{x} (átlagos elmozdulás), és $\overline{x^2}$, N lépés után? (Az első lépést jobbra teszi meg.)



4. ábra

(II. évfolyam)

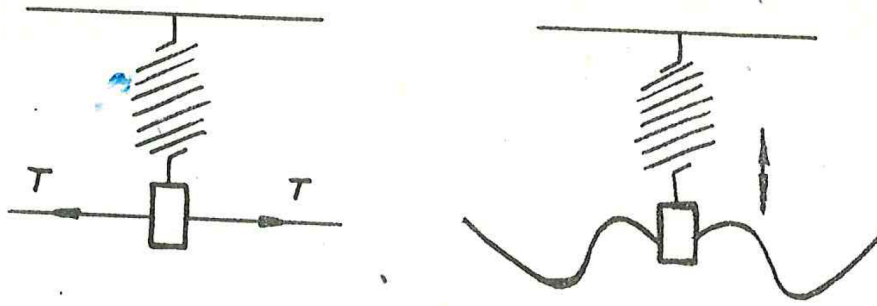
8. Egy Θ tehetetlenségi nyomatékú (súlypontra vonatkoztatva), m tömegű kétkerékű kis kocsi súlypontja s távol van a tengely felezőpontjától. A tengelyen a két kerék szabadon forog. A kocsi felbillenését a harmadik, önbeálló kerék akadályozza meg. Hogyan mozog a kocsi vízszintes talajon?



5. ábra

(III.,IV. évfolyam)

9. Egy K direkciós erejű rugón függ egy M tömeg, amelyet jobbra és balra egy-egy (hosszúságegységenként μ tömegű) igen hosszú fonál feszít T feszítő erővel. Ha az M tömeget rezgésbe hozzuk, akkor az a hozzákapcsolt fonalak miatt csillapított rezgőmozgást végez. Számoljuk ki a csillapítási állandót!



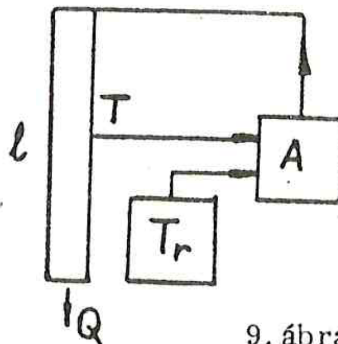
8. ábra

(III. évfolyam)

10. A feladat során lineáris szabályozó rendszerek tulajdonságait vizsgáljuk. Egy hőmérséklet-stabilizátor a következő felépítésű: egy ℓ hosszúságú, hosszegységenként C hőkapacitású, κ hővezető-képességű rúd egyik végén elhanyagolható hőkapacitású kályha van, amely nagyon jó termikus kontaktusban van a rúddal. A rúd közepén mérjük a stabilizálni kívánt T hőmérsékletet, a rúd másik végét pedig hűtjük. A hűtés első közelítésben független a rúd hőmérsékletétől és dt idő alatt Qdt hőmennyiséget szállít el. A stabilizátorhoz tartozik még egy T_r referencia-előállító és egy teljesítményerősítő, mely a kályha fűtését vezérli. A kályhára jutó fűtőteljesítményt a következő függvény írja le:

$$W = \begin{cases} W_0 & , \text{ha } (T_r - T) \geq \frac{W_0}{A} \\ A(T_r - T) & , \text{ha } 0 < (T_r - T) < \frac{W_0}{A} \\ 0 & \text{egyébként.} \end{cases}$$

Itt A a teljesítményerősítőre jellemző mennyiség.



9. ábra

a./ Stabil működés esetén mennyire tér el a stabilizált T hőmérséklet a referencia-hőmérséklettől? Milyen módszereket tudunk ajánlani a Q hőterhelés változásától való függés csökkentésére?

b./ A rendszer bizonyos feltételek mellett instabillá válhat, begerjedhet. Mi a stabilitás feltétele?

(A feladat során szorítkozzunk egydimenziós tárgyalásra!)

(III. évfolyam)

11. Egy $2a$ széles folyó vizének sebességét $v(x) = v(-x)$ függvény határozza meg ($-a < x < a$). Milyen módon kell a vízhez képest c sebességgel mozgó csónakkal haladni, hogy leghamarabb érjen át a csónak a kiindulási ponttal szemben lévő helyre? Hol lesz a csónak, mikor a folyó közepére ér? Hogy halad a csónak $v(x) = v_0 \left(1 - \frac{x^2}{a^2}\right)$ esetben, ha $v_0 \gg c$ illetve $v_0 \ll c$?

(III. évfolyam)

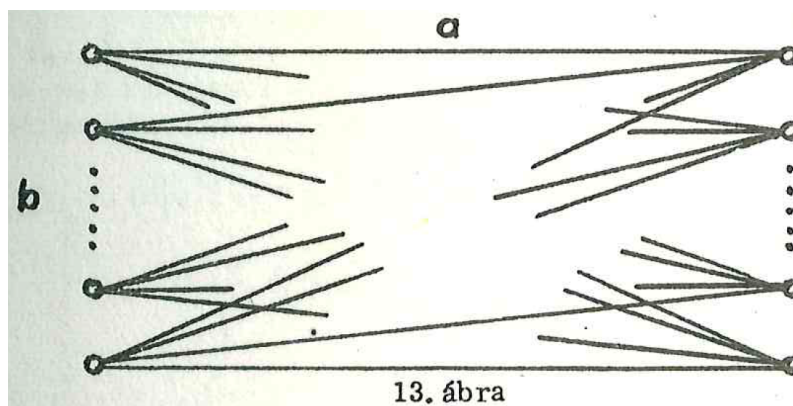
12. Hogyan változik egy bolygó pályája és keringési ideje, ha a gravitációs állandó lassan csökken?

$$\frac{1}{\gamma} \frac{d\gamma}{dt} = -\beta$$

(III. évfolyam)

13. $2n$ pontból álló pontrendszerben az egyik n pont mindegyikét k irányú erejű rugalmas, lineáris erő köti a másik n pont mindegyikéhez. Melyek a rendszer lehetséges sajátfrekvenciái?

($a \gg b$ és a tömegpontok csak a -val párhuzamosan mozdulhatnak el.)



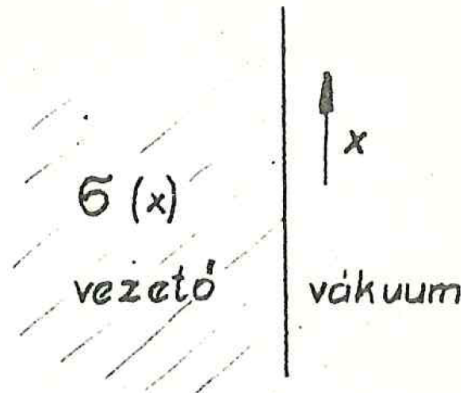
(III. évfolyam)

14. Egy részecske $U(x) = Ax^2 + Bx^4$ alakú potenciálgödörben mozog (egydimenziós probléma). Adjuk meg a mozgás periódusidejét, mint a részecske teljes energiájának függvényét! ($\beta > 0$)

(III. évfolyam)

15. Egy zárt edényben ρ_1 és ρ_2 sűrűségű folyadék helyezkedik el egyenlő mennyiségben. ($\rho_2 > \rho_1$) A határfelületen hullámokat gerjesztünk. Milyen az $\omega(k)$ függvény? (IV. évfolyam)

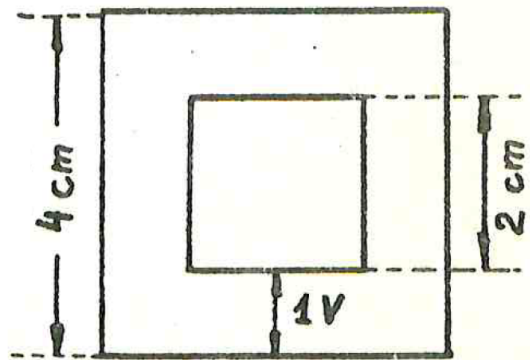
16. X irányban periodikus $\sigma(x) = \sigma(x + 1)$ vezetőképességű féltérben áram folyik. Milyen az elektromos tér a vezető féltérben, és a másik féltérben, ahol vákuum van?



16. ábra

(IV. évfolyam)

17. Egyik irányban végtelen kiterjedésű négyzet alakú üreg falai között $1V$ a feszültségkülönbség. Határozzuk meg numerikusan a potenciált az üreg különböző helyein $0,2V$ pontossággal!



17. ábra

(IV. évfolyam)

18. Fajlagos ellenállást két lényegesen különböző módon mérhetünk:

a./ Hosszú vékony dróton áram, feszültség és geometria ismeretében.

b./ Örvényáramokat kelthetünk a próbatesten (pl. egy külső mágneses tér gyors ki- és bekapcsolásával) és mérjük az örvényáramok elhalását jellemző relaxációs időt.

Mikor melyik módszert előnyös használni és mi a kétféle módon meghatározott átlagos ellenállás közötti összefüggés enyhén inhomogén anyagban?

(IV. évfolyam)

19. Határozzuk meg a $V(r) = \frac{1}{2}Dr^2$ potenciálban kötött elektron energiaszintjét mágneses térben!

(IV. évfolyam)

20. Vizsgáljuk meg egy részecske szóródását a stacionárius állapotok módszerével a következő potenciál esetén.

$$\begin{aligned} V(x, y, z) &= V(x) \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} V(x) &= 0 \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} &= a \end{aligned}$$

Mutassuk meg, hogy azonos energia esetén a balról jobbra való áthaladás valószínűsége megegyezik a jobbról balra való áthaladás valószínűségével. (A fogalmak megtalálhatók: Marx: Kvantummechanika 28. pont)

(IV. évfolyam)

21. Becsüljük meg gömbszerű pórusok (gázzal töltött üregek) által okozott fajlagos ellenállás-növekedést fémekben, amikor a pórusok átmérője

a./ lényegesen nagyobb,

b./ lényegesen kisebb,

az elektron szabad úthosszánál!

(V. évfolyam)

22. Nagyenergiájú elektromágneses sugarak előállításának egyik módja az, hogy ν_0 frekvenciájú, nagy fotonsűrűségű lézersugárral betatronban felgyorsított, jól kollimált elektronsugarat lövünk szembe. Az elektronok $v = \beta c$ sebességgel jönnek ki a gyorsítóból. Számoljuk végig a szóródási folyamatot, s határozzuk meg az így nyerhető sugárzás maximális energiáját!

(V. évfolyam)

23. Adott a

$$\mathbf{H} = \mathbf{H}_0 + \lambda \mathbf{H}_1$$

alakú Hamilton operátor λ csatolási tényezővel. Mutassuk meg, hogy a

$$z = Sp e^{-\beta \mathbf{H}}$$

állapotösszegre fennáll a

$$\frac{\partial^2 \ln z}{\partial \lambda^2} \geq 0$$

egyenlőtlenség.

(V. évfolyam)

24. Egy d mágneses dipól, irányára merőleges tengely körül ω szögsebességgel forog. Írjuk le az elektromágneses teret a sugárzási zónában!

(Vizsgáljuk az elektromágneses teret együtt forgó rendszerből.) (Pulzár modell)

(V. évfolyam)

25. A

$$\mathbf{H} = \omega_0 \sum_k \mathbf{a}_k^\dagger \mathbf{a}_k - \frac{\omega_0}{4} \sum_k \cos(kd) \mathbf{A}_k \mathbf{A}_{-k} = \mathbf{H}_0 + \mathbf{H}'$$

Hamilton operátor kölcsönható bozongázt ír le. ($\mathbf{A}_k = \mathbf{a}_k + \mathbf{a}_{-k}^\dagger$)

Tekintsük \mathbf{H}' -t perturbációnak, írjuk fel és oldjuk meg a megfelelő Dyson egyenletet a

$$G(k, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} (-i) \langle 0 | T \mathbf{a}_k(t) \mathbf{a}_k^\dagger(0) | 0 \rangle e^{i\omega t} dt$$

Green függvény-Fourier transzformáltra.

(Irodalom: Abrikoszov, Gorkov, Dzsalisinszkij: Kvantumtérelméleti módszerek a statisztikus fizikában)

(V. évfolyam)

26. Relativisztikus v sebességgel kiáramló gáz hajt egy rakétát. Írjuk le a rakéta mozgását!

(V. évfolyam)

27. Egy tömegpont (egydimenziós probléma) $V(x) = \frac{1}{2}m\omega^2 x^2$ potenciál hatása alatt mozog. Legyen a koordináta és impulzus operátora \mathbf{x} és \mathbf{p} , és legyen

$$\begin{aligned} \mathbf{a} &= k(\mathbf{x} + i f \mathbf{p}) \\ \mathbf{a}^\dagger &= k(\mathbf{x} - i f \mathbf{p}) \end{aligned}$$

ahol f és k állandók. Vezessük be az \mathbf{a} operátor sajátállapotait (az ún. koherens állapotokat)

$$\mathbf{a}|\alpha\rangle = \alpha \cdot |\alpha\rangle.$$

Határozzuk meg az $|\alpha\rangle$ állapot hullámfüggvényeit

$$\psi_\alpha(x) = \langle x | \alpha \rangle \quad -t,$$

és vizsgáljuk meg ennek időbeli változását

$$\psi_\alpha(x, t) \quad -t!$$

(V. évfolyam)

Ortvay 1972

1. Három azonos tömegű test egy egyenes mentén mozoghat, közülük kettő áll, egymással érintkezik. A harmadik \mathbf{u} sebességgel közeledik feléjük, majd rugalmas ütközés játszódik le. Mekkora lehet az egyes testek sebessége az ütközés után? Mitől függ, hogy melyik megoldás valósul meg?

(II. évfolyam)

2. Egy csúcsára állított 2α nyílásszögű kúp belső felületén ℓ magasságban vízszintes \mathbf{v}_0 kezdősebességgel indítunk el egy m tömegű testet. Mekkora legyen a \mathbf{v}_0 sebesség, hogy a test pályájának legmélyebb pontja $\ell/2$ legyen? Mennyi idő telik el a legmélyebb pont eléréséig?

(II. évfolyam)

3. Hol nagyobb a nehézségi gyorsulás: a Föld felszínén vagy egy mély bányaknában? Becsüljük meg az eltérést! (A gömb alakúnak tekintett Föld átlagos sűrűsége $5,5\text{g/cm}^3$, a kéregé kevesebb, mint 3g/cm^3 . A Föld forgásáról nem veszünk tudomást.)

(II. évfolyam)

4. Egy töltött részecske mozog egy elektromos ponttöltés, és egy mágneses monopólus terében.

$$\mathbf{E} = e \frac{\mathbf{r}}{r^3}$$

$$\mathbf{B} = g \frac{\mathbf{r}}{r^3}$$

Mutassuk meg, hogy az $\mathbf{L} = \mathbf{r} \times \mathbf{p}$ impulzusmomentum nem mozgásállandó, és hogy létezik olyan $\mathbf{J} = \mathbf{L} + \mathbf{L}'$, amely mozgásállandó! Mi az \mathbf{L}' fizikai jelentése?

(II. évfolyam)

5. Egy M tömegű, Θ tehetetlenségi nyomatékú testre állandó \mathbf{F} erő hat a súlyponttól d távolságra, iránya a testhez rögzített. Írjuk le a mozgást!

(II. évfolyam)

6. Egy szolenoid tengelyén β -bomló atom elektronokat sugároz. Az elektronok impulzusmomentumot kapnak a Lorentz-erő miatt, tehát az impulzusmegmaradás miatt a tekercs forgásba jön. Az elektronon nem történt munkavégzés, honnan vette akkor a tekercs a forgási energiát?

(II. évfolyam)

7. Határozzuk meg a következő szappanhártya-felületeket:

a./ Egy kocka alakú dróthálóban síklapokkal határolt felület.

b./ Két adott méretű szappanbuborék összeolvad egy rendszerré.

Milyen lesz az elválasztó felület? Milyen adatok írják le a geometriát?

(II. évfolyam)

8. Milyen feltétel mellett lesz a

$$Q_I = \sum_j A_{ij} q_j$$

$$P_i = \sum_j B_{ij} p_j$$

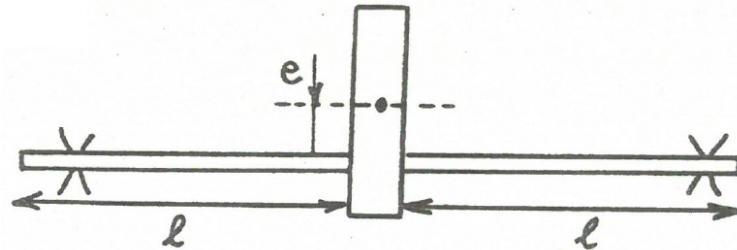
transzformáció kanonikus? Keressük meg ennek a kanonikus transzformációnak az alkotófüggvényét!

(III. évfolyam)

9. Egy n -tagú egyenlő tömegű pontokból álló tömegrendszerben a tagok egy kör mentén helyezkednek el, és mindegyik két szomszédjához rugalmas erővel kötött. Adjuk meg a rendszer normálkoordinátáit és normálmódusait!

(III. évfolyam)

10. Egy 2ℓ hosszúságú, elhanyagolható tömegű rugalmas tengelyre a felezőpontban egy m tömegű tárcsát ékeltünk, úgy, hogy tömegközéppontja a tengelytől e távolságra van. Mekkora a tengely kihajlása a felezőpontban, ha a végein önbeálló csapággal rögzített tengelyt ω szögsebességgel forgatjuk?



(III. évfolyam)

11. Egy m tömegű tömegpont az R sugarú homogén tömegeloszlású gömb belsejében, annak gravitációs erőterében kényszerpályán harmonikus rezgőmozgást végez. A pálya kezdeti és végpontja a gömb felszínén van. Adjuk meg a lehetséges pályák paraméteres egyenletét!

(III. évfolyam)

12. Egy folyadékgömböt (csillag) saját gravitációs tere tart össze. Határozzuk meg, hogyan módosul a gömb alakja, ha lassan, ω szögsebességgel forog!

(III.,IV. évfolyam)

13. A zafír $/Al_2O_3/$ kristály felépítése tetragonális. Milyen a hangsebesség irányfüggése a tetragonális (c) tengelyre merőleges síkban? (A sebesség rádiuszvektorait elég 5° -onként meghatározni.) Milyen hibákat vétünk, ha a c_{14} rugalmassági állandót elhanyagoljuk számításunkban?

A zafír adatai:

$$\begin{aligned} c_{11} &= 4,94 \cdot 10^{-12} \text{din/cm}^2 & ; \\ c_{33} &= 4,96 \cdot 10^{-12} \text{din/cm}^2 & ; \\ c_{44} &= 1,45 \cdot 10^{-12} \text{din/cm}^2 & ; \\ c_{12} &= 1,58 \cdot 10^{-12} \text{din/cm}^2 & ; \\ c_{13} &= 1,14 \cdot 10^{-12} \text{din/cm}^2 & ; \\ c_{14} &= -0,23 \cdot 10^{-12} \text{din/cm}^2 & ; \end{aligned}$$

sűrűsége: $\rho = 3,986 \text{g/cm}^3$.

(III.,V. évfolyam)

14. Hogyan változik meg egy anyag mért Young-modulusa, ha benne kicsi, gömb alakú üregek vannak? (lásd: Fizikus Diákkör problémamegoldó versenye 1971. évi 21. feladatát.)

(III.,IV. évfolyam)

15. Egy m tömegű részecske energia sajátfüggvénye egy egydimenziós mozgás esetében

$$\psi = \frac{1}{\text{ch}\lambda x}$$

a./ Ha $V(\pm\infty) = 0$, mi a részecske energiája ebben az állapotban?

b./ Mi a $V(x)$ potenciál?

c./ Van-e ennél alacsonyabb energiával rendelkező sajátfüggvény?

(IV. évfolyam)

16. Egy \mathbf{v} sebességgel áramló gáz terében egy egyenes körkeresztmetszetű fémhuzalt I árammal fűtünk. Hogyan függ a huzal hőmérséklete az áramlási sebességtől?

(IV. évfolyam)

17. Egy függőleges rúd tetején egyensúlyozó artistát a következőképpen modellezzük: alul csuklósan rögzített rúd tetején egy vízszintes tengelyű korong helyezkedik el, amit a rúdra szerelt motorral gyorsítani lehet. Milyen függvénye kell legyen a korong szöggyorsulása a rúd kitérésének, hogy a függőleges helyzet stabil legyen?

$$\ddot{\alpha} = f(\phi, \dot{\phi})$$

Mi a helyzet akkor, ha a motor "válasza" ϵ idővel késik az észlelt kitéréshez képest?

$$\ddot{a} = f\left(\phi(t - \epsilon), \dot{\phi}(t - \epsilon)\right)$$

(IV. évfolyam)

18. Egy részecske $V(r) = V_0 r^k$ alakú, homogén potenciálvölgyben mozog. Hogyan függ az n -edik nívó energiája az n kvantumszámtól?

(IV. évfolyam)

19. A levegő átlagos részecske-sűrűsége $2,6 \cdot 10^{19}$ molekula/cm³. Becsüljük meg annak a valószínűségét, hogy 1cm³ nagyságú kockában nincs molekula.

(IV. évfolyam)

20. Homogén mágneses térben a töltött részecske, a mágneses térrel merőleges síkban körpályán mozog. A kvantummechanika szerint a körmozgást végző elektron energiája kvantált lesz. Mutassuk meg algebrai módszerekkel, (a Schrödinger egyenlet megoldása nélkül, a felcserélési relációk felhasználásával), hogy mekkora a kvantált pályák energiája. Határozzuk meg az egyes energia sajátállapotokban a körpálya sugarának sajátértékeit.

(V. évfolyam)

21. Keressük meg azt az \mathbf{U} operátort, amely segítségével az

$$\mathbf{a}_k = u_k \mathbf{b}_k - \nu_k \mathbf{b}_{-k}^\dagger$$

Bogolyubov transzformáció

$$\mathbf{a}_k = \mathbf{U}^{-1} \mathbf{b}_k \mathbf{U}$$

alakú! (u_k, ν_k valós, k -ban páros függvények, úgy, hogy $u_k^2 - \nu_k^2 = 1$.)

(V. évfolyam)

22. Oszcillátorokból álló T hőmérsékletű rendszerben az oszcillátorok átlagenergiája

$$\bar{\epsilon} = \frac{\sum_n \epsilon_n \exp(-\epsilon_n/kT)}{\sum_n \exp(-\epsilon_n/kT)}$$

ahol $\epsilon_n = n\epsilon_0$. Klasszikus határátmenet esetén ($\epsilon_0 \rightarrow 0$) megkapjuk-e a klasszikus statisztikus fizikából jól ismert eredményt? Mekkora $\bar{\epsilon}$ a klasszikus határesetben, ha az energiaspektrum $\epsilon_n = n^\beta \epsilon_0$ és a nívó multiplicitása $g_n = n^\gamma g_0$?

(V. évfolyam)

23. Mutassuk meg, hogy a harmonikus oszcillátor, és csak annak Hamilton operátora fejleszti a koherens állapotokat koherens állapotokba. (lásd: Fizikus Diákkör problémamegoldó versenye 1971. évi 27. feladatát.)

(V. évfolyam)

24. Határozzuk meg a világűr 21cm -es sugárzásának (hidrogén hiperfinom-átmenetének) vonalszélességét, illetve élettartamát! (Az átmenet spontán mágneses dipólsugárzással történik.)

(V. évfolyam)

25. Mekkora gravitációs kvadropól-momentummal kellene rendelkeznie a Napnak, hogy a Merkúr perihélium-elfordulása a klasszikus mechanika alapján magyarázható legyen?

(V. évfolyam)

Ortvay 1973

1. Egy súlypontján átmenő vízszintes tengely körül forgó labdát leejtünk a földre. Határozzuk meg a labda mozgását az ütközés után! (Az ütközés rugalmas, a súrlódást vegyük figyelembe.)

(II. évfolyam)

2. Vízszintes üvegcsőben keltett hullámok hullámhosszát megmérhetjük úgy, hogy az üvegcső aljára finom homokot szórunk (Kundt cső). Ha hangot keltünk a csőben, a homokban sávok jelennek meg. Magyarázzuk meg ennek az okát, és számítással is igazoljuk a jelenséget!

(II. évfolyam)

3. Becsüljük meg, hogy egy homokórából mennyi idő alatt pereg le a homok!

(II. évfolyam)

4. Egy N állapotú rendszer véletlenszerűen átmehet egyik állapotából a másikba, mégpedig úgy, hogy az $i \rightarrow j$ és $j \rightarrow i$ átmenetek valószínűsége egyenlő. Mutassuk meg, hogy elég hosszú idő múlva mindegyik állapot egyformán valószínű lesz!

(II. évfolyam)

5. A szilárd anyagot a következő állapotegyenlettel írhatjuk le:

$$V = V_0 - \frac{p}{D} + B \cdot T \quad ,$$

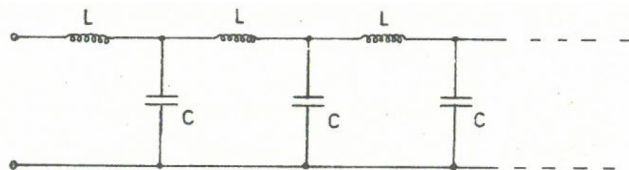
$$U = C \cdot T + \frac{D}{2}(V - V_0)^2 \quad .$$

Rajzoljuk fel a Carnot körfolyamatot a $p - V$ síkon, és mutassuk meg, hogy az állapotegyenletek teljesítik a második főtétele, azaz

$$\eta = \frac{T_2 - T_1}{T_2} \quad !$$

(II. évfolyam)

6. Vizsgáljuk meg a következő végtelen lánc áramköri tulajdonságait!



(II. évfolyam)

7. A szórás kísérletek egy speciális esetében a lövedék nem nyugvó targeten szóródik, hanem két nyaláb csap össze. Vezessünk le erre az esetre összefüggést az időegységenkénti ütközésszám és a hatáskeresztmetszet között! A nyalábok szükséges adatait vegyük fel önállóan.

(II. évfolyam)

8. Egy fémrúd a $t = 0$ időben olyan, hogy egyik felének hőmérséklete T , a másik feléé $T + \Delta$ ($\Delta \ll T$). Számoljuk ki, hogy hogyan egyenlítődik ki a hőmérséklet, és adjuk meg az entrópiát, mint az idő függvényét!

(III. évfolyam)

9. Keressük meg azt a Lagrange függvényt, amelyből leszarmaztatható a csillapított rezgőmozgás egyenlete! Mutassuk meg, hogy a kanonikus impulzus nem tűnik el, ha $t \rightarrow \infty$.

(III. évfolyam)

10. Van egy készülékünk, amely az elektron mágneses momentumának z tengely irányú vetületét méri. Mérjük ezzel olyan elektronokat, amelyeket előzőleg a z tengellyel ϑ szöget bezáró irányba polarizáltunk. Mik lesznek az egyes mérések eredményei?

(III. évfolyam)

11. Vizsgáljuk egy anyagi görbe $[\mathbf{r} = \mathbf{r}(\sigma, t); 0 \leq \sigma \leq 1; -\infty < t < +\infty]$ mechanikáját, ha hatásfüggvényét mozgása során a $[t_1, t_2]$ intervallumban súrolt felülettel arányosnak választjuk. Mi a probléma Euler-egyenleteinek szemléletes fizikai jelentése a kétdimenziós paraméter-térben? Adjuk meg a görbén áramló összimpulzust a lehető legáltalánosabb formában.

(III. évfolyam)

12. Pattogó labdáról véletlenszerű időpontokban pillanatfelvételeket készítünk. Ezekről a felvételekről leolvashatjuk a labda pillanatnyi magasságát. Értékeljük ki a pattogás magasságát, és adjuk meg a becslés pontosságát! (A pattogások egyforma magasak, az energiaveszteség elhanyagolható.)

(III. évfolyam)

13. Egyforma karácsonyfaizzókat kapcsolunk sorba. Az izzók ellenállása függ az izzószál hőmérsékletétől. Vizsgáljuk meg a rendszer stabilitását!

(III. évfolyam)

14. Tetszőleges alakú homogén izotrop testet két párhuzamos síkkal \mathbf{F} erővel nyomunk össze. Az egyensúlyi állapotban a síkok egymástól való távolsága h . Határozzuk meg a térfogatváltozást!

(III. évfolyam)

15. Idealizált esetben a csúszó csapágy nem áll másból, mint két hengerből (a belső henger tömör fém, a csapágy tengelye) és a közük helyezett zsírozó folyadékból. A belső henger sugara R , a külső hengeré $R + \epsilon$. Általában $\epsilon \ll R$ és $\ell \gg R$, ahol ℓ a hengerek hossza. Ilyen esetben a hengerek jó közelítéssel végtelennek tekinthetők. Terhelés hatására a hengerek excentrikussá válnak. A két henger tengelye közötti távolság legyen $\delta = \lambda \cdot \epsilon$ ($0 \leq \lambda \leq 1$), forogjon továbbá a belső henger Ω szögsebességgel.

Mutassuk meg, hogy ϵ/R szerint első rendben, olyan geometriai viszonyok mellett, amikor az $R_c = \rho R \Omega \epsilon / \eta$ Reynolds szám olyan kicsi, hogy a Navier-Stokes egyenletben a nemlineáris tag elhanyagolható (η a viszkozitás, ρ a folyadék sűrűsége),

a./ a p nyomás csak a ϕ polárszög függvénye,

$$\text{b./ } \frac{dp}{d\phi} = \frac{6R^2\eta\Omega}{\epsilon^2} \cdot \frac{1 + \lambda \cos \phi - \lambda_0}{(1 + \lambda \cos \phi)^3}.$$

$$\left(\lambda_0 = 2 \cdot \frac{1 - \lambda^2}{2 + \lambda^2} \right)$$

c./ Számítsuk ki a belső hengerre ható forgatónyomatékat (\mathbf{M}) és nyomóerőt (\mathbf{F}),

d./ diszkutáljuk az $\mathbf{M}/\mathbf{F}R$ hányadost!

(IV.,V. évfolyam)

16. M tömegű test olyan térben mozog, amely $m \ll M$ tömegű, kezdetben nyugvó részecskékkel van tele (pl. makroszkopikus test gázban). Ismerjük az m tömegű részecskék szórási hatáskeresztmetszetét az M tömegű testen: $d\sigma = f(\vartheta)d\Omega$. Az ütközés rugalmas.

a./ Mekkora súrlódási erő hat az M tömegű testre?

b./ Számítsuk ki az M tömegű test elhajlási szögének négyzetátlagát!

(IV.,V. évfolyam)

17. Molekulakristályban a molekula súlypontja körül merev-test mozgást végezhet (rotátor). Természetesen érzi a kristályteret, amit az egyszerűség kedvéért tengelyszimmetrikusnak tételezünk fel, melynek potenciálja:

$$V = V_0 \cdot (1 - \cos 2\vartheta).$$

Írjuk le az alacsony-energiás spektrumot az

$$\frac{IV_0}{\hbar^2} \ll 1 \quad \text{és az} \quad \frac{IV_0}{\hbar^2} \gg 1$$

közelítésben! (I a rotátor tehetetlenségi nyomatéka.)

(IV. évfolyam)

18. Egy M tömegű oszcillátort véletlenszerű impulzusokkal gerjesztünk úgy, hogy egy $m \ll M$ tömegű, kb. \mathbf{v} sebességű részecskékből álló ritka "gázba" helyezük. Newton-egyenlet felhasználásával számítsuk ki az oszcillátor rezgéseinek átlagenergiáját! (Vizsgáljuk a feladatot egy dimenzióban.)

(IV. évfolyam)

19. Egy kondenzátort ϵ dielektromos állandójú anyag tölt ki. Ha a dielektrikum helyébe σ vezetőképességű anyagot teszünk, a rendszer ellenállása R . Mennyi a kondenzátor kapacitása?

(IV. évfolyam)

20. Egy elasztikusan izotrop bikristály szemcsehatárán rendezetlen eloszlásban gömb alakú gázbuborékok vannak p belső nyomással. A szemcsehatárral párhuzamos irányban tiszta húzásnak vetjük alá az anyagot. Milyen a szemcsehatárban a tangenciális és a normális feszültség eloszlása, ha a buborékok átlagos távolsága nagy az átmérőjükhöz képest?

(IV. évfolyam)

21. Becsüljük meg a $V(r) = e^{-\alpha r}$ gömbszimmetrikus potenciálon való szórás teljes hatáskeresztmetszetét klasszikus mechanikában és kvantummechanikában!

(IV. évfolyam)

22. Az elektron \mathbf{H} anomális mágneses momentumát úgy vehetjük figyelembe, hogy az elektromágneses térrel való kölcsönhatás Lagrange-függvényét kiegészítjük egy

$$\frac{2ie_k}{m} \bar{\psi} \sigma^{\mu\nu} \psi F_{\mu\nu}$$

taggal, ahol $\sigma^{\mu\nu} = \frac{i}{2}[\gamma^\mu, \gamma^\nu]$; $F_{\mu\nu} = \frac{\partial A_\nu}{\partial x^\mu} - \frac{\partial A_\mu}{\partial x^\nu}$.

Határozzuk meg a Compton amplitúdót nem-relativisztikus közelítésben \mathbf{H} -ban első rendig!

(V. évfolyam)

23. Hány MHz korrekciót kaphatunk a Lamb-féle eltolódáshoz, ha figyelembe vesszük, hogy a proton nem pontszerű, hanem kb. 1fermi kiterjedésű objektum?

(V. évfolyam)

24. Egy hologram eredeti méretének 90%-a megsemmisült. Milyen veszteséggel állítható vissza a kép a megmaradt darabból? Igazoljuk állításunkat valamilyen egyszerű tárgy kiszámolható hologramján!

(V. évfolyam)

25. Zérus spinű részecskék relativisztikus mozgásegyenlete a Klein-Gordon egyenlet. Vezessünk be elektromágneses kölcsönhatást

$$\partial_\mu \rightarrow \partial_\mu - ieA_\mu$$

helyettesítéssel, és tekintsük a részecske- és fotonteret egyaránt kvantálnak. Milyen gráfszabályok érvényesek? Határozzuk meg a Compton-amplitúdót e^2 rendben!

(V. évfolyam)

26. Mutassuk meg, hogy a kétdimenziós ideális Bose-gáz esetében

a./ ha állandó térfogat mellett csökkentjük a hőmérsékletet, akkor nem lép fel;

b./ ha viszont a nyomást tartjuk állandónak, akkor fellép fázisátalakulás!

(V. évfolyam)

Ortvay 1974

1. Egyik végénél rögzített D direkciós erejű rugó másik végén egy M tömegű test lóg. A testet kitérítjük olyan helyzetbe, hogy a rugó feszítetlenül vízszintes irányú, és ebből a helyzetből az M tömegű testet elengedjük. Mekkora lesz a test sebessége és a rugó megnyúlása függőleges helyzetben. A feladatot nagyon kicsi és nagyon nagy rugóállandó esetében oldjuk meg!

(II. évfolyam)

2. Egy egyenes mentén rezgőmozgást végző testről véletlenszerű felvételeket készítünk. A felvételeken a test helyének adatai legyenek y_1, \dots, y_n . Ezekből az adatokból értékeljük ki a rezgés amplitúdóját.

(II. évfolyam)

3. Ha a csillagok eloszlása véletlenszerű lenne, mekkora lenne a legközelebbi szomszédok közötti átlagos távolság? (A csillagok átlagos sűrűsége ρ .)

(II. évfolyam)

4. Hogyan változik a Föld körül elliptikus pályán keringő űrhajó pályájának alakja az atmoszféra fékezőerejének hatására?

(II. évfolyam)

5. Ha egy rézhengert gyorsan forgatunk a tengelye körül, akkor a henger körül mágneses tér jelenik meg. Magyarazzuk meg a jelenséget, és mutassuk meg, hogy ez a jelenség nem magyarázhatja meg a Föld mágneses terének eredetét!

(II. évfolyam)

6. Hogyan változik meg az atommag bomlás láncreakciójának kritikus tömege, ha az anyagot erősen összenyomjuk? Becsüljük meg a kritikus tömeget százszoros térfogati összenyomás esetén. (Szokásos sűrűség esetén a kritikus tömeg 1kg nagyságrendű.)

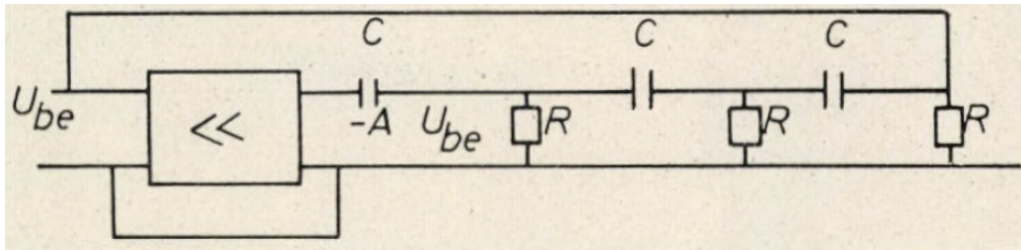
(II. évfolyam)

7. Javítható-e egy Dewar-edény hatásfoka, ha a két üveg közé a vákuumba vékony fém fóliát helyezünk?

(II. évfolyam)

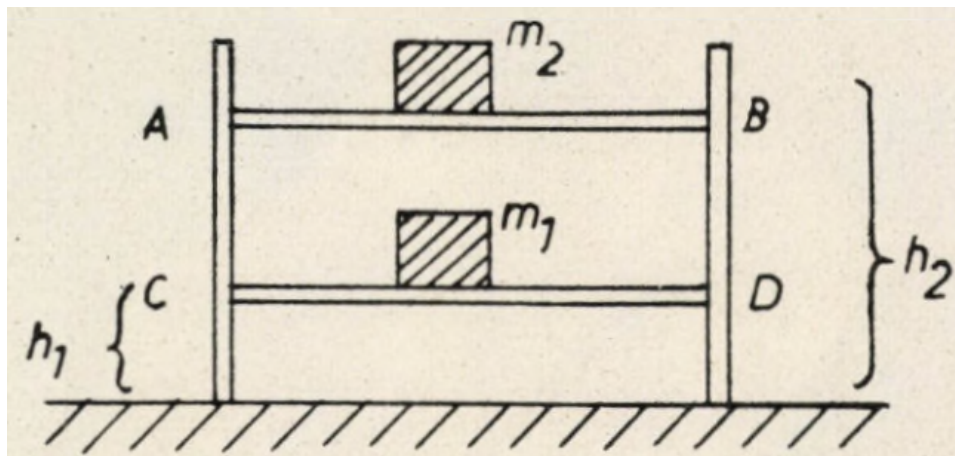
8. Egy RC oszcillátor vázlatos kapcsolási rajzát mutatja az ábra. Vizsgáljuk meg az oszcillátor működését, és hogy milyen kezdeti paraméterek határozzák meg a bekapcsolási effektusokat! Tegyük fel, hogy bekapcsoláskor az erősítő erősítése nulláról A -ra ugrik!

(III., IV. évfolyam)



9. Egy emeletes vaságy alsó szintjén egy m_1 tömegű, a felsőn pedig m_2 tömegű ember fekszik. Ha valamelyik mocorog (áthelyezi súlypontját), akkor az ágygal együtt a másik embert is mozgásba hozza. Melyikük zavarja jobban a másik álmát, vagyis ugyanakkora "hatás" kifejtésével melyikük tudja jobban megmozdítani a másik testét? Modellezzük a vaságyat az ábrán látható merev rudakkal az A, B, C és D pontokban adott direkciós nyomatékú és csillapítású torziós rugókkal! Az "azonos hatást" értelmezzük:

- időegység alatt végzett azonos munkavégzéssel,
- súlypontjuknak az ágyhoz viszonyított azonos elmozdításával!



(III. évfolyam)

10. Egy függőleges tengely közepére excentrikusan egy testet erősítünk. A tengely alul és felül csapágyban foroghat. Ismeretes, hogy ha a tengely gyorsan forog, stabil lesz az az állapot, amikor a tengely kissé meghajlik, úgy, hogy forgás közben a test középpontja egy helyben maradjon. Magyarázzuk meg, miért igaz ez!

(III. évfolyam)

11. Lehetséges-e az alábbi eszközök segítségével a Napból kisugárzott energia egy részét úgy felhasználni, hogy egy kis testet a Nap felszíni hőmérsékleténél nagyobb hőmérsékletre melegítsünk:

- ha csak optikai eszközöket használunk fel?
- tetszőleges bonyolult eszköz felhasználásával?

(III. évfolyam)

12. Határozzuk meg, mekkora energia tárolható egy lendkerékben! A lendkerék legfeljebb ℓ tengely-hosszúságú és d átmérőjű lehet, anyaga olyan acél, amelynek szakítószilárdsága σ_1 , nyírési igénybevétele maximálisan σ_2 -t érhet el. Milyen alakú lendkerék a leggazdaságosabb?

(III.,IV,V. évfolyam)

13. Egy \mathbf{v}_i kezdeti sebességű, M tömegű atom fotont sugároz ki (a foton hullámvektora \mathbf{k}). Ennek során belső energiája E_0 -lal változik. Mutassuk meg, hogy a kisugárzott foton energiája a Doppler effektus szerint függ az atom kezdeti v_i sebességétől! (Az atom mozgása nem-relativisztikus.)

Tegyük fel, hogy az atomok sebessége Maxwell eloszlású! Számítsuk ki a kisugárzott foton energiájának várható értékét és szórását!

(III. évfolyam)

14. Milyen irányba terjed a hang energiája anizotróp közegben?

(III. évfolyam)

15. Egy szabad atom által történő \mathbf{q} impulzusú foton kibocsátásának amplitúdója A . Adjuk meg ugyanezen kvantum kibocsátási valószínűségét, ha az atom kezdetben egy oszcillátorpotenciál n -edik szintjén helyezkedik el! (A számítás során tételezzük fel, hogy az atom belső szerkezetét a külső potenciál nem változtatja meg!)

(IV.,V. évfolyam)

16. Mivel az elektronok Fermi-Dirac statisztikának tesznek eleget, ezért egy anyag nagyon erős összehúzóerőhöz igen nagy nyomásra van szükség. Becsüljük meg, hogy pl. 10^{12} atm nyomás mekkora elektronsűrűséget hoz létre!

(IV. évfolyam)

17. Síkos úton haladó hátsó kerék meghajtású gépkocsi hátsó kereke megcsúszik. Milyen módszerrel befolyásolható az autó mozgása? (Ha szükséges, a számításokat egyszerűbb modellen végezzük.)

(IV. évfolyam)

18. Egy vízszintes fémlapon egy fakocsi van, amelyre a síktól d távolságra egy Q töltést rögzítettünk. Meglökjük a kocsit v sebességgel. Mennyi idő múlva lesz sebessége $v/2$? (Súrlódás nincs, a fém adatai ismertek.)

(IV. évfolyam)

19. Bizonyítsuk be, hogy a $-\infty$ -ből, $E > 0$ energiával induló szabad részecske visszaverődés nélkül megy át a

$$V(x) = -\frac{2}{r^2} \cdot \frac{1}{\text{ch}^2 \frac{x}{r}}$$

alakú potenciálvölgyön (r tetszőleges paraméter) minden E -re. Mutassuk meg, hogy a potenciálnak csak egy kötött állapota van!

(IV. évfolyam)

20. Egy wolfram drótban $d \approx 100A$ átmérőjű üregek vannak. Hogyan módosul az anyag termofeszültsége?

(V. évfolyam)

21. Egy háromdimenziós potenciálvölgy mélysége V_0 , szélessége a . Az m tömegű és kis pozitív E energiájú részecske olyan állapotban van, amelyben a pályamomentum $\mathbf{L} \neq 0$. Számoljuk ki a részecske T élettartamát! A pályamomentumból eredő effektív potenciált a gömb belsejében hanyagoljuk el!

(V. évfolyam)

22. Mutassuk meg, hogy egy lineáris láncban, amelyben a szomszédos atomokat harmonikus erő köti össze, véges hőmérsékleten az atomi kitérések fluktuációja divergál! Beszélhetünk-e továbbra is valamilyen értelemben kristályszerű rendezettségéről? Hogyan módosul a helyzet két-, illetve háromdimenziós rácsok esetén?

(V. évfolyam)

23. Újabban úgy hoznak létre nagyon nagy nyomást, hogy egy kis anyagdarabkát minden oldalról erős lézerefénnyel világítanak meg. Az anyag felülete párologni kezd, és a párologás reakcióereje hozza létre a nyomást. Becsüljük meg, $10^{17}W/cm^2$ intenzitású fény (ez egy modern nagy teljesítményű lézer fókuszált intenzitása) segítségével létrehozható nyomást, és hasonlítsuk ezt össze a fénynyomással!

(V. évfolyam)

24. $V = k/r$ alakú potenciálvölgyben mozgó tömegpontra a $(\mathbf{v} \times \mathbf{N}) + k\mathbf{r}/r$ mennyiség mozgásállandó ($\mathbf{N} = m\mathbf{r} \times \dot{\mathbf{r}}$ az impulzusmomentumot jelöli). Keressük meg ennek a mennyiségnek kvantummechanikai megfelelőjét! Mutassuk meg, hogy ennek segítségével, pusztán a csererelációkat felhasználva megkaphatjuk a H -atom színeképét!

(V. évfolyam)

Ortvay 1975

1. Becsüljük meg az árapály hatását a Föld forgására és a Hold keringésére!

(II.,III.,IV.,V. évfolyam)

2. Mekkora erővel vonzza egymást egy félbevágott égitest két félgömbje, ha a félgömböket csak nagyon kicsit távolítjuk el egymástól?

(II.,III.,IV.,V. évfolyam)

3. Egy M_1 tömegű égitest körül egy $M_2 \ll M_1$ tömegű másik égitest kering. Mutassuk meg, hogy ezeknek a terébe helyezett $m \ll M_2$ test stabil egyensúlyi helyzetben van az ún. Lagrange-féle pontokban, amikor M_2 és m úgy mozog, hogy a három test egy egyenlőoldalú háromszög csúcaiban helyezkedik el!

(II. évfolyam)

4. Súlytalan $4a$ hosszúságú húrt P erő feszít ki két rögzített pont között. A húrt négy egyenlő részre osztjuk és az osztópontokhoz m , $4m/3$, m tömegű pontszerű testeket rögzítünk. A rendszer egy síkban transzverzális rezgéseket végezhet, amelyeket kis amplitúdójúaknak tételezünk fel (a húr P feszültsége a kitérés következtében nem változik meg).

Keressük azt a mozgást, amely a nyugalmi helyzetből az egyik m tömegű részecskére alkalmazott p impulzus következtében jön létre!

(II. évfolyam)

5. Milyen sebességgel kell a Földről kilőni egy ágyúgolyót, hogy elhagyja a Nap-rendszert? (A légellenállást hanyagoljuk el.)

(II. évfolyam)

6. Hogyan függ a repülő állatok szárnycsapásainak frekvenciája az állatok méretétől?

(II.,III. évfolyam)

7. Egy ingát, amely ℓ hosszúságú súlytalan rúdból és a végén lévő m tömegű testből áll, a másik végén csuklósan egy függőleges tengelyhez kapcsolunk. A tengelyt egyenletes (ω) szögsebességgel forgatjuk. Mekkora (Ω) frekvenciával rezeg a rúd az egyensúlyi állapota körül? Vizsgáljuk a jelenséget az egész ω tartományban!

(II. évfolyam)

8. Mekkora kinetikus energiát lehet tárolni adott tömegű öntöttvas-korongban és egy acélszalagból tekercselt korongban?

(III. évfolyam)

9. Mekkora a gyorsító erő és a gyorsulás hányadosa ("effektív tömeg") egy ideális folyadékba helyezett gömb esetén?

(III. évfolyam)

10. Egy dugattyúval elzárt fémhengerben ideális gáz van. A fémhengert körülvevő hőtartály hőmérséklete T . A dugattyút lenyomjuk, és hosszabb idő után elengedjük. Írjuk le a dugattyú mozgását, ha a fémhenger falának egységnyi felületre vonatkozó hőátadási tényezője x és a súrlódást elhanyagoljuk.

(III. évfolyam)

11. Egy roppant nagy tömegű égitest felszínéről lassan felszáll egy rakéta és elhagyja az égitestet. A rakéta egy hőszigetelő anyagból készült tartályt visz magával, amelyben ideális gáz van. Hogyan változik a gáz hőmérséklete az utazás folyamán?

(III. évfolyam)

12. Egy víz alatti tárgyat nézünk a levegőből. Hol keletkezik a tárgy látszólagos képe? Vizsgáljuk meg a leképezés asztigmatizmusát!

(IV. évfolyam)

13. Tekintsük az alábbi két kvantummechanikai rendszert:

- Egy m tömegű pont mozog a síkban egy egyenlő szárú derékszögű háromszög (a befogók hossza a) oldalai által határolt tartományban.

- Két m tömegű megkülönböztethető tömegpont mozog egy dimenzióban egy a hosszúságú szakaszon. A részecskék között a kölcsönhatás olyan, hogy találkozáskor rugalmasan visszapattannak egymásról.

Állapítsuk meg a kapcsolatot a két rendszer energianívói között!

(IV.,V. évfolyam)

14. Számítsuk ki Born-közelítésben a szórási amplitúdót a $V = \frac{\alpha}{r^3}(\mathbf{L}\sigma)$ potenciálon (Schwinger-szórás), ahol \mathbf{L} a pályamomentum, σ a három Pauli-mátrix, α pedig egy állandó.

(IV.,V. évfolyam)

15. Nemrég megfigyelték, hogy az ostoros állatkák ostora hozzátapadhat a mikroszkóp tárgylemezéhez, és ilyenkor az állatkák gyors forgásba jöhetnek. Filmezéssel megállapítható a forgás sebessége. Azt tapasztalták, hogy a körfrekvencia zérus, vagy $\pm\omega$ egy jól meghatározott értékkel.

Egy közelmúltban megjelent (Phys. Lett. 49A, 395, 1974.) dolgozat szerzője szerint a körfrekvencia azért nem lehet bármekkora, mert az ostoros állatkák olyan kicsik, hogy a mozgásuk leírásához kvantumelméletre van szükség. Tekintsük az állatkát síkrotatornak I tehetetlenségi nyomatékkal. Az n -edik állapot impulzusmomentuma $\hbar n$, a

mozgás körfrekvenciája tehát $\omega_n = \frac{t_n}{T}$. Az állatkák I -je közelítően kiszámítható, és azt találjuk, hogy $\frac{t}{T} \approx \omega$.

A mikroszkóp alatt tehát a "rotátor-állatka" alapállapotát (zérus körfrekvencia) és első gerjesztett állapotát ($\omega \approx \omega_1$) figyeltük meg. A szerző megjegyzi, hogy magyarázatának legjobb bizonyítéka az lenne, ha $\omega_2 = 2\omega$ körfrekvenciájú mozgást is észlelnénk.

Elfogadható-e a magyarázat?

(IV.,V. évfolyam)

16. Dielektrikumot erős, homogén (\mathbf{E}) elektrosztatikus erőterbe helyezünk. Becsüljük meg, hogyan függ az \mathbf{E} -re merőleges irányban a szuszceptibilitás \mathbf{E} nagyságától!

(IV. évfolyam)

17. Egy ω frekvenciával oszcilláló pontszerű klasszikus elektromos dipólus által kisugárzott teret tekinthetjük kvantumosan és klasszikusan is. Mutassuk meg, hogy kvantumos vizsgálat esetén a kisugárzott teljesítmény várható értéke megegyezik a klasszikusan számítottal.

(V. évfolyam)

18. Egy hőszigetelő tartályban olyan gáz van, amelynek molekulái mágneses dipólmomentummal rendelkeznek. A tartály kezdetben erős homogén mágneses térben van. Hogyan változik meg a gáz hőmérséklete, ha a mágneses teret lassan kikapcsoljuk?

(V. évfolyam)

Ortvay 1976

1. Adott egy ellenállásokból álló áramkör. Ismerjük a ki- és bemenő áramokat. Mutassuk meg, hogy a csomóponti törvénynek eleget tevő, de egyébként tetszőleges árameloszlások közül a ténylegesen megvalósulónál keletkezik a legkisebb hő.

(II. évfolyam)

2. Mutassuk meg, hogy a Snellius-Descartes törvény a fotonra fennálló energia- és impulzus-megmaradás következménye. (A foton energiája $E = \hbar ck$, impulzusa $\mathbf{p} = \hbar \mathbf{k}$, ahol \hbar a redukált Planck állandó, c a fény sebessége az adott közegben, \mathbf{k} pedig a hullámszám-vektor.)

(II. évfolyam)

3. Egy gumikötél egyik vége egy falhoz van erősítve, a másik végét egy gonosz manó fogja. Az utóbbi végéről egy katicabogár kezd mászni v sebességgel a fal felé, ugyanakkor a manó is elindul és $c \gg v$ sebességgel távolodni kezd a faltól. Eléri-e a katicabogár a falat?

(II. évfolyam)

4. Vízszintes asztalon egy test egy rugó hatása alatt egy dimenzióban mozog. Az asztal és a test között egy μ súrlódási együtthatóval jellemezhető súrlódási erő lép fel. Tegyük fel, hogy a kezdősebesség zérus és vizsgáljuk a mozgást a kezdeti kitérés függvényében.

(II. évfolyam)

5. Egy σ felületi feszültségű szappanbuborékre Q töltést viszünk. Határozzuk meg a gömbszimmetrikus egyensúlyi állapot sugarát, ha a buborékon belül és kívül egyaránt vákuum van. Vizsgáljuk meg ezen állapot stabilitását gömbszimmetrikus-, és forgásellipszoid alakú deformációkra! (A buborék jó elektromos vezető.)

(II.,III.,IV.,V. évfolyam)

6. Egy elektron mozgását külső erőterben az Abraham-Lorentz modell alapján az

$$F(t) = m\ddot{x} - \frac{2e^2}{3c^2} \ddot{\ddot{x}}$$

egyenlet írja le. Az $\ddot{\ddot{x}}$ -os tag az elektron által kisugárzott hullámok visszahatását veszi figyelembe. Mutassuk meg, hogy periodikus külső erő esetén az $\ddot{\ddot{x}}$ -os tag mindig fékezést jelent!

Vizsgáljuk meg az álló elektron stabilitását kis erőlkéssel szemben!

(II.,III. évfolyam)

7. Állítsunk fel modellt, amely leírja a búzatábla hullámzását szélben! Mutassuk meg, hogy a frekvencia nem páros függvénye a hullámszámnak!

Vizsgáljuk az aszimmetria következményeit!

Keressünk olyan jelenségeket, amelyeket a felállított modell magyaráz!

(II.,III.,IV.,V. évfolyam)

8. A reális gázokat a Clausius által ajánlott

$$\left[P + \frac{a}{T(v+c)^2} \right] (v-b) = kT$$

állapotegyenlet pontosabban írja le, mint a Van der Waals egyenlet. Mutassuk meg, hogy az ilyen anyag állandó térfogat mellett mért fajhője nem lehet független a hőmérséklettől!

(III. évfolyam)

9. m tömegű, ℓ hosszúságú, k direkción erejű rugó egyik vége rögzített, másik végéhez egy M tömegű testet erősítünk. A rugó megnyújtása után a testet elengedjük. Írjuk le a rendszer mozgását! Mi a mozgásegyenletek általános megoldása?

(III.,IV. évfolyam)

10. Vezető huzalból kocka alakú keretet készítünk. Az egyes élek ellenállása R . A kockát homogén, időben változó \mathbf{B} mágneses erőterbe helyezük. Mekkora áram folyik a kocka egyes éleiben?

(III.,IV. évfolyam)

11. N számú inga közös, vízszintes tengely körül végezhet mozgást (teljesen körbe is fordulhatnak). A mozgások síkjai merőlegesek a tengelyre. Az egyes ingákat a tengelyen torziós rugók kötik össze. Ezek a rendszer "alapállapotában" (valamennyi $\phi = 0$) feszültségmentesek.

Fordítsuk el az ingasor egyik felét 360° -kal a tengely körül! Írjuk le az így kapott statikus megoldást, amelyben az ingák helyzete csak egy véges szélességű tartományban tér el lényegesen a függőlegetől! Egy ilyen tartomány mozoghat is az inga-lánc mentén. Hogyan függ a tartomány szélessége a haladás sebességétől?

Mennyi energiát tárol egy ilyen tartomány?

(Tekintsünk olyan határesetet, amikor a $\phi(t)$ függvények helyett a $\phi(x, t)$ kétváltozós függvényt használhatjuk.)

(III.,IV.,V. évfolyam)

12. Egy részecske egy N potenciálgödörből álló potenciálban mozoghat. Az egyes gödrök elég mélyek és elég távol vannak egymástól. Írjuk le közelítőleg a fenti kvantummechanikai rendszer energiaspektrumát! Hogyan néz ki az energiaspektrum $N \rightarrow \infty$ esetén?

(IV.,V. évfolyam)

13. Egy ω_0 sajátfrekvenciájú kvantummechanikai oszcillátorra olyan fényhullám esik, amely N darab ω frekvenciájú fotont tartalmaz. Legyen $\omega_0 < \omega < 2\omega_0$, és legyen az oszcillátor kezdetben alapállapotban. Milyen valószínűséggel megy végbe az a folyamat, amikor az oszcillátor elnyel egy ω frekvenciájú fotont, átmegy az első gerjesztett állapotába, és ugyanakkor kisugároz egy $\omega' = \omega - \omega_0$ frekvenciájú fotont?

(IV. évfolyam)

14. Nyugvó ponttöltésre síkhullám esik.

a./ Határozzuk meg a ponttöltés sebességét!

b./ Tegyük fel, hogy a beeső hullám - egy tranziens növekedési szakasz után - ω frekvenciájú monokromatikus síkhullám (a lézerimpulzus jó közelítésben ilyen). Tegyük fel, hogy a nyaláb egyik fotonja Compton szórást szenved az elektronon. Határozzuk meg a ϑ szög alatt szórt foton ω' frekvenciáját a síkhullám intenzitásának függvényében lineáris pontossággal!

(V. évfolyam)

15. Legyen egy félvezető anyagban a tiltott sáv szélessége E_g , az elektronok és a lyukak (izotróp) effektív tömege m_e és m_h .

a./ Keressük meg a Fermi-nívó helyzetét intrinsic anyagra (nincs lokalizált állapot a félvezetőben).

b./ Dópoltt (szennyezett) anyagban, ahol a donorok száma lényegesen meghaladja az intrinsic koncentrációt, magyarázzuk meg a Fermi-nívó mozgását az N_d donor koncentrációval (egyszerűség kedvéért a donor atom ionizációs energiája legyen lényegesen kisebb, mint a tilos sáv szélessége).

c./ Legyen egy erősen dópolt anyagban a donor ionizációs energiája $0,01eV$, a tilos sáv szélessége $0,26eV$, az effektív tömeg $m^* = 0,01m_e$, ahol m_e a szabad elektron tömege. Vizsgáljuk meg a Fermi energia helyzetét a vezetési sávhoz képest a hőmérséklet függvényében, ha a donor atomok száma $10^{18}/cm^3$ ($1K < T < 300K$).

(V. évfolyam)

16. Ionos, vagy részben ionos félvezető (szigetelő) kristályokban a mozgó töltött elektron deformálja maga körül a rácsot. Ez a deformáció (polarizáció) elválaszthatatlan az elektrontól. Az egész elemi gerjesztést polaronnak nevezik. Határozzuk meg a polaron energia-sajátértékeit, sajátfüggvényeit és az effektív tömegét, ha a kölcsönhatási energia $\Omega\mathbf{p}\mathbf{y}$, ahol $\mathbf{p} = -i\hbar\frac{\partial}{\partial\mathbf{x}}$ az elektron impulzusa, \mathbf{y} a rácsdeformáció mértéke, Ω pedig a csatolási állandó. A megoldandó Schrödinger-egyenlet:

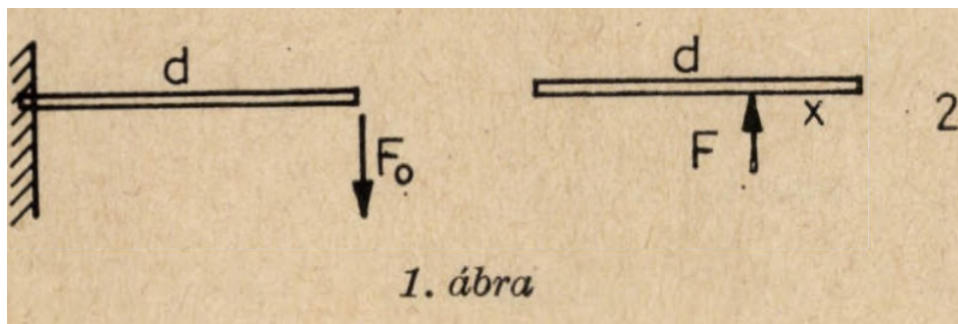
$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{\hbar^2}{2M}\frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{1}{2}Ky^2 + \Omega\mathbf{p}\mathbf{y} \right] \chi(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = E\chi(\mathbf{x}, \mathbf{y})$$

ahol $\frac{1}{2}Ky^2$ a rács rugalmas energiája. A csatolási állandót tekintsük kicsinek!

(V. évfolyam)

Ortvay 1977

1. Vízszintes síkon fekvő m tömegű, d hosszúságú merev egyenes rudat a végétől x távolságra F erővel gyorsítunk. Mekkora lehet F , hogy a rúd még éppen ne törjön el? A rúd szilárdságát azzal az F_0 erővel jellemezzük, amivel az egyik végén befogott rúd a másik végén még éppen terhelhető.



(II. évfolyam)

2. E , σ rugalmassági együtthatókkal rendelkező ρ sűrűségű és a élhosszúságú gumikockákat teszünk egymásra. Milyen magas tornyot lehet így felrakni?

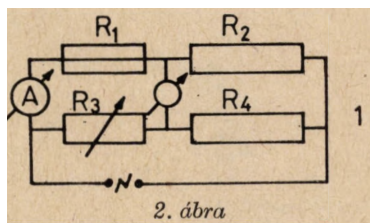
(II. évfolyam)

3. Általában egy megfigyelő akkor lát élesen egy tárgyat, ha az a szemétől legalább $L = 15\text{cm}$ -nyi távolságban van. Ez a minimális távolság meghatározza, hogy egy tárgyon milyen kis részleteket tudunk megkülönböztetni. Ha ugyanezt a tárgyat ℓ távolságból szemléljük, a felbontás L/ℓ arányban csökken. Legfeljebb hányszorosára növelhető a szem felbontóképessége, ha egy f fókusztávolságú nagyítólencsét használunk?

Adatok: $f = 7,5\text{cm}$. Legyen ℓ tetszőleges, ill. $\ell_1 = 75\text{cm}$, $\ell_2 = 10\text{cm}$.

(II. évfolyam)

4. Az ábrán látható Wheatstone hídban az R_1 ellenállás helyére egy vákuumban kifeszített egyenes wolframszálát kötöttünk. Hogyan határozható meg ezzel az elrendezéssel a W magas hőmérsékletű fajhőjének hőmérsékletfüggése? A szál méretei és a fajlagos ellenállás hőmérsékletfüggése ismertek.



(II. évfolyam)

5. A zivatar kitörését általában az okozza, hogy az alsó légrétegek nagyon felmelegsznek és a légkör egyensúlya instabillá válik. Mekkora az atmoszféra függőleges hőmérséklet-gradiense a függőleges légáramlás megindulása előtt?

A zivatarfelhők alsó fele közelítőleg vízszintes sík, és nem követi a levegő gomolygó mozgását. Miért?

(II.,V. évfolyam)

6. Egy H magasságú, A keresztmetszetű függőleges hengerbe 1mól gázt töltünk. Mekkora a gáz fajhője, ha $mgH \approx RT$, ahol m a gázcsepp tömege, g a nehézségi gyorsulás, T pedig az abszolút hőmérséklet.

(II. évfolyam)

7. Ha egy fém tízforintost vízbe ejtünk, nem élével, hanem lapjával fordul a mozgás irányába. Miért? A Balaton déli partján a sekély, tiszta vízben megfigyelhető, hogy a homokban meglepően szabályos barázdák futnak, centiméteres hullámhosszal. Mi okozza ezeket? Miért tűnik száraznak a nedves homok felszíne, ha ujjunkkal megnyomjuk? Miért lesz vizes, ha paskoljuk? Forgalmasabb útkereszteződésekben a közlekedési lámpák előtt az aszfalton rácsszerű bordázat alakul ki, úgy, hogy a bordázat merőleges a gépkocsik haladási irányára. Mi határozza meg a bordázat "hullámhosszát"? Miért és milyen körülmények között ropog a hó a lábunk alatt? Miért véd a hajnali fagyok ellen a füstölés? Hogyan keletkeznek a jégvirágok? Ha hideg üveg felületére rálehelünk, akkor a kerek olvadt folt pereméről kardszerű jégnyúlványok indulnak befelé. Miért?

(II.,III.,IV.,V. évfolyam)

8. A mérések szerint a felmelegedett talaj felett a levegő törésmutatója az

$$n^2(z) = n_0^2 + n_1^2[1 - e^{-az}]$$

függvénnyel közelíthető, ahol z a talajtól mért távolság. Vizsgáljuk meg a délibáb keletkezésének lehetőségeit.

(III. évfolyam)

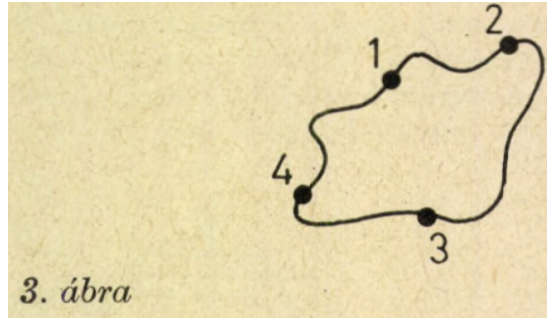
9. Határozzuk meg, hogy egy M tömegű, R sugarú gömbön belül egyenletesen elosztott porfelhő mennyi idő alatt zsugorodik össze saját gravitációs tere hatására. Tegyük fel, hogy a sűrűség csak az időtől függ.

(III. évfolyam)

10. Egy d vastagságú, tetszőleges alakú vékony vezető lemez szélére négy érintkezőt teszünk (lásd az ábrát). A k és l érintkezők között I_{kl} áram folyik, a p és q érintkezők között V_{pq} feszültséget mérünk. Mutassuk meg, hogy fennáll a következő összefüggés:

$$\exp[-R_{34}^{12} \cdot \sigma \cdot \pi \cdot d] + \exp[-R_{23}^{14} \cdot \sigma \cdot \pi \cdot d] = 1$$

ahol $R_{pq}^{kl} = \frac{V_{pq}}{I_{kl}}$ és σ a vezetőképesség!



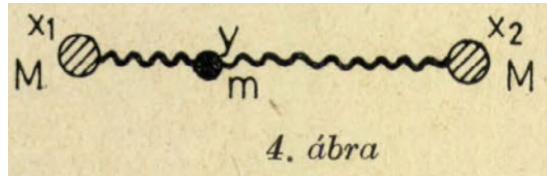
3. ábra

(III., IV. évfolyam)

11. Vizsgáljuk az alábbi Lagrange függvénnyel leírt rendszert $M \gg m$ közelítésben.

$$L = \frac{M}{2}(\dot{x}_1^2 + \dot{x}_2^2) + \frac{m}{2}\dot{y}^2 - \frac{k}{2}(x_1 - y)^2 - \frac{k}{2}(x_2 - y)^2$$

Adiabatikus közelítésnek nevezzük azt a leírást, amikor feltételezzük, hogy a könnyű (m tömegű) test úgy mozog, hogy mindig az x_1 és x_2 pillanatnyi értékének megfelelő potenciál minimumában helyezkedik el. Mutassuk meg, hogy az adiabatikus $y[x_1(t), x_2(t)]$ -nek a Lagrange-függvénybe való behelyettesítésével x_1 és x_2 mozgására egy olyan új effektív Lagrange-függvényt kapunk, amely az egzakt mozgásegyenlet m/M szerinti sorfejtésének vezető járulékát generálja!



4. ábra

(III. évfolyam)

12. Hogyan változik egy vízcsepp térfogata, amely telített gőzben lebeg, ha a vízben konyhasót oldunk fel?

(III. évfolyam)

13. Egy állandó hőmérsékleten tartott kokillába fémolvadékot öntünk. Hogyan mozog a szilárd és az olvadék fázis határa?

(III. évfolyam)

14. Az N független részecskéből álló rendszer (klasszikus) minden részecskének csak két különböző állapota lehet, melyekhez különböző energiaérték tartozik. A rendszer egyensúlyban van a T_0 hőmérsékletű hőtartállyal. Egy adott pillanatban a rendszert átvisszük egy másik $T \neq T_0$ hőmérsékletű környezetbe. Írjuk le hogyan változik az

idő függvényében az egyes szintek betöltési száma! Az egyszerűség kedvéért tegyük fel: annak valószínűsége, hogy egy részecske dt idő alatt a nagyobb energiájú állapotból az alacsonyabb energiájúba kerül, a vizsgált hőmérséklet-tartományban $A \cdot dt$, ahol A állandó.

(IV. évfolyam)

15. A Nap körül keringő űrhajón legfeljebb milyen hatásokkal alakítható át a napenergia elektromos energiává?

(IV.,V. évfolyam)

16. Molekulák gerjesztési színeképét változtatható frekvenciájú monokromatikus lézerténnel lehet meghatározni oly módon, hogy a gerjesztési energia függvényében mérjük a fény abszorpcióját. Az abszorpciós csúcs nem ideálisan vékony, kiszélesedésének egyik oka a molekulák rendezetlen mozgásával kapcsolatos Doppler effektus. Tegyük fel, hogy egy olyan gerjesztést akarunk vizsgálni, melynek energiája egy külső statikus elektromos tértől a Stark-effektus miatt

$$\omega = \omega_0 + b \cdot E^2$$

módon függ (b ismert állandó). Statikus elektromágneses teret alkalmazva hogyan lehet olyan berendezést készíteni, amely kiküszöböli a termikus Doppler-kiszélesedést?

(IV.,V. évfolyam)

17. Az $U = Ax^4 - Bx^2 + B^2/4A$ potenciál $A, B > 0$ paramétereire olyanok, hogy a benne mozgó m tömegű részecske $\hbar\omega_0$ alapállapotú energiája sokkal kisebb mint a két minimum közötti potenciálgát. A $t_0 = 0$ időpillanatban a részecske a jobboldali potenciálgödörben volt, az alapállapothoz közeli energiával. A $[t_1, t_2]$ időintervallumban az $x > 0$ tartományon egy helytől független $F(t)$ erőt alkalmazunk. Hogyan befolyásolja ez a hatás az alagúteffektus valószínűségét a $t > t_1, t_2$ időpontban? (Ha szükséges, tekinthetjük azt az esetet, mikor az erő változási sebessége kicsi ω_0 -hoz képest.)

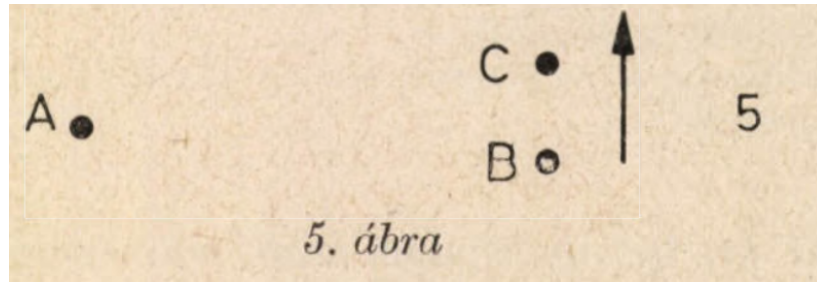
(IV. évfolyam)

18. Az A ponttól egyenlő távolságra levő B és C pontokban két teljesen egyforma álló űrhajó található. Az A -ból küldött fényjel hatására mindkét űrhajó beindítja hajtóművét úgy, hogy mindketten a nyíl irányában állandó (kis) gyorsulással mozogjanak. Mi történik az űrhajókat összekötő laza kötéllel?

(IV.,V. évfolyam)

19. Bizonyítsuk be, hogy a

$$\mathbf{H} = \lambda \sum (\mathbf{a}_i^\dagger \mathbf{a}_{i+1} + \mathbf{a}_i \mathbf{a}_{i+1}^\dagger) + U_1 \sum \mathbf{n}_i \mathbf{n}_{i+1} + \mu \sum \mathbf{n}_i$$



Hamilton operátorral leírt egydimenziós fermionrendszer (\mathbf{a}_i^\dagger az i helyen fermiont keltő operátor, $\mathbf{n}_i = \mathbf{a}_i^\dagger \mathbf{a}_i$) ekvivalens a

$$\mathbf{H} = \mathbf{J}_z \sum \mathbf{S}_i^z \mathbf{S}_{i+1}^z + \mathbf{J}_x \sum \mathbf{S}_i^x \mathbf{S}_{i+1}^x + \mathbf{J}_y \sum \mathbf{S}_i^y \mathbf{S}_{i+1}^y + h \sum \mathbf{S}_i^z$$

egydimenziós spinrendszerrel ($\vec{\mathbf{S}}_i$ az helyen rögzített részecske spinoperátora).

(V. évfolyam)

20. A π^0 mezon instabil részecske, 2 fotonra bomlik. Javasoljunk olyan mérést, melyből meghatározható a π^0 mezon paritása! (Elektromágneses bomlásoknál a paritás megmarad.) A mérésekből az adódik, hogy a π^0 mezon pszeudoskalár részecske. A Lorentz-invariancia, a paritás-megmaradás és a foton-statisztika figyelembevételével írjuk fel a

$$\langle 2\gamma; k_1^\mu, \epsilon_1^\mu, k_2^\mu, \epsilon_2^\mu | \pi^0; p^\mu \rangle$$

átmeneti mátrixelem legáltalánosabb alakját (p , k_1 és k_2 a részecskék négyesimpulzusát, ϵ_1 és ϵ_2 pedig a polarizációt jelöli). Mi a kapcsolata a mátrixelem felírásánál szereplő állandónak és a π^0 mezon élettartamának?

(V. évfolyam)

Ortvay 1978

1. Egy kezdetben M tömegű, álló esőcseppre időegység alatt m tömegű vízpára csapódik ki. Hogyan mozog az esőcsepp?

(II. évfolyam)

2. Tekintsük a H_2^+ ion alábbi egyszerű mechanikai modelljét! Két M tömegű és a közöttük levő $m \ll M$ tömegű részecske egy egyenes mentén mozoghat. A könnyű részecskét mindkét nehéz részecske ugyanakkora állandó F erővel vonzza. A könnyű részecske a két nehéz között pattog, ütközéskor rugalmasan verődik vissza. Mekkora a nehéz részecskék távolsága az egyensúlyi helyzetben és mekkora a távolság-változáshoz tartozó kis rezgések frekvenciája?

(II. évfolyam)

3. Egy tengely végeire két egyforma, szabadon forgó keretet erősítünk. A kapott eszközt egy a vízszintessel kis szöget bezáró síkra helyezük és a síkra merőleges tömegközépponti tengely körül megforgatjuk. A kerekek súrlódásmentesen gördülnek. Írjuk le a mozgást!

(II.,III. évfolyam)

4. Ha egy hőszigetelt hengerbe dugattyúval bezárt gáz térfogatát gyorsan megnöveljük, akkor energiaveszteség nincs. Ha lassan növeljük, akkor a változás adiabatikus, ahol a munkavégzés véges. Adjuk meg az energiaveszteséget tetszőleges dugattyúsebességre!

(II. évfolyam)

5. Egy homorú tükör a T pontról ideálisan éles valódi képet alkot K -ban. T -be egy kiterjedt tárgyat teszünk. Mennyire mosódik el ennek képe a K -ba helyezett ernyőn?

(II. évfolyam)

6. Két, egymástól d távolságra kifeszített kis keresztmetszetű dróton ω frekvenciájú jelet továbbítunk. Mekkora a jel terjedési sebessége?

(II. évfolyam)

7. Egy ejtőernyős ejtőernyő nélkül V , ejtőernyővel v sebességgel esik. Nagy magasságból kiugorva milyen magasan nyissa ki az ernyőt, hogy a leggyorsabban érjen földet?

(II. évfolyam)

8. Mekkora forgatónyomatékkal fékezi egy viszkózus folyadék a benne állandó szögsebességgel forgó gömböt?

(III. évfolyam)

9. Egy edény oldalán vízszintes csövön át folyik ki az edényben levő folyadék. A cső ellipszis keresztmetszetű. A kifolyó folyadéksugár lánchoz hasonló alakot vesz fel, keresztmetszete hol vízszintes, hol függőleges irányban nyújtott ellipszis. Magyarázzuk meg a jelenséget és becsüljük meg a "láncszemek" távolságát!

(III. évfolyam)

10. A palástján hőszigetelt fém rúd egyik végét állandó hőmérsékleten tartjuk (T_0), másik vége ennél nem sokkal hidegebb (T_1) levegővel érintkezik. A rúd mentén a kezdeti hőmérséklet-eloszlás

$$T(x) = T_0 + \frac{T_1 - T_0}{L} \cdot x$$

(L a rúd hossza). Határozzuk meg a hőmérséklet időbeli változását a rúd mentén és a stacionárius eloszlást!

(III. évfolyam)

11. Mutassuk meg, hogy a Föld-Hold rendszer potenciálja a Nap erőterében egy hónapos periódusra átlagolva

$$U(r) = -\frac{\alpha}{r} - \frac{\beta}{r^3},$$

ahol r a Föld-Hold rendszer tömegközéppontjának a Naptól mért távolsága. Tételezzük fel az egyszerűség kedvéért, hogy a Hold keringési síkja egybeesik a Föld pályasíkjával. Határozzuk meg a fenti potenciálból származó perihélium-elfordulást!

A Hold tömege 81-szer kisebb a Föld tömegénél, a Hold-Föld távolság *380ezer km*, az átlagos Föld-Nap távolság pedig *150millió km*.

(III. évfolyam)

12. Tekintsünk egy véges négyzethálót, amelynek minden éle R ellenállású huzal. Pl.

Egy él végpontjához (A, B) kapcsoljuk egy feszültségforrás két sarkát.

Tekintsünk ezek után egy új négyzethálót, amit úgy kapunk, hogy a régi háló minden éléhez hozzárendelünk egy rá merőleges, a felezőpontján áthaladó "duális élet". A duális háló csomópontjai a régi lapközépeiben lesznek. Így a fenti háló duálisja:

A feszültségforrást kapcsoljuk rá az AB él duálisának végpontjaira (C, D), az élek szabadon álló végpontjait pedig földeljük le. Mutassuk meg, hogy az első hálózat egy élén át ugyanakkora áram folyik, mint a második hálózat megfelelő duális élén (kivéve azokat az éleket, amelyekre a feszültségforrást kapcsoltuk). Mutassuk meg, hogy az első hálózatnál a $\sum I^2 R = \min.$, a másodiknál a $\sum \frac{(\Delta U)^2}{R} = \min.$ feltételből kaphatjuk meg az áram- és potenciáeloszlást!

hiányzó kép?

(III. évfolyam)

13. Az első fajú szupravezető anyagok belsejében a mágneses térerősség nulla (Meissner effektus). Határozzuk meg ennek alapján, hogy mekkora a szupravezető átalakulás latens hője, ha tudjuk, hogy az átalakulási hőmérséklet hogyan függ az alkalmazott mágneses tértől!

(III. évfolyam)

14. Sok egyforma, egymással kölcsönható részecske egy egyenes mentén láncot alkot. A részecskék kis, hosszirányú rezgéseinek frekvenciája függ a rezgés hullámhosszától. Milyen feltételek mellett lesz ez a függvény az origóból induló egyenes?

(IV. évfolyam)

15. B mágneses térben egy elektron ω szögsebességgel körpályán mozog. Hány fotont sugároz ki egy körülfordulás alatt és mennyire változik meg a szögsebessége?

(IV. évfolyam)

16. Egy mágneses dipól a közegbeli fénysebességnél gyorsabban mozog. Határozzuk meg a kibocsájtott elektromágneses sugárzás jellemzőit!

(IV. évfolyam)

17. Egy tükrös galvanométer tekercsének tehetetlenségi nyomatéka I , és a felfüggesztés direkciós nyomatéka D . Határozzuk meg a szögkitérés négyzetének várható értékét, ha a galvanométeren nem folyik áram!

(IV. évfolyam)

18. A klasszikus mechanikában a teljes szórási hatáskeresztmetszet csak akkor véges, ha a kölcsönhatási potenciál egy adott távolságon túl azonosan nulla (ilyen pl. a merev gömb esete). Vizsgáljuk meg, hogy ez az állítás hogyan módosul a kvantummechanikában? Mi az eltérés szemléletes magyarázata?

(IV. évfolyam)

19. Határozzuk meg annak valószínűségét, hogy a hidrogénatom alapállapotban marad, ha az atommag egy v sebességű neutronnal ütközik!

(IV. évfolyam)

20. Kvantummechanikai részecske olyan $V(r)$ potenciál hatására mozog, amelyre $V(r) \leq 0$, ha $r \leq R$ és $V(r) = 0$, ha $r > R$. Hogyan változnak meg a kötött állapotok energia értékei, ha a potenciált az $r > R$ tartományban az ábrán látható módon megváltoztatjuk (szaggatott vonal) ?

hiányzó kép

(IV. évfolyam)

21. Becsüljük meg a H atom

a./ $2s_{1/2} \rightarrow 1s_{1/2}$ átmenetének

b./ $2p_{1/2} \rightarrow 1s_{1/2}$ átmenetének

valószínűségét! Bizonyítsuk be, hogy a Lamb-shift miatt lehetséges $2s_{1/2} \rightarrow 2p_{1/2}$ átmenet valószínűsége kicsi és ezért nem csökkenti lényegesen a $2s_{1/2}$ állapot élettartamát!

Mekkora statikus külső elektromos teret kell alkalmazni, hogy a $2s_{1/2}$ állapot élettartama 9 nagyságrenddel csökkenjen?

(V. évfolyam)

22. Egy Z rendszámú atom β bomlásának hatására egy K héjhoz tartozó elektron ionizálódott és E energiával kirepült. Hogyan függ e folyamat valószínűsége Z -től és E -től, ha E sokkal nagyobb, mint az ionizációs energia? Becsüljük meg annak valószínűségét, hogy az elektront a β bomlásból származó elektron taszítja ki, és vizsgáljuk azt az esetet, amikor ez a valószínűség elhanyagolható!

(V. évfolyam)

23. Az atomi elektron és az elektromágneses tér zérusponti rezgései közötti kölcsönhatás miatt az energianívók eltolódnak. (Lamb-shift) Vizsgáljuk ezt a jelenséget két lépésben:

a./ Becsüljük meg, hogy az elektron az atomon belül hogyan fluktuál a zérusponti rezgések miatt! (Mekkora a fluktuáció amplitúdó-négyzetének átlagértéke?)

b./ Vizsgáljuk meg, hogy ez az eltekintés hogyan tolja el az energianívót!

(V. évfolyam)

24. Milyen az elektron sugárzási tere, amikor E_1 dielektromos állandójú féltérből E_2 dielektromos állandójúba lép át? Az elektron sebessége kisebb a fény mindkét féltérbeli terjedési sebességénél és merőleges a féltérbet elválasztó síkra.

(V. évfolyam)

25. A grafit kristályban a szénatomok hatszöges szerkezetű rétegeket alkotnak. Bizonyítsuk be, hogy ha nem vesszük figyelembe a különböző rétegek elektron-pályáinak átfedését, akkor az elektron állapotsűrűség a Fermi nívón nulla, de attól tetszőlegesen kis távolságra már véges (félvezető zérus gap-pel).

(V. évfolyam)

26. Egy egydimenziós elektron rendszer Hamilton operátora

$$\mathbf{H} = \sum_{k=-N}^N [\dots]$$

ahol \mathbf{a}_k^\dagger a k helyen elektront keltő operátor. Legyen $E_k = E$ minden k -ra kivéve $k = 0$ -t, ahol $E_0 = E + \Delta$. Milyen lesz a rendszer energiaspektruma?

(V. évfolyam)

27. Az A fém egyensúlyi szilárd fázisban nem oldja a B elemet. Gyors hűtéssel A -ba C_B koncentrációjú interstíciós ötvözőként B -t visszük, mely hőkezelés hatására a kristályszemcsék határán gyűlik össze. Hogyan változik a B elem koncentrációja a szemcse belsejében a hőkezelés idejének függvényében?

(V. évfolyam)

Ortvay 1979

1. a./ Egy függőleges síkban elhelyezkedő, gyűrű alakban zárt cső belsejében gáz van. Az egyik függőleges ágat T_1 , a másikat T_2 hőmérsékleten tartjuk. Mi történik? (a. ábra)
- b./ Egy Kossuth Lajos utcai kirakatban látható a következő berendezés (b. ábra):

Függőleges tengelyre szerelt vékony fémlapok egyik oldala tükrös, a másik kormozott. A tengely tőcsapágyon foroghat. A berendezés légritka térben, búra alatt van. Forog-e, merre és miért?

Tételezzünk fel különböző környezeti feltételeket!

c./ Egy A és B fókuszú forgásellipszoid alakú üreg B fókusza köré egy B középpontú gömböt helyezünk, és a felesleges válaszfalakat eltávolítjuk. Az üregben vákuum van, a belső felület tökéletesen tükröző. Az A és B pontokban egyforma, kis méretű, abszolút fekete testek vannak. A $t = 0$ időpontban mindkét fókuszban egy pillanatszerűen végbemenő kémiai reakció azonos mennyiségű hőt termel. Az ellipszis geometriája következtében az A pontból kiinduló hősugárzás nagy része a B fókuszba verődik vissza, és ott elnyelődik. A B -ből kiinduló hősugarak nagy részét a gömb B -be veri vissza. (c. ábra) Ezért a kezdetben azonos hőmérsékletű fekete testek közül az A -beli lehűl, a B -beli felmelegszik. Ez ellentmondásban van a termodinamika főtételével.

Magyarázzuk meg a jelenséget, és állítsuk helyre a termodinamika iránti megingott bizalmat!

Hiányzó kép

(II.,III.,IV.,V. évfolyam)

2. Az $r = r(\phi)$ görbe legmagasabban fekvő pontja a $\phi = 0$ szöghöz tartozik. A görbe függőleges tengely körüli megforgatásával kapott felületen anyagi pont mozoghat. A $\phi = 0$ pontból a test kezdősebesség nélkül indul. Egy kritikus szöget elérve a test elválik a felülettől.

a./ Súrlódás nincs. Írjuk fel a kritikus szöget meghatározó egyenletet!

b./ Legyen $r = r(\phi) = a \cdot \cos \phi$.

Határozzuk meg a kritikus szöget! Hasonlítsuk össze a megoldást az elemekből ismert hasonló probléma megoldásával!

c./ A test és a felület közti súrlódási együttható μ . A felület R sugarú gömb. Határozzuk meg a kritikus szöget!

(II. évfolyam)

3. A kerékpárokön használt macskaszem úgy készül, hogy egy tükörlapokból álló kocka egyik sarkát levágják, és a kapott belül tükrös, szabályos háromszög alapú gúlát

háromszögrácsba helyezve sokszor megismétlik. Tegyük fel, hogy a tükörlapokon a visszaverődés tökéletes. Az adott irányból beeső fényt a macskaszem ugyanabba az irányba veri vissza. Miért?

Hogyan függ a visszavert intenzitás a beesési szögektől?

(II. évfolyam)

4. Melyek azok a centrális erők, amelyekben a körpályán keringő részecske mozgásának kis perturbációi rezonálnak a keringés körfrekvenciájával?

(II. évfolyam)

5. Készítsünk napvitorlást: kis tömegű űrhajóhoz könnyű tartórudakkal hatalmas fényvisszaverő műanyag fóliát erősítünk. Állítsuk meg a vitorlást a Föld pályáján: esni kezd a Nap felé. Mekkora kell lennie a vitorla felületének, hogy a sugárnyomás még a Nap felszínének elérése előtt megállítsa? (Numerikus választ kérünk!) Milyen mozgást végez ekkor a napvitorlás? Mekkora vitorla szükséges a Naprendszer elhagyásához? Mennyi időbe telne ez?

(II. évfolyam)

6. Egy anyag belső energiája csak a pV szorzattól függ. Mutassuk meg, hogy bevezethető a hőmérsékleti skála úgy, hogy $T = k \cdot pV$!

(II. évfolyam)

7. Függőleges tengelyre erősítve vízszintes cső forog. A csőben m tömegű golyó mozoghat, melyet egy rugó erősít a forgástengelyhez. A rugó nemlineáris, erő-megnyúlás-függvénye a következő:

$$F = k(y - \beta \cdot \sin(\alpha y))$$

ahol F a rugóerő, y a rugó megnyúlása, k , α , β paraméterek, $\alpha, \beta < 1$.

Növeljük a rendszer tengely körüli forgásának ω szögsebességét igen lassan nullától addig, amíg a rugóban fellépő erő $F = F_0 = 3\pi k/\alpha$ nem lesz.

Rajzoljuk fel a golyó tengelytől való távolságát a szögsebesség függvényében! Mi történik, ha a szögsebességet a maximális értékről lassan csökkenteni kezdjük? Rajzoljuk fel a rugó egyensúlyi helyzeteit! Diskutáljuk a feladatot a paraméterek különböző értékei szerint! (Be kell-e vezetni esetleg a szövegben nem említett új paramétereket is?)

(II. évfolyam)

8. Modellezzük a dagály kialakulását úgy, hogy a Földet egyenletes (milyen vastag?) rétegben víz borítja, melyre a Föld és a Hold gravitációs ereje hat! Hogyan függ a helytől a dagály (apály) nagysága, és mekkora a maximális érték? Mivel magyarázható eredményeinknek a mért adatoktól való eltérése? Becsüljük meg a fenti számításokhoz a Nap gravitációs hatása következtében járuló korrekciót!

(III. évfolyam)

9. Az ábrán látható prizmát optikailag aktív cukoroldattal töltötték meg. Balról lineárisan polarizált fény esik rá. Milyen lesz a jobboldalt elhelyezett ernyőn kialakuló interferenciakép?

Hiányzó kép

(III. évfolyam)

10. a./ Összenyomhatatlan folyadék kis cseppje pulzáló rezgéseket végez. Becsüljük meg az alap-módus frekvenciáját!

b./ Becsüljük meg egy folyadékcsillag rezgéseinek frekvenciáját! (Numerikusan is!)

(III. évfolyam)

11. A galaxisok kialakulását modellezhetjük a következő módon: Egy kezdetben majdnem homogén, ρ_0 sűrűségű gáz részecskéinek mozgását az

$$\mathbf{x}_i = a(t) \cdot [\mathbf{q}_i - b(t) \cdot \nabla_i \phi(\mathbf{q})]$$

függvény adja meg.

Itt $\phi(\mathbf{q})$ a kezdeti sűrűségingadozást jellemző sima függvény, \mathbf{x}_i az i -ik részecske Descartes-, \mathbf{q}_i a Lagrange-koordinátája. ($b(t_0) \ll 1$)

a./ Határozzuk meg $a(t)$ és $b(t)$ ismeretében a $\rho(\mathbf{q}, t)$ és a $\rho(\mathbf{x}, t)$ sűrűséget!

b./ Határozzuk meg $a(t)$ -t egzaktul, $b(t)$ -t első rendig közelítve, ha a gázzészecskék gravitációs erővel vonzzák egymást!

A megoldás során használjuk a $\phi(\mathbf{q})$ függvényhez illesztett Lagrange-koordinátákat. A gáz nyomása legyen végig nulla.

(III. évfolyam)

12. Az ábrán látható rezgőkör függőleges síkban helyezkedik el, és egy ingán keresztül záródik. Síkjára merőlegesen homogén \mathbf{H} mágneses tér áll fenn.

a./ Határozzuk meg a rendszer sajátfrekvenciáit! (Az inga kitérése legyen kicsi.)

b./ A $t = 0$ pillanatban az inga nyugalmi helyzetben lóg, a kondenzátoron Q töltés van, áram nem folyik. Mekkora lesz a kialakuló ingalengés amplitúdója?

Diszkutáljuk a feladatot L , C , \mathbf{H} , ℓ különböző értékeire!

Hogyan változik a jelenség, ha az áramkörből az önindukciós tekercset kiiktatjuk?

Hiányzó kép

(III. évfolyam)

13. Elemi fizika órákon csúcshatás néven tanítják azt a tételt, hogy fémfelület közelében $E \cdot g = \text{állandó}$, ahol E az elektromos térerősség abszolút értéke, g pedig a felület görbületi sugara. Vizsgáljuk meg a tétel érvényességi körét! Ellenőrizzük például vezető ellipszoid esetén! Nyújtsuk dróttá az ellipszoidot, stb.!

(III. évfolyam)

14. Milyen feltételek mellett lesz egy egydimenziós potenciálgödörben kötött részecskének véges sok kötött állapota?

(IV. évfolyam)

15. Egy e töltésű, m tömegű részecskét $V(x) = ax^2 + bx^4$ egydimenziós potenciál tartja kötve. ($b > 0$, a lehet pozitív és negatív is)

Kváziklasszikus közelítést alkalmazva határozzuk meg, mekkora a részecske statikus elektromos polarizálhatósága különböző E_n energiaszinteken!

(IV. évfolyam)

16. Polarizálható molekulákból álló ideális gázba párhuzamos fénynyalábot bocsátunk. Adjuk meg a fényintenzitás irány szerinti eloszlását a gázban megtett út függvényében!

(IV., V. évfolyam)

17. Egy festékoldatot lineárisan poláros fényvel megvilágítva a lumineszcencia során kibocsátott fény nem lesz lineárisan poláros. Vizsgáljuk meg, mitől és hogyan függnek az emittált fény polarizációs tulajdonságai!

(IV. évfolyam)

18. Müion-tárológyűrűben nagy energiájú müionok rohannak körbe függőleges irányú \mathbf{B} mágneses tér és sugárirányú (stabilizáló) elektromos tér hatására.

Számítsuk ki, hogy milyen Ω_p frekvenciával precesszál a müion spinje sebességének iránya körül a terek hatására! A müion mágneses momentuma:

$$\mu = \frac{g_\mu e}{2m_\mu c} \mathbf{S}$$

ahol a müion g -faktora a kvantum-elektrodinamika szerint:

$$g_\mu \approx 2 \left(1 + \frac{e^2}{\hbar c} \right)$$

Ω_p pontos mérése lehetővé teszi g_μ pontos meghatározását.

A CERN-beli kísérletekben a müion energiája $E_\mu \approx 3,1 \text{ GeV}$ volt. (Miért?) Hogy módosul Ω_p , ha feltételezzük, hogy a müionnak

$$\mathbf{d} = \frac{g' e}{2m_\mu c} \mathbf{S}$$

elektromos dipólmomentuma is van? ($g' \ll g_\mu$)

(IV. évfolyam)

19. A klasszikus mechanikából ismert, hogy gömbszimmetrikus erőterben mozgó tömegpont pályája csak a Coulomb- és a harmonikus potenciál esetén lesz zárt görbe. Mi tünteti ki ezeket az erőtereket a kvantummechanikában?

(IV. évfolyam)

20. Azonos-e a megfelelő energiaszintek degenerációja a következő két rendszerben?

a./ Kölcsönhatásmentes bozon-rendszer

Energiaszintjei:

$$E_n = n \cdot E \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

b./ Kölcsönhatásmentes fermion-rendszer

Energiaszintjei:

$$E_m = m \cdot E \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$$

Alapállapotban a negatív energiájú állapotok betöltöttek.

Szorítkozzunk az állapottér azon alterére, ahol a fermionok száma azonos az alapállapotéval (csak részecske-antirészecske párok vannak, más szóval a töltés zérus).

A fentiek ismeretében mit mondhatunk az egydimenziós, szabad és tömeg nélküli fermion- és bozongáz kapcsolatáról?

(V. évfolyam)

21. Az ω frekvenciájú kvantumoszillátor kölcsönhat a sugárzási térrel. Határozzuk meg, milyen valószínűséggel lesz az oszcillátor t idő múlva az $|n\rangle$ állapotban, ha kezdetben az $|m\rangle$ állapotban volt! Mi a valószínűség-eloszlás $t \rightarrow \infty$ határértéke?

(V. évfolyam)

22. Egy porszemekből sajtolt fémet $10\mu m$ átmérőjű gömbökből állónak tekintünk. A gömbök egymással $0,1\mu m$ átmérőjű körön érintkeznek. Határozzuk meg a fajlagos ellenállást!

(A $0,1\mu m$ átmérő összehasonlítható a szabad úthosszal.)

(V. évfolyam)

23. Egy kristályban a magspinek rendszere tárgyalható önállóan, a ráccsal való kölcsönhatást elhanyagolva. A magok közti kölcsönhatás olyan, hogy effektív-tér közéletést alkalmazva $H_{eff} = 30Oe$.

Elvégezzük a következő kísérletet: $5K$ hőmérsékleten a kristályt $100Oe$ erősségű mágneses térbe helyezzük. Hirtelen (a spin-spin kölcsönhatás relaxációs idejéhez képest rövid idő alatt) a mágneses teret $-100Oe$ -re változtatjuk. Ekkor a spin-spin hőmérséklet marad $5K$, de a spin-külső tér kölcsönhatásnak megfelelő Zeeman-hőmérséklet $-5K$ lesz.

Mi lesz az egyensúly beállta utáni közös hőmérséklet, ha a mágneses teret változatlanul tartjuk? Mi történik, ha utána a mágneses teret adiabatikusan kikapcsoljuk?

(V. évfolyam)

24. Egy fémben forgási ellipszoid alakú üregek vannak, melyek tengelyei egymással párhuzamosak. Hogyan változtatják meg az üregek a tengelyükkel párhuzamosan folyó árammal szemben tanúsított ellenállást?

(V. évfolyam)

25. Schwinger nyomán dionnak nevezzük az elektromos és mágneses töltést is hordozó részecskéket.

(A feltételezett, g mágneses töltésű monopólus maga körül $\mathbf{B} = g \frac{\mathbf{r}}{r^3}$ mágneses teret kelt. Külső \mathbf{E} , \mathbf{B} térben a monopólusra

$$\mathbf{F} = g \left(\mathbf{B} - \frac{1}{c} \mathbf{v} \times \mathbf{E} \right)$$

Lorentz erő hat.)

Vizsgáljuk két dion rendszerét. Az (e_1, g_1) töltésű diont rögzítsük az origóba, a másik, m_1 tömegű, (e_2, g_2) töltésű dion mozogjon az első által létrehozott \mathbf{E} , \mathbf{B} térben. A sugárzástól, sugárzási visszahatástól, stb. tekintsünk el.

a./ Állítsuk fel a dion mozgásegyenletét! Vizsgáljuk a mozgásegyenlet energia- és impulzusmomentum-integráljait! Mi lép az impulzusmomentum-megmaradás tétele helyébe?

b./ Vizsgáljuk meg, milyen feltételek mellett lehetséges állandó szögsebességgel bejárt körpálya! Hol van a kör középpontja? Határozzuk meg a körpálya kis perturbációit és frekvenciájukat! Ábrázoljuk az eredeti és a perturbált pályákat!

c./ Értelmezzük az elektrodinamika alapján a mozgó dion impulzusmomentumával kapcsolatos nehézségeket!

d./ A fent leírt mechanikai probléma az (e_i, g_i) ($i = 1, 2$) töltésadatok milyen transzformációi esetén marad változatlan? Lehet-e az egyik dion mágneses töltését 0-nak választani?

e./ Ha az elektromos és mágneses ponttöltések által keltett tér Coulomb-alakjához ragaszkodunk, akkor a töltések d./-beli transzformációja az \mathbf{E} , \mathbf{B} terek transzformációját is megköveteli. Határozzuk meg ezt az ún. "duális" transzformációt! Megváltozik-e a Maxwell-egyenletek alakja? Egészítsük ki a Maxwell egyenleteket új tagokkal úgy, hogy a kapott egyenletrendszer a duális transzformációkra nézve zárt legyen!

f./ Vizsgáljuk meg az e./-beli problémát az elektrodinamika relativisztikus formalizmusának felhasználásával is! Melyik könnyebb?

g./ A d./ pont alapján válasszuk meg úgy a töltések transzformációját, hogy a mozgó részecske mágneses töltése 0, elektromos töltése $-e$, a nyugvó dioné $+g$, illetve $+Q$ legyen. Ekkor a nyugvó részecske által keltett skalár- és vektorpotenciál:

$$\phi = \frac{Q}{r}, \quad A_x = g \frac{yz}{r\rho^2}, \quad A_y = -g \frac{xz}{r\rho^2}, \quad A_z = 0,$$

ahol $r^2 = z^2 + \rho^2$, $\rho^2 = x^2 + y^2$.

Ellenőrizzük! (Miért tüntettük ki a z -tengelyt?)

A rendszer következetesen kvantálható, ha a $\nu = \frac{eg}{\hbar c}$ dimenziótlan kombináció egész vagy félegész (Dirac-féle szabály). A c./ pont alapján magyarázzuk meg szemléletesen, mit jelent a fenti tétel!

h./ Vizsgáljuk a

$$\mathbf{J} = \mathbf{r} \times \left(\mathbf{p} - \frac{e}{a} \mathbf{A} \right) - h\nu \frac{\mathbf{r}}{r}$$

operátorhármast! (Bizonyítsuk be, hogy

$$[\mathbf{J}_k, \mathbf{J}_l] = i\hbar \epsilon_{klm} \mathbf{J}_m!$$

Ekkor a \mathbf{J}^2 operátor sajátértékei $\hbar^2 \cdot j \cdot (j + 1)$ alakúak. Bizonyítás nélkül közöljük, hogy a fenti rendszerben $j = \nu, \nu + 1, \nu + 2, \dots$ lehet.

i./ A fentiek alapján írjuk fel a probléma Hamilton-operátorát, és határozzuk meg a dion-hidrogénatom spektrumát! (Ismerős-e a spektrum? Honnan?)

(II. évfolyam: a./, b./, d./

III. évfolyam: a./, b./, c./, d./, e./, f./

IV. évfolyam: a./, b./, c./, d./, e./, f./, g./, h./, i./

V. évfolyam: a./, b./, c./, d./, e./, f./, g./, h./, i./)

26. 1979. október: Illetékesek és illetéktelenek határozottan cáfolják a földrengéssel kapcsolatos híreszteléseket.

1979. november: Az Ország-Világ cikksorozatot közöl "Repülő csészealjok és a földrengések, avagy a maják titka" címmel.

1979. december: Élelmes maszekok tranzisztoros zsebszeizmográfokkal árasztják el a karácsonyi piacot.

1980. január 1.: Mindenki a zsebszeizmográfot lesi. A termelés leáll.

január 15.: Földrengés sehol. Rémhírek terjednek a földrengés elszabotálásáról.

január 20.: Földrengés még mindig nincs. A pánik fokozódik.

január 21.: Tüntetés a Geofizikai Tanszék előtt. Az ablakokat beverik.

január 22.: A közvélemény megnyugtatóra az illetékesek egy Bicske környéki elhagyott pincében békés célú atomrobbantást hajtanak végre. A bomba 11⁰⁵-kor robban.

január 22. 11¹⁰: Egy ország sóhajt fel elégedetten a zsebszeizmográfok mellett: "Na ugye, megmondtam!". A termelés megindul. A gellérthegyi telkek ára ismét emelkedni kezd.

1987. március: A zsebszeizmográfokat gyártó maszekok lángoló tudományszeretet-től hajtva a Geofizikai Tanszék rendelkezésére bocsátják a földrengésről a lakosságtól összegyűjtött adatokat:

- A Bicske környékén lakók némi utórezgéstől eltekintve egyetlen lökést észleltek.
- Egy kritikus távolságon túl elhelyezett zsebszeizmográfok (három!) lökést regisztráltak.

1979. november 3.: Magyarázd meg a fentiek alapján, mi van a Föld mélyében! Miért pont lökést észleltek? Becsüld meg a kritikus távolságot!

(II.,III.,IV.,V. évfolyam)

Ortvay 1980

1. Egy magas téglakéményt le kell bontani, ezért feldöntik. Dőlés közben eltörik.

Mekkora dőlési szögnél és a kémény melyik pontján kezdődik a repedés? Mi történik, ha a kémény földet érésig egészben maradt?

(II.,III.,IV.,V. évfolyam)

2. Ha egy borotválkozó tükörtől távolodunk, képünket egy adott távolságnál megfordulni látjuk. Milyen messze vagyunk ekkor a tükörtől? Adjuk meg a szögnagyítást a távolság függvényében! A tükör fókusztávolsága legyen 20cm , a szemgolyó átmérője $\approx 5\text{cm}$, a két pupilla távolsága $\approx 6,5\text{cm}$. Két szemmel $\approx 12\text{cm}$ távolságról, egy szemmel $\approx 10\text{cm}$ távolságról tudunk még olvasni, ha a szemünket megerőltetjük.

(II. évfolyam)

3. A levegő radioaktív radontartalmának meghatározását végezzük régóta nem szelöltetett helységben. Mérési módszerünkben egy Q ($m^3/\text{óra}$) teljesítményű szivattyúval egy szűrőn szívjuk át a levegőt sok órán keresztül. A szűrőpapír h hatásfokkal felfogja a levegőben lévő mikrorészecskéket, amelyekre a nemesgáz radon radioaktív bomlástermékei ráülnek. Mekkora a levegő radontartalma, ha a mintavétel befejezésekor a szűrőpapír alfa részecskékre vonatkozó aktivitása $A_{\text{alfa}} = 0$? Hogyan változik $A_{\text{alfa}}(t)$ a mintavétel befejezésétől számított t idő függvényében?

A radon bomlássémája:

Hiányzó kép

(II. évfolyam)

4. Gömb alakú, m tömegű, Θ tehetetlenségi nyomatékú úrhajót elhanyagolható tömegű, tökéletesen visszaverő, R sugarú kör alakú fólia közepébe helyezünk. (A vitorlát merevítő bordázat tömege is elhanyagolható.) Az úrhajó segédtrakétáival változtatni lehet a vitorla Naphoz viszonyított állásszögét.

- Adjuk meg a napvitorlás mozgásegyenleteit!

- Milyen pályán mozog a segédtrakétáit nem használó napvitorlás?

- Próbáljunk meg olyan vitorlakezelési stratégiát kidolgozni, amellyel a vitorlás egyenes vonalban húzhat el a Nap mellett!

(A Napállandót vegyük táblázatból, m , Θ , R értékeit becsüljük!)

(II. évfolyam)

5. d hosszúságú, súlytalan rúd alsó végét csuklósan a padlóhoz rögzítjük és a rudat mindkét oldalon k direkción erejű, egyformán összenyomott, vízszintes rugóval támasztjuk ki. A rugók a padlótól h távolságra érintkeznek a rúddal és a rúd középső

helyzetében F erőt fejtenek ki. (A csukló csak a rúd és a rugók által meghatározott síkban való mozgást engedi meg.) A rúd másik végére m tömegű testet helyezünk.

Határozzuk meg az egyensúlyi helyzetet és az egyensúly körüli kis rezgések frekvenciáját!

(II. évfolyam)

6. Homogén gravitációs térben esőcsepp zuhan. Esés közben tömege a környező vízgőz kondenzációja következtében pillanatnyi felületével arányosan növekedni kezd. Kezdetben $R = R_0$ és $v = v_0$.

Adjuk meg az esőcsepp mozgását!

(II. évfolyam)

7. A Mars Phobos nevű holdja 16km átmérőjű, 9300km sugarú pályán $7\text{óra}39\text{perc}$ alatt kerüli meg a bolygót. Keringési ideje csillagászati mérések szerint lassan csökken:

$$\frac{\Delta T}{T} = -8 \cdot 10^{-12}$$

A Phobos magasságában a mars-légkör sűrűsége kisebb $2 \cdot 10^3 \text{ molekula/cm}^3$ -nél. Becsüljük meg, hogy a légkör fékező hatása meg tudja-e magyarázni a keringési idő változását!

(II. évfolyam)

8. Határozzuk meg egy csillag valódi és látszólagos iránya közti különbséget, ha az atmoszféra törésmutatója

$$n(r) = r + \nu_0 \cdot \exp[-\mu(r - R)]$$

szerint változik (ahol R a Föld sugara, $\nu_0 = 2,7 \cdot 10^{-4}$, $\mu = 0,14\text{km}^{-1}$) és a csillag látszólagos zenitmagassága Θ_0 !

Meg lehet-e ennek alapján magyarázni azt a tapasztalatot, hogy a lenyugvó Nap lapultnak látszik?

(III. évfolyam)

9. Egy fémkristályban az x_1, x_2, x_3 derékszögű koordináta-rendszerben a fajlagos ellenállás tenzora diagonális:

$$\rho = \begin{pmatrix} \rho_1 & 0 & 0 \\ 0 & \rho_2 & 0 \\ 0 & 0 & \rho_3 \end{pmatrix}$$

Az egykristályból az \mathbf{n} egységvektorral párhuzamosan vékony tűt vágunk ki. Mekkora fajlagos ellenállást mérünk, ha a tűn hosszanti irányban áramot bocsátunk át?

(III. évfolyam)

10. Mély vízből egy kicsiny légbuborék száll fölfelé. Hogyan mozog? Mennyi idő alatt éri el a felszínt? Milyen adatok esetén alkalmazható a Stokes-formula?

(III. évfolyam)

11. Egy magnetofon felvevőfejének légrése $1\mu m$. Mekkora felső határfrekvenciát enged ez meg $9,5cm/s$ -os szalagsebességnél?

(III. évfolyam)

12. Vezessük le a hanghullámok terjedésére vonatkozó egyenletet és peremfeltételt, feltételezve, hogy a gázban terjedő hanghullám és a szilárd felület találkozásakor a felület közelében lévő gázmolekulák nem mozognak! Ezt felhasználva írjuk le a hang terjedését egy a, b oldalú, téglalap keresztmetszetű csőben!

Mi történik, ha a hang frekvenciája kisebb egy kritikus értéknél?

(III. évfolyam)

13. Egyik végén gömbcsuklóval rögzített ℓ hosszúságú, m tömegű, vékony, merev rúd mágneses anyagból készült és ezért - a párhuzamosan álló spinek miatt - egy I nagyságú, a rúd irányába mutató belső impulzusmomentummal rendelkezik. Vizsgáljuk a rúd erőmentes mozgását! Keressünk olyan kezdőfeltételeket, amelyek mellett a rúd gravitációs térben egyszerű mozgást végez!

(III. évfolyam)

14. Adjuk meg a Stern-Gerlach kísérlet Hamilton-operátorát és számoljuk ki a hatáskeresztmetszetet!

(IV. évfolyam)

15. Dolgozzuk ki egy szabad, térbeli rotátor, illetve a hidrogénatom kanonikus kvantumelméletét kezdettől fogva térbeli polárkoordinátákat használva! Határozzuk meg az energiaspektrumot!

(IV. évfolyam)

16. Az ^{16}O atommag töltéseloszlásának vizsgálatára az egyik korai (1963) kísérletben $420MeV$ energiájú elektronok szóródását tanulmányozták. A mérésben kapott differenciális szögeloszlás adatait az alábbi táblázat tartalmazza:

| ϑ_{CM} | $d\frac{d\sigma}{d\Omega} \left(\frac{cm^2}{strad} \right)$ |
|------------------|--|
| 32° | $5,10 \cdot 10^{-30}$ |
| 35° | $3,54 \cdot 10^{-30}$ |
| 38° | $4,96 \cdot 10^{-31}$ |
| 40° | $1,52 \cdot 10^{-31}$ |
| 42° | $3,98 \cdot 10^{-32}$ |
| 44° | $1,05 \cdot 10^{-32}$ |
| 46° | $1,51 \cdot 10^{-32}$ |
| 48° | $2,20 \cdot 10^{-32}$ |
| 50° | $2,46 \cdot 10^{-32}$ |
| 52° | $2,81 \cdot 10^{-32}$ |
| 54° | $2,8 \cdot 10^{-32}$ |
| 60° | $1,31 \cdot 10^{-32}$ |
| 65° | $5,02 \cdot 10^{-33}$ |
| 70° | $2,0 \cdot 10^{-33}$ |
| 75° | $5,1 \cdot 10^{-34}$ |

Hiba mindenütt $\pm 10\%$.

Határozzuk meg az ^{16}O mag radiális töltéssűrűség eloszlását és a mag közepes sugarának értékét a fenti mérési adatok analíziséből!

(IV.,V. évfolyam)

17. Egy $Fe_{78}B_{12}Si_{10}$ fémüvegből hőkezelés hatására először $FeSi$ szilárd oldat kristályosodik ki az alábbi egyenlet szerint:

$$a \cdot Fe_{0,78}B_{0,12}Si_{0,1} = c \cdot Fe_{1-z}Si_z + (1 - c) \cdot Fe_{1-x-y}B_xSi_y$$

ahol c a kristályosodott hányad. Megmértük a fémüveg fázis Curie hőmérsékletét az

összetétel és a kristályos hányad függvényében:

$$\begin{aligned} \left. \frac{\partial T_c}{\partial x} \right|_{y=\text{konst}} &= 900 \pm 200K, \\ \left. \frac{\partial T_c}{\partial y} \right|_{x=\text{konst}} &= 600 \pm 200K \\ \text{és} \quad \frac{\partial T_c}{\partial c} &= 65 \pm 15K. \end{aligned}$$

Becsüljük meg a kiváló $Fe_{1-z}Si_z$ fázis összetételét!

(IV. évfolyam)

18. Bizonyos fajta kenőcsök (kétfázisú emulziók) viszkozitása (adott hőmérsékleten) a nyírófeszültség függvényében jellegzetes "merev-folyékony átmenetet" mutat:

$$\eta = \begin{cases} \infty & \sigma_t < \sigma_0 \\ \eta_0 & \sigma_t > \sigma_0 \end{cases}$$

A σ_0 folyási határ meghatározására alkalmazott módszer az ún. "szétterülőképeség" mérése, amely abból áll, hogy ismert V térfogatú kenőcs-labdát két üveglap közé helyeznek, és az üveglapokat G súllyal összenyomják, majd megméri az általában kör alakú kenőcs-folt d átmérőjét.

Becsüljük meg egy ilyen kenőcs folyási határát, ha a fenti mérések az alábbi adatsort eredményezik!

$V = (1,0 \pm 0,05)cm^3$, a G (*pound*-ban) és d (*mm*-ben) összetartozó értékei:

$$(G; d) = (20; 33), (50; 39), (100; 46), (150; 49), (200; 52),$$

és d leolvasási hibája $\pm 1mm$.

(IV. évfolyam)

19. Egy R sugarú rögzített, jól vezető fémgömbre $\lambda \gg R$ hullámhosszúságú síkhullámot bocsátunk. Melyik irányban sugároz a gömb leggyengébben? Mekkora a teljes szórási hatáskeresztmetszet?

(IV. évfolyam)

20. Vizsgáljuk azt a háromállapotú rendszert, melynek energiaviszonyait ill. az egyes állapotok közötti átmenetek lehetőségeit az alábbi ábra szemlélteti:

Hogyan változik az időben a rendszer valószínűség-eloszlása T hőmérsékletű környezetben, ha a kezdeti eloszlást ismerjük? Mutassuk meg, hogy abban az esetben, ha $E \gg \epsilon$ és $\epsilon \approx kT$, az egyensúlyi eloszlás független lesz az E energiától! Milyen típusú mennyiségekben játszik viszont E lényeges szerepet? Mondjunk olyan fizikai

rendszereket, melyeket ilyen három állapotú rendszerrel modellezhetünk!
(Tekintsük a μ_2 , λ_2 időegységre eső átmeneti valószínűségeket adottnak!)

Hiányzó ábra

(V. évfolyam)

21. Egy egydimenziós rácson egy Ze töltésű részecske mozgását a külső $E(t)$ tér hatására a következő (master) egyenlet írja le:

$$\frac{\partial}{\partial t} p(j, t) = \alpha(1+F(t)) [p(j-1, t) - p(j, t)] + \alpha(1-F(t)) [p(j+1, t) - p(j, t)]$$

$$j = 0, \pm 1, \dots, \frac{N}{2} \quad ; \quad F(t) = \frac{ZeaE(t)}{k_B T}$$

ahol $p(j, t)$ a j -ik helyen t időben tartózkodás valószínűsége és " a " a rácsállandó. Mutassuk meg, hogy a sebesség várható értéke ($\partial_t \langle x \rangle$) arányos a külső térrel, és határozzuk meg az arányossági tényezőt!

Útmutatás: tételezzük fel, hogy $t = 0$ időpontban a részecske az origóban van és vizsgáljuk az $N \rightarrow \infty$ határesetet!

(V. évfolyam)

22. 1980 nyarán tudományos szenzációt jelentett az a hír, hogy a legújabb vizsgálatokból arra lehet következtetni, hogy az elektron neutrínó (és antineutrínó) nyugalmi tömege nem pontosan zérus.

a./ Határozzuk meg az E_0 energiájú béta-átmenethez tartozó elektronspektrumot azzal a feltételezéssel, hogy az antineutrínó nyugalmi tömege $\approx 10eV$!

b./ A béta bomlás elektronspektrumának pontos mérésével szeretnénk meghatározni az antineutrínó feltételezett, kb. $10eV$ nyugalmi tömegét $2eV$ pontossággal. Milyen energiafelbontású és statisztikájú méréssel lehetne a feladatot végrehajtani, ha a vizsgált kvantumátmenet $1000keV$ -es, a bomló mag tömegszáma 100?

(A kirepülő elektron és a mag Coulomb kölcsönhatásától tekintsünk el az egyszerűség kedvéért!)

(V. évfolyam)

23. Két megkülönböztethető, $1/2$ spinű részecske spinállapotát a ρ sűrűségmátrix írja le. Ez legyen olyan tulajdonságú, hogy ha a részecskéknek egy \mathbf{t} egységvektor irányába vetett spinvetületét képezzük, akkor a vetületek szorzatának várható értéke mindig α , \mathbf{t} irányától függetlenül:

$$Spur \{ \rho(\mathbf{s}_1 \mathbf{t}) \cdot (\mathbf{s}_1 \mathbf{t}) \} = \alpha$$

Mekkora lehet α ?

(V. évfolyam)

24. Folyassunk vizet egy vízcsapból! A csapot lassan elzárva a kifolyó víz alakja egyszercsak hullámossá válik. Miért? Milyen paramétereiktől és hogyan függ a hullámhossz?

(V. évfolyam)

Ortvay 1981

1. Tekintsük a

$$\mathbf{G}_1 = \begin{Bmatrix} g_x & 0 & 0 \\ 0 & g_y & 0 \\ 0 & 0 & g_z \end{Bmatrix}$$

tenzort, és annak valamilyen tetszőleges elforgatottját: $\mathbf{G}_2 = \mathbf{O}\mathbf{G}_1\mathbf{O}^T$. A tér minden irányához rendeljünk egy számot a következőképpen:

$$f(\mathbf{e}) = \frac{1}{2} \left\{ \sqrt{\mathbf{e} \cdot \mathbf{G}_1^2 \cdot \mathbf{e}} + \sqrt{\mathbf{e} \cdot \mathbf{G}_2^2 \cdot \mathbf{e}} \right\}$$

(\mathbf{e} az adott irányú egységvektor).

Milyen feltételek mellett lesz igaz, hogy

$$f(\mathbf{e}) = \sqrt{\mathbf{e} \cdot \mathbf{G}^2 \cdot \mathbf{e}}$$

ahol \mathbf{G} egy szimmetrikus tenzor? Mik lesznek \mathbf{G} főtengelei és sajátértékei?

(II. évfolyam)

2. Egy fonal egyik végét rögzítjük, másik végét v sebességgel húzzuk. A fonalban a hangsebesség c . Hol szakad el?

(II. évfolyam)

3. Gömb tetejéről elindított test súrlódva csúszik le. Írjuk le a mozgást!

(II. évfolyam)

4. A Wilson-kamrában a T_0 abszolút hőmérsékletnek megfelelő $p(T_0)$ egyensúlyi nyomáson vízpára van. Adjunk választ a következő kérdésekre!

a./ A vízpára tekinthető-e ideális gáznak?

b./ A víz fajlagos térfogata elhanyagolható-e a vízpára fajlagos térfogatához viszonyítva?

c./ A kondenzáció hője és a fajhők aránya tekinthető-e állandónak?

$$\ell = 540 \frac{\text{cal}}{\text{g}} \quad ; \quad \gamma = \frac{c_p}{c_v} = \frac{2}{3}$$

d./ Határozzuk meg a vízpára egyensúlyi nyomását az abszolút hőmérséklet függvényében!

e./ Táguljon a vízpára adiabatikusan $T < T_0$ hőmérsékletig! Tételezzük fel, hogy a vízpára túltelített! Ha csak néhány vízcsepp képződik (például α -részecskék áthaladásakor keletkezett ionok hatására), mekkora ezeknek az egyensúlyi sugara?

f./ Az adiabatikus tágulás, az adott közelítésben mindig tútelített párához vezet-e?
(II. évfolyam)

5. Pauling empirikusan bevezette az elektronegativitás fogalmát. Mérései szerint egy kémiai kötés polarizációs foka -a kötő elektronpár "eltolódása"- $\epsilon \approx \frac{1}{4}(X_A - X_B)$, ahol X_A illetve X_B az egyes atomoknak kiosztott elektronegativitás. A poláros kötés kötési energiája pedig $(X_A - X_B)^2$ -tel arányos tagban tér el az $\frac{1}{2}(E_{AA} + E_{BB})$ kötési energiától, ahol E_{AA} két A atom apoláros kötésének kötési energiája. Próbáljunk olyan egyszerű modellt alkotni, amellyel értelmezhetjük a fenti tapasztalati megfigyeléseket!

(II. évfolyam)

6. Atommagok kvadrupólus, illetve dipólus rezgéseinek és forgásállapotának kapcsolatát vizsgáljuk a következő egyszerű modellen:

Négy azonos tömegű tömegpont egy síkban, páronként az x , illetve az y egyenesek mentén mozoghat. A tömegpontokat az ábrán látható módon azonos D direkción erejű rugók kötik össze. A rugók egyensúlyi hossza olyan, hogy a négy tömegpont egyensúlyban egy négyzet csúcaiban helyezkedik el.

a./ Vizsgáljuk a rendszer viselkedését, módusait az egyensúlyi helyzet körüli kis amplitúdójú rezgések esetén.

b./ Forgassuk meg Ω szögsebességgel a rendszert az y tengely körül, és vizsgáljuk a sajátfrekvenciákra és az amplitúdókra gyakorolt hatását.

c./ Miben hasonlíthat, illetve miben különbözhet az atommagoknak, mint töltött folyadékcseppeknek a viselkedése a fenti egyszerű modelltől?

(III. évfolyam)

7. m tömegű, e töltésű elektron elliptikus pályán mozog rögzített $|Z \cdot e|$ töltésű atommag körül. Az elektron teljes mechanikai energiája W , impulzusmomentuma N . Határozzuk meg, mennyi W_d energiát veszít dipólussugárzás következtében az elektron egy keringés során.

(III. évfolyam)

8. Az a oldalélű dobozban az áramsűrűség alakja a következő: ($0 \leq x, y, z \leq a$)

$$j_x = 0 \quad ;$$

$$j_y = 0 \quad ;$$

$$j_z = -\frac{2e\hbar\pi}{ma^4} \cdot \sin^2\left(\frac{\pi x}{a}\right) \cdot \sin^2\left(\frac{\pi y}{a}\right) \cdot \left[\sin^2\frac{3\pi z}{a} - 3 \sin^2\frac{\pi z}{a} \right] \cdot \sin^2\left(\frac{3\hbar\pi}{2ma^2}t\right).$$

Határozzuk meg ezen árameloszlás által keltett sugárzást olyan távolságra, amely sokkal nagyobb, mint a rendszer által keltett sugárzás hullámhossza!

(j a dobozba zárt elektron áramsűrűsége a $\psi = \frac{1}{\sqrt{2}}(\psi_{111} + \psi_{112})$ kevert állapotban. e az elektron töltése, m a tömege.)

(III. évfolyam)

9. Véletlen rendszerekben kialakuló végtelen korrelációkkal kapcsolatosak az úgynevezett perkolációs problémák. Amorf anyagok vezetőképességét, falak nedvesedését, stb. leíró fizikai modellek egyszerűsítéséből született az alábbi feladat. Az ábrán látható $L \times L$ rácspontot tartalmazó négyzetrácson a szomszédos rácspontok $NY - DK$ irányban összekötöttek. $K - DNY$ irányban azonban csak p valószínűséggel van meg az összeköttetés. Az A pontból kiindulva egy golyó indul lefelé az összekötött rácspontok mentén. Ha a golyó egy adott konfiguráció esetén olyan rácsponthoz ér, amely összeköttetésben áll mind DK -i, mind pedig DNY -i szomszédjával, akkor $1/2$ valószínűséggel megy DK -re illetve DNY -ra.

a./ Mivel egyenlő a B pontba való eljutás valószínűsége?

b./ Milyen $p \geq p_C$ érték esetén véges a B pontba való eljutás valószínűsége akkor is, ha $L \rightarrow \infty$?

Hiányzó kép

(II.,III. évfolyam)

10. Paramágneses gázban a v hangsebesség függ a H külső mágneses tértől. Számítsuk ki

$$\frac{v(H) - v(0)}{v(0)} \text{ -t,}$$

feltéve, hogy egy mólnyi gáz mágnesezettsége kis külső tér esetén

$$M = \gamma H/T.$$

A gáz fajhőjét $H = 0$ -n hőmérséklet-függetlennek vehetjük.

(IV. évfolyam)

11. Az ábra a FeC rendszer fázisdiagramjának egy részletét mutatja. Rajzoljuk meg a fázisdiagram lehetséges folytatását gázállapotig és 100 atomszázalék C -ig, tudva, hogy gázállapotban a vas és a szén teljesen oldja egymást, valamint a vas forráspontja $2800^\circ C$, a szén szublimációs pontja pedig $4347^\circ C$!

Hiányzó kép

(IV. évfolyam)

12. A félvezető anyagokban legfontosabb lokalizált állapot a donor állapot. Egy donor (a Coulomb taszítás miatt) csak egy elektront képes befogadni, ennek kötési energiája a vezetési sáv alatt ϵ_d . Számítsuk ki a donor atomokon kötött elektronok

koncentrációjának hőmérsékleti átlagértékét, ha a donorok koncentrációja N_d ! Mi az eltérés a Fermi-Dirac statisztika "naív" alkalmazásából nyert

$$\langle n \rangle = \frac{N_d}{e^{\beta(\epsilon_d - \mu)} + 1}$$

kifejezéstől, (ahol $\beta = 1/kT$ és μ a Fermi-nívó) és mi ennek az oka?

(IV. évfolyam)

13. Számítsuk ki a homogén elektron gáz energiáját Hartree-Fock közelítésben $T = 0K$ hőmérsékleten a sűrűség függvényében! (Hogy a negatívan töltött elektronrendszer végtelen Coulomb taszítását kompenzáljuk, tételezzünk fel egy homogén, pontosan ugyanolyan sűrűségű pozitív háttérrel! Ez a jélium-modell.)

a./ három dimenzióban

b./ két dimenzióban

c./ Mi adódik a kicserélődési energiára az egydimenziós esetben?

d./ Számítsuk ki az a./ és b./ esetekben a korrelációs energiát perturbációszámítással másodrendig!

(V. évfolyam)

14. Tekintsük a következő Hamilton-operátort, melyben $\mathbf{c}_{i\sigma}^\dagger$, $\mathbf{c}_{i\sigma}$ elektront keltő, illetve eltüntető operátorok, $\sigma = \uparrow$ vagy \downarrow a spin-kvantumszám.

$$\mathbf{H} = t_a \sum_{\sigma=\uparrow,\downarrow} [\mathbf{c}_{2\sigma}^\dagger \mathbf{c}_{1\sigma} + \mathbf{c}_{1\sigma}^\dagger \mathbf{c}_{2\sigma} + \mathbf{c}_{4\sigma}^\dagger \mathbf{c}_{3\sigma} + \mathbf{c}_{3\sigma}^\dagger \mathbf{c}_{4\sigma}] + t_b \sum_{\sigma=\uparrow,\downarrow} [\mathbf{c}_{3\sigma}^\dagger \mathbf{c}_{2\sigma} + \mathbf{c}_{2\sigma}^\dagger \mathbf{c}_{3\sigma}] + U \sum_{i=1,\dots,4} \mathbf{c}_{i\uparrow}^\dagger \mathbf{c}_{i\uparrow} \mathbf{c}_{i\downarrow}^\dagger \mathbf{c}_{i\downarrow} + V_a \sum_{\substack{\sigma=\uparrow,\downarrow \\ \sigma'=\uparrow,\downarrow}} [\mathbf{c}_{1\sigma}^\dagger \mathbf{c}_{1\sigma} \mathbf{c}_{2\sigma'}^\dagger \mathbf{c}_{2\sigma'} + \mathbf{c}_{3\sigma}^\dagger \mathbf{c}_{3\sigma} \mathbf{c}_{4\sigma'}^\dagger \mathbf{c}_{4\sigma'}] + V_b \sum_{\substack{\sigma=\uparrow,\downarrow \\ \sigma'=\uparrow,\downarrow}} \mathbf{c}_{2\sigma}^\dagger \mathbf{c}_{2\sigma} \mathbf{c}_{3\sigma'}^\dagger \mathbf{c}_{3\sigma'}$$

a./ Határozzuk meg az egyelektronos

b./ a kételektronos sajátállapotokat és saját energiákat!

c./ Adjunk szemléletes képet a fenti Hamilton-operátorra!

(V. évfolyam)

15. Ideális polimer lánc két végén adott irányú, állandó nagyságú feszítő erő hat. Határozzuk meg a lánc két végének átlagos négyzetes távolságát adott hőmérsékletű környezetben és diszkutáljuk az eredményt. (Az ideális polimer lánc nagyszámú, egyforma, a végei körül szabadon forgó monomer egységből áll.)

(IV., V. évfolyam)

16. Kvantummechanikai eloszlásfüggvényre (sűrűségoperátor) vonatkozó egyenlet az operátorokra érvényes mozgásegyenletekből

$$\frac{d\mathbf{a}}{dt} = \frac{i}{\hbar} [\mathbf{a}, \mathbf{H}],$$

$$t = i\hbar\beta \quad , \quad \beta = 1/kT$$

helyettesítéssel nyerhető.

a./ Határozzuk meg a propagátorfüggvényt a harmonikus oszcillátorra koordináta-reprezentációban!

b./ Felhasználva a formális helyettesítést adjuk meg a normált sűrűségoperátort!

c./ $\hbar \rightarrow 0$ határátmenettel számítsuk ki a klasszikus eloszlásfüggvényt!

d./ A b./ eredményt felhasználva mutassuk meg, a Planck-formula érvényes az energia átlagértékére!

(IV.,V. évfolyam)

17. L hosszúságú, R sugarú, viszkózus folyadékkal telt hengert hossztengelye mentén t szöggyorsulással forgatni kezdünk.

Milyen lesz a folyadék áramlása? Hogyan áramlik a folyadék hasonlóan forgatott gömb belsejében?

(III.,IV.,V. évfolyam)

18. Végtelen hosszú, R sugarú, ideális vezető hengerre elektromágneses síkhullámot bocsájtunk, melynek hullámszámvektora merőleges a henger tengelyére. A beeső síkhullámban az elektromos térerősségvektor párhuzamos a henger tengelyével.

Határozzuk meg a kialakuló térerősséget és az áramsűrűséget a henger felületén, valamint a hengerben folyó teljes áramerősséget! Mekkora az elektromágneses hullámokra a differenciális és a teljes szórási hatáskeresztmetszet?

(III.,IV.,V. évfolyam)

19. A múlt században javasoltak egy színes fényképezési eljárást, melynek lényege a következő:

Üveglapra felhordunk rendkívül finomszemcsés emulzióréteget. Az emulzió felőli oldalt vékony higanyréteggel borítjuk be, ami tükröző felületet alkot. Expozíciókor az üveg felőli oldalt világítjuk meg. Előhívás után a lemart higanyréteget vigyük fel újra és fehér fénnel megvilágítva a lemezt, megjelenik a színes kép. Magyarázzuk meg a jelenséget!

(II.,III.,IV.,V. évfolyam)

20. Sűrű rácsot nézünk. Néha úgy tűnik, mintha az közelebb lenne a valódi távolságánál. Miért?

(II.,III.,IV.,V. évfolyam)

21. Ha egy buszjegyet vízszintes helyzetből elejtünk hosszabb tengelye körül pörögve, ferdén esik le. Miért? Becsüljük meg a forgás szögsebességének nagyságát!

(II.,III.,IV.,V. évfolyam)

22. Nyusziléggömböt fújunk fel, a fülek kicsik maradnak. Miért?

(II.,III.,IV.,V. évfolyam)

23. Nitrogénfürdőbe helyezett átlátszó falú termoszban folyékony héliumot úgy hűtenek, hogy a párolgó héliumot igen gyorsan elszívják. Milyen jelei vannak annak, hogy a hélium már szuperfolyékony állapotban van?

(II.,III.,IV.,V. évfolyam)

24. A kis emberke idegesen gyűrögette az újságot. Arca zöld volt a rémülettől.

- Tönkretettek bennünket! - motyogta. Aztán átadta a lapot. A cím szinte ordított: "ÜZENNEK A KIS ZÖLD EMBERKÉK" .

A Tau Murci csillag irányából értelmes eredetű jeleket fogtak fel a tudósok! Ismeretlen lények a π számjegyeit sugározzák felénk, szépen, sorjában. Már a kétezredik számjegynél tartanak. Most már nincs kétség!

Kérdően néztem a kis emberre. Mit akar ez tőlem?

- Nézze, én a "Kis Zöld Emberek Létét Tagadó Társulat"-tól jöttem. Mentsen meg!

- De hogyan?

- Találjon ki valami természetes, érti természetes magyarázatot erre az egészre.

Mint a forgó neutroncsillagokat a pulzárokra, vagy valami hasonló fizikus huncutságot.

- De milyen formában jött a jel? Hányas számrendszerben? Milyen sugárzás hozta?

- Annyit tudok én is, ami az újságban van. Ezeket a firkászokat nem érdeklik a részletek. Mindegy is. Legyen kettes vagy tizes számrendszer. A sugárzásokhoz meg maga ért. Nekem ma délig kell a válasz. Publikálni akarjuk a világsajtóban: A fizikusok megmagyarázták, kis zöld emberek nélkül. Maga sem fog rosszul járni. Szóval ma délben. Rendben?

A naptárra néztem. 1981. november 9-et mutatott.

Segítsetek!

(II.,III.,IV.,V. évfolyam)

Ortvay 1982

1. Egy függőleges tengelyű kúpra hurokkal ellátott súlyt akasztunk. Mekkora kúpszög esetén csúszik le a hurok a csúcsról? A súrlódást és a hurok tömegét hanyagoljuk el!

(II. évfolyam)

2. Számítsuk ki az ábrán látható N darab egyforma kondenzátorból és tekercsből álló véges hálózat eredő impedanciáját! Vizsgáljuk meg az $N \rightarrow \infty$ határátmenetet!

(II. évfolyam)

3. Egy rugón A amplitúdóval leng egy homokzsák. Hogyan változik az amplitúdó, ha a zsák lyukas, és ezért lassan folyik ki a homok?

(II. évfolyam)

4. Az idegrendszer folytonos modelljeiben a gátló és gerjesztő sejtek aktivitásának a frekvenciája (ν_1, ν_2) a környező sejtek aktivitási frekvenciájától függ a következő módon:

1. A gerjesztők növelik, a gátlók csökkentik az aktivitását.
2. A kialakuló frekvencia a környezetben lévő sejtek frekvenciájával arányos.
3. A gátló sejtek messzebbre hatnak, mint a gerjesztők, de az összeköttetés valószínűsége mindkét esetben lecseng a távolsággal.

Egy homogén kétdimenziós rétegben milyen stacionárius aktivitás jöhet létre állandó, a rétegben egyenletes külső inger hatására? Elemezd a csatolási erősségek és a dimenziószám hatását a spontán kialakuló aktivitás-mintázatra!

(II.,III. évfolyam)

5. Milyen alakú a vízszintes üveglapra helyezett higanycsepp? Vizsgáljuk meg az alak stabilitását nagy, lapos cseppek esetén!

(II.,III. évfolyam)

6. Adjuk meg a hőmérséklet stacionárius eloszlását egy gömb belsejében, ha egy ϑ_0 szöggel jellemzett gömbsüveg felületét T_0 , a gömb felszínének fennmaradó részét zérus hőmérsékleten tartjuk!

(III. évfolyam)

7. Az ábrán vázolt, a paláston u kerületi sebességgel forgó, egyforma R sugarú hengerek között η viszkozitású (sűrű) folyadék balról jobbra folyik. A hengerek közötti legkisebb távolság (az $x = 0$ helyen) $y = 2H_0$.

a./ Lássuk be, hogy az $x = 0$ környezetében a Navier-Stokes egyenlet az alábbi formára egyszerűsödik!

$$\frac{\partial P}{\partial x} = \frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2}$$

(P a hidrosztatikai nyomás.)

b./ Tekintsük ismertnek az áramlás térfogati sebességét:

$$Q = \int_{-H_0}^{H_0} v_x(x=0) dy$$

Határozzuk meg és ábrázoljuk a hidrosztatikai nyomást az x függvényében!

c./ Készítsünk kvalitatív rajzokat a sebességprofilról ($v_x(y)$) különböző x értékeknél, és magyarázzuk meg az ábrán berajzolt cirkuláció kialakulását!

Hiányzó kép

(III. évfolyam)

8. Szilárd felületekhez tapadó kétatomos molekulák forgási szabadsági fokát a következő modellel lehet leírni:

$$V(\vartheta, \phi) = \begin{cases} 0 & \text{ha } \vartheta \leq \beta, 0 \leq \phi \leq 2\pi \\ \infty & \text{ha } \vartheta > \beta \end{cases}$$

(végtelen kónuszos potenciálvölgybe zárt térbeli rotátor)

Határozzuk meg az energiasajátértékeket és sajátfüggvényeket!

Vizsgáljuk a $\beta = \pi/2$ esetet!

(IV. évfolyam)

9. A vas szobahőmérsékleten tércentrált köbös, 910°C fölött lapcentrált köbös szerkezetű kristályt alkot; az átalakulási hő $253\text{cal}/\text{mól}$. $0,1\%$ szén szennyezés esetén hogyan változik meg az átalakulási hőmérséklet? A szén az fcc fázisban lényegesen jobban oldódik, mint a bcc -ben.

(IV. évfolyam)

10. Egy anyag ϵ^* dielektromos állandója és σ^* vezetőképessége meghatározható úgy, hogy belőle egy darabot egy kondenzátor lemezei közé helyezünk, és mérjük a kondenzátor impedanciáját. A geometriai tényezők ismeretében egy adott $f = \omega/2\pi$ frekvencián az impedanciából $\epsilon^*(\omega)$ és $\sigma^*(\omega)$ kiszámítható.

Milyen lesz a mért $\epsilon^*(\omega)$, $\sigma^*(\omega)$, ha az anyag $\epsilon_0 = 1$ dielektromos állandójú szigetelő közegbe ágyazott ϵ dielektromos állandójú, σ vezetőképességű gömbökből áll? ϵ és σ nem függ ω -tól, a gömbök száma térfogategységenként ρ , és sugaruk r . A mágneses permeabilitás mindenütt $\mu = 1$, és a minta jellemző l mérete sokkal kisebb, mint c/ω , továbbá $r \ll l$. Először feltételezhetjük, hogy $r^3 \ll \rho^{-1}$.

(A III. és IV. évesektől ezt már teljes megoldásnak fogadjuk el.)

Vizsgáljuk az $\epsilon \ll \sigma/\omega$, $\epsilon \gg \sigma/\omega$ és a $c/\sqrt{2\pi\sigma\omega} \ll r$, $c/\sqrt{2\pi\sigma\omega} \gg r$ határeseteket!
(III.,IV.,V. évfolyam)

11. Írjuk fel a Schrödinger-egyenletet háromdimenziós töltött harmonikus oszcillátorra homogén, időfüggő elektromos tér ($\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 \cos \omega t$), és konstans mágneses tér (\mathbf{B}) jelenlétében! Keressük meg a Schrödinger-egyenlet pontos megoldásait! Adjuk meg azt az unitér transzformációt, amely a hullámfüggvény különböző mértékekben érvényes alakjait köti össze!

(IV.,V. évfolyam)

12. Számítsuk ki egy v sebességgel mozgó g mágneses töltésű részecske fékeződését anyagban!

(IV.,V. évfolyam)

13. Oldjuk meg a Boltzmann-egyenletet vékony (csaknem kétdimenziós) fémrétegre, ha a szóródás a felületen rugalmas és diffúz, vagyis szórás után a részecske változatlan abszolút értékű sebességének az iránya tetszőleges. Mekkora lesz a réteg fajlagos vezetőképessége, ha a réteg belsejében történő ütközések l szabad úthossza állandó, és a réteg a vastagsága ennél lényegesen kisebb? Hogyan viszonylik a fajlagos vezetőképesség megváltozása az e^2/\hbar "kvantumellenálláshoz"?

(V. évfolyam)

14. Egydimenziós bozonok $c\delta(x_i - x_j)$ potenciállal hatnak kölcsön, ahol x_i az i -edik részecske koordinátája, és $\delta(x)$ a Dirac-féle delta-függvény. Mutassuk meg, hogy a $c \rightarrow \infty$ limeszben ez a rendszer ekvivalenssé válik egy szabad Fermi-rendszerrel!

(V. évfolyam)

15. Az $x_{n+1} = \lambda x_n(1 - x_n)$ leképezésnél ($0 \leq x \leq 1$, $0 \leq \lambda \leq 4$) $\lambda = 3,57\dots$ -nél van az első perióduskétszerező bifurkációk torlódási pontja. Ezek után páratlan számú fixpontokból álló határciklusok jelentkeznek a kaotikus tartományon belül.

Mutassuk meg, hogy a hárompontos ciklus $\lambda_3 = 1 + \sqrt{8}$ -nál kezdődik!

(II.,III.,IV.,V. évfolyam)

16. a./ Mi okozza a vihar előtti csöndet?

b./ Az egyébként pontos mechanikus órák magas hegyekben valamennyit sietni szoktak. Miért?

c./ Egyenes drótot fogjunk be a satuba, és a végénél fogva hajlítsuk meg! Miért a satu melletti résznél görbül el? Mitől függ a görbület?

(II.,III.,IV.,V. évfolyam)

17. Konstruálj olyan egybolygós naprendszert, ahol a bolygó északi félgömbjén állandóan nyár van, a délin állandóan tél! (Az évszakok földi értelemben értendők, a

bolygón van nyári napkelte, téli hajnal, stb. is.) Állítsd be a paramétereket úgy, hogy az év és a nap hossza, az egyenlítői átlaghőmérséklet, talajszinti nyomás és gravitációs gyorsulás egyezzen meg a földivel!

Van-e a bolygón élet? Találkozhat-e a jegesmedve az oroszlánál? Mekkora a legnagyobb szárazföldi állat? Mekkora a legnagyobb bazalthegy? Mekkora területet borít állandóan jég? Befagy-e az északi-sarki óceán? Eljuthat-e Kolumbus Amerikába (feltéve, hogy a bolygón van Kolumbus, és van Amerika)? Mekkora a szárazföldi táblák? Milyenek a mérsékelt-övi ciklonok? Elvégezhető-e Eratoszthenész mérése? Mit állapít meg Galilei a Pisai ferde toronyban?

Vizsgálj meg egyéb planetoszintetikus és planetoanalitikus részleteket!

(II.,III. évfolyam)

18. Próbáld meg kidolgozni az $1/3$ spinű részecskék elméletét! Milyen világban lehetségesek ilyen objektumok?

(IV.,V. évfolyam)

Ortvay 1983

1. Két egymásra merőleges, a képzeletbeli metszésvonalban éppen nem érintkező, vezető anyagból készült végtelen félsíkot egy vezetékkel kötöttünk össze (1. ábra). A síkok metszésvonalára merőleges síkban, a metszésvonaltól állandó r távolságra Q töltést mozgatunk állandó sebességgel az egyik félsíktól a másikig. Határozzuk meg a vezetéken átfolyó áram erősségét az idő függvényében!

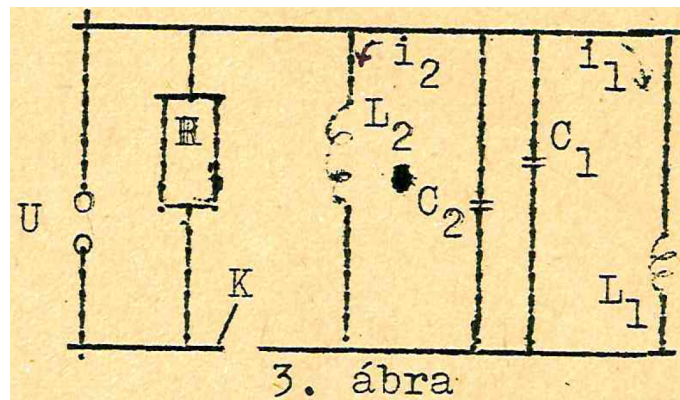
Hiányzó kép

(II. évfolyam)

2. Az ábra szerinti áramkörben $L_1 = 10mH$, $L_2 = 20mH$, $C_1 = 10\mu F$, $C_2 = 5\mu F$ és $R = 100k\Omega$. A K kapcsoló hosszabb ideig zárva van. Az áramforrás állandó amplitúdójú, de változtatható f frekvenciájú szinuszos áramot ad.

a./ Legyen f_m a maximális P_m hatásos teljesítményhez tartozó frekvencia, f_+ és f_- az $1/2 \cdot P_m$ -hez tartozó frekvenciák! Mekkora f_m és $\Delta f = f_+ - f_-$ aránya?

b./ Kinyitjuk a kapcsolót. Ebben a pillanatban a tekercseken folyó áram $i_{01} = 0,1A$, $i_{02} = 0,2A$; a feszültség $U_0 = 40V$. Hogyan változik időben az AB vezetéken, illetve az L_1 tekercsen átfolyó áram erőssége?



3. ábra

(II. évfolyam)

3. Tekintsünk egy mindkét irányban periodikus $N \times N$ -es négyzethálót (egy tórusz felületén)! Legyen az egyes élek elektromos ellenállása R ! Mekkora a négyzetháló két szomszédos csomópontja között mért ellenállás?

(II. évfolyam)

4. Milyen alakú lesz egy nyújtható, hajlékony gumiszál, ha a két végénél fogva felfüggesztjük?

(II.,III. évfolyam)

5. M tömegű labda belsejében m tömegű homogén golyó van. A labdát vízszintes talajra helyezük. A felületek elég érdesek ahhoz, hogy se a golyó a labdában, se a labda a talajon ne csússzon meg. Határozzuk meg a rendszer periodikus mozgásának frekvenciáját kis kitérésekre!

(II.,III. évfolyam)

6. M tömegű, R sugarú, ν sebességgel repülő labda sebességére merőleges kemény falba ütközik. A labdában a nyomás p . Számítsuk ki az ütközés idejét, ha feltételezzük, hogy a labda anyaga nem nyúlik és hajlékony!

(II.,III. évfolyam)

7. Határozzuk meg, hogyan mozog egy elektron egy nagyon nehéz mágneses monopólus

$$\mathbf{B} = g \frac{\mathbf{r}}{r^3}$$

terében! Feltételezhetjük, hogy a mozgás végig nem-relativisztikus. Mekkora a szórás hatáskeresztmetszete?

(II.,III. évfolyam)

8. Legyen $f \in Diff Q$ egy mechanikai rendszer a kényszerfeltételek megoldása után nyert Q konfigurációs térnek diffeomorfizmusa (olyan bijekció, amikor a függvény is, inverze is differenciálható)! f természetesen operál a konfigurációtér-beli trajektóriákon:

$$\gamma \rightarrow f \circ \gamma,$$

és ezzel együtt a trajektóriák sebességvektorain is, vagyis f generál egy f^* transzformációt a fázistérben. Mutassuk meg, hogy f^* kanonikus transzformáció!

Az előzőeket felhasználva mutassuk meg, hogy az impulzus

$$\mathbf{p} \rightarrow \mathbf{p} - e\mathbf{A}$$

transzformációja a fázistérben csak akkor kanonikus, ha az \mathbf{A} vektorpotenciál "tisztá mérték", vagyis valamilyen skalártér gradiense.

(III. évfolyam)

9. Egy hosszú, négyzet keresztmetszetű fémrúdba valahova egy szennyező atomot helyezünk. Milyen valószínűséggel található ez az atom a rúd egyes pontjaiban t idő eltelte után?

(III.,IV. évfolyam)

10. Egy lokálisan egytengelyűnek tekinthető anyag dielektromos tenzora az

$$\epsilon_{\alpha\beta} = \epsilon_2 \delta_{\alpha\beta} + (\epsilon_1 - \epsilon_2) n_\alpha(\mathbf{r}) n_\beta(\mathbf{r})$$

alakban írható fel. \mathbf{n} a nem gömbszimmetrikus molekulák főtengelyeinek iránya; ϵ_1 a molekula főtengelyével párhuzamos, ϵ_2 pedig az arra merőleges fény-terjedéskor fellépő dielektromos állandó.

Legyen $n_x = \cos \theta$, $n_y = \sin \theta$, $n_z = 0$, $\theta = q_0 z + \text{const!}$ (z -irányú tengely mentén csavarvonalban rendezett molekulák)

z -irányú, a felületre merőleges beesésnél milyen lesz a szórt fény polarizációja? Mit tudunk mondani a Bragg-reflexióról?

(III.,IV. évfolyam)

11. A fémek Drude-modellje szerint a vezetési elektronok diffúziós mozgást végeznek az anyag belsejében. Hogyan változik a diffúziós tenzor, ha homogén mágneses teret kapcsolunk be?

(IV.,V. évfolyam)

12. Vizsgáljuk két erősen kölcsönható részecske (hadron) alábbi, végletesen leegyszerűsített modelljét:

- A részecskék csak egy dimenzióban mozoghatnak.
- A részecskéknek van egy belső kvantumszáma, nevezzük ezt "színnek"! Eszerint egy részecske lehet "színes" vagy "fehér" állapotban.
- Két színes részecske közötti kölcsönhatást a következő, a relatív távolságtól függő potenciál ír le: $V(x_1 - x_2) = H|x_1 - x_2|$, H konstans.
- A fehér állapotok nem hatnak kölcsön.
- Két részecske találkozásakor mindkettőnek egyszerre megváltozhat a szín-állapota.
 - a./ Írjuk fel a kétrészecske rendszer Hamilton-operátorát!
 - b./ Határozzuk meg a kötött állapotok és a rezonanciák energiáját, és az utóbbiak élettartamát!
 - c./ Határozzuk meg két fehér részecske szórási amplitúdóját!
 - d./ Hogyan változik meg a rezonanciák szélessége, ha a H "húr-feszültséget" a potenciálban a komplex $H = -iw/2$ értékkel helyettesítjük? Mi w fizikai jelentése?

Legyen a részecskék tömege $m = 1\text{GeV}$, $H = 1\text{GeV}/\text{fm}$, $w = 2\text{fm}^{-2}$; a $\hbar = c = 1$ egységrendszerben $1\text{fm}^{-1} = 1/5\text{GeV}$.

(IV.,V. évfolyam)

13. Vizsgáljuk a következő térben egydimenziós kvantummechanikai problémát! A kétkomponensű hullámfüggvények Hilbert-terében adott a következő Hamilton-operátor:

$$\mathbf{H} = \frac{1}{2} \left(\mathbf{p}^2 + V(x)^2 + \hbar \sigma_3 \frac{dV}{dx} \right)$$

ahol $\mathbf{p} = -i\hbar \frac{d}{dx}$, $\mathbf{x} = x$, $\sigma_3 = \begin{Bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{Bmatrix}$, $V : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ tetszőleges függvény, amelyre $|V(x)| \rightarrow \infty$, ha $|x| \rightarrow \infty$.

Adottak még a következő, "szuperszimmetria" generátoroknak nevezett operátorok:

$$\mathbf{Q}_1 = \frac{1}{2}(\sigma_1 \mathbf{p} + \sigma_2 V(x)) \quad \sigma_1 = \begin{Bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{Bmatrix}$$

$$\mathbf{Q}_2 = \frac{1}{2}(\sigma_2 \mathbf{p} - \sigma_1 V(x)) \quad \sigma_2 = \begin{Bmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{Bmatrix}$$

Még két szükséges definíció:

- Azt mondjuk, hogy a Ψ_0 alapállapot a "szuperszimmetriára" nézve invariáns, vagy röviden szuperszimmetrikus, ha teljesíti a $\mathbf{Q}_1 \Psi_0 = \mathbf{Q}_2 \Psi_0 = 0$ feltételeket.

- Azt mondjuk, hogy a "szuperszimmetria" "spontán sérül", ha az alapállapot a szuperszimmetriára nézve nem invariáns.

a./ Bizonyítsuk be, hogy a szuperszimmetria a Hamilton-operátor szimmetriája, azaz a szuperszimmetria-generátorok fölcserélhetők \mathbf{H} -val.

b./ Bizonyítsuk be, hogy a \mathbf{Q} operátorok a következő speciális tulajdonsággal rendelkeznek:

$$\mathbf{Q}_i \mathbf{Q}_j + \mathbf{Q}_j \mathbf{Q}_i = \delta_{ij} \mathbb{H}, \quad i, j = 1, 2.$$

c./ Mit tudunk mondani a szuperszimmetrikus alapállapot energiájáról? Mutassuk meg, hogy bármelyik energiasajátérték nemnegatív!

d./ Vizsgáljuk meg, hogy a \hbar szerinti perturbációs sor nullad- és első rendjében milyen feltételek mellett szuperszimmetrikus egy alapállapot!

e./ Oldjuk meg egzaktul a problémát, azaz adjuk meg, milyen feltételek mellett szuperszimmetrikus az alapállapot, milyen feltételek mellett történik spontán sértés! Vessük össze az eredményt a perturbatív eredményekkel!

(IV., V. évfolyam)

14. Határozzuk meg az m tömegű, ω frekvenciájú lineáris harmonikus oszcillátor

$$\left(\frac{\mathbf{p}^2}{2m} + \frac{1}{2} m \omega^2 \mathbf{x}^2 \right) \psi = i \hbar \frac{\partial \psi}{\partial t}$$

Schrödinger-egyenletének olyan $\psi(x, t, \omega)$ megoldásait, amelyek az $\omega \rightarrow 0$ határesetben a szabad részecske Schrödinger-egyenletének valamilyen $\psi_{sz}(x, t)$ megoldásaiba mennek át:

$$\lim_{\omega \rightarrow 0} \psi(x, t, \omega) = \psi_{sz}(x, t)$$

Elemezzük a kapott $\psi(x, t, \omega)$ állapotok, és a probléma jól ismert stacionárius megoldásainak kapcsolatát!

(IV., V. évfolyam)

15. Az utóbbi évek elméleti jóslatai alapján nem lehetetlen, hogy rendkívül nagy tömegű ($\approx 10^{-6}$ protontömegnyi), $\beta \approx 10^{-6}$ sebességgel mozgó kozmikus eredetű

monopólusok léteznek. Határozzuk meg az ilyen rendkívül kis sebességgel mozgó monopólusok ionizációs energiaveszteségét, ha közönséges anyagon haladnak át!

(IV.,V. évfolyam)

16. A $\mathbf{H} = -\lambda \sum_i \sigma_i^z \sigma_{i+1}^z - h \sum_i \sigma_i^x$ Hamilton-operátor egydimenziós Ising-spinekből álló láncot ír le külső, h erősségű mágneses térben. σ_i^x és σ_i^z az i -edik helyen levő spinre ható Pauli-mátrix, $\lambda > 0$. A külső teret növelve mely értéknél szűnik meg a végtelen rendszerben az alapállapot ferromágneses rendje?

(V. évfolyam)

17. Adott egy kétfajta fermionból álló sokrészecske-rendszer (pl. a plazma). A részecskék tömege legyen m_+ illetve m_- , töltésük e , illetve $-e$, a részecskék száma azonos. Tegyük fel, hogy $m_-/m_+ \ll 1$! Határozzuk meg a rendszer hosszuhullámhosszú sűrűségfluktuációinak energiáját! Milyen mozgások felelnek meg ezeknek a gerjesztéseknek?

(V. évfolyam)

18. Egy négyzetrács éleiben p valószínűséggel találunk R ellenállást, $1/2 \cdot (1 - p)$ valószínűséggel rövidzárt, és $1/2 \cdot (1 - p)$ valószínűséggel áll üresen az él. Bizonyítsuk be, hogy a rács eredő fajlagos ellenállása független p -től! (Két dimenzióban a fajlagos ellenállás egy négyzet ellenállásával azonos. Használjuk ki a Kirchoff-törvények egy bizonyos dualitási tulajdonságát!)

(II.,III.,IV.,V. évfolyam)

Ortvay 1984

1. Egyforma ellenállásokból, mint élekből szabályos poliédert (tetraédert, hexaédert, oktaédert, dodekaédert vagy ikozaédert) állítunk össze. Mutassuk meg, hogy ha tetszőleges két csúcsra feszültséget kapcsolunk, akkor az élekben folyó áramok nem hoznak létre eredő mágneses teret a test középpontjában!

(II. évfolyam)

2. Egyes közel egydimenziós elektromos szerkezetű anyagokban (a vezetőképesség láncirányban sokkal nagyobb, mint merőlegesen) alacsony hőmérsékleten térben periodikus töltés-sűrűségmoduláció, úgynevezett töltéssűrűség-hullám (TSH) alakul ki. Elektromos tér hatására a TSH elmozdulhat a láncok mentén, hozzájárulva az elektromos vezetőképességhez. A TSH-vezetés egy fenomenologikus modelljében a TSH-t e töltésű, m tömegű klasszikus részecskének tekintik, ami periodikus potenciálban túlcsonyosított mozgást végez a következő mozgásegyenlet szerint:

$$\frac{1}{\tau} \frac{dx}{dt} + \frac{\omega_0}{Q} \sin Qx = \frac{e}{m} E,$$

ahol x a TSH helykoordinátája, E a külső elektromos tér, ω_0 , Q és τ paraméterek.

a./ Határozzuk meg az állandó elektromos térben folyó áram frekvenciaspektrumát!

b./ Határozzuk meg a komplex vezetőképességet $U_0 + U_1 \cos \omega t$ gerjesztés esetén $U_1 \rightarrow 0$ határesetben!

c./ Adjunk kvalitatív képet az egyenáramú komponens változásáról U_0 függvényében $\omega = \text{const}$, $U_1 = \text{const}$ feltételek mellett.

(II. évfolyam)

3. Egy megfeszített gumiszálra az ábra szerint meghajlított, könnyű huzaldarabot akasztunk. A gumiszál a vízszintessel α szöget zár be. Hogyan mozog a felakasztott huzaldarab, ha a gumiszálat lassan megnyújtjuk, majd visszaengedjük?

Hiányzó kép

(II. évfolyam)

4. Két, m tömegű test a köztük ható tisztán gravitációs erő hatására körpályán kering egymás körül. (Rajtuk kívül az univerzum üres.) Mozgásukat a Bohr-elmélettel vizsgáljuk. A rendszer energiájához hozzászámítjuk a testek nyugalmi tömegének megfelelő mc^2 energiákat is. Határozzuk meg a rendszer alapállapotának teljes energiáját m függvényében! Adjuk meg az energiát, a pálya sugarát és a keringési időt numerikusan $m = m_{\text{Föld}}$, $m = m_{\text{ember}}$, $m = m_{\text{baktérium}}$, $m = m_{\text{atom}}$, $m = m_{\text{elektron}}$, $m = m_{\text{neutrínó}}$ ($m_{\nu}c^2 \approx 30eV$) esetére! Milyen matematikai, fizikai és csillagászati korlátai vannak eredményeinknek?

(II. évfolyam)

5. Milyen belső feszültség ébred egy rúdiban a hosszirányában egyenletesen változó hőmérséklet hatására?

(II.,III. évfolyam)

6. m tömegű tömegpontokból álló végtelen lánc szomszédos pontjait k direkciónál állandójú rugók kötik össze. Tegyük fel, hogy kezdetben minden tömegpont egyensúlyi helyzetben van, kivéve egyet, amelynek kitérése x_0 . Írjuk le az egyes tömegek időbeli mozgását ($x_n(t) = ?$)!

(II.,III. évfolyam)

7. Négyzetes hasáb alakú vezető fajlagos ellenállása térben véletlenszerűen inhomogén, de az inhomogenitás relatíve kicsi:

$$\rho(\mathbf{r}) = \rho_0 + \Delta\rho(\mathbf{r}) , \quad |\Delta\rho(\mathbf{r})| \ll \rho_0$$

A hasáb végeire kontaktusokat csatlakoztatva (a kontaktusok ellenállása elhanyagolható) mennyi a hasáb eredő ellenállása?

(II.,III. évfolyam)

8. MOHAMED KOPORSÓJA

Mint ismeretes, Mohamed próféta a jeruzsálemi szent hegyről elindulva egyenesen a mennyekbe ment. Az is közismert, hogy koporsója ég és föld között lebeg mozdulatlanul. A mennybemenetel technikai részletei azonban a legutóbbi időig ismeretlenek voltak. Most azonban John B. Curcas, a messewani egyetem kutatója megtalálta Mohamed kortársának, Abdul ben Hazudnak emlékiratait. Eszerint a próféta, hóna alatt csodálatos, egyenesen Allahtól származó imaszőnyegével megállt a szent hegyen, majd némi imádkozás után szőnyegét a földre helyezte, és kigöngyöltette. A csodálatos imaszőnyeg nyílegyenesen göngyölődött a látóhatár felé, és azon is túl. "Egyenes volt, mint a fénysugár és Allah szakálla", írja ben Hazud. A próféta híveitől elbúcsúzva elindult a szőnyegen. Az érte aggódókat megnyugtatta, mondván: nincs szüksége élelemre, vízre, sőt levegőre sem. Ment, ment az imaszőnyegen, míg Allah lábaihoz nem ért. Ekkor hívei - köztük a szemtanú, ben Hazud - felgöngyölték a csodálatos, és még mindig nyílegyenes imaszőnyeget. ben Hazud esküszik, hogy a próféta, aki az imaszőnyeg végén állt, továbbra is ottmaradt, s azóta is ott lebeg.

J. B. Curcas felfedezése nagy izgalmat váltott ki fanatikus körökben. Többen összevesztek azon, hogy melyik ország felett lebeg a próféta. (Fontos lenne, hogy mohamedán ország mondhasa magáénak.) Mások azon vitatkoznak, hogy Jeruzsálemből melyik földrajzi irányba indult el Mohamed. Mielőtt vallásháború törne ki e kérdések ügyében, felkérték a magyar egyetemek - égi és földi ügyekben egyaránt illetékes - fizikus hallgatóságát, hogy szakvéleményükkel döntsék el a kérdést. Mohamed tartózkodási

helyét, illetve annak földi vetületét $10km$, az indulás irányát fok pontossággal kéri megállapítani.

Nem hallgathatjuk el, hogy egyesek kétkedéssel fogadták Curcas felfedezését. Ha így volt ugyanis, ahogy ben Hazud leírta, mi a helyzet Mohamed koporsójával? Lee ben Canal szerint a történetet szimbólikusan kell érteni, és nem Mohamed gyalogolt jelenlegi tartózkodási helyére, hanem halála után koporsóját helyezték tanítványai a csodálatos imaszőnyegre, és egy erőteljes lökéssel ég és föld közé továbbították. Mások szerint ekkor a koporsó lecsúszott volna (ismét mások szerint felemelkedett volna) a csodálatos imaszőnyegről. Egyesek felteszik a kérdést, vajon mennyi ideig tartott a koporsó útja végső nyugvópontjáig. Ismét mások ben Hazudnak azt az állítását vonják kétségbe, hogy a próféta végig emelt fővel, nyílegyenes tartással gyalogolt. J. B. Curcas felfedezése védelmében felkérte a fent említett fizikus hallgatóságot, hogy szakvéleményében térjen ki a fenti kérdésekre is.

Allah növesse hosszúra (és értelmesre) válaszotokat!

(II.,III. évfolyam)

9. Vizsgáljuk a fénytörést egy lineáris (n_1 törésmutatójú) és egy nemlineáris ($n_2 + \eta I$ törésmutatójú, η a nemlinearitási együttható, I az intenzitás) közeg határfelületén, olyan elrendezésben, amikor a lineáris közegből síkhullám esik a határfelületre!

(III.,IV. évfolyam)

10. Vizsgáljunk egy olyan anyagot, amely kis koncentrációban kétállapotú molekulákat tartalmaz a térben izotróp módon elszórva. Tegyük fel, hogy kezdetben minden molekula a stabil állapotban van! Elektromos tér hatására a molekulák $w_{12} = A_1(\mu_1 \cdot \mathbf{E})^2$ valószínűséggel a metastabil állapotba mehetnek át, ahonnan $w_{21} = A_2(\mu_2 \cdot \mathbf{E})^2$ valószínűséggel kerülhetnek vissza. \mathbf{E} az elektromos tér, μ_1 , illetve μ_2 a megfelelő átmenetekhez tartozó dipól mátrixelemek. (μ_1 és μ_2 nemcsak nagyságban, hanem irányban is különbözhet, az egymással bezárt szögük β .) A kétállapotú molekulák beállásuktól eltekintve egyformák. Lineárisanpoláros fényel besugározva az anyagot, milyen lesz az abszorpciója?

(III.,IV. évfolyam)

11. Vezessük le a viszkózus folyadékban egyenletesen mozgó gömbre ható erőt olyan határfeltétel mellett, hogy teljes tapadás helyett csúszást írunk elő (a gömbre ható tangenciális erő zérus)! Mi történik, ha a mozgás nem egyenletes? Mi történik, ha a határfeltételt egy β folytonos paraméter jellemzi, amely a $\beta = 0$ értékkel tapadást, $\beta = \infty$ -nel csúszást ír le?

(III.,IV.,V. évfolyam)

12. c koncentrációjú $NaCl$ oldatba R sugarú, Q töltésű gömb merül. (A töltést a folyadék nem vezeti el.) Milyen az ionok eloszlása a gömb körül? Hogyan módosul

az ion-eloszlás, ha az oldaton áramot vezetünk keresztül? Az áramsűrűség a gömbtől távol homogén, a gömb rögzített.

(III.,IV.,V. évfolyam)

13. Az $X - Y$ síkban lévő, kétdimenziós, lineáris harmonikus oszcillátort X , illetve Y irányú Gauss-fehérzaj gerjeszti. Határozzuk meg a létrejövő mozgás

a./ X és Y irányú kitérésének auto- és keresztkorrelációs függvényét, illetve spektrumát,

b./ az X és Y irányú sebességek auto- és keresztkorrelációs függvényét, illetve spektrumát,

c./ az X , Y és sugárirányú kitérések egydimenziós valószínűségi sűrűség-függvényeit! A rezgő test tömege m , a rugókötés direkciós ereje D . Az oszcillátor mozgását a sebességgel arányos közegellenállás csillapítja, a csillapítási együttható β . A két erőkomponens korrelálatlan, autospektrumuk értéke azonos: α .

(IV.,V. évfolyam)

14. Adott egy egydimenziós, szabad elektrongáz. Helyezzünk az egyenes egy adott pontjára egy rugalmas szórócentrumot (például egy alacsony potenciállépcsőt)!

a./ Vezessünk le összefüggést az így létrejött rendszer vezetőképessége, valamint a szóróobjektum reflexiós és transzmissziós együtthatója között!

b./ Mi lesz az eredő ellenállás, ha ilyen szóróobjektumokat sorba kapcsolunk?

(IV.,V. évfolyam)

15. Oldjuk meg az egydimenziós Ising modellt a következő 3-spin kölcsönhatás esetére:

$$\mathbf{H} = \sum_i J(S_i, S_{i+1}, S_{i+2}) - \sum_i H S_i$$

$$\text{ahol } J(S_i, S_{i+1}, S_{i+2}) = \begin{cases} 0, & \text{ha } S_i = S_{i+1} = S_{i+2} \\ J, & \text{egyébként} \end{cases}$$

H a külső tér.

Határozzuk meg $H \rightarrow 0$ esetben a fajhőt, a zérus hőmérsékleti entrópiát, és a szuszceptibilitást! Vizsgáljuk külön a $J < 0$, $J > 0$ eseteket!

(IV.,V. évfolyam)

16. Írjuk fel egy mágneses térben lévő nemrelativisztikus töltött részecske Wigner-függvényének mozgásegyenletét, s adjunk megoldást rá homogén mágneses tér esetén! A Wigner-függvényt mágneses tér nélkül a következőképp definiáljuk:

$$W(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t) = \int \frac{d^3 r'}{(2\pi\hbar/m)^3} \cdot \phi(\mathbf{r} + \mathbf{r}'/2, t) \cdot \phi^*(\mathbf{r} - \mathbf{r}'/2, t) \cdot \exp(-im\mathbf{v}\mathbf{r}/\hbar)$$

(IV.,V. évfolyam)

17. A Weinberg-Salam elméletben (a lokális szimmetriacsoport $G = SU(2) \times U(1)_Y$) a szokásos részecskék (e, ν fermiondublett, ϕ skalárdublett) mellett vezessünk be egy további ω skalárdublettet, amelynek Y -töltése 0 ($Y_\omega = 0$).

Legyen a spontán sértés előtt az elméletnek egy globális $U(1)_X$ szimmetriája úgy, hogy a közönséges részecskék $U(1)_X$ -skalárok (azaz, X -töltésük 0), míg az ω -skalárra $X \neq 0$ (mondjuk $X_\omega = 1/2$). Mutassuk meg, hogy ha ϕ vákuumértéke a szokásos, ω vákuumértékének megválasztásával elérhető, hogy a fotonnak is tömege legyen, ugyanakkor az elméletnek marad egy globális $U(1)_Q$ szimmetriája, ahol a Q megmaradó töltés a szokásos részecskékre a szokásos elektromos töltés.

Írjuk fel a fermiondublett kölcsönhatásait az adott tömegű vektorbozonokkal!

(V. évfolyam)

18. A Coulomb-potenciálban mozgó relativisztikus elektron Dirac-féle Hamilton-operátora ($\hbar = c = 1$ egységrendszerben):

$$\mathbf{H}_D = \rho_1 \sigma \pi + \rho_3 m - \frac{e^2}{r}.$$

Mutassuk meg, hogy a következő operátorok

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_4 &= \mathbf{r}\pi - i, \\ \mathbf{G}_4 &= \frac{1}{2} \left[r\pi^2 - r - \frac{e^4}{r} - \frac{ie^2}{r^2} \rho_1 \sigma \mathbf{r} \right], \\ \mathbf{G}_5 &= \frac{1}{2} \left[r\pi^2 + r - \frac{e^4}{r} - \frac{ie^2}{r^2} \rho_1 \sigma \mathbf{r} \right] \end{aligned}$$

zárt algebrát alkotnak. Vegyük hozzá ehhez az impulzuszómomentum-operátorokat, és határozzuk meg azokat a további operátorokat, amelyekkel együtt ez a kiterjesztett algebra is zárt lesz. Mutassuk meg továbbá, hogy

$$r \left[(\mathbf{H}_D + e^2/r)^2 - (E + e^2/r)^2 \right] = \mathbf{G}_5 + \mathbf{G}_4 - 2e^2 E - (E^2 - m^2)(\mathbf{G}_5 - \mathbf{G}_4)$$

Határozzuk meg a kötött állapotok E energiasajátértékeit és a sajátállapotokat ezek alapján!

Milyen Lie-csoport Lie-algebráját kapjuk végeredményképpen?

(V. évfolyam)

Ortvay 1985

1. Mennyivel kisebb sebességgel kell indítani a Földről egy űrhajót, hogy elhagyja a Naprendszeret, ha útja során megközelíti a Mars bolygót, mint máskülönben?

(II. évfolyam)

2. Egy golyó érkezik egy kör alakú fal A pontjához az ábrán megadott módon. Vizsgáljuk a mozgást a p paraméter függvényében két esetben!

a./ Ha az ütközések rugalmasak.

b./ Ha az ütközések rugalmatlanok.

A súrlódástól tekintünk el! Taglaljuk külön a $p \rightarrow \infty$ esetet!

Hiányzó kép

(II. évfolyam)

3. Az úgynevezett arabeszk forgás során a balett-táncos egy lábon (a lábujján) állva forog, miközben a másik lábát közel vízszintesen tartja. A forgás nem megfelelő végrehajtása esetén előfordul, hogy az oldalra kitartott láb függőleges irányban billeg. Ennek a billegésnek a frekvenciája hogyan függ a kitartott láb helyzetétől, és a forgás szögsebességétől?

(II. évfolyam)

4. Hajlékony vezető huzalból egy négyzetet rögzítünk egy vízszintes lapon, és a síkjára merőleges \mathbf{B} indukciójú homogén mágneses térbe helyezzük. Mi történik a kerettel, ha a C és D pont közé olyan U feszültséget kapcsolunk, hogy a keretben az ábrán látható irányú állandó I áram folyjon, és a rögzítést a bekapcsolás után a C és D pont kivételével feloldjuk? Hogyan alakulnak az energiaviszonyok?

Hiányzó kép

(II. évfolyam)

5. Határozzuk meg, hol szakad cseppekre a vékony sugárban csorgó víz!

(II.,III. évfolyam)

6. Nagy esőben vagy autómosás közben a széles, enyhe lejtőn leömlő vízen szabályos állóhullámkép figyelhető meg. Hogyan alakul ki, és hogyan függ a hullámhossz a lejtő hajlásszögétől?

(II.,III. évfolyam)

7. Egy ρ sűrűségű homogén közegben két másrmilyen sűrűségű gömb van. Írjuk le a két gömb gravitációs kölcsönhatását a közeg figyelembevételével!

(III. évfolyam)

8. Határozzuk meg az ernyőn látható képet a tárggyal összekötő transzformációt a lencse és az ernyő s távolságának függvényében! Vizsgáljuk meg a speciális eseteket!

Hiányzó kép

(III. évfolyam)

9. Megfeszített vékony, rugalmas csőben egyenletes sebességgel csekély sűrűdésű folyadék áramlik örvénymentesen. Hogyan változik e húr alaphangja az áramlási sebesség függvényében? Mi történik nagy áramlási sebességek esetén?

(III. évfolyam)

10. A K_1 inerciarendszerhez képest a K_2 rendszer relativisztikusan egyenletesen gyorsuló mozgást végez.

a./ A rendszer egyenértékű-e egy alkalmas homogén gravitációs térben nyugvó koordináta-rendszerrel?

b./ Határozzuk meg a rendszerben a hozzá képest nyugalomban levő elektromos ponttöltés erőterét!

(III. évfolyam)

11. Egy H_0 mágneses térbe helyezett $3/2$ -es spinre véletlenszerű külső erő hat. A spint a következő Hamilton-operátor írja le:

$$\mathbf{H} = -\gamma\hbar H_0 I_z + A(t)(I_x^2 + I_y^2)$$

ahol I_x, I_y, I_z a spinoperátor komponensei, γ a spin giromágneses együtthatója, és $A(t)$ véletlenszerű csatolási együttható, melynek autokorrelációs függvénye

$$\overline{A(t)A(t+\tau)} = \overline{A^2(t)}e^{-|\tau|/\tau_0}$$

Adjuk meg az átmeneti valószínűségeket!

(IV. évfolyam)

12. Egy anyagcsaládot az alábbi tulajdonságok jellemeznek: Az anyag egymáson fekvő kb. molekulaméret vastagságú folyadékrétegekből áll, az \mathbf{n} rétegnormális egységvektor a térben állandó. A folyadékrétegen belüli anizotrópiát egy \mathbf{n} -re merőleges \mathbf{c} egységvektorral, a direktorral jellemezhetjük. \mathbf{c} iránya helyről helyre változhat, így deformált állapotok is kialakulhatnak. Az anyag lokálisan invariáns az $\mathbf{n} \times \mathbf{c}$ tengely körüli 180° -os elforgatással szemben.

Mutassuk meg, hogy a deformált állapotot leíró szabadenergia-sűrűség a legáltalánosabb esetben

$$f = \frac{K_1}{2}(\operatorname{div}\mathbf{c})^2 + \frac{K_2}{2}(\mathbf{c}\cdot\operatorname{rot}\mathbf{c} + q_2)^2 + \frac{K_3}{2}(\mathbf{n}\cdot\operatorname{rot}\mathbf{c} + q_3)^2 + \frac{K_4}{2}(\mathbf{c}\cdot\operatorname{rot}\mathbf{c})(\mathbf{n}\cdot\operatorname{rot}\mathbf{c})$$

alakú! Milyen az egyensúlyi direktor-eloszlás? Milyen típusú deformációkat írnak le a fenti szabadenergia-sűrűség egyes tagjai, és mi a benne szereplő állandók fizikai jelentése? Milyen tagokkal kellene kiegészíteni a szabad-energiát, ha az anyag és az elektromos tér közti kölcsönhatást is le szeretnénk írni?

(IV.,V. évfolyam)

13. Tekintsük a következő egydimenziós problémát: egy elektron síkhullám szóródik egy potenciálgáton, melynek magasságát az időben periódikusan változtatjuk.

$$\mathbf{H} = \frac{\mathbf{P}^2}{2m} + V(x, t)$$

$$V(x, t) = \begin{cases} 0, & \text{ha } x < 0 \text{ és } x > d \\ V_0 + V_1 \sin(\omega t) & \text{ha } 0 < x < d \end{cases}$$

Számítsuk ki kváziklasszikus közelítésben az átmeneti és a visszaverődési együtthatót a $V_1 \ll \hbar\omega \ll p^2/2m$ határesetben! A végső képletek egyes tagjaiban az ω frekvencia $\omega\tau$ kombinációban lép fel. Tudunk-e valamilyen szemléletes jelentést adni a τ idődimenziójú mennyiségnek?

(IV.,V. évfolyam)

14. Egy lineáris láncban az atomok közötti távolság kétféle lehet: vagy a_1 , vagy $a_2 = qa$, ahol $1 < q < 2$. Építsük fel a láncot lépésenként a következő módon (csak az atomok közötti távolságokat jelölve):

1. lépés: 1

2. lépés: q

...

n. lépés: az $n - 1$ -edik lépésben kapott lánc végéhez hozzacsatoljuk az $n - 2$ -edik lépésben kapott láncot.

Vizsgáljuk meg az így kapott láncot! Készítsünk egyszerű algoritmust az így kapott lánc i -edik atomja koordinátájának meghatározására! (Tekintsük a $q = (1 + \sqrt{5})/2$ esetet!) Milyen lesz a lánc diffrakciós képe $n \rightarrow \infty$ esetén? A hullámvektor milyen értékeinél kapunk diffrakciós csúcsokat? Mekkora ezek intenzitása?

(IV.,V. évfolyam)

15. Elemezzük egy homogén, időben állandó erőterben mozgó kvantummechanikai részecske stacionárius és időfüggő állapotainak kapcsolatát!

A probléma Schrödinger-egyenletének stacionárius megoldásai a jól ismert Airy-függvényes megoldások, ugyanakkor léteznek síkhullámmegoldások is, amelyek időfüggése az előbbieknél bonyolultabb. Határozzuk meg e síkhullámmegoldásokat, és keressük meg ezek olyan szuperpozícióját, amely az ismert stacionárius állapotot állítja elő.

(IV.,V. évfolyam)

16. Tekintsük a térbeli kvantumrotátor

$$H = \frac{1}{2I} \mathbf{L}^2$$

diszkrét közelítéseit, amelyekben a rotátor beállási irányai egy szabályos poliéder (tetraéder, oktaéder, kocka, ikozaéder, dodekaéder) csúcsai irányába mutatnak. Írjuk fel a közelítő Hamilton-operátort, és mutassuk meg, hogy hatása egy adott irányú állapotot a poliéderbeli legközelebbi csúcsokba mutató állapotok egyenlő amplitúdójú lineáris kombinációjába visz át. A diszkrét rendszer Hilbert-tere a poliéder csúcsaival egyező dimenziószámú. A definiáló bázisból kiindulva, a poliédert önmagába átvivő forgatások és tükrözések által meghatározott transzformációs tulajdonságú bázist kiépítve diagonalizáljuk a közelítő Hamilton-operátort!

(IV.,V. évfolyam)

17. Vizsgáljuk azt az egydimenziós kvantummechanikai rendszert, ahol a konfigurációs tér egy körvonal: S^1 .

a./ A kanonikus csererelációnak adjuk meg inekvivalens (nem unitér-ekvivalens) ábrázolásait a körvonalon négyzetesen integrálható függvények terén ($L^2(S^1)$ -en)!

b./ Adjuk meg az impulzusoperátor spektrumát az inekvivalens ábrázoláson!

c./ Adjuk meg a Hamilton-operátor spektrumát azonosan zérus potenciál és derékszögű potenciálvölgy esetén!

(V. évfolyam)

18. A Badacsonyról nézve a Balaton felszínét érdekes jelenséget figyelhetünk meg. Az elhaladó hajók után (a vitorlások után is) fentről akár egy óráig is jól látható nyom marad. Magyarazzuk meg, miért! Becsüljük meg, mennyi idő alatt tűnik el a nyom!

(II.,III.,IV.,V. évfolyam)

19. Az $f(x) = 4x(1-x)$, $x \in [0, 1]$ egydimenziós leképezés n hosszúságú határciklusának nevezzük a $0 < x_1 < x_2 < \dots < x_n < 1$ szám-n-est, ha az $1, 2, \dots, n$ indexeknek van olyan (i_1, i_2, \dots, i_n) permutációja, hogy

$$f(x_{i_1}) = x_{i_2}, f(x_{i_2}) = x_{i_3}, \dots, f(x_{i_n}) = x_{i_1}$$

Az (i_1, i_2, \dots, i_n) permutációt a határciklus bejárési sorrendjének nevezzük.

a./ Hány különböző n bejárású határciklus létezik?

b./ Az n hosszúságú határciklusok bejárési sorrendjei között hány különböző fordul elő?

(II.,III.,IV.,V. évfolyam)

Ortvay 1986

1. Légpárnás asztalon két egyforma homogén korong halad egyenlő nagyságú sebességgel egymással szemben. Az ütközés előtt az egyik korong adott szögsebességgel forog az asztalra merőleges, középpontján átmenő tengely körül, a másik nem forog. Hogyan mozognak a korongok az ütközés után?

Tegyük fel, hogy a korongok tökéletesen rugalmatlanok és érdesek, azaz a korongoknak az ütközés pillanatában érintkező pontjai egymáshoz képest nulla sebességgel mozognak az ütközés utáni pillanatban!

(II. évfolyam)

2. Elemezzük a helikopter működését! Hogyan emelkedik, hogy tartja az irányt? Hogy tud előre repülni? Hogyan fordul? Adjunk számot az impulzusmomentum megmaradásáról!

(II. évfolyam)

3. Három merev rudat az ábra szerint csuklókkal összekapcsolunk és felfüggesztünk. Milyen egyensúlyi helyzetek lehetségesek?

Hiányzó kép

(II. évfolyam)

4. Egy Segner kereket víz alá helyezünk és a tengelyén megszívjuk. Milyen irányban kezd el forogni?

(II.,III. évfolyam)

5. Két ugyanabból az ideális rugalmas anyagból készült, azonos keresztmetszetű, különböző hosszú hasáb összeütközik. Az egyik hasáb állt, a másik ν sebességgel közeledett hozzá. A hasábok hossziránya megegyezik ν irányával és az ütközés pontosan a hasábok egybevágó alaplapjain történik. Mekkora az ütközés utáni sebességek? A reális rugalmas ütközéseknél miért nem kell a hasábok rezgésével számolni?

(II.,III. évfolyam)

6. Hal Clement "Az elveszett rakéta" című fantasztikus regénye (Kozmosz fantasztikus könyvek, 1978) a Meszklin bolygón játszódik. A bolygó igen nagy, a sarkokon a felszíni gravitáció $700 \cdot g$, de 20 perc alatt fordul meg tengelye körül, és így nagyon lapult. A bolygó lakói csak a déli félgömbön élnek, és soha nem közelítik meg az általuk "perem"-nek nevezett egyenlítőt, ahol a lapultság és a centrifugális erő hatása $3 \cdot g$ -re csökkenti a felszíni gravitációs gyorsulást. Íme az őslakók világképe (10-11. oldal):

"Az iskolában azt tanultuk, hogy a Meszklin hatalmas, mély kupa. A fenék közelében a legsűrűbb a lakosság, ott a legnagyobb a súly. A filozófusok szerint a súlyt egy nagy

sík lap vonzása okozza, amelyen a Meszklin nyugszik. Minél jobban megközelítjük a peremet, annál kisebb a súlyunk, mivel annál jobban eltávolodunk a laptól. Azt senki sem tudja, hogy maga a lap min nyugszik...

- Az óceánok ekkor mind lecsorognának a legmélyebb pontra! (véli egy földi ember)

- A tanárunk mutatott egy ábrát: sok-sok vonal jött felfelé a lapról, befelé hajolt, aztán pontosan a Kupa felett összetalálkozott. A tanár azt magyarázta, hogy a súly a vonalak mentén hat, nem függőlegesen a lap irányába. Azt mondták, az elmélet beigazolódott, mert a földmérők által mért távolságok megegyeznek az elméleti távolságokkal."

Konzekvens-e a meszkliniták világképe? Hogy fest fizikájukban a tömegvonzás törvénye? Hogyan tudnánk meggyőzni őket arról, hogy világuk nem homorú, hanem domború? (A bolygót beborító felhők miatt a csillagok nem láthatók, az egyenlítői viharok miatt a bolygólakók nem tudnak átjutni az északi féltekére.) Vigyázat, a szerző gyakorló fizikus és csillagász!

(II.,III. évfolyam)

7. A Föld középpontján át egyenes alagutat fúrunk. A középpontból ν_0 sebességgel indul egy test felfelé. A felszínre elérve kirepül az alagútból, és szabadon mozog. Visszazuhanva a Föld felszínére, éppen az alagút (egyik vagy másik) szájához érkezik, és simán belesusszanva folytatja mozgását. (súrlódás, légkör, Hold, stb. elhanyagolható) Hol lehet az alagút szája? Mekkora lehet a ν_0 kezdősebesség? Hány megoldás van? (A Földet tekintsük állandó sűrűségű gömbnek.)

(II.,III. évfolyam)

8. $R = 1m$ sugarú gömböt kalapáccsal megütünk. A gömb tömör és acélból készült. Mi a hallható hang frekvenciaspektruma?

(III. évfolyam)

9. Koncentrikus fémhengerek közé vezető folyadékot (higanyt) töltünk. U feszültséget kapcsolva a fémhengerek közé és homogén tengelyirányú mágneses teret alkalmazva a higany mozgásba jön.

a./ Írjuk le a mozgását! (A fémhengereket alul szigetelő lap zárja le.)

b./ Határozzuk meg a szabad folyadékfelszín alakját, ha a higany mozgását egy függőleges, a tengelyen átmenő, sík szigetelő lappal meggátoljuk!

(III. évfolyam)

10. A gömb alakúnak tekintett forgó Föld felszínéhez érintőlegesen végtelen, súlytalan, merev síkot erősítünk. A sík együtt forog a Földdel. (A fénysebességgel most ne törődjünk!) Egy tömegpont a forgó síkban végzi mozgását. Írjuk le a mozgást az általános relativitáselmélet eszközeivel: Határozzuk meg azt a $2 + 1$ dimenziós téridőt,

amelyben a geodetikuskok mentén végzett szabad mozgások egybeesnek a vizsgált tömegpontnak - a klasszikus mechanika által leírt - mozgásaival a forgó síkban! Mekkora a $2 + 1$ dimenziós téridő és a kétdimenziós tér skalárgömbülete?

Interpretáljuk a tömegpontot a síkon tartó kényszererőt a geometriai képben! Vizsgáljuk meg a téridő esetleges szingularitásait, a mozgások esetleges fixpontjait és ezek stabilitását! Hogyan függnek az eredmények az érintési pont földrajzi szélességétől?

Használjuk a $k = \sqrt[3]{\frac{MG}{R^3\Omega^2}}$ dimenziótlan paramétert! (R a Föld sugara, M a tömege, Ω forgásának szögsebessége, G a gravitációs állandó.)

(III.,IV. évfolyam)

11. Ha egy kvázi-elasztikusan rezgő elektronra x^2 -tel arányos erő hat, valamint

$$E(\omega) = \sum_{i=1}^n E_i \delta(\omega - \omega_i)$$

Fourier komponensű elektromos erőt kapcsolunk, és cm^3 -enként adott számú fenti oszcillátorunk van, akkor milyen frekvenciájú hullámok gerjednek (mint nemlineáris polarizáció eredménye)?

(IV. évfolyam)

12. Milyen az elhajlási kép azon a vonalrácson, melynek periodikusan ismétlődő szakaszán a fényáteresztő tartomány Cantor-halmazt alkot?

Megjegyzés: A Cantor-halmazt a $[0, a]$ intervallumon egy olyan algoritmus határértékeként kapjuk, melynek során az egyes szakaszokból a középső harmadot elhagyjuk. Mivel a Cantor-halmaz nullmértékű, ezért az algoritmus során a fényáteresztő képességet célszerű úgy módosítani, hogy a direkt sugar intenzitása változatlan maradjon.

(IV.,V. évfolyam)

13. Egy atomreaktor aktív zónája térfogategységenként α teljesítményt ad le. A láncreakció leállítása után a hasadványok radioaktivitásából $\alpha\eta$ fajlagos teljesítmény marad vissza. Legfeljebb mekkorára szabad építeni egy (gömb alakúnak feltételezett) reaktort, hogy még a hűtőrendszer meghibásodása esetén se érje el azt a T_0 hőmérsékletet, amit a vasbeton kibír? Végezzünk becslést numerikusan is reális nagyságrendű adatokkal!

(IV.,V. évfolyam)

14. Határozzuk meg egy végtelen síkkal határolt, a tér egyik felét kitöltő, ideális vezető fémtömb fölötti vákuumban mozgó töltött kvantumrészecske energiaspektrumát! (Tegyük fel, hogy a részecske nem hatolhat be a fémbe!)

(IV.,V. évfolyam)

15. Memória-modellként használható a következő Hamilton-függvénnyel leírt Ising-modell:

$$H = - \sum_{i,j} J_{ij} S_i S_j \quad , \quad S_i = \pm 1, \quad (N \text{ spin van})$$

Itt minden spint összekapcsolunk minden másikkal. Az információt az így nyert memória a spinkonfigurációkban tárolja. A működése a következőképpen történik: Egy spin megváltoztatja az előjelét, ha a lokális térrel (többi spin által keltett térrel) vett szorzata negatív. Az így nyert végállapot az, amire a rendszer "emlékszik". Az alapállapotok például olyanok, hogy ott nem változnak a spinek, de vannak az alapállapoton kívül is ilyenek. Egy memória annál jobb, minél több információt tud tárolni. A fenti rendszer esetén ez úgy is történhet, hogy sok alapállapota lesz. A kötések megfelelő választásával ezt elérhetjük. Legyen

$$J_{ij} = \frac{1}{N} \sum_{a=1}^p \mu_i^a \mu_j^a$$

Itt $\mu_i^a = \pm 1$ és a $\{\mu_i^a\}_{i=1}^p$ konfigurációk (p darab) azok, amelyeket szeretnénk megtanítani a rendszernek. Ezeket független információknak gondolva a μ_i^a -kat független valószínűségi változóként kezelhetjük. Ha $p > N$ akkor a rendszer már szinte semmire nem emlékszik. Mekkora legyen a p értéke legfeljebb, hogy a megtanított konfigurációk alapállapotok legyenek? Próbáljunk minél jobb szükséges feltételt adni!

(IV., V. évfolyam)

16. Az emberi szervezet a behatoló idegen anyagok (ún. antigének) megsemmisítésére törekszik. Bizonyos antigének esetén a folyamat nem rendelkezik memóriával és viszonylag korlátozott számú sejtpopuláció vesz részt benne. Ennek egy egyszerű modellje a következő: Az antigént ellenanyagok semlegesítik, ezeket kétféle sejttípus választja ki:

i. A "nagy" nyiroksejtek (L) k sebességgel termelnek ellenanyagokat. Egy aktivált sejt előtt két lehetőség van: vagy végigjárja saját sejtciklusát (ennek ideje τ_p), aminek végén két azonos minőségű leánysejt képződik, vagy plazmasejtté (P) érik (differenciálódik) τ_d átlagos idő alatt. Az első folyamat valószínűsége $p(t)$ - ez az idő olyan függvénye, hogy a válaszreakció a leghatásosabb legyen. Egy nyiroksejt $1/M_L$ átlagos idő alatt el is pusztulhat.

ii. A plazmasejtek (P) L sejtől differenciálódnak, és nagyobb sebességgel ($k\gamma$, ahol $\gamma > 1$) termelik az ellenanyagokat. Élettartamuk azonban sokkal rövidebb: $1/M_P \ll 1/M_L$, és nem osztódnak.

A modell blokk-sémája a következő:

hiányzó kép

Adott mennyiségű antigén semlegesítésére A ellenanyag szükséges. Kezdetben csak L sejtek vannak (L_0), amelyek az antigén hatására aktivizálódnak.

a./ Keressünk matematikai leírást, amelyik segítségével a sejtpopulációk időfejlődését és a keletkezett ellenanyag mennyiségét ($A(t)$) vizsgálni tudjuk.

b./ Feltételezhetően a szervezet igyekszik a leoptimalisabb választ végrehajtani. Találjuk meg azt a $p(t)$ függvényt, amely esetben az A ellenanyag a legrövidebb idő alatt keletkezik. Vegyük a következő biológiailag elfogadható értékeket: $\tau_p = \tau_d = 0,1$ óra, $1/M_P = 50$ óra, $1/M_L = 10^5$ óra, $\gamma = 10$, $A = 5 \cdot 10^{-8}$ mól, $k = 6 \cdot 10^{-18}$ mól/óra, $L_0 = 4 \cdot 10^4$. Milyen lesz az optimális esetben $L(t), P(t), A(t)$?

c./ Milyen legyen $p(t)$, hogy adott idő alatt (mondjuk 100 óra alatt) maximális ellenanyag keletkezzen.

(IV.,V. évfolyam)

17. Legyen a körön szabadon mozgó részecske Lagrange-függvénye a következő:

$$L = \frac{1}{2}m\Theta^2 \quad , \quad \Theta \in [0, 2) \quad (1)$$

Bizonyítsuk be, hogy bár klasszikusan $\dot{P} = 0$, a kvantumelméletben azonban az Ehrenfest-tétel sérül:

$$\frac{d}{dt} \langle \Psi(t) | \mathbf{P} | \Psi(t) \rangle = i \langle \Psi(t) | [\mathbf{H}, \mathbf{P}] | \Psi(t) \rangle + A$$

Adjuk meg az "anomália" kifejezését!

Ezek alapján általános esetben adjuk meg, hogy mi annak a szükséges feltétele, hogy egy klasszikusan megmaradó mennyiség várható értéke a kvantumelméletben időfüggetlen legyen!

Nem világos jelölések

(V. évfolyam)

18. Egy olyan négyzetrács, amelynek kötése p valószínűséggel betöltött és $(1-p)$ -vel üresek, ún. perkolációs hálózatot alkot. Ismert, hogy $p_c = 1/2$ kritikus pontja a rendszernek, abban az értelemben, hogy $p > p_c$ esetén létezik végtelen betöltött fűrt (egymással összekötött rácspontok halmaza). Egy részecske bolyongjon a fenti hálózaton úgy, hogy csak betöltött kötésekön mozoghat (hangya a labirintusban). Írjuk le kvalitatíve a hangya mozgását, feltéve, hogy véletlenszerűen indul valamelyik rácspontból. (A mozgás jellemzése a négyzetes eltávolodás segítségével történhet.) Hogyan változik a fenti kép, ha a hangya erős $\vec{E}K$ -i szélben mozog? (Vagyis csak növekvő x és y irányokban léphet, az x és y tengelyek a rácsirányokba mutatnak.) Határozzuk meg a négyzetes eltávolodás időfüggését! Hogyan függ az eredmény a rácstól, a rács dimenziójától?

(V. évfolyam)

19. A Nap körül körpályán kering egy $1g$ tömegű szénszemcse, a pálya sugara 1 csillagászati egység.

a./ Milyen meleg a szénszemcse?

b./ Hogyan változik az energiája és az impulzusmomentuma a periódusidőhöz képest nagyon hosszú idő alatt? Írjuk le a jelenséget inerciarendszerben és a szénszemcsevel együtt forgó koordináta-rendszerben!

(II.,III.,IV.,V. évfolyam)

20. Egy fantasztikus űrkutatási terv szerint a Föld körüli körpályára olyan sok űrállomást lőnének fel, hogy azok végül összeérnének, s egy szoros gyűrűvé csavarhatók össze. Stabil-e ez a rendszer?

(II.,III.,IV.,V. évfolyam)

Ortvay 1987

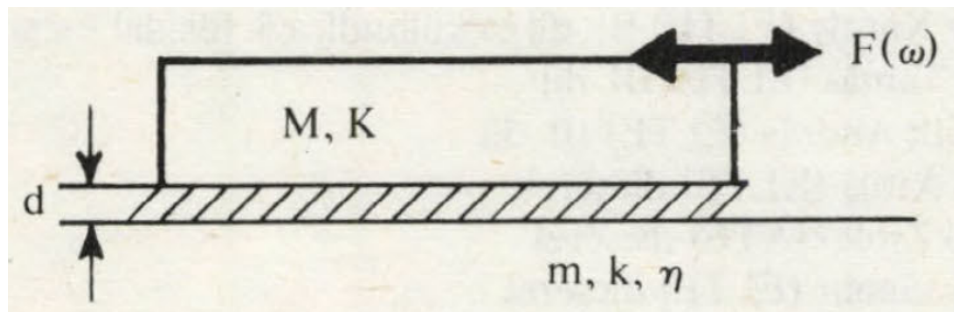
1. Azt szokták mondani, hogy távcsővel azért látunk jobban, mert nagyobb felület-ről gyűjti össze a fényt, mint a pupilla, s ezért fényesebb képet ad. De vajon igaz-e ez? Valóban fényesebb képet látunk távcsővel, mint anélkül? Mi a helyzet a földi tárgyak, illetve a csillagok megfigyelése esetén?

(II. évfolyam)

2. Egy vékony hosszú lánc sűrűsége $\rho(x)$ függvény szerint változik. A lánc - amely tökéletesen hajlékony - egyik végénél fogva ingaként leng. Milyen tömegeloszlás esetén maradhat a lánc a lengések közben mindvégig egyenes?

(II. évfolyam)

3. Egy m tömegű, k rugóállandójú, d vastagságú és η viszkozitási együtthatójú "viszkoelasztikus filmen" M tömegű, K rugóállandójú sima vízszintes lap fekszik. E lapra $F(\omega) = F_0 \sin(\omega t)$ nagyságú vízszintes erővel hatunk. Hogyan függ a lap elmozdulása a frekvenciától? (A folyadék és a levegő közti felületi feszültség α .) (Szorítkozzunk nyírési deformációkra!)



(II. évfolyam)

4. Hogyan folyik ki a folyadék egy szűk nyakú, a nyakával függőlegesen lefelé fordított palackból?

(II.,III. évfolyam)

5. Egy űrhajó - amely egy bolygó körül körpályán kering - el akar érni egy űrálomást, amely ugyancsak körpályán kering, de pályasugara különbözik az űrhajóétól. Hogyan manőverezzen, hogy a felhasznált üzemanyag (melyről feltehetjük, hogy jóval kisebb, mint az űrhajó tömege) a lehető legkevesebb legyen?

(II.,III. évfolyam)

6. Amikor a Western Sky társaság új műholdja, a $H7$ (Heaven Seven) megjelent, majd néhány pályakorrekció után megállapodott Gumipart égboltján és ontani kezdte

műsorát, dr.Absoluto Zero, a kis egyenlítői ország közismert diktátora magához hívatta Állami Főfizikusát. Dr.Ali Tudde Mynek reszkető lábakkal hallgatta az elnök szózatát:

- Állami Fűrkszeim jelentése szerint egyre több gumipálmán jelennek meg a parabolaantennák. Pedig szorgos népünk kulturális igényeit az általam írt Rózsaszínű Könyv tökéletesen kielégíti. Semmi szükségünk a sekélyes nyugati kultúrmocsokra. Lője le!

- Te-tessék?

- Port Goomy főterén két éve ott áll a dr.Absoluto Zéróról elnevezett univerzális lég- és űrvédelmi ágyú. Maga tervezte. Csak nem akarja azt mondani, hogy az ágyú nem képes lelőni azt a műholdat?

- De, persze, csak...

- Akkor rendben. Holnap lesz a gumiérés ünnepe. Este a nép összegyűlik a főtéren, maga nyílegyenesen megcélozza a műholdat, azután zummbele, ahogy gumiszüretkor mondogatják.

- Elnök Úr hogy érti azt, hogy "nyílegyenesen megcélozom"?

- Ahogy mondom! Amikor gyerekkoromban drága apám, dr.Absoluto Minus Egy elvitt gumimókusra vadászni, ezt tanította: megállunk a gumifa alatt, nyílegyenesen célzunk, aztán zummbele! Szorgos népünk egyenes lelkülete nem is tűrne mást!

- De Elnök Úr, a műhold nem mókus, a Föld forog, a centrifugális és a Coriolis-erő...

- Ezeket az urakat nem ismerem és nem is akarom ismerni. Ha meg akarja tartani Állami Főfizikusi rangját, melegen ajánlom, hogy egyenesen lőjön a műholdra. Még csak az kellene, hogy a Szabad Gumi Rádió azt híresztelje, hogy a levegőbe beszélünk és a levegőbe lövöldözünk!

Dr.Ali Tudde Mynek este sóhajtvá telepedett a panoráma-ablaknál álló íróasztala elé. Szemben vele magasodott Gumipart szent hegye, a Mont Goomy és a legmagasabb csúcs mellett fényes csillagként szemtelenül vigyorgott a *H7*. A főfizikus a számításai-ba temetkezett. (A légellenállást szerencsére nem kellett figyelembe vennie, mert azt - a politikai ellenállás más formáival együtt - dr.Absoluto Zero néhány éve már hatályon kívül helyezte.) Hamarosan rájött, hogy az ágyú ereje éppen elég arra, hogy a lövedék elérje a műholdat. Reggelre már azt is tudta, hogy megtarthatja a hivatalát. Áldotta a Western Sky társaságot, hogy pont a megfelelő helyre állították a *H7*-et.

Fölpillantott. Ahol az éjjel a műholdat látta, a Mont Goomy csúcsa mellett biztatóan ragyogott a Nap. Dr.Ali Tudde Mynek az órájára nézett.

HÁNY ÓRA VOLT?

(II.,III. évfolyam)

7. Egy fém űrhajóval olyan - nagyon távoli - bolygóra utazunk, melynek nagyon nagy a potenciálja a Földhöz képest. Veszélyes-e ez a vállalkozás? Mi történik, amikor megközelítjük a bolygót, leszállunk rá, majd kinyitjuk az űrhajó ajtaját?

(III.,IV. évfolyam)

8. Két semleges fémgömböt - mindkettő R sugarú - homogén elektromos térbe helyezünk. Mekkora erővel vonzzák egymást, ha a középpontjaik d távolságban vannak? Számítsuk ki az erőt $d = 10R$ és $d = 3R$ távolságban! Vázoljuk az $F(d)$ függvény menetét!

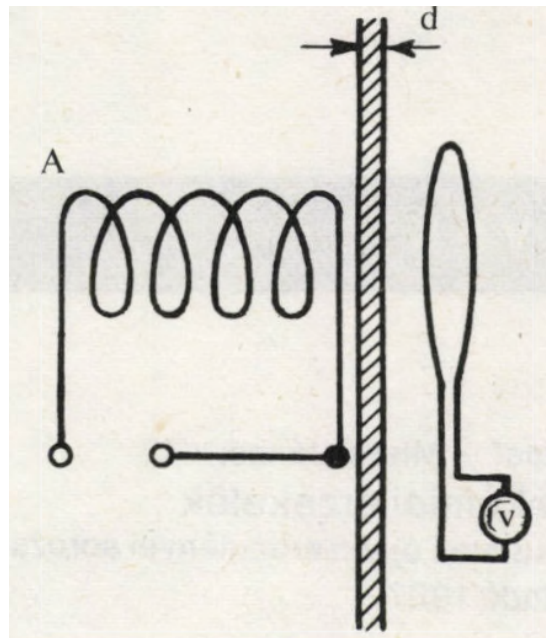
(III.,IV. évfolyam)

9. Egy d vastagságú végtelen (nem ferromágneses) sík fémlemez két oldalán egy-egy tekercset helyezünk el az ábrán látható módon. Az A tekercsben váltóáram folyik. Hogyan függ a B tekercsben indukált feszültség amplitúdója és fázisa a frekvenciától, ha a tekercsek keresztmetszete

a./ kör,

b./ négyzet.

(A fém σ vezetőképességét tekintsük frekvenciafüggetlen állandónak!)



(III.,IV. évfolyam)

10. Képzeljünk el egy olyan világot, amelyben az elektron tömege a proton tömegéhez viszonyítva különbözik a mienkétől. (A fizikai törvények és az egyéb fizikai állandók ugyanazok.) Írjunk le - lehetőleg becslésszerű számításokkal alátámasztva - olyan kémiai, vagy egyéb jelenségeket, amelyek ebben a képzelt világban különböznenek a nálunk megfigyelhető valódiaktól.

(IV.,V. évfolyam)

11. Egy hosszú vékony kémcsőbe helyezett gélben ezüstnitrát (A) és sósav (B) molekulák diffundálhatnak. Kezdetben a cső jobb oldali felében c_A koncentrációjú ezüstnitrát, a bal oldali felében pedig c_B koncentrációjú sósav ($c_A \ll c_B$) található.

Az ezüstnitrát és a sósav reakciója során ezüstklorid keletkezik, amely kicsapódva jól megfigyelhető. Határozzuk meg a kicsapódási front mozgását, feltételezve, hogy a reakció pillanatszerű.

(IV.,V. évfolyam)

12. Egy véges vezetőképességű fém sík határfelülete fölött, attól d távolságban egyenletes ν_0 sebességgel egy Q töltésű pontszerű testet mozgatunk. Milyen nagyságú áramok folynak a fém belsejében és mekkora erő fékezi a ponttöltés mozgását?

(IV.,V. évfolyam)

13. Két részecske ütközésekor n darab - általában különböző tömegű - részecske keletkezik. Mekkora a rendelkezésükre álló fázistérfogat E tömegközépponti energia esetén? (Számolhatunk nemrelativisztikusan.) Hogyan függ a folyamat hatáskeresztmetszete E -től a küszöb közelében?

(V. évfolyam)

14. Egy nemrelativisztikus feles spinű részecske egy dimenzióban mozoghat. Ha két részecske találkozik, a spinjük - ha egy irányba állt - bizonyos valószínűségi amplitúdóval egyszerre átfordul, az ellentétes spinű részecskék nem hatnak kölcsön. A "fel" spinű részecskét harmonikus oszcillátor potenciál köti össze, a "le" spinű részecskék között nincs távolhatás. Számítsuk ki a kötött állapotok energiáját és a "le" spinű részecskék szórásamplitúdóját!

(V. évfolyam)

15. A kétdimenziós Ising-modell gerjesztési spektruma az alábbi Hamilton-operátorral leírt egydimenziós fermion kvantum-lánc sajátértékfeladatának megoldásával is megkapható:

$$\mathbf{H} = -\lambda \sum_{i=1}^N \left(\mathbf{c}_i^\dagger \mathbf{c}_i - \frac{1}{2} \right) - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{N-1} (\mathbf{c}_i^\dagger - \mathbf{c}_i) (\mathbf{c}_{i+1}^\dagger + \mathbf{c}_{i+1}) + \frac{1}{2} H (\mathbf{c}_N^\dagger - \mathbf{c}_N) (\mathbf{c}_1^\dagger + \mathbf{c}_1)$$

ahol λ a hőmérséklettel arányos csatolási állandó, \mathbf{c}_i^\dagger és \mathbf{c}_i pedig antikommutáló fermionkeltő- és eltüntető operátorok. Az N -edik és az első hely fermion-változóit a határfeltételektől függő mennyiség csatolja ($H = 1$ a periodikus, $H = 0$ a szabad, $H = -1$ pedig az anti-periodikus határfeltételnek felel meg az eredeti Ising-modellben). Egy általános interpoláló H értéket szokás hibavonalként hívni.

a./ Keressük meg a \mathbf{H} -t diagonalizáló η_i , η_i^\dagger operátorokat

$$\eta_i = \frac{1}{2} \sum_j (h_{ij} + g_{ij}) \mathbf{c}_j + (h_{ij} - g_{ij}) \mathbf{c}_j^\dagger$$

alakban (h_{ij} és g_{ij} valós együtthatók). Oldjuk meg ezen Bogoljubov-Valatin transzformáció segítségével \mathbf{H} sajátértékfeladatát!

b./ Számítsuk ki \mathbf{H} sajátértékeit a nevezetes határfeltételekre ($H = -1, 0, +1$), majd általános H -ra $N \gg 1$ határesetben!

(V. évfolyam)

Ortvay 1988

1. Becsüljük meg, hogy mekkora erő szükséges ahhoz, hogy egy gumimatracot a közepén derékszögben meghajlítsunk. Vegyünk fel realisztikus számadatokat.

(I. évfolyam)

2. Egy tartályban m tömegű, V térfogatú, p nyomású, T hőmérsékletű gáz van. A tartályt állandó \mathbf{a} gyorsulással mozgatni kezdjük. A kezdeti állapothoz képest mennyivel változik meg a gáz entrópiája az új egyensúlyi állapot beálltakor, ha a hőmérséklet mindvégig változatlan?

(I.,IV. évfolyam)

3. Az ábrán látható boltívet kőből építették fel. Milyen alakú a boltív? Hogyan befolyásolja a Z zárókő a boltív alakját?

hiányzó kép

(I.,II. évfolyam)

4. Egy d széles, $4a$ hosszú hajlékony műanyag lemezből a oldalélű négyzetet hajlítunk ($d \ll a$), majd a szalag egyik végét 180° -kal elcsavarva a másik végéhez erősítjük. Az így keletkezett Möbius-szalag peremére vezető huzalt rögzítünk, és a zárt áramkörbe egy feszültségmérő műszert kapcsolunk. Mekkora feszültséget mutat a műszer, ha a keretet

- a./ a négyzet síkjára merőleges,
- b./ a négyzet megcsavart oldalával párhuzamos,
- c./ a fentebbi két irányra merőleges

homogén, időben egyenletesen változó mágneses térbe ($B(t) = k \cdot t$) helyezzük.

(I.,II.,III. évfolyam)

5. Készíthetünk-e homogén tömegeloszlású anyagból olyan tetraédert, amelyet vízszintes asztallapra állítva csak az egyik lapján fekszik stabilan, a másik három helyzetéből felborul?

(I.,II. évfolyam)

6. Hogyan változik meg egy gömbkondenzátor kapacitása, ha a gömbfelületet egy kicsit behorpasztjuk?

(I.,II.,III. évfolyam)

7. Az ábrán látható elrendezésben az m tömegű testet mereven rögzítettük, az M tömegű test ω szögsebességgel kering. Mekkora gyorsulással indul el az m tömegű test, ha hirtelen elengedjük?

hiányzó kép

(I.,II. évfolyam)

8. Egy m tömegű homogén golyó gurul egy R sugarú rögzített félgömb belsejében. A golyó tömegközéppontja egy vízszintes kör mentén mozog. Hogyan függ a golyó keringési ideje az ábrán látható φ szögtől és a geometriai méretektől?

hiányzó kép, szöveg alapján reprodukálható

(I.,II.,III. évfolyam)

9. Egy R sugarú, homogén tömegeloszlású korong r sugarú tengelyére egy-egy nyújthatatlan, könnyű, hajlékony fonalat csévélünk ($r \ll R$). A fonalak egyik végét a korong tengelyéhez, a másikat a mennyezethez rögzítjük (szimmetrikusan), majd a korongot - feszes, függőleges fonalhelyzetben - kezdősebesség nélkül elengedjük. Tanulmányozzuk a jo-jo mozgását, és írjuk le részletesen az "átfordulás" folyamatát! Mekkora legyen a fonalak szakítószilárdsága, hogy a korong átfordulásakor se szakadjanak el?

(I.,II. évfolyam)

10. Egy tekercs diapozitívról oly módon szeretnénk másolatot készíteni, hogy egy sötét szobában egy sík lapra fektetjük az új filmet, majd hosszában ráhelyezzük a már kész diafilmet, és ezután a filmek síkjától d távolságban elsütünk egy vakut. A vaku hátlapján azt tanácsolják nekünk, hogy 8-as nyílás esetén 2 méterről exponáljunk. Mekkora kell választanunk a d távolságot?

(I. évfolyam)

11. Egy L hosszúságú, R sugarú, M tömegű hengerhez a tengelyének irányában hozzáérintünk egy h hosszúságú, m tömegű vékony pálcát. Mekkora erővel nyomódnak egymáshoz, ha csak a gravitációs kölcsönhatás hat közöttük?

(II. évfolyam)

12. Egy végtelen lineáris lánc elemei azonos tömegűek, és a szomszédos elemek között a távolságukkal arányos vonzóerő hat. A lánc egyik elemét x_0 távolsággal elmozdítjuk, majd $t = 0$ pillanatban kezdősebesség nélkül elengedjük. Határozzuk meg azt a speciális függvényt, amely megadja az n -edik elem elmozdulását t idő múlva!

(II.,III. évfolyam)

13. Az 500millió évvel ezelőtt kihalt háromkaréjú ősrakok (trilobiták) a tengerfenék zavaros, gyér megvilágítású vizében élő, szürkületkor aktivizálódó állatok voltak. Látószervük néhány száztól több ezerig terjedő számú elemi egységből (ommatidiumból) álló összetett szem volt. Ezen ommatidiumok lencséje (corneája) egyes trilobita fajknál az ábrán látható jellegzetes kettős szerkezetű volt. A két cornea-tagot egy

speciális alakú felület választotta el egymástól. (Az ommatidium csak a szimmetria-tengelye mentén érkező fényt érzékelt.)

Mi volt a szerepe a cornea választófelületének? Határozzuk meg a felület alakját!

hiányzó kép, szöveg alapján talán reprodukálható

(II.,III. évfolyam)

14. Egy $2N \times 2N$ -es négyzetrács minden élére r ellenállást teszünk, és a négyzetrács szemközti oldalait is ellenállásokkal kapcsoljuk egymáshoz (periodikus határfeltétel, avagy négyzetrács tóruszon).

a./ Mekkora az R_e eredő ellenállás a négyzetrács két "legtávolabbi" pontja között?

b./ Milyen N -függést mutat R_e , ha $N \rightarrow \infty$?

(III. évfolyam)

15. Egy síkkondenzátorból és egy tekercsből összeállított rezgőkör sajátfrekvenciája vákuumban f_0 . Hogyan változik meg ez a frekvencia, ha a lemezek közé egy m tömegű, q töltésű részecske kerül? (A lemezek nagysága A , távolságuk d . A gravitációs erő és a tükörtöltések hatása elhanyagolható.)

(III.,IV. évfolyam)

16. Az amerikai és a szovjet űrhajósok a távoli csillagközi térben versenyeznek. A szovjet űrhajó hajtóműve olyan, hogy korlátlanul hosszú ideig képes nem túlságosan nagy, de állandó nagyságú tolóerő kifejtésére (még hozzá anélkül, hogy az űrhajó tömege csökkenne). Az amerikaiak csúcstechnológiájú űrhajója ezzel szemben viszont gyakorlatilag fénysebességgel mozog. Mivel ez az elképzelhető legnagyobb sebesség, az amerikaiak nagylelkűen előnyt adnak az ellenfélnek. Mekkora előnyt kérjenek a szovjetek?

(III.,IV. évfolyam)

17. A Föld körüli híg plazmában keringő műholddal a plazmabeli elektronok energiaeloszlását mérik. A műhold -különböző folyamatok révén- $\Phi_0 = -9V$ potenciálra töltődik fel a szondától elegendően távoli plazmához képest. Emiatt a $9eV$ -nál kisebb energiájú elektronok nem juthatnak el a szonda D jelű detektorához. Mérhetővé tehetjük-e az energiaspektrum kis-energiás részét oly módon, hogy az elektromosan elszigetelt detektort egy zsebtelep segítségével $+9V$ feszültségre kapcsoljuk a szonda fémgömbjéhez viszonyítva (lásd az ábrát!). Diskutáljuk a detektor méreteihez képest

a./ nagyon nagy,

b./ nagyon kicsi

Debye-hossz határesetét!

hiányzó kép

(III.,IV.,V. évfolyam)

18. Végtelen kiterjedésű homogén, izotróp rugalmas közegben egy párhuzamos síkokkal határolt réteg helyezkedik el. A rétegben a rugalmas állandók megegyeznek a közeg többi részének rugalmas állandóival, a sűrűség azonban nagyobb. Mi a feltétele a rétegre koncentrált rugalmas hullámok kialakulásának (ilyenkor a rétegtől távol az elmozdulásmező eltűnik)? Tanulmányozzuk a réteggel párhuzamos polarizációjú hullámok terjedését, illetve az egyéb polarizációs lehetőség/ek/et! Határozzuk meg és ábrázoljuk a diszperziós relációkat, a hullámok fázis- és csoportsebességét! Vizsgáljuk meg a nagyon vékony és a nagyon vastag réteg, illetve a kis- és nagyfrekvenciás határeseteket!

(III. évfolyam)

19. a./ Ahol a Kvantum folyó kiér a potenciálhegyek közül, és a valószínűségi hullámok a Szigetelők közt méltóságteljesen hömpölyögnek a Dirac-delta felé, most nagy a felfordulás. Hatalmas potenciállépcső épül. Az eredetileg néhány eV -os potenciálesést (V_0) a szélességű, W_0 magasságú potenciálgáttal növelik meg. Csúcsrajáratást terveznek, azaz az energiaszint éppen eléri a gát koronáját. Mivel a költségek igen nagyok (antirészecske körökből származó becslések szerint meghaladják a $100GeV$ -et), fontos az ésszerű takarékoság. A gát szélességén nem lehet változtatni, azt úgy méretezték, hogy keresztteffektusok esetén biztonságosan áthaladhassanak a töltéshordozók. A gát magasságát viszont optimálisan választjuk meg, (számító-)gépszavazáson. Szavazzuk meg azt a gátmagasságot, amelynél csúcsrajáratáskor a valószínűségi hullámok lehető legnagyobb része szivárog át a gát felett!

b./ Nagyokosnál még egy potenciálgát épült a Kvantum folyón. Itt már potenciálesésről szó sincs, a meder feneké vízszintes. A maradékellenállás letörése után felépült gát nagyon keskeny, de juszt is az égisz ér. Itt is takarékoskodtak, ezért nem épült csónakzsilip. De a "Schrödinger macskája" sportkör evezőseit, akik egyenest a Dirac-deltától érkeztek, nem retenti el az akadály. Evezőcsapásaik (és hullámaik) fázisát megfelelően összehangolva, közvetlenül a gát előtt mozdulataik egyetlen impulzussá egyesülnek, azután hajrá (névadójukhoz híven): "0,5 életünk, 0,5 halálunk!" - nekirohannak a nagyokosi potenciálgátnak. Vajon eljutnak-e az Infravörös erdőbeli divergenciákig, ahol a Kvantum folyó ered? Visszajutnak a Dirac-deltához? Mennyire zavarja meg útjukat, mennyire torzítja viselkedésüket a potenciálgát?

Megjegyzés: A potenciállépcső építői a környezet újraparkosítását ígérték. De ez még a jövő zenéje, egyelőre semmi zöld nincs a környéken. Így hát kész Green-függvényeket ne is keressünk!

(IV.,V. évfolyam)

20. R sugarú Petri-csészében a_0 koncentrációjú A anyag (pl. $AgNO_3$) egyenletesen oszlik el. A csésze közepébe R_1 sugarú körbe b_0 koncentrációjú B anyagot (pl. HCl -t) csöppentünk. A két anyag $A+B \rightarrow C$ típusú reakcióba lép egymással. Mekkora sugarú

körnél áll meg a reakciófront hosszú idő elteltével, ha az anyagok diffúziós állandója egyenlő, és a kezdeti anyagmennyiségek is egyenlők?

(IV.,V. évfolyam)

21. A közgazdászok szerint mikroökonómiai tárgyalásban egy gazdasági egység (GE) állapotát a javak, termékmennyiségek, munkaerő ($\dots X_i \dots$) és a pénz (M) meghatározzák.

a./ A javak változására mérlegegyenlet írható fel:

$$\frac{dX_i}{dt} = J_i + F_i,$$

ahol J_i az i -edik jószág árama (a GE és a környezet közötti csere), F_i pedig a forrása (termelés, felhasználás).

A pénz változása:

$$\frac{dM}{dt} = - \sum_i \bar{p}_i J_i + I,$$

ahol \bar{p}_i a külső ár, I pedig a nem kereskedelmi tevékenységgel járó pénzváltozás (pl. ajándék).

b./ A GE vagyonának változása:

$$Q = \sum_i p_i dX_i + dM,$$

ahol p_i a belső ár. Q folyamatjelző:

$$Q = \left(\sum_i (p_i - \bar{p}_i) \cdot J_i + \sum_i p_i F_i + I \right) dt$$

(A jobb oldal első tagja a kereskedelmi többlet, a második a termelési többlet.)

c./ A nem hajt végre önként olyan gazdasági tevékenységet, amelyben a többlet negatív.

Feladatok:

i./ A pénzáramot hőáramnak és a kereskedelmet munkának megfelelően értelmezzük az "adiabatikus" folyamatot!

ii./ Mutassuk meg, hogy a./, b./ és c./ - bizonyos matematikai kiegészítésekkel - a termodinamika főtételeinek Caratheodory-féle megfogalmazásával egyenértékű!

iii./ Keressük meg a hiányzó matematikai feltételeket!

iv./ Mutassuk meg, hogy létezik gazdasági entrópia függvény (Z) és próbáljuk meg értelmezni!

(IV.,V. évfolyam)

22. Egy bizonyos X anyagból készült lemezre helyezett kisméretű mágnes - megfelelő körülmények között - lebeg a lemez fölött. Ugyanezen X anyagból készített kicsiny mintát egy rúd-mágnes segítségével felemelhetünk az asztalról, a minta a mágnes alatt "lóg". Milyen mágneses (mágnesezhetőségi) tulajdonságokkal kell rendelkezzen az X anyag ahhoz, hogy a rúd-mágnes képes legyen vonzani is és taszítani is őt?

(IV.,V. évfolyam)

23. A $\mathbf{H} = \omega \mathbf{a}^\dagger \mathbf{a}$ Hamilton-operátorral jellemzett rendszer állapotfüggvénye az $|\alpha\rangle = e^{\alpha \mathbf{a}^\dagger} |0\rangle$ koherens állapotok segítségével

$$|\Psi(t)\rangle = \frac{1}{2\pi i} \oint_C g(\alpha, t) |\alpha\rangle d\alpha$$

módon fejezhető ki, ahol C a komplex számsík origó középpontú, végtelenhez tartó sugarú köre.

a./ Határozzuk meg $g(\alpha, t)$ -t, ha

$$|\Psi(t)\rangle = \sum_n c_n(t) |n\rangle!$$

($|n\rangle$ az n -edik energia-sajátállapot.)

b./ Adjuk meg $g(\alpha, t)$ -t, ha $|\Psi(t)\rangle = |\mu\rangle$ koherens állapot!

c./ Milyen $g(\alpha, t)$ időfüggése?

d./ Milyen egyenlet határozza meg $g(\alpha, t)$ időfüggését, ha a \mathbf{H} Hamilton-operátort kicsiny $\delta\mathbf{H}$ -val perturbáljuk?

(IV.,V. évfolyam)

24. Egy homogén közeg mágneses permeabilitása izotróp, a dielektromos állandója viszont anizotróp: tenzorának két sajátértéke megegyezik, a harmadik viszont ezektől különböző. Milyen elektromágneses hullámok terjedhetnek ebben a közegben (egytengelyű kettőstörés)?

(IV.,V. évfolyam)

25. Mely értékhez tart a gravitációs összeomlás során egy m tömegű, kezdetben elegendően nagy átmérőjű gömbszimmetrikus csillagnak a távoli megfigyelő által mért látszólagos sugara?

(V. évfolyam)

26. Egy nemlineáris közeg elektromos polarizációjának térerősségfüggése: $P = \chi E + \chi' E^3$. Hogyan terjed ebben a közegben az elliptikusan polarizált fény?

(V. évfolyam)

Ortvay 1989

1. Két azonos méretű és tömegű, homogén tömegeloszlású kockát egy-egy lapjával összeérintünk.

a./ Vajon a testek közti F gravitációs vonzóerő nagyobb, vagy kisebb-e azon F_0 erőnél, amely a tömegközéppontokba helyezett pontszerű (a kockáéval azonos tömegű) testek között lépne fel?

b./ Számítsuk ki minél pontosabban az F/F_0 arányt!

2. Az eddigi űrszondák lényegében az ekliptika síkjában mozogtak. Újabb információszerzés céljából egy űrszondát az ekliptika síkjára merőleges síkban fekvő pályára szeretnénk eljuttatni. A rakéta üzemanyaga csak egy viszonylag rövid gyorsítási szakaszra elegendő, s összességében kevés ahhoz, hogy közvetlenül a kívánt pályára állítsuk a szondát. Melyik bolygó "csúzlihatásának" felhasználásával oldható meg mégis a feladat? Milyen határok között változtathatjuk a Földet elhagyó szonda sebességét, ha azt akarjuk, hogy a szonda zárt pályán maradjon? Mennyire közelíthetjük meg ilyen módon "merőleges" irányból a Napot?

(A szükséges csillagászati adatokat - bolygópályák sugarát és a bolygók méreteit - táblázatból keressük ki! A pályaexcentricitásokat elhanyagolhatjuk. A szondára ható erőket közelítőleg az éppen legerősebb erővel helyettesíthetjük, lásd még az 1985. évi Nemzetközi Fizikai Diákolimpia egyik feladatát, KöMaL 1985. nov.)

3. Egy fonalat az egyik végénél rögzítünk. Nyugalmi állapotában a saját súlya feszíti ki. Írjuk le a mozgását kis transzverzális kitérésekre és adjuk meg a sajátfrekvenciáit!

4. Három égitest (a tömegük m_1 , m_2 és m_3) a közöttük ható gravitációs erők hatására egyenletes ω szögsebességgel kering oly módon, hogy az általuk kifeszített háromszög méretét nem változtatva merev testként forog. Milyen messze vannak egymástól a bolygók? Vizsgáljuk meg a kérdéses mozgás dinamikai stabilitását a pályasíkjukba eső kicsiny perturbációkkal szemben!

5. Fel tudja-e emelni a héliumballon azt a tartályt, amiből a héliumot a ballonba töltötték?

6. Tervezzünk "inherensen" biztos személyfelvonót (liftet)! Legyen a liftakna légmentesen elzárt négyzetes oszlop, a benne mozgó liftszekevény pedig kocka alakú! Mekkora legyen a rés a lift és az akna fala között, hogy a különböző magasságokból műszaki hiba miatt lezuhanó lift "elfogadható" sebességgel érjen a földszintre? (Tegyük fel, hogy semmilyen biztonsági berendezés nem működik!)

Mekkora nyomóerő nehezedik egy "tipikus" zuhanáskor a földszinti ajtóra? Kibírja-e ezt az ajtó? Mekkora teljesítménnyel lehet egy ilyen liftet normálisan üzemeltetni (fel-le mozgatni)?

7. Vizsgáljuk egy viszkózus folyadék lamináris áramlását enyhén "gyűrt" felület mellett kis Reynolds számok esetében! Számítsuk ki a nyíró- és nyomófeszültségeket a felületen! A felület egyenlete: $y = a \cos(kx)$, $k \cdot a \ll 1$. A folyadék sebessége a felülettől nagy távolságra: $v_x = \alpha y$.

8. Egyidejűleg több, egyforma méretű tálkában folyadékot melegítünk a mikrohullámú sütőben. A különböző mennyiségű és különböző fajlagos ellenállású folyadék közül melyik melegszik fel leghamarabb?

9. Egy C kapacitású síkkondenzátort R ellenállású drótkarikával rövidre zárunk. A karikán hirtelen "átsuhintunk" egy N menetes, L hosszú, I áramerősséggel átjárt vékony, hosszú szolenoid egyik végével oly módon, hogy a tekercset a kondenzátor lemezei között húzzuk keresztül. Legfeljebb mennyi töltés kerül a kondenzátor lemezeire?

10. A fotoszintetikus energiatárolás mechanizmusának leegyszerűsített modellje a következő:

Egy membránnal határolt zárt térrész belsejéből az elnyelt fényenergia felhasználásával protonok pumpálódnak a térrészen kívülre. Így egyrészt protonkoncentrációkülönbség, másrészt elektromos potenciálkülönbség alakul ki a membrán két oldala között. E szabadenergia-különbség hatására a protonok visszadifundálnak, s munkát végezve "meghajtják" a kémiai szintézisfolyamatokat.

Írjuk le az elektromos mező kialakulását a következő, erősen leegyszerűsített modellben:

Adott egy d vastagságú végtelen sík membrán, mindkét oldalán ugyanolyan összetételű sóoldattal. A $t = 0$ pillanatban a membránban töltés-szétválás következik be, és egy-egy $\pm\sigma$ töltéssűrűségű sík jön létre a membrán középsíkjára szimmetrikusan. Írjuk le alkalmas közelítésben az így keletkezett (és a továbbiakban időben állandónak tekinthető) sík-dipólt leárnyékoló ion-relaxáció dinamikáját!

11. A távoli világűrben, erőmentesnek tekinthető környezetben egy kicsiny, gömb-szimmetrikus, $+Q$ töltésű test lebeg. A töltött testet egy semleges fém gömbhéjjal vesszük körül, melyet két félgömbhéj óvatos összetolásával alakítunk ki. A kicsiny töltött test a gömbhéj középpontjában helyezkedik el.

Ezután egy nagyméretű síkkondenzátorral gyenge elektromos teret hozunk létre a gömbhéj körül. Vajon elmozdul-e a (semleges) gömbhéj, vagy a belsejében levő töltött test a külső erőtér hatására?

12. Egy kvantumrészecske a $V(x) = \alpha|x|^q$ egydimenziós potenciálvölgyben mozog ($q > 0$). Mutassuk meg, hogy az $E(n)$ [energia \leftrightarrow kvantumszám] függvény legfeljebb n^2 szerint nő!

13. Egy m tömegű kvark és egy antikvark egydimenziós mozgást végez, közöttük állandó F vonzóerő hat. Írjuk le az M nyugalmi tömegű kvark-antikvark rendszer klasszikus mechanika szerinti mozgását és vizsgáljuk meg az $m \rightarrow 0$ határesetet! Milyen megszorítást ad a Bohr-Sommerfeld kvantumfeltétel a rendszer tömegspektrumára? Dolgozzuk ki a rendszer kvantumelméletét! (Tételezzük fel, hogy a részecskék áthatolhatnak egymáson, de más részecskékké nem alakulhatnak át!)

14. Írjuk le egy hidrogénatom (kvantumozó) viselkedését nagyon erős cirkulárisan poláros fényben! (A fény elektromágneses terét adott klasszikus függvénynek tekintjük, továbbá alkalmazhatjuk a "dipól-közelítést".)

15. A lenyugvó Nap közvetlenül a horizont felett már nem kör alakúnak látszik, és a korongjának alja vörösebb, mint a teteje. Határozzuk meg és rajzoljuk le, milyen alakúnak látjuk a Napot, amikor a középpontja a valóságban épp a horizonton van! (A rajzon a Nap szélessége legyen 10cm !) Milyen effektusok játszanak szerepet a színekének megváltozásában?

16. Nehézionok közepes ($20 - 50\text{MeV}$ nukleononként) energiájú ütközésénél nagy sebességgel mozgó "forró" anyagdarabkák alakulnak ki. Ezek nukleonok, elsősorban neutronok kibocsátásával "hűlnek le". Tételezzük fel, hogy a neutronok emissziója a forrással együttmozgó rendszerben izotróp és T hőmérsékletű Maxwell-eloszlást követ. Határozzuk meg a neutronok energia- és szögeloszlását a laborrendszerben, ha a neutronforrás 0.08 fénysebességgel mozog és $kT = 5\text{MeV}$. Ábrázoljuk a kapott eredményt szintvonalak segítségével az energia és a mozgásiránytól mért szög függvényében!

17. Két független részecske a

$$V(x_i) = -\frac{m^2}{2}x_i^2 + \frac{\lambda}{4}x_i^4 \quad (i = 1, 2)$$

anharmonikus oszcillátor potenciálban mozog, T hőmérsékletű környezetben. A részecskék helyzetének valószínűség-sűrűségét a

$$p(x_i) = \text{állandó} \cdot \exp\left(-\frac{V(x_i)}{kT}\right)$$

Boltzmann-eloszlás adja meg.

Számítsuk ki az $X = (x_1 + x_2)/2$ átlagkoordináta valószínűségi sűrűségfüggvényét! Alkalmazzuk a nyeregponthelyzetét és elemezzük a nyeregponthelyzetének X -függését!

Definiáljuk a tömegközéppont "effektív potenciálját" a

$$p(X) = \text{állandó} \cdot \exp\left(-\frac{2}{kT}U_{eff}(X)\right)$$

összefüggéssel! Hogyan változik a hőmérséklet növekedtével az effektív potenciál minimumainak helye és mélysége?

18. A háromállapotú Potts-modell az Ising-modellhez hasonló, de itt a spinek (mágneses momentumok) háromféle beállása képzelhető el: $n = 0, 1, 2$. Ezzel a jelöléssel a hatás:

$$S = -J \sum_{\langle xy \rangle} \cos\left[\frac{2\pi}{3}(n_x - n_y)\right]$$

Számítsuk ki átlagtér-közelítésben a fázisátalakulást jellemző mennyiségeket!

Útmutatás: Írjuk fel az állapotösszeget, számítsuk ki a szabadenergiát, majd annak vizsgálatával határozzuk meg a fázisátalakulási pont kritikus J_{kr} csatolási állandóját! Statisztikus fizikai megfontolások alapján vezessük le az önkonzisztens egyenletet, majd mutassuk meg, hogy az megegyezik a szabadenergia szélsőérték-egyenletével!

19. Az s nagyságú spinekből álló végtelen lineáris lánc Hamilton-operátora

$$\mathbf{H} = - \sum_i (\mathbf{s}_i^+ \mathbf{s}_{i+1}^- + \mathbf{s}_i^- \mathbf{s}_{i+1}^+ + \delta \cdot \mathbf{s}_i^z \mathbf{s}_{i+1}^z) \quad (1)$$

A δ paraméter függvényében az alapállapot lehet antiferromágneses (AF) $\delta \rightarrow -\infty$, planáris $\delta = 0$, valamint ferromágneses $\delta \rightarrow +\infty$.

Az $AF \leftrightarrow \text{planáris}$ fázisátalakulás kritikus δ_{kr} csatolási állandóját például úgy határozhatjuk meg, hogy megnézzük: milyen δ esetén tűnik el az AF fázisban az alapállapot és az első gerjesztett állapot közötti energiarés.

Határozzuk meg perturbációszámítással δ_{kr} -t!

20. Íme a Nagy Semmi! A sarkon tábla: Minkowski-tér. Száz fényévnnyire vagyunk a Földtől. Két űrhajó lebeg az űrben, utasaik feszülten figyelik a másik hajót. A "Fekete Sas" eredetileg turistahajó volt, most kalózok tanyája. Fedélzetén Véres Bill parancsol, aki állítólag ellopta a Szaturnusz gyűrűjét és a hermitikusok összes sajátértékét. (Innen is látszik, hogy a történet valós!) A "Fehér Villám" űrendőrségi cirkáló kabinjában Symat kapitány lesi a képernyőt.

Megjegyzés: A 2205-ös évjáratú fotonrakéták ún. homogén üzemmódban működnek: utazás közben az utasaik állandó gravitációt érzékelnek, így a mindennapi életüket élhetik. (Kivétel a fékezésre áttérés rövid szakasza, és különleges alkalmakkor a súlytalan lebegés.) Az állandó érték turistahajókon kényelmi okokból a földi súly fele, a katonai hajókon az edzett személyzet miatt jóval nagyobb, de a pontos adatot nem hozták

nyilvánosságra.

Megvillan a képernyő. Symat látja, hogy a Fekete Sas a rablott zsákmányt hátrahagyva egyre gyorsabban távolodik. Keze az indítókarra csap, – teljes fénnel utána!

A kalózhajó vezetőfülkéjében Véres Bill elégedetten nézi a mozdulatlan cirkálót. Sikertült meglépnünk! De íme, felvillan a képernyő: az üldöző hajó is nekiiramodik. Véres Bill elvigyorodik, a fékkarra csap. Ők felgyorsulnak, mi lefékezünk, és az ellenkező irányban elporzunk mellettük, – sosem fognak el!

Lábjegyzet: A fotonrakéták nagy sebessége és a hajtóanyagtartályban levő rengeteg antianyag miatt a legkisebb ütközés is végzetes lehet. Az űrrandevúkat automatizálták, az összekapcsoló szerkezetek csak a helyzet és a sebességek tökéletes összehangolása esetén lépnek működésbe.

Symat kapitány a menekülőket figyeli. A Fehér Villám éppen elszáguld a kalózok hátrahagyott zsákmánya mellett – "nem érek rá megállni, majd később visszajövök érte" –, amikor Symat észreveszi, hogy az eddig gyorsulva távolodó hajó fékezni kezd. Tudja mi lehet Véres Bill szándéka, és azt is tudja, nincs veszteni való ideje. Ő is a fékkar után nyúl.

Az üldözésnek vége. A két hajó mozdulatlanul lebeg egymás mellett, kissé távolabb ott lebeg az elhagyott zsákmány is. A cirkáló mágneses fogókarjai megragadják a kalózhajót.

Véres Billt bilincsbe verve hozzák át a Fehér Villámra.

- Mi a szándéka velem, kapitány?
- Bíróság elé kerülsz, gazember!
- De a bíróság a Földön van! Mi lesz addig a kinccsel?
- Majd visszajövök érte...
- Mire visszaér, épp nyugdíjba mehet, kapitány!
- A téridőre, ez igaz...
- Akkor hát...

Íme a Nagy Semmi. A sarkon tábla: Minkowski-tér. Két hajó távolodik egymástól, békésen. De ez már nem tartozik a történetünkhöz. Egyetlen kérdésünk maradt: **HÁNY ÉVES A KAPITÁNY?**

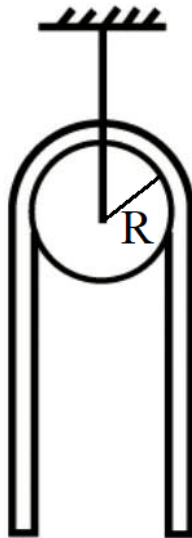
Ortvay 1990

1. Írjuk fel egy homogén tömegeloszlású, hajlékony, nyújthatatlan kötél mozgásegyenletét homogén gravitációs térben! Tárgyaljuk a zárt, mindkét végén szabad, az egyik végén rögzített ill. a mindkét végén rögzített eseteket! Mutassuk meg, hogy az erőmentes térben bármilyen zárt térgörbe mentén mozoghat egy zárt kötél, ha a sebességének nagysága időben állandó. Stabil ez a mozgás? Keressünk további egzakt, illetve közelítő megoldásokat!

2. Egy ferde lapra csurgatott vízszög visszaverődésekor a beesési pont körül vízmentes üreg alakul ki. Adjuk meg az üreget burkoló vízhártya, illetve a síklapon a vízmentes tartományt burkoló görbe alakját! Milyen vastag a vízhártya? Becsüljük meg a burkológörbe mentén feltorló vízréteg vastagságát! Ha ujjunkat a visszaverődő víz útjába tartjuk, a hártya felszakad és rés nyílik rajta. Milyen alakú a rés? Hogyan függenek a vizsgált alakok és mennyiségek a beeső vízszög intenzitásától és vastagságától? Hogyan folyik tovább a víz a ferde sík mentén? Mi a helyzet vízszintes síklap esetén?

3. Ismeretes, ha két egymás felé forgó hengerre egy lapot helyezünk akkor a lap harmonikus rezgőmozgást végez. Megszoktuk, hogy a rezgőmozgások a gyakorlatban csillapodnak. Megépítve a rendszert, nem csillapodik a mozgás, hanem határozott amplitúdójú rezgés áll be. Mi lehet ennek az oka?

4. Egy L hosszúságú, m tömegű homogén, hajlékony, nyújthatatlan kötél kezdősebesség nélkül indul az ábrán látható egyensúlyi helyzetéből ($R \ll L$ és a csiga tömege elhanyagolható).



Írjuk le a kötél mozgását! Mekkora lesz a kötél alsó végének a sebessége, amikor a kötél elválik a csigától?

(Vigyázat: a Feynman Mai Fizika I. kötetében található megoldás hibás!)

5. A minap megjelent X.Y. (teljes név és cím a szerkesztőségben) és azt állította, hogy a gravitációt és egyéb kölcsönhatásokat vonzás és taszítás feltételezése nélkül is meg tudja magyarázni. Szerinte az Univerzumot homogén és izotróp sugárzás tölti be (ennek mibenlétéről és fizikai paramétereiről nem közölt részleteket). A gömbszimmetrikus objektumok (pl. Föld) minden irányból ugyanolyan sugárzást észlelnek, ezért nyugalomban maradnak. Ha két test (pl. Föld és Hold) egymás közelébe kerül, kölcsönösen leárnyékolják a másik testre eső sugárzás egy részét (ez a rész tetszőlegesen kicsiny lehet), így az egyensúly megbomlik, a testek egymás felé mozdulnak el. Ezt a jelenséget hitték eddig "általános tömegvonzásnak". Egyszerű geometriai úton belátható, hogy az effektus valóban $1/r^2$ -tel arányos.

Gyűjtsünk érveket az elmélet mellett és ellen! (Eközben különböző feltevésekkel élhetünk a sugárzás jellegére, forrásaira, az "árnyékolás" mechanizmusára, stb. nézve.) Vizsgáljuk meg, hogy az elmélet a szokásos fizika mely törvényeit tarja meg, illetve veti el! Javasoljunk olyan jól kihegyezett mérést, kísérletet, amely egyértelműen dönthet az elmélet (illetve valamelyik speciális változata) mellett vagy ellene! Ha van tudomásunk ilyen (más célból elvégzett) kísérletről, hivatkozzunk rá! Ha nem a gravitációt, esetleg valami más hatást meg lehet-e magyarázni ilyen módon? Adjunk becslést a(z esetleg létező) sugárzás maximális energiasűrűségére!

6. A rapidonok olyan részecskék, amelyek csakis állandó $|\mathbf{v}| = c$ abszolút értékű sebességgel hajlandók mozogni (c -nek semmi köze sincs a fénysebességhez). Dolgozzuk ki a rapidonok klasszikus mechanikáját külső statikus potenciáltérben, Lagrange-, Hamilton-, vagy Hamilton-Jacobi formalizmust használva! Vezessük le a térbeli pályaeqyenletet meghatározó differenciálegyenletet! Specializáljuk az előbbi egyenletet síkmozgásokra! Vizsgáljuk meg rapidonok esetén a szabadesés, ferde hajítás, Kepler-mozgás és a térbeli harmonikus oszcillátor problémáját! Próbálkozzunk meg a feladat relativisztikus általánosításával! (Vigyázat!) Vizsgáljuk meg a Bohr-kvantálás lehetőségét!

7. Egyes furfangos gravitációs elméletek szerint terünk nem három, hanem hatdimenziós: a szokásos x_k ($k = 1, 2, 3$) koordinátákat $x_k = \xi_k + i\eta_k$ komplex mennyiségeknek kell tekinteni. Hasonlóképpen komplex az $m = \mu + i\lambda$ tömeg és a $G = H + iJ$ gravitációs állandó is.

Írjuk fel a Newton-féle gravitációs törvény megfelelőjét (vigyázzunk a Laplace-operátorral!) és a mozgásegyenletet! Vezessük le a gravitációs kéttest-probléma egyenleteit, majd írjuk fel ezeket tisztán valós alakban! Hasonlítsuk össze a valós hatdimenziós térben definiált kéttest-probléma megfelelő egyenleteivel! Szeparáljuk a változókat és írjuk le

a mozgást! Vizsgáljuk meg a probléma szimmetriatulajdonságait! Tárgyaljuk részletesen azt az esetet, amikor az egyik részecske tömege tisztán valós, a másiké tisztán képzetes, és G valós!

8. Egy pozitív és egy negatív töltést helyezünk el egy anizotróp szigetelő két pontjába. Milyen erővel vonzzák egymást? Mi a helyzet a belső erők forgatónyomatékával?

9. A Carnot gép hatásfoka nem függ a körfolyamat anyagától. Ennek ellenére a gőzgép és a gőzturbina, tehát a belső égésű motorok kivételével valamennyi hőerőgép vízzel üzemel. Miért jobb a víz, mint más anyag?

10. A K_0 koordináta-rendszerhez képest a K_1 és K_2 koordináta-rendszerek egymással 30° -os szöget bezáró irányban egyenletesen mozognak. A K_1 és K_2 koordináta-rendszerek x tengelyei a K_0 -hoz viszonyított sebességgel párhuzamosak és K_1 -ből mérve 45° -os, K_2 -ből mérve 60° -os szöget zárnak be egymással. Határozzuk meg K_0 , K_1 és K_2 inerciarendszerek egymáshoz viszonyított sebességét, valamint a sebességek irányát K_1 -ből és K_2 -ből mérve!

11. Tekintsük a $\lambda_1^{(\text{egzakt})} \leq \lambda_2^{(\text{egzakt})} \leq \dots$ alulról korlátos spektrumú \mathbf{H} Hamilton-operátor következő felbontását: $\mathbf{H} = \mathbf{H}^{(0)} + \mathbf{B}$, ahol \mathbf{B} ún. pozitív operátor, azaz $(u, \mathbf{B}u) > 0 \quad \forall u \in H$. Igaz a következő tétel (Weinstein, 1935): legyen $\mathbf{B}^{(k)}$ operátorok monoton sorozata

$$0 \leq \dots \leq (u, \mathbf{B}^{(k)}u) \leq (u, \mathbf{B}^{(k+1)}u) \leq \dots \leq (u, \mathbf{B}u) \quad \forall u \in H \quad (1)$$

és teljesüljön, hogy:

$$\lim_{k \rightarrow \infty} (u, \mathbf{B}^{(k)}u) = (u, \mathbf{B}u) \quad (2)$$

A $\mathbf{H}^{(k)} = \mathbf{H}^{(0)} + \mathbf{B}^{(k)}$ "közbenső Hamilton-operátorok" $\lambda_\mu^{(k)}$ ($\mu = 1, 2, \dots$) rendezett sorozata teljesíti a $\dots \leq \lambda_\mu^{(k)} \leq \lambda_\mu^{(k+1)} \leq \lambda_\mu^{(\text{egzakt})}$ és $\lim_{k \rightarrow \infty} \lambda_\mu^{(k)} = \lambda_\mu^{(\text{egzakt})}$ összefüggéseket.

Mutassuk meg, hogy ha a $\mathbf{H}^{(0)}$ sajátértékfeladata egzaktul megoldott

$$\begin{aligned} \mathbf{H}^{(0)}u_\mu &= \lambda_\mu^{(0)}u_\mu \quad , \quad (u_\mu, u_\nu) = \delta_{\mu\nu} \quad , \\ \lambda_1^{(0)} &\leq \lambda_2^{(0)} \leq \dots \end{aligned}$$

akkor a

$$\mathbf{B}^{(0)} = \sum_{\nu=1}^k \sum_{\mu=1}^k |u_\mu\rangle M_{\nu\mu} \langle u_\nu|$$

operátor (ahol $\sum_{\nu=1}^k M_{\mu\nu} \langle u_\nu | \mathbf{B}^{-1} | u_\lambda \rangle = \delta_{\mu\lambda}$) teljesíti az (1) és (2) feltételeket. Alkalmazzuk Bazley (1961) fenti konstrukcióját az egydimenziós harmonikus oszcillátor alapállapotát alulról közelítő becslés megadására $k = 3$ -ig.

12. Túlhűtött folyadék kifagyásakor megjelenő ún. tűkristályok növekedését az alábbi egyenletek írják le:

$$\Delta u = 0 \quad (1)$$

$$\nu_{\mathbf{n}} = -D \nabla u \Big|_{\text{határon}} \cdot \mathbf{n} \quad (2)$$

$$u \Big|_{\text{határon}} = 0 \quad (3)$$

ahol u a folyadék dimenziótlanított hőmérséklete, \mathbf{n} a határfelület normálvektora, $\nu_{\mathbf{n}}$ a határfelület normális irányú sebessége, D a diffúziós állandó. A mintázattól távol a határfeltétel:

$$\lim_{|\mathbf{r}| \rightarrow \infty} \frac{u(\mathbf{r})}{\ln |\mathbf{r}|} = c. \quad (4)$$

Vizsgáljuk meg egy n ágból álló "csillagkristály" növekedését, ahol a tűk egy szabályos n -szög csúcspontjaiba mutatnak! (A probléma kétdimenziós, mivel a tűk hosszirányban sokkal gyorsabban nőnek mint oldalirányban, ezért a vastagságuk elhanyagolható a hosszukhoz képest.)

Tegyük fel, hogy a tűk nem ágaznak el. A csúcsonál a közelítések következtében felépő divergenciák elkerülése érdekében a (2)-ben szereplő gradienst véges differenciával közelítjük. Az ℓ hosszú tű irányában a (2) módosított alakja:

$$\frac{d\ell}{dt} = -\frac{D}{a} [u(\ell+a) - u(\ell)]$$

ahol a egy önkényesen választott paraméter ($a \ll \ell$). Írjuk le a tűk végpontjainak időbeli mozgását!

13. Két párhuzamos, közös tengelyű henger közötti rést egy olyan szuszpenzió tölti ki, amely izotróp, de a súrlódásból eredő nyírófeszültség a sebességgradiens tenzor deformációs részének nemcsak nemlineáris, hanem nem is monoton függvénye, nevezetesen egy monoton növekedő szakasz egy csökkenő szakaszba, majd egy ismét növekedő szakaszba megy át a feszültség-sebességgradiens görbén. Határozzuk meg a sebességeloszlást a szuszpenzióban a réteg vastagságának és a két henger szögsebességkülönbségének függvényében! Vizsgáljuk meg a megoldások stabilitását!

14. Egy kocka lapjain bolyong egy részecske olyan módon, hogy időegységenként ugrik egyet, azonos valószínűséggel a szomszédos lapokra. (A helyben maradás és a szemközti lapra ugrás tiltott.) Jellemezzük a folyamatot, melynek során az entrópia az egyensúlyi értékhez tart!

15. Az ún. háztető leképezés

$$x_{n+1} = \begin{cases} ax_n & \text{ha } x_n < 1/a \\ b(1-x_n) & \text{ha } x_n \geq 1/a \end{cases}$$

alakban írható fel, ahol a következők is teljesülnek:

$$a, b > 1 \quad , \quad \frac{1}{a} + \frac{1}{b} = 1 \quad , \quad x_n \in [0, 1].$$

Számítsuk ki a leképezés autokorrelációs függvényét, amely a következő módon van definiálva:

$$C(m) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N x_n x_{n+m} - \langle x \rangle^2$$

ahol $\langle x \rangle$ az x várható értékét jelöli.

16. A következő két fajta négypólusból véletlenszerűen válogatva végtelen hosszú "létra"-hálózatot állítottunk össze.

(Hiányzó kép?)

a./ Milyen lehetséges értékeket vehet fel a végtelen hálózat ellenállása?

b./ Vizsgáljuk meg a lehetséges ellenállás-értékek halmazát a számegegyenesen és becsüljük meg a halmaz Hausdorff dimenzióját!

c./ Javasoljunk egyszerű módszert, amivel egy adott R_∞ ellenállás ismeretében meghatározhatjuk a hálózati elemek sorrendjét!

17. A nemintegrálható, területtartó leképezések közül az egyik legtöbbet vizsgált az ún. standard leképezés

$$\begin{aligned} p' &= p - K \sin x, \\ x' &= x + p. \end{aligned}$$

A $0 < K < 4$ tartományban az $(x = 0, p = 0)$ origó elliptikus fixpont, s azt a leképezésre nézve invariáns görbék zárják körül. Ezek a síkban a Kolmogorov-Arnold-Moser tóruszok. Az origóhoz elegendően közel a görbék ellipszisek, attól távolabb azonban alakjuk eltorzul. Számítsuk ki a görbék alakját az első két nemtriviális rendben!

(Útmutatás: célszerű az eljárást először általános leképezésre megfogalmazni. Hozzuk a linearizált leképezést tiszta forgatás alakjára. A probléma egyszerűsíthető, ha észrevesszük az invariáns görbék szimmetriatulajdonságait.)

18. Mi a feltétele annak, hogy három egymással párhuzamos egyenes örvényfonal körül stacionárius áramlás alakuljon ki? Stabil-e az örvényfonalak ilyen elhelyezkedése?

19. A disszipáció mikroszkopikus modellezésére használatos a következő rendszer: a vizsgált részecskéhez sok (α indexszel jelölt), hozzá képest könnyű harmonikus oszcillátort csatolunk az alábbi teljes Hamilton-operátor utolsó tagjában megadott módon:

$$H = \frac{P^2}{2M} + V(Q) + \sum_{\alpha} \frac{1}{2} m_{\alpha} \omega_{\alpha}^2 q_{\alpha}^2 + Q \sum_{\alpha} c_{\alpha} q_{\alpha},$$

ahol Q , P , M , q_α , p_α és m_α rendre a vizsgált részecske, illetve az α -adik oszcillátor koordinátája, impulzusa és tömege. Mutassuk meg, hogy a fenti modell klasszikus határesetben akkor adja vissza a sebességgel arányos súrlódási erőt, ha az oszcillátorok

$$J(\omega) = \sum_{\alpha} \frac{\pi c_{\alpha}^2}{2m_{\alpha}\omega_{\alpha}} \delta(\omega - \omega_{\alpha})$$

módon definiált eloszlása alacsony frekvenciákra lineáris függvény: $J(\omega) = \eta\omega$. Mi lehet az η együttható fizikai jelentése?

20. Egy részecske R középpontú szórópotenciálhoz tartozó sajátállapotait az $\mathbf{S}(R, R')$ operátor viszi át az R' középpontba eltolt potenciálhoz tartozókba. Az $\mathbf{S}(R, R')$ operátor j -edik sajátértékét vegyük fel $e^{2i\delta_j}$ alakban!

Bizonyítsuk be, hogy a δ_j relatív fázistolásokra teljesül a

$$|\delta_j| < \frac{\pi}{2}$$

egyenlőtlenség! A δ_j -k folytonosak $(R - R')$ függvényében, és $R = R'$ -nél eltűnnek.

21. Egy kvantummechanikai rendszer valós Hamilton-operátora a valós A , B paraméterektől függ. Tegyük fel, hogy E_1 és E_2 energiaszint az A_0 , B_0 paraméterértékeknél degenerált: $E_1 = E_2$. Bizonyítsuk be, hogy:

a./ az A_0 , B_0 paraméterértékek közelében az $E_1(A, B)$, $E_2(A, B)$ felületek kettős kúpot alkotnak!

b./ az $E_1(A, B)$ -hez ill. $E_2(A, B)$ -hez tartozó $\Psi_1(\mathbf{r}, A, B)$ ill. $\Psi_2(\mathbf{r}, A, B)$ energiasajátfüggvények előjelet váltanak, ha az $A - B$ paramétersíkon az (A_0, B_0) pontot körbejárjuk!

22. Általánosítsuk a Maxwell-féle elektrodinamika relativisztikus alakját $3 + 1$ téridő-dimenzióról $4 + 1$, illetve $5 + 1$ dimenzióra! Vezessük le a szokásos Maxwell-egyenletek (rot, div,...) megfelelőit! Hogy állunk a mértékválasztás problémakörével? Vizsgáljuk meg a hiper-Coulomb-törvényt és a hiper-elektromágneses hullámok terjedését. Határozzuk meg a hiper-hidrogénatom energiaszintjeit hiper-Bohr-kvantálással!

23. A transz-butadién ($CH_2 - CH = CH - CH_2$) négy darab π -elektronja (az ábrán pontok jelölik) jó közelítéssel elkülönítve tárgyalható a többi elektrontól (a σ -elektrontörzstől).

(Hiányzó kép?)

Legyenek a bázisállapotok ($|i\rangle$, $i = 1, 2, 3, 4$) az egyes szénatomokhoz lokalizált p_z atompályák (z merőleges a molekula síkjára). A sajátállapotok (molekulapályák) ezek lineáris kombinációiként írhatóak fel:

$$|m\rangle = \sum_{i=1}^4 c_{m,i} |i\rangle.$$

A rendszer az ún. Hückel-közelítésben, ahol csak a szomszédos molekulapályák közötti mátrixelemek különböznek nullától, a következő Hamilton-operátorral írható le:

$$\mathbf{H} = \begin{pmatrix} \alpha & \beta_{12} & 0 & 0 \\ \beta_{21} & \alpha & \beta_{23} & 0 \\ 0 & \beta_{32} & \alpha & \beta_{34} \\ 0 & 0 & \beta_{43} & \alpha \end{pmatrix}$$

ahol α a p_z atompálya energiája (nullszintnek is választható). A β_{ij} ún. rezonancia-mátrixelemek távolságfüggők:

$$\beta_{ij} = -A \exp\left(-\frac{r_{ij}}{B}\right)$$

ahol $A = 243,5 eV$, $B = 3,07 \cdot 10^{-11} m$. Itt r_{ij} az i -edik és j -edik C atom közti távolság (kötéshossz ha $|i - j| = 1$). A sajátértékproblémát önkonzisztensen kell megoldani, ugyanis a kötéshosszak függenek a kötések kialakuló π -elektron sűrűségektől. Az utóbbit a

$$P_{ij} = \frac{1}{2} \sum_m \nu_m (c_{m,i}^* c_{m,j} + c_{m,j}^* c_{m,i})$$

ún. kötésrenddel lehet jellemezni, ahol ν_m az m -edik molekulapálya betöltési száma ($\nu_m = 0, 1$ vagy 2). ($P = 0$ tiszta egyes és $P = 1$ tiszta kettős kötésre.) A tapasztalat szerint a telítetlen szénvegyületekre jó közelítéssel teljesül az ún. Coulson-féle lineáris összefüggés:

$$r_{ij} = r_I - (r_I - r_{II}) P_{ij},$$

ahol $r_I = 1,54 \cdot 10^{-10} m$ és $r_{II} = 1,33 \cdot 10^{-10} m$ az egyes illetve kettős kötés hossza. Határozzuk meg a transz-butadién alapállapotú szén-szén kötéshosszait és a π -elektronok energiaspektrumát!

Nulladik közelítésben tegyük fel, hogy minden $C - C$ kötés egyforma hosszú ($r_0 = 1,40 \cdot 10^{-10} m$)! Milyen módosuláshoz vezet ehhez képest az önkonzisztencia feltétele? (Megjegyzés: az itt megfigyelhető jelenségeknek a végtelen hosszú atomi láncre vonatkozó analogonja az ún. Peierls-torzulás.)

24. A múlt században Helmholtz a következő modellt javasolta a Nap energia-termelésének magyarázatára: a Nap egy fokozatosan összehúzódó gázgömb, melynek gravitációs energiája hőenergiává alakul át, melyet egyenletesen sugároz ki. Az összehúzódás egy kritikus sűrűség eléréséig tart. Ismervén Napunk gázának paramétereit (tömeg, sugár, hőmérséklet, stb.) és feltételezvé, hogy energiáját a sugárzási törvény szerint adja le, valamint sűrűségének maximuma a neutroncsillagoké, becsüljük meg, hogy mekkora lenne a Föld felszínén az átlaghőmérséklet.

Elfogadván, hogy az élet számára a $0 - 100^\circ C$ hőmérséklet-tartomány az optimális,

kialakulhatott volna-e az élet és az emberi civilizáció, illetve mennyi ideje lenne még az emberiségnek?

25. Az űrhajó kilépett a hipertérből. A képernyőn megjelent egy újabb kettőscsillag-rendszer. A komputer már írta is: *kkris, vrstrpe, tvolsguk10AE...*

A két csillag közt megcsillant valami. A navigátor felsóhajtott:

- Már megint! Itt is a csillagmérnökök garázdálkodtak. Idáig érzem a Túló Spirálkar technokrata szellemét!

Ez volt a negyvenkettedik kettőscsillag-rendszer, amelyet felkerestek, és valamennyiben ugyanaz a látvány fogadta őket: a rendszer tömegközéppontjában egy félbevágott bolygó szinkronizáltan forgott, félgömbjeit állandóan az egyik ill. a másik csillag felé fordítva. A két, egymástól eltávolított félgömb közötti résben bonyolult cső-vezetékrendszer húzódott. Hatalmas hőerőművek működtek itt, és a kitermelt energiát óriási parabolatükrök sorozata továbbította a szomszéd naprendszerben székelő ipari civilizáció irányába.

A Tejút Túló Spirálkarjában működő Csillagmérnöki Főiskolán (a Főiskolát fenntartó vagon civilizáció részletesebb jellemzését lásd: D. Adams, Galaxis Útikalauz Stoppoknak, Kozmosz Fantasztikus Könyvek, 1988.) már a gölyák is fújták: a kettős csillag-rendszer remekül kiaknázzható energiaforrás, hiszen a két csillag hőmérséklete általában különböző. A centrumba helyezett, szinkronizáltan forgó két félbolygó hőmérséklete egyensúlyba kerül a hozzá közelebbi csillaggal. A félgömbök hőmérséklet-különbségét a hagyományos vagon ipar által gyártott hőerőművek aknázzák ki. A bolygó kettéfűrészelésekor általában elpusztul az élővilág, elpárolog az óceán és megszökik a légkör is, de a tervezők szerint ez csak jól jön, hiszen így könnyebb a paramétereket állandó értéken tartani.

A negyvenkettedik rendszer azonban szemlátomást különbözött az eddigiektől. A bolygót már a helyére vontatták, forgássebességét is szinkronizálták, de a kettéfűrészelés félbemaradt. A bolygó úgy nézett ki, mint egy szendvicskészítéshez előkészített zsemle. Körülötte civil űrhajók serege nyüzsgött, hatalmas transzparensz lebegtek az űrben, az éter jelszavaktól volt hangos. A vagon építőflotta (részletes leírását ld. az idézett műben) csomagolt, távozni készült.

- Ilyet még nem pipáltam! A Tejútra... Leállították!

Amikor megérkeztek, Prostatikus Vagon Jeltz (jellemzését ld. id. mű) éppen átnyújtotta az elszontyolodott bolygólakóknak a számlát, majd a rá jellemző szolid tapintattal imígyen ordított:

- Most elmegyünk, de itt hagyjuk a parabolatükröket! És nem ajánlom, hogy tíz év múlva ne kezdjétek meg az energiaszállítást, az eredeti tervek szerinti teljesítménnyel! A szerződés az szerződés!!! - ezzel eltűnt a hipertérben.

A bolygólakók képviselője szomorúan nézegette a számlát: bolygóvontatás, forgáslassítás, félfűrészelés...

- Most mit tegyünk? Ezt vissza már nem csinálhatjuk. És nem mondom, nekünk is jól jönne egy kis energia. Persze azon felül, amit a vagonoknak szállítanunk kell. (A vagonokkal nem jó ujjat húzni. - ld. id. mű.) De nem akarjuk egész bolygónkat kollektorként feláldozni. Ti, akik a Tejút Innenső Spirálkarjából jöttetek, nem tudtok valami nagyobb hatásfokú, kevésbé környezetromboló, az adott (áldatlan) helyzetet maximálisan kihasználó módszert ajánlani a csillagok energiájának megcsapolására? Hát Ti?

Ortvay 1991

0. Ha ujjunkat a sörbe mártjuk, és körkörösén végighúzzuk a korsó peremén, a körözés sebességével és ujjunk nyomásával hangolva elérhetjük, hogy ujjbegyünk bizseregni kezd, sőt néha még a söröskorsó is megszólal éles, csengő hangon. Magyarázzuk meg a jelenséget!

(Bihary Zsolt)

1. Folyadék felszínén egy téglatest úszik. Anyagának sűrűsége a folyadékénak fele. Egyik csúcsát enyhén lenyomva, majd eleresztve, mozgásba hozzuk. Milyen lesz ez a mozgás?

(Sasvári László)

2. Reptereken a csomagok utastérből csomagterbe való továbbítására görgős lejtőt használnak.

A görgős lejtő két párhuzamos sín, amik közé tömör fémhengereket, görgőket csapágyaznak sűrűn egymás mellé, de úgy, hogy ne érintsék egymást. A csomag a görgőkön, azokat megforgatva gördül lefelé. Egy görgő tömege $m = 5kg$, sugara $r = 4cm$. A szomszéd görgők tengelyeinek távolsága $d = 10cm$. A lejtő hajlásszöge α , $\sin \alpha = 0,2$. A görgők csapágyazásánál $\mu = 50kgcm^2/s^2$ súrlódási forgatónyomaték hat. Írjuk le egy $M = 10kg$ tömegű, $L = 1m$ hosszúságú téglatest alakú csomag mozgását a lejtőn! Mi az előnye a görgős lejtőnek a hagyományos lejtővel szemben?

Egy fizikus, aki a lejtőn két, egymást követő csomag mozgását figyelte, a következő megjegyzést tette bölcsész barátjának: az első csomag retardált erővel hat a másodikra! A bölcsész hümmögött, és hirtelen Apollinaire-ról és Picasso-ról kezdett beszélni. Mire gondolt a fizikus? Hol és mikor hat a retardált erő ellenereje?

(Bihary Zsolt)

3. A Gilbert nevű hurrikán műholdas felvételeken egy óriási spirális felhő-örvénynek látszott, a közepén egy kicsi felhőmentes övezettel (ezt hívják a hurrikán "szemének"). Adjunk választ a következő kérdésekre! a./ Mi volt a csavarodási iránya a spirális felhő-karoknak és miért? (A Gilbert az északi félgömbön söpört végig.)

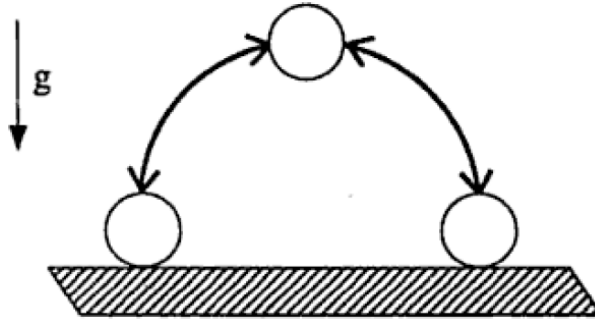
b./ A minimális légköri nyomás a hurrikán szemében a szokásos tengerszinten mérhető értéknek a 86%-a volt. Ennek alapján adjunk becslést a szélesebbég nagyságára a szem pereméhez közel! (A levegőt tekintsük összenyomhatatlannak, és hanyagoljuk el a hőmérséklet-változások hatását.)

c./ Egy száraz, napsütéses napon a levegő hőmérséklete a felszíntől (tengerszinttől) való magasság függvényében $10^\circ C$ -t csökken kilométerenként. Magyarázzuk meg ezt a jelenséget.

d./ A levegő hőmérséklete a Gilbert szemében csak $-4^\circ\text{C}/\text{km}$ változást mutatott a magasság függvényében. Magyarózzuk meg az eltérést a c./ pontbeli értéktől!

(Princeton University)

4. A szuperlabda (a Wham-O Corporation, San Gabriel, California védett szabadalma) egy kemény, a sugarú gömb. Ha a labda egy súrlódó felületről visszapattan, az ütközés tökéletesen rugalmas, és csúszásmentes. Hogyan kell eldobni a szuperlabdát, ha azt akarjuk, hogy az ábra szerint pattogjon előre-hátra?



(Princeton University)

5. Egy gránát robban fel H magasságban! Igen nagy (N) számú repesz röpül szét a tér minden irányába, egyenlő valószínűséggel, v_0 sebességgel. Adjuk meg a repeszek sűrűségeloszlását a talajon! Milyen távolságban maximális ez a valószínűség?

(Varga István)

6. Egy edényben vékony fal választ el egymástól hélium és hidrogén gázt. A két gáz tömege, hőmérséklete és nyomása egyenlő. Ha a falat kivesszük, a gázok összekeverednek. Milyen arányban kell csökkenteni az összekeveredett gáz hőmérsékletét, hogy entrópiája ugyanarra az értékre álljon vissza, amennyi kezdetben a hélium és hidrogén entrópiájának összege volt?

(Radnai Gyula)

7. Az úgynevezett periodikusan lökdösött, egydimenziós potenciálban mozgó tömegpont az egyik legegyszerűbb példa nem-integrálható, nem-autonóm dinamikai rendszerekre. Tekintsük az

$$\ddot{x} + V'(x) + K \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - n) = 0$$

mozgásegyenletet, ahol K paraméter! Milyen periodikus pályák alakulnak ki, ha $V(x)$

- egy globális minimummal (pl: $V(x) = |x|$)

– egy lokális minimummal és egy lokális maximummal

$$\left(pl : V(x) = \begin{cases} \infty & \text{ha } x < 0 \\ x(x-1) & \text{ha } x \geq 0 \end{cases} \right)$$

rendelkezik? Vizsgáljuk meg a pályák hamiltoni értelemben vett stabilitását, és határozzuk meg a perióduskettőző bifurkáció feltételét! Bifurkálódhat-e a periódus-kettőzött pálya? Ábrázoljuk a pályákat az (x, \dot{x}) fázissíkban!

(Útmutatás: a stabilitást megfelelően konstruált Poincaré leképezésen keresztül vizsgáljuk. Ajánlott irodalom: A Káosz, szerk. Szépfalusy Péter és Tél Tamás, Akadémiai Kiadó, 1982, Bevezetés, F2 Függelék.)

(Györgyi Géza)

8. Tekintsünk egy periodikus potenciálban elhelyezett tömegpontokat, melyeket rugók kötnek össze! A rugók végeinek helyzetét jelöljük u_i -vel. A rendszer potenciális energiája:

$$V = \frac{1}{2} \sum_i (u_{i+1} - u_i)^2 - K \sum_i \cos u_i.$$

1. Vizsgáljuk meg, hogy milyen egyenletek adják meg az u_i -t, ha u_{i-1} és u_{i-2} ismert!
2. Legyen (a) $K = 0.7$, (b) $K = 2$. Milyen tulajdonságai vannak az $u_i = f(u_{i-1}, u_{i-2})$ rekurzióknak, u_0 -tól és u_1 -től függően, az (a) és (b) esetekben?
3. A leképezés numerikus vizsgálatával határozzuk meg azt a K_{max} értéket, amelynél kisebb K esetén a periodikus potenciál minden völgyében lesz legalább egy tömegpont!
(Legyen $u_0 = \pi$ és $u_1 = \pi + 0.01$!)

(Vattay Gábor)

9. Egy síkkondenzátor lemezei R sugarú körlapok, egymástól $d \ll R$ távolságra. A lemezeken Q és $-Q$ töltés van. Határozzuk meg a lemezek közti kölcsönhatási energiát! Mi köze ennek a kondenzátor energiájához?

(Radnai Gyula, Sailer Kornél)

10. Mi a fehér és mi a fekete? A Maxwell-egyenletekhez milyen határfeltételeket kell csatolni, ha egy fekete illetve fehér falat akarunk leírni?

(Tichy Géza)

11. Megfelelően erős gravitációs térben a fény is körpályára kényszerül. Hol kell elhelyezkednem, ha meg akarom látni a saját hátamat? Meglátom-e? Lézer-zseblámpám igen kis α nyílásszögű kúpszerű fénynyalábot bocsát ki. Előre célozva meg akarom világítani a saját hátamat. Mekkora lesz a fényfolt?

(Dávid Gyula)

12. Egy m tömegű részecske mozog három dimenzióban egy gömbszimmetrikus potenciáltérben, melynek alakja

$$V(r) = -c\delta(|r| - a), \quad (1)$$

azaz a potenciál egy delta függvény (c pozitív konstans).

a./ Adjuk meg c minimális értékét, amelynél létezik kötött állapot!

b./ Írjunk le egy szórási kísérletet, amelynél a részecske alacsony sebességgel szóródik a potenciálon! Adjuk meg a szórási hatáskeresztmetszetet ezen kis-sebességű határesetben! Jellemezzük a szögeloszlást!

(Princeton University)

13. Az origóban rögzített, M tömegű, R sugarú test gravitációs terében m tömegű test kering körpályán. Határozzuk meg a rendszer energiaszintjeit a Bohr-féle kvantumfeltétel alapján! Ne feledkezzünk meg arról az esetről sem, amikor a vonzócentrum fekete lyukká válik!

(Dávid Gyula)

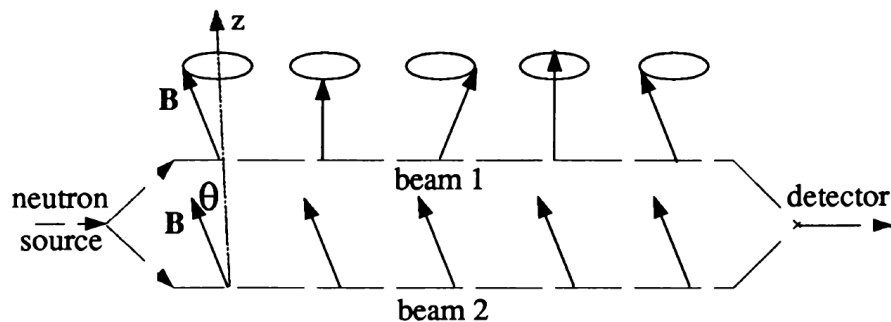
14. Egy neutronnyalábot polarizáljunk párhuzamosan egy homogén \mathbf{B} mágneses térrel,

$$\mathbf{B} = B_0(\sin \theta, 0, \cos \theta).$$

A nyalábot osszuk ketté. Egyik fele folytassa útját a homogén térben, a másik haladjon egy ugyanolyan nagyságú, de fokozatosan változó irányú mágneses térben:

$$\mathbf{B} = B_0(\sin \theta \cos \phi(t), \sin \theta \sin \phi(t), \cos \theta),$$

ahol $\phi(t)$ adiabatikusan változik nullától 2π -ig (laborhoz rögzített koordináta-rendszerben).



Egyesítjük a két nyalábot, és mérjük az intenzitást. (Az úthosszak megegyeznek.)

a./ Számítsuk ki az alapállapotú hullámfüggvényt S_z sajátállapotok bázisában, rögzített \mathbf{B} tér esetén, melynek irányát θ és ϕ adja meg!

b./ Számítsuk ki adiabatikus közelítésben a két nyaláb egymáshoz viszonyított fáziseltolódását az újraegyesítés után, és adjuk meg az egyesített nyaláb intenzitását θ függvényében!

(Princeton University)

15. Tegyük fel, hogy valamely koordináta-rendszerben definiáltuk az \mathbf{R} hely és a \mathbf{P} impulzus operátorokat. Meg akarjuk követelni a Galilei-féle relativitási elv érvényességét.

a./ Mutassuk meg, hogy a következő unitér transzformáció éppen ezt valósítja meg, azaz

$$\begin{aligned}\mathbf{R}_u &= U\mathbf{R}U^\dagger = \mathbf{R} + \mathbf{v}t, \\ \mathbf{P}_u &= U\mathbf{P}U^\dagger = \mathbf{P} + M\mathbf{v},\end{aligned}$$

ahol a koordináta-rendszerek közti transzformáló operátor

$$U = \exp\left(-\frac{i}{\hbar}\mathbf{v}\mathbf{G}_0\right)$$

alakú, $\mathbf{G}_0 = M\mathbf{R} - \mathbf{P}t$. Útmutatás: használjuk fel a Baker-Campbell-Hausdorff formulát, mely szerint:

$$e^A e^B = \exp\left(A + B + \frac{1}{2}[A, B] + \frac{1}{12}[A, [A, B]] + \dots\right).$$

b./ Mi a \mathbf{G}_0 operátor csoportelméleti jelentése?

c./ Hogyan transzformálódik egy szabad részecske

$$\mathbf{H}_0 = \frac{\mathbf{P}_0}{2M}$$

Hamilton-operátora?

d./ Egy statikus, homogén elektromos és/vagy mágneses erőtér jelenlétében hogyan változnak a fenti eredmények?

e./ A d./ esetben az elektromos illetve a mágneses térerősség a következőképpen transzformálódik (első rendben):

$$\mathbf{E}' = \mathbf{E} + \frac{1}{c}\mathbf{v} \times \mathbf{B} \quad ; \quad \mathbf{B}' = \mathbf{B}$$

Mi az aszimmetria oka?

(Magyar Péter)

16. Vizsgáljunk egy rakétát, amelyik hajtóművét arra használja, hogy nyugalomban maradjon R távolságra egy pontszerű, M tömegű csillagtól (Schwarzschild koordináta-rendszerben).

a./ A rakéta nyugalomban van ugyan, de gyorsuló mozgást végez bármelyik lokális inerciarendszerhez képest. Mi az invariáns gyorsulása?

b./ E gyorsulás eléréséhez a rakéta üzemanyagot éget el. Tegyük fel, hogy a szükséges tolóerőt tökéletesen kollimált, lefelé mozgó foton-nyaláb biztosítja. Hogyan függ a rakéta tömege a saját-időtől?

c./ Válaszoljuk meg az a./ kérdést abban az esetben, ha a rakéta körpályán mozog ω saját körfrekvenciával. Mekkora az invariáns gyorsulás nagysága ebben az esetben? Létezik-e olyan ω , melynél az invariáns gyorsulás eltűnik?

(Princeton University)

17. Egy pörgettyű saját-impulzusmomentumát a klasszikus impulzusmomentum négyes-vektorral jellemezhetjük, amely kielégíti a $S^\mu U_\mu = 0$, ($U^\mu = dx^\mu/d\tau$ a pörgettyű tömegközépponti négyes-sebessége) valamint az $S^\mu S_\mu = const.$ feltételeket. Ha a pörgettyű geodetikus pályán mozog, a saját-impulzusmomentum vektor párhuzamosan eltolódik. Tanulmányozzuk azt az esetet, amelynél a pörgettyű stabil, kör alakú geodetikusan mozog, melynek sugara Schwarzschild metrikában R .

a./ Írjuk fel azt az egyenletet, amely megadja a saját-impulzusmomentum térbeli komponenseinek időfejlődését a pályamenti azimutszög függvényében!

b./ Oldjuk meg az eredményül kapott egyenletet, és adjuk meg a saját-impulzusmomentum vektor precesszió sebességét, amelyet a pálya egy pontján nyugvó megfigyelő észlel!

(Princeton University)

18. Az ω szögsebességgel forgó, M tömegű, R sugarú Földhöz egy λ szélességi körön elhelyezkedő pontban végtelen, merev érintősíkot erősítünk.

a./ A síkban tömegpont mozoghat. Írjuk fel a mozgásegyenleteket, keressük meg a fixpontokat, az esetleges szeparátrixokat, vizsgáljuk meg a fixpontok stabilitását, határozzuk meg a kis-rezgések frekvenciáját! A megoldók figyelmébe ajánlom a

$$k = \left(\frac{\gamma M}{R^3 \omega^2} \right)^{1/3}$$

paraméter használatát! Mi ennek a fizikai jelentése?

b./ Írjuk fel annak a $2 + 1$ dimenziós téridőnek a metrikus tenzorát, amelyben a geodetikus (szabad) mozgások megegyeznek a Földhöz rögzített érintősíkban fent meghatározott mozgásokkal!

Vigyázat! A speciális relativitáselmélet **nem érvényes!** ($c = \infty$)

(Dávid Gyula)

19. Határozzuk meg az elektron diszperziós relációját gyémántrácsú anyag esetében, szorosan kötött elektron közelítésben! Hol vannak a diszperziós reláció extrémális pontjai?

(Tichy Géza)

20. Egy szilícium kristály felülete és a felületet borító oxidréteg vékony érintkezési zónájában (inverziós réteg) az elektronok kétdimenziós elektron-gázként viselkednek, az effektív tömeg m^* . Hanyagoljuk el az elektron-elektron kölcsönhatást, és tegyük fel, hogy az elektronspin g Landé-faktora (giromágneses arány) kicsi: $g_s \ll m/m^*$.

a./ Adjuk meg a sajátenergiákat és a legkisebb energiához tartozó sajátfüggvényeket, egy a rétegre merőleges B mágneses térben! Jellemezzük a sajátértékek degenerációját egy nagy kiterjedésű rendszerben, amelynek területe A . (Útmutatás: használjuk azt a mértéket, ahol a vektorpotenciál $A_x = 0$, $A_y = Bx$ alakban írható fel.)

b./ Rögzítsünk egy elektródapárt az oxidréteg ill. a szilícium kristály szabad felületeire, és töltsük fel Q töltéssel $V = Q/C$ feszültségre, ahol C a kapacitás. (A pozitívan töltött lemez essen az oxidréteg oldalára.) Adjuk meg az inverziós rétegben az E_F Fermi szint változását a V feszültség függvényében, abszolút zéró hőmérsékleten! Hogyan változik a kapott eredmény, ha kismértékű rendezetlenséget hozunk létre a kristályszerkezetben?

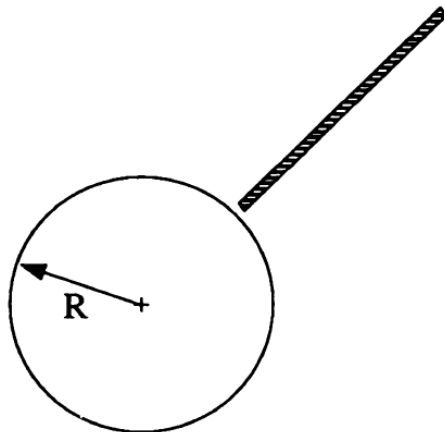
c./ Adjuk meg a $\sigma_H = j/E_H$ Hall vezetőképességet E_F függvényében! (Itt j a kétdimenziós áramsűrűség a rétegben, E_H az elektromos térerősség.) A hőmérséklet itt is alacsony.

(Princeton University)

21. Ha egy ketrecbe patkányokat engedünk, azok általában nyugodtan viselkednek, de ha számukat egy bizonyos határon túl növeljük, agresszívvé válnak és összeverekednek. A jelenség magyarázatára egy lehetséges modell a következő. Egy patkány kétféle állapotban lehet: vagy nyugodt (passzív) vagy ingerült (agresszív). Minden patkány véletlenszerűen szaladgál a ketrecben, de Δt időnként megáll és körülnéz. Ha ekkor r sugarú környezetén belül (amit saját életterének tekint) másik patkányt észlel, az reakciót válthat ki benne. Egy agresszív patkány csak akkor nyugszik le, ha egyetlen másik patkányt sem észlel a környezetében, egyébként agresszív marad. Egy passzív patkány mindaddig nyugodt marad, ameddig nem észlel agresszív patkányt, akkor ő is agresszív lesz. Egyes patkányok nagy ritkán minden ok nélkül is ingerültek lesznek. Vizsgáljuk meg nagyszámú (N) patkány viselkedését egy A területű ketrecben! Hogyan függ a csoport agresszivitása (az agresszív patkányok átlagos aránya) az N/A patkánysűrűségtől? Mutassuk meg, hogy a modell másodfajú fázisátalakulásra vezet! Mekkora a kritikus patkánysűrűség? Vizsgáljuk a csoport-agresszivitást a kritikus sűrűség közelében, és nagy sűrűség esetén!

(Bihary Zsolt)

22. R. A. Heinlein sci-fi író regényében szerepel az "égi kámpó", azaz egy hosszú, homogén tömegeloszlású egyenes kötél, amely az egyenlítő síkjában kering a Föld körül, a Föld forgásával megegyező szögsebességgel. A kötél egyenesen átmegy a Föld középpontján, alsó vége közvetlenül a felszín felett lebeg. Határozzuk meg a kötél hosszát (feltéve hogy a kötél anyaga elég erős a fellépő terhelések elviselésére)! Vizsgáljuk meg a rendszer stabilitását!



(Princeton University)

23. Az 1987A jelzésű szupernóva kb. 170000 fényévi távolságra helyezkedik el Földünkől. A szupernóvából származó neutrínók közül egy 1000 tonna vizet tartalmazó detektor másodpercenként 10-et detektált. Az átlagos neutrínó-energia 10MeV volt, a minimális 5MeV , a maximális 20MeV . Minden neutrínó-kölcsönhatásnak az eredménye nukleonok visszalökődése és egy töltött lepton keltése volt.

a./ Melyik lehetett az a gyenge reakció, amely a neutrínók keltésében és a detektálásban a döntő szerepet játszotta?

b./ Becsüljük meg a neutrínók lehetséges maximális tömegét a kísérleti adatok alapján!

c./ Becsüljük meg a teljes energiát, amely a szupernóvában a neutrínókeltésnél felszabadult!

d./ Elképzelhető, hogy a szupernóvában keletkezett a típusú neutrínók átalakulhatnak b típusúvá az utazás során, ha mindkét fajta neutrínónak a tömege nullától különböző. Adjuk meg a valószínűségét annak, hogy egy kezdetben a típusú neutrínó a típusúként érkezik meg a Földre! Használjuk az ún. keverési paramétert:

$$\sin \theta = \langle \nu_2 | \nu_a \rangle,$$

ahol ν_1 ill. ν_2 adott tömegű neutrínó állapotok. Adjunk felső korlátot a tömegkülönbségre az 1 és 2 típusú neutrínók között, feltéve, hogy a megfelelő "oszcillációs hossz" nagyobb, mint a szupernóva távolsága!

(Princeton University)

24. Becsüljük meg a következő mennyiségeket, az alkalmazott közelítések feltüntetésével:

- a./ Mekkora a frekvencia egy mikrohullámú sütőben?
- b./ Mekkora a felszabaduló energia egy $30kg$ uránt tartalmazó atombomba robbanásakor?
- c./ Mekkora az ütközési energiája egy $10m$ átmérőjű meteorit földfelszíni becsapódásának?
- d./ Mekkora a Nap hőmérséklete?
- e./ Mekkora a hőmérséklete egy 60 wattos izzószálnak?
- f./ Mekkora a hangsebesség hélium gázban?
- g./ Mekkora az érpályák teljes hossza egy emberi testben?
- h./ Mekkora lehet az a hőmérséklet, amelynél a hidrogén gáz molekulánkénti hőkapacitása $3k/2$ értékről $5k/2$ értékre változik?
- i./ Milyen gyorsan esnek az esőcseppek, illetve a hópelyhek?
- j./ Milyen magasra nőhet egy fa?
- k./ Mekkora a pozitronium gáz fajhője szobahőmérsékleten?
- l./ Hány év múlva válik a Nap vörös óriássá?

(Princeton University)

25. J. B. Curcas, a messewani egyetem közismert kutatója, Mohamed koporsójának megtalálója, ismét a fizikus hallgatóság segítségét kéri. Barátja, A. C. Boowar segítségével ugyanis Curcas megtalálta az elveszett Atlantiszt. Megállapításuk szerint, Atlantisz nem süllyedt el, hanem eleve a tenger fenekére épült. Ennek megfelelően az atlantidák a csillagokat is a víz alól vizsgálták. A kutatók egy két sziget közt húzódó tengersizoros sekély vizében kiástak egy obszervatóriumot, meglepően pontosan tájolt meridián távcsővel. Legfontosabb leletük azonban az atlantidák csillagtérképe. Ezt a sajátos vízalatti perspektívának megfelelően körré torzult, de jól felismerhető térképet egy aranylemezbe vésték, a fontosabb csillagokat pedig drágakövekkel jelölték. Csillagképeik természetesen nem egyeznek meg a miénkkel, de Curcas feltételezése szerint a térkép központi meridiánján a középpontra szimmetrikusan elhelyezkedő két hatalmas gyémánt az Androméda-ködöt és a Nagy Magellán-felhőt - minden valószínűség szerint az atlantidák két szent csillagát - ábrázolja. Curcas biztosít bennünket, hogy az atlantidák precíz népek voltak, azt rajzolták le, amit láttak. (A lelet hitelességét Don Sasa ay Cubano, az ismert archeo-asztronómus és Eric von Däniken is igazolta.)

A további kutatásokat megnehezíti, hogy A. C. Boowar a hideg víztől teljesen berekedt, és teljesen kommunikáció-képtelenné vált. A közismerten szórakozott Curcas pedig egyszerűen elfelejtette, hogy a világ mely táján találta meg Atlantiszt. Kéretik tehát $100km$ -es pontossággal megállapítani, hogy mely szigetnél kell folytatni a kutatást, valamint 500 év pontossággal azt is, hogy mikor virágzott az atlantidák civilizációja.

U.i.: Lee ben Canal szerint az atlantidák idegen jövevények voltak. Erre utal a térkép középpontjában ragyogó rubin is. Hány fényév távolságból érkezhettek?

(Szalai Tamás, Dávid Gyula)

Ortvay 1992

1. Szép nyári emlék...

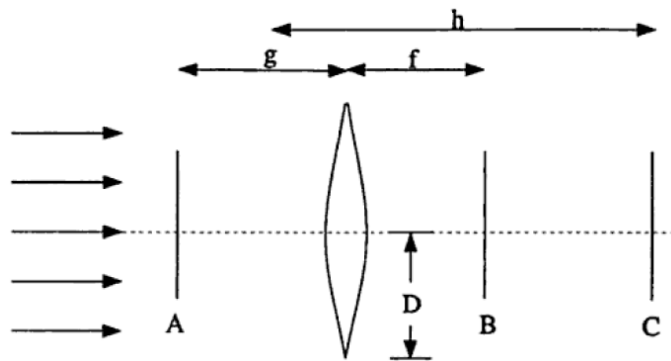
A balatoni naplementét és a víz felszínén megjelenő aranyhidat nézve már több fizikusnak feltűnt, hogy milyen keskeny sávban tükröződik vissza a víz felszínéről a lenyugvó Nap fénye. (Állítólag a jelenség napfelkeltekor is megfigyelhető, de mint tudjuk, ilyenkor egy fizikus már alszik.)

Kvalitatív kérdés: miért keskeny az aranyhíd?

Kvantitatív kérdés: mennyire keskeny az aranyhíd?

(Radnai Gyula)

2. Két vékony lencse egymástól D távolságra helyezkedik el ($D < f_1, f_2$). A műszer beállítása nem pontosan sikerült, a lencsék optikai tengelye kis δ távolsággal párhuzamosan eltolódott. Határozzuk meg a fókuszpont helyzetét!



(Princeton University)

3. Ha forró platnira vizet csöppentünk, az kis golyócskaként aránylag sokáig megmarad, és csak lassan forr el. Magyarázzuk meg a jelenséget! Legalább milyen forrónak kell lennie a platninak, hogy egy r sugarú golyócska megmaradjon rajta? Mennyi idő alatt forr el a vízgolyó?

(Bihary Zsolt)

4. A mozgó autóbusz ablakán az esőcseppek nem függőlegesen csorognak le, hanem... Hogyan függ mozgásuk a busz sebességétől, a cseppek méretétől, és egyéb fizikai paraméterektől? Milyen egy adott pillanatban a cseppek eloszlása? Vegyük figyelembe azt is, hogy a kis patakok egyesülhetnek!

(Okoska)

5. Legfeljebb mekkorára nőhet meg egy α szögű lejtőn legördülő hógolyó? A hó milyen fizikai tulajdonságait kell figyelembe venni a válaszhoz?

(Noki)

6. $V(r) = \frac{\alpha}{n+1}r^{n+1}$ centrális potenciáltérben $r = R$ sugarú körpályán űrhajó mozog. Az űrhajó meteorral ütközik, és így mozgása kis perturbációt szenved. Milyen n -ek esetén lesz az új pálya zárt

a./ egzaktul,

b./ a perturbációszámítás első rendjében?

(Dávid Gyula)

7. A Föld (melyet homogén sűrűségeloszlású gömbnek tekintünk) felszínén fekvő két város közt alagutat fúrunk. Milyen alakú legyen az alagút, ha azt akarjuk, hogy (a pusztán a gravitáció által hajtott) járművünk a lehető leggyorsabban érjen át egyik városból a másikba? Adjuk meg a menetidőt az áthidalandó távolság függvényében!

(Dávid Gyula)

8. Egy test érkezik egy negyedkör alakú görbült fal homorú oldalához, amelyen többszörösen ütközve haladhat tovább. Írjuk le a test mozgását a két szélső esetben, amikor az ütközés tökéletesen rugalmas, illetve tökéletesen rugalmatlan! Vizsgáljuk meg azt a határesetet, amikor az első ütközés érintőleges!

(Tichy Géza)

9. Tegyük fel, hogy a Naprendszer gyengén kölcsönható nehéz részecskék egyenletesen sűrű felhője járja át. Vizsgáljuk meg a bolygók mozgását a Nap és a porfelhő együttes gravitációs terében! Határozzuk meg a körpályák radiális irányú kis rezgéseinek frekvenciáját, valamint a bolygópályák perihélium-elfordulását!

(Princeton University)

10. A Landau-Lifsic: Elméleti Fizika I. (Mechanika) III. fejezetének 15.§ 3. feladata alapján adjuk meg a perihélium-elfordulást tetszőleges rendig, tetszőleges perturbáló potenciál esetén!

Vigyázat! Landau megoldásában komoly matematikai hiányosságok vannak! Mik ezek? Megoldásunk legyen e szempontokból is korrekt!

(Fülöp Tamás)

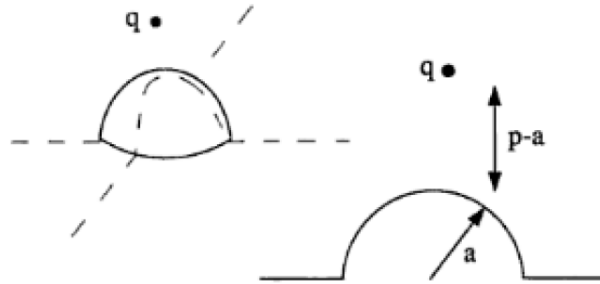
11. Egy test Hamilton-függvénye csak az impulzustól függ. Legyen ez a függés

$$H = \lambda(\cos p_x a + \cos p_y a).$$

Írjuk le a részecske mozgását külső erőter hiányában, illetve homogén erőterben!

(Tichy Géza)

12. Vízszintes, végtelen sík fémllemezen félgömb alakú dudor van. A dudor alatti térben, annak tengelye mentén töltött tömegpont helyezkedik el. Vizsgáljuk meg a tömegpontra ható erőket, és az esetleges egyensúlyi helyzeteket, ha a gravitációt is figyelembe vesszük!



(Princeton University)

13. Egy asztalra helyezett üreges fémgömb belsejébe egy elektront teszünk. Írjuk le az elektron viselkedését! (A gömb belsejében vákuum van.) Mi a helyzet, ha az elektront pozitronra cseréljük?

(Tichy Géza)

14. Elhanyagolható vastagságú fém körlapra Q töltést viszünk fel. Milyen lesz a kialakuló töltéseloszlás?

(Fülöp Tamás)

15. Egy üvegszál törésmutatója kifelé

$$n = n_0 - \alpha r^2$$

összefüggés szerint csökken. Vizsgáljuk a fény haladását az üvegszálban! Mire jó ez a speciális törésmutató-profil? Pótkérdés: hogy lehet ilyen profilt létrehozni?

(Tichy Géza)

16. Két tachion mozog a megfigyelőhöz képest $2c$ sebességgel. Adjuk meg relatív sebességük nagyságát és irányát, ha mozgásuk (a megfigyelő koordinátarendszerében)

- a./ párhuzamos és ellenkező irányú,
- b./ egymásra merőleges!

(Dávid Gyula)

17. 2030-ra megoldott feladattá vált a pozitronok gyártása és tárolása. 2040-re megjelentek az első fotonrakéták, amelyeknek üzemanyaga egymástól jól elszigetelten tárolt elektron és pozitron gáz volt. A vezérelt $e^- + e^+ = 2\gamma$ reakciókban keletkezett két foton impulzusát nagy effektivitású, de elenyésző energiaigényű szupramágnes tükrök segítségével lehet a tolóerő céljaira maximálisan kihasználni. 2052-ben válhatott

realitássá az emberiség nagy álma, az intersztelláris utazás. Az Intergalax-4 roppant méretű űrhajó, a legmodernebb nagyteljesítményű fotonrakétákkal felszerelve. Tömege üzemanyag nélkül csak 50 tonna, de szinte korlátlan mennyiségű elektron és pozitron tárolására alkalmas kollimált kamrákkal rendelkezik. Az útiterv a következő: az űrhajó földi körülményeket szimulálva állandó g gyorsulással repül félútig, a célig g -vel lassít, majd egy év kutatás után ugyanígy visszatér. A kiszemelt cél a 82 fényévre levő Kisróka planetáris köd.

Mennyit öregszik az űrhajó legénysége az expedíció alatt?

Mikor tér vissza az űrhajó?

Mennyi üzemanyag szükséges az utazáshoz?

(Az űrhajónak az intersztelláris tér közegellenállását is le kell győznie. A Galaxis Naprendszer környéki tartományában 10 atom/cm^3 sűrűségű, főleg semleges hidrogénből álló, a Naprendszerhez képest nyugvónak tekinthető kozmikus gázfelhő lebeg. Tegyük föl, hogy a gázatomokkal az űrhajó rugalmatlanul ütközik.)

(Bihary Zsolt)

18. A Bihary-féle fotonrakéta állandó g gyorsulással távolodik a Földtől. Nostalgiaától gyötört utasai szupertávcsővel bámulják az elhagyott bolygót. Számítsuk ki a Föld látszó szögátmérőjét az űrhajó sajátidejének függvényében! Ha a honvágytól szenvedő utasok elfelejtik kikapcsolni a gyorsító hajtóművet, az űrhajó a végtelenbe távozik. De a Föld képe nem tűnik el az utasok szívéből. Hát a távcsővéből? Magyarázzuk meg a jelenséget az $x - t$ téridődiagramon!

(Princeton University)

19. Porszemcse kering a Nap körül. Hanyagoljuk el a napszél és a mágneses erőtér hatását, és vizsgáljuk a gravitáció és a sugárnyomás hatását a részecske mozgására.

a./ Becsüljük meg azt a minimális méretet, amelynél kisebb porszemcséket a sugárnyomás kisöpri a Naprendszerből!

b./ A kritikus méretnél nagyobb szemcsék spirális pályán közelednek a Naphoz. Miért? Becsüld meg a Föld pályájáról induló porszemcse élettartamát!

(Princeton University)

20. Frederick Pohl "Átjáró" c. sci-fi-jének hőse barátnőjét véletlenül egy fekete lyukba lökte. Emiatt egész életében gyötri a lelkifurdalás, hiszen tudja, hogy a fekete lyuk közelében az idő lelassul, és a hölgy méltatlankodó arckifejezése az idők végezetéig látható lesz. A második kötetben a főhős meggazdagodik, új terveket sző, és a hamarosan megjelenő harmadik kötetben valószínűleg a nő után ered. Ráér, hiszen az eltelt tíz év alatt a hölgy számára csak fél óra telt el. Siessen-e a kiadó a könyv megjelentetésével, vagy valóban rendelkezésére áll hősünknek az egész örökkévalóság?

(Dávid Gyula)

21. A feltételezett kozmikus doménfalak körül a téridő (idealizált) metrikája a következő:

$$ds^2 = -(1 - k|z|)^2 dt^2 + dz^2 + (1 - k|z|)^2 e^{2kt} (dx^2 + dy^2).$$

(A k állandó a doménfal felületi energiasűrűségével arányos.)

a./ Mutassuk meg, hogy a Riemann-féle görbületi tenzor R_{zxx}^x komponense a fal $z = 0$ síkján kívül mindenütt eltűnik. (Ténylegesen az R_{klm}^i tenzor összes komponense eltűnik a falon kívül, de ezt nem kell megmutatni.)

b./ Bár ebben a téridőben a tér sík, a részecskék mégis furcsán mozognak. Vizsgáljuk meg a fal síkjának közeléből induló részecske invariáns gyorsulásának nagyságát és irányát! Mi a véleményed, létezik-e antigravitáció?

(Princeton University)

22. Hogyan "folyik szét" időben egy egydimenziós mozgást végző

a./ szabad

b./ állandó erőterben levő

tömegpont hullámfüggvénye? Igyekezzünk minél általánosabb alakú hullámfüggvényeket tárgyalni!

(Fülöp Tamás)

23. Egy síkban elhelyezünk két azonos a sugarú korongot egymástól L távolságra. A rendszeren \mathbf{k} hullámszámú síkhullám szóródik. Milyen \mathbf{k} -kra mutat a hatáskeresztmetszet rezonanciákat?

(Vattay Gábor)

24. Tekintsük a képzeletbeli "dodekarbon" molekulát! Ez húsz szénatomból áll, melyek egy dodekaéder csúcaiban helyezkednek el. Minden szénatom egyszeres kovalens kötésekkel kapcsolódik három szomszédjához, a fennmaradó húsz elektron delokalizált. Vizsgáljuk a delokalizált állapotokat szorosan kötött elektron közelítésben! Ekkor a Hilbert-tér húszdimenziós, és az atomokra koncentrált elektronállapotok bázisában a Hamilton-mátrixot

$$H|i\rangle = E_0|i\rangle + t \sum_j |j\rangle$$

definiálja. Itt E_0 az atomi állapot energiája, az összegezés j -ben pedig az i -edik atom három szomszédjára terjed ki, t az ún. hopping paraméter, $t < 0$.

Milyen energiájú egy-elektron állapotok vannak, és melyik hányszorosan elfajult?

Mekkora energiájú a delokalizált elektronrendszer alapállapota, ha az egymás közötti kölcsönhatásukat elhanyagoljuk?

Mely energiaszintek hasadnak fel, ha az egyik szénatomot szilíciummal helyettesítjük?

Jó tanács: használjuk ki a molekula szimmetriáját!

25. Mint közismert, nem tudhatjuk, van-e más is a világon, mint harmonikus oszcillátor és hidrogénatom. A háromdimenziós hidrogénatom Pauli és Fock nyomán visszavezethető a négydimenziós harmonikus oszcillátorra.

Lássuk most a kétdimenziós esetet!

Írjuk fel a $+e$ töltésű, origóban rögzített atommag $1/r$ -es potenciáljában mozgó, $-e$ töltésű elektron Schrödinger-egyenletét két dimenzióban, az x és y változókkal. Vezessük be a

$$z = x + iy = (\xi + i\eta)^2$$

komplex koordinátát! Írjuk át a Schrödinger-egyenletet a ξ és η változókra! Vegyük észre, hogy ez triviális módon átalakítható a kétdimenziós harmonikus oszcillátor Schrödinger-egyenletévé. Vezessük be a szokásos keltő és eltüntető operátorokat, és oldjuk meg a harmonikus oszcillátor problémáját! Némi átalakítással vezessük le a kétdimenziós hidrogénatom Rydberg-formuláját!

Figyelem! Hogyan lesz két kvantumszámból egy? Hányszorosan degeneráltak az egyes energiaszintek? Hogyan került az n kvantumszám mellé a $+1/2$? Mit jelenthet ez fizikailag? Miért nem jelenik meg ez a tag egy és három dimenzióban? Mi lehet a helyzet négy dimenzióban?

Pótkérdés: valóban a kétdimenziós hidrogénatomot kvantáltuk meg?

(Magyar Péter, Dávid Gyula)

26. Tekintsünk az Elméleti Fizikai Példatár III. kötetének 15.3. és 15.5. feladataiban leírthoz hasonló rácsgázt! Legyen a részecskéknek $1/2$ -es spinjük! Tehát egy részecske állapotát nem csak azzal jellemezzük, hogy melyik cellában van, hanem spinjével is, ami $+1/2$ vagy $-1/2$ lehet.

Legyen a részecskék közti kölcsönhatás energiája a következő alakú:

$$U_{i,j} = \left\{ \begin{array}{ll} \infty & \text{ha } i = j, \\ -(E + J) & \text{ha } i, j \text{ szomszédos, és a részecskék azonos spinűek,} \\ -(E - J) & \text{ha } i, j \text{ szomszédos, és a részecskék különböző spinűek,} \\ 0 & \text{egyébként.} \end{array} \right\}$$

Tegyük fel, hogy $1 < J \ll E$!

Jelölje N_+ , illetve N_- a $+1/2$ -es, illetve $-1/2$ -es spinű részecskék számát! Vezessük be az

$$x = \frac{N_+ - N_-}{N_+ + N_-}$$

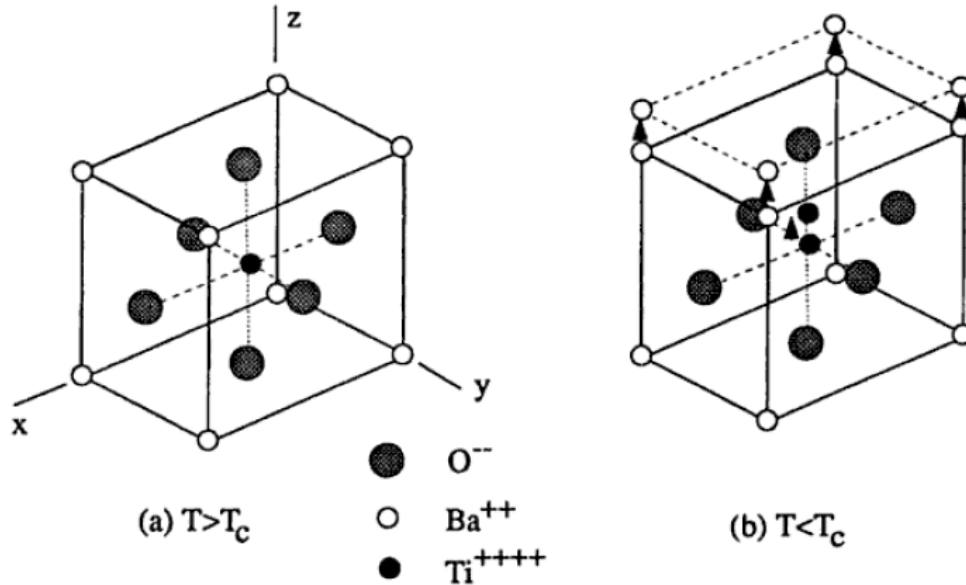
paramétert! Szimmetriasértő (szilárd) állapotnak nevezünk egy állapotot, ha $x \neq 0$.

Vizsgáljuk a rácsgázt molekuláris tér közelítésben! Mutassuk meg, hogy a rácsgáznak

létezik szilárd, folyékony és gáz halmazállapota! Vázoljuk fel a fázisdiagramot! Közeli határozzuk meg a folyadék-gáz, folyadék-szilárd, és gáz-szilárd fázisátalakulási görbéket! Hol van a kritikus pont, és a hármaspont?

(Bihary Zsolt)

27. A bárium-titanát ($BaTiO_3$) ionkristálya $T_c = 381K$ hőmérsékleten ferroelektromos fázisátalakulást mutat. A Curie-hőmérséklet fölött a kristály elemi cellája köbös szimmetriájú, alatta tetragonális, és spontán \mathbf{P} elektromos polarizációt mutat.



a./ Írjuk föl a ferroelektromos fázisátmenet Landau-féle szabadenergia függvényét a rendparaméter negyedfokú függvényeként!

b./ Mik lehetnek a \mathbf{P} megengedett irányai a kristálytengelyekhez képest, ha a fázisátmenet másodrendű?

c./ Vázoljuk föl a bárium-titanát $p - T$ fázisdiagramját! Határozzuk meg az egyes átmenetek rendjét!

d./ A Curie-hőmérséklet alatt fellépő \mathbf{P} elektromos polarizáció a mechanikai feszültségektől is függ. Mutassuk meg, hogy ez a csatolás egy elsőrendű fázisátmenet felléptéhez vezet, ha a Young-modulus egy kritikus értéknél kisebb!

(Princeton University)

28. N fizikus mulat egy tábortűz körül. Nótáztatnak, iszogatnak. Mindegyikük csak két szomszédját hallja. Az, hogy milyen hangerővel énekel tovább, szomszédai hangerejének összegétől függ. Halk énekszót hallva ő is halkán dudorászik, ha erősödik a hang, ő is rázendít, de ha szomszédai túlzásba viszik az ordibálást, akkor visszafogja magát, hiszen van benne jóérzés, és néhány bölcsészlány pár méterre már aludni akar... Viselkedését természetesen az elfogyasztott ital mennyisége is döntően befolyásolja. Legyen az i -edik fizikus hangereje a t időpillanatban H_i ! Ekkor az i -edik fizikus

által észlelt hangerő: $H_{i-1} + H_{i+1}$ (természetesen periodikus határfeltételekkel, azaz mod N). A $t + \Delta t$ időpillanatban az i -edik fizikus hangerejét a $H_i(t + \Delta t) = f(X, C)$ függvény adja, ahol C az elfogyasztott ital mennyisége.

Egyes pszichológusok szerint az f függvény alakja $f(X, C) = CX(2 - X)$, olyan egységekben mérve, hogy $C > 1$ esetén a fizikus már nem énekel, hanem alszik.

Vizsgáljuk a csoport viselkedését C függvényében! Írjuk le a gátlásos hallgatás, az emelkedő hangulat, és a kaotikus ordibálás jelenségét!

(Bihary Zsolt)

29. Próbáljuk megbecsülni az ember testmagasságát pusztán a következő három plauzibilis axiómára alapozva:

1. Az ember bonyolult molekulákból áll.
2. Olyan légmentes lélegzik be, amely különbözik a (galaktikus, óslégköri) H, He gáztól.
3. A lehető legnagyobbra nő, hogy világnagy eszét tartalmazó fizikus agyát hordozni bírja, de előfordul, hogy megbotlik és elesik (lásd sör), és nem szabad, hogy ilyenkor kettétörjön. Ha rossz eredményt kapnánk, próbáljuk módosítani a harmadik axióma reprezentációját! Próbáljuk megbecsülni a fentiek alapján az ember várható élettartamát is!

(Magyar Péter)

Ortvay 1993

1. Egy egységnyi sugarú, háromküllős kocsikerék (Mercedes embléma) egységnyi sebességgel gördül vízszintes talajon. Legfeljebb mennyi időre dughatjuk a Földhöz képest mozdulatlanul tartott ujjunkat a küllők közé, hogy sem a küllők, sem az abroncs ne üsse el azt? (A küllők és az abroncs vastagsága elhanyagolható.)

(Gnädig Péter)

2. Egy farmer elkószált lúdját kergeti a mezőn. A lúd és a farmer sebessége megegyezik. A lúd össze-vissza rohangál, a farmer minden pillanatban lúdja felé fut. A lúd gyorsulása kisebb egy maximális értéknél. Bizonyítsuk be, hogy a farmer csak abban az esetben tudja elkapni a ludat, ha az az elkapás pillanatában pont szembe fut vele!

(Magyar Péter)

3. "A rakodópart alsó kövén ültem,
néztem, hogy úszik el a dinnyehéj."
(József Attila: A Dunánál)

Hogyan úszik a dinnyehéj? Milyen stabil helyzetei lehetnek? Melyik pontja van a legmélyebben és melyik a legmagasabban? Modellezzük a dinnyehéjat egyenletes vastagságú, vékony, homogén gömbhéjjal, melyet két vagy három körív határol. Ha a dinnyehéjat domború felével lefelé egy vízszintes asztalra állítjuk, egyensúlyi helyzetben melyik pontján érintkezik az asztallal? Keressünk érdekes speciális eseteket!

(Radnay Gyula)

4. Homogén, tökéletesen hajlékony, súlyos kötél súrlódásmentesen csúszik le egy vízszintes asztallapról. Kezdetben a kötél áll, és éppen a fele lóg függőlegesen lefelé. Mekkora t_0 idő múlva fog a lelógó kötél alakja eltérni a függőlegetől? Írjuk föl a kötél közelítő mozgásegyenletét a t_0 utáni rövid időintervallumra! (Az asztal szélének görbületi sugara kicsi, de véges.)

(Gnädig Péter)

5. A Földön összegyűlt hulladék eltávolításának egy igen egyszerű módját szabadalmaztatta dr. Ali Tudde Mynek, a gumiparti diktátor udvari fizikusa. A kis egyenlítői ország fővárosában, Port Goomyban egy nagyon magas tornyot szándékoznak építeni. Ha a torony elég magas, a szemetes konténerekre ható centrifugális erő meghaladja a súlyukat, ezért elegendő a torony tetején egyszerűen elengedni őket, s maguktól kirepülnek a világűrbe. Az első néhány csomag összepréselt hulladékot még lifttel kell felszállítani, de később a rendszer önfenntartóvá válik. A szabadalom lényege, hogy az elrepülő szemétsomagokhoz erősített, és a torony belsejében a felszínig levezetett kötél

újabb ládákat húz fel a torony csúcsára. Ezzel a módszerrel a Föld összes hulladékától gyorsan meg lehet szabadulni. Később a kábelt a torony lábánál csigán átvezetve és vízszintesre fordítva földi járművek vontatására is fel lehet használni (igaz, csak egyik irányban, de sebj, mint dr.Absoluto Zero gumiparti elnök írta híres Rózsaszínű Könyvében: "Minden út Port Goomyba vezet.")

Segítsünk gumiparti kollégánknak a rendszer megvalósításában! Milyen magas legyen a torony? Milyen anyagból készüljön? Milyen vastag, milyen hosszú és mekkora szakítószilárdságú legyen a köté? Mekkora legyenek az űrnek szánt szeretetcsomagok? Mennyi idő alatt ér fel egy konténer a torony tetejére? Milyen magasságban kapcsolható le a vontatókötélről?

Felmerült néhány apróbb aggály is (de mint tudjuk, az ilyesmi nem akadályozhatja a szorgos gumiparti nép csillagokba törő akaratát). Egyesek tudni szeretnék, milyen pályán távoznak a csomagok. Nem zavarják-e az űrközlekedést? Mások szerint a felfelé tartó konténerek lyukat ütnek a torony falán. Egyes konzervatív filozófusok azon töprengenek, honnan veszi a rendszer a csomagok kilövéséhez szükséges energiát (a fizikusok olvassák az UFO-figyelőt, ezért csak sóhajtanak és legyintenek). Meddig működhet a rendszer? Nem okoz-e éghajlati katasztrófát? Valóban alkalmassá tehető a felszíni közlekedés energiagondjainak megoldására?

Válaszoljunk a sötétben bújkáló huhogóknak. (A megnyugtató választ dr.Absoluto Zero saját mellszobrával és sajátkezű ajánlásával ellátott Rózsaszínű Könyvvel jutalmazza.)

Megjegyzés: A T. Pályázók szakértői véleményétől függetlenül a port-goomy-i építkezés már megkezdődött.

(Dávid Gyula)

6. Kicsi, de véges görbületes sugárral derékszögben meghajlított, elhanyagolható tömegű cső a meghajlítás helye körül, függőleges síkban foroghat. A cső két szára felfelé áll, a baloldali szár α szöveget zár be a vízszintessel. A csőben E energiájú, m tömegű test csúszkál periodikusan. A súrlódás nulla. Mekkora átlagos forgatónyomatékkal tartható egyensúlyban a cső?

A csövet igen lassan jobbra forgatjuk, amíg a baloldali cső β szöveget zár be a vízszintessel. Mekkora átlagos forgatónyomatékkal lehet most egyensúlyban tartani a csövet?

(Bihary Zsolt, Magyar Péter)

7. $V(r) = -\alpha/r$ centrális potenciálban mozgó tömegpontra gyenge $-k|\mathbf{v}|$ közegellenállási erő hat (\mathbf{v} a sebesség). Hogyan változik a tömegpont pályája?

(Bene Gyula)

8. Egy repülőgép levegőben maradásához másodpercenként mekkora tömegű levegőt kell mozgásba hozni?

(Ráczkevi Béla)

9. Krémek (cipőkrém, babakrém, fogkrém, stb.) egy egyszerű modellje lehet az a közeg, amely egy küszöbértéknél kisebb nyírófeszültség esetén ($|\tau| < \tau_0$) merev testként, nagyobb nyírófeszültség esetén ($|\tau| > \tau_0$) nagy viszkozitású összenyomhatatlan folyadékként viselkedik. Hogyan mozog a krém

- a./ egy csőben nyomásgradiens hatására,
- b./ egy forgó rúd körül?

(Sasvári László)

10. A szabad légkörben a levegő hőmérséklete általában csökken a magassággal, fedett helyiségben pedig nő. Miért?

(Ráczkevi Béla)

11. Egyeseket az alábbi mérési eredmények (J. Chalmers: Atmospheric Electricity, Pergamon, 1967) arra "kapacitálhatnak", hogy a Földet és légkörét rosszul szigetelő kondenzátorként fogják fel:

- tiszta időben a talaj mentén $100V/m$ állandó E térerősség mérhető,
- az atmoszféra vezetőképessége nyilván nem nulla.

Hogyan befolyásolhatja a fenti két mennyiséget a felszíntől mért távolság? A kondenzátor szikráit mindenki ismeri, de vajon mekkora a lemezek töltése? Mekkora áram folyik? Újratöltés nélkül ez az áram mennyi idő alatt semlegesítené a Földet?

(Magyar Péter)

12. Vízszintes, R sugarú körgyűrűben I áram folyik, középpontja fölött kisméretű szupravezető gömböcske lebeg. Mekkora lehet a gömböcske sűrűsége?

(Bihary Zsolt)

13. Végtelen egyenes huzalra gömb alakú szigetelő gömböt fűzünk úgy, hogy a huzal átmegy a gömb középpontján. A huzalban I áram folyik. A gömb anyagának permeabilitása irányfüggő. A μ tenzor egyik főtengelye a huzal irányába esik, a hozzá tartozó sajátérték μ_1 , a huzalra merőleges síkhoz tartozó sajátérték pedig $\mu_2 = \mu_1 + \epsilon$. Határozzuk meg a mágneses teret a gömbben és a gömb körül, ha ϵ kicsi!

(Jakovác Antal)

14. Lehet-e szürke fényű lámpát készíteni?

(Derényi Imre)

15. A Galilei-transzformáció és a Galilei-féle relativitási elv segítségével mutassuk meg, hogy nemrelativisztikusan sincs abszolút tér, csak abszolút, ún. nemrelativisztikus téridő, és abszolút idő. Vezessük be a nemrelativisztikus négyes sebességet, négyes gyorsulást és négyes erőt, írjuk fel a négyes Newton-egyenletet. Az elektromos töltéssűrűség és az áramsűrűség hogyan tehető össze négyesvektorként? Galilei-invariáns fogalom-e a fázistér, az időfüggetlen erőmező?

Vezessük be a négyes divergenciát és a négyes gradienst! Mutassuk meg, hogy a négyes divergencia invariáns a Galilei-transzformációra. Hogyan transzformálódik a négyes gradiens? Meglepődtünk? Vigyázzunk: a gradiens nem vektor, hanem ún. kovektor. Ilyen pl. a hullámszámvektor is. Értelmezzük a négyes hullámszámvektort, és igazoljuk, hogy ugyanúgy transzformálódik, mint a négyes gradiens. (Megjegyzés: a fizikában a vektorokat gyakran felső indexesen jelölik, az alsó indexes jelölést a kovektorokra tartják fenn, így hangsúlyozzák a különbséget.) Mikor Galilei-invariáns a hármas divergencia, a hármas gradiens és mikor az idő szerinti parciális deriválás?

Definiáljuk a térszerű és az időszzerű négyesvektor fogalmát (természetesen úgy, hogy ezek a tulajdonságok inerciarendszer-váltásra invariánsak legyenek). Bizonyítsuk be, hogy minden térszerű vektor (Galilei-)invariáns, invariáns továbbá minden négyesvektor időszzerű és minden négyes kovektor térszerű része.

(Fülöp Tamás)

16. Mutassuk meg, hogy a klasszikus elektrodinamika nemrelativisztikusan nem kovariáns. (Útmutatás: először állapítsuk meg az \mathbf{E} elektromos térerősség és a \mathbf{B} mágneses indukció Galilei-transzformációra való transzformálódási szabályát a Lorentz-erőtörvény kovarianciáját feltételezve. Ellenőrizzük, hogy ekkor az \mathbf{E} -t és \mathbf{B} -t tartalmazó Maxwell-egyenletek kovariánsak a Galilei-transzformációra. Majd pedig lássuk be, hogy a \mathbf{D} elektromos eltolás vektort és a \mathbf{H} mágneses térerősséget tartalmazó Maxwell-egyenletek nem lehetnek kovariánsak, ha feltételezzük a $\mathbf{D}(\mathbf{E})$ és $\mathbf{H}(\mathbf{B})$ anyagi egyenletek kovarianciáját.) Ezek alapján vázoljuk fel, hogyan keresnénk a Galilei-transzformáció helyett olyan transzformációt, amelyre a klasszikus elektrodinamika kovariáns lesz. (Hogyan hozhatta ki Lorentz a Lorentz-transzformációt?)

(Fülöp Tamás)

17. A *BZS/2* fotonrakéta az $x(\tau)$, $t(\tau)$ függvény szerint mozog a világűrben. x és t a Földön nyugvó koordináta-rendszerben mért távolság és idő, τ pedig az űrhajó sajátideje. Az űrhajósok szupertávcsővel vizsgálják a távoli Földet (lásd az 1992. évi Ortvay verseny 18. feladatát). Számítsuk ki az űrhajó sajátidejének függvényében

- a./ a távcsőben látható Föld távolságát,
- b./ távolodási ill. közeledési sebességét,
- c./ a látható Földön érvényes t rendszeridőt.

Az űrhajósok tudják, hogy a fény véges sebességgel terjed, ezért a távcsőben látható Föld már a múlté. Kiszámítják, hogy pillanatnyilag hol és mikor van a Föld (nevezzük ezt a téridő-beli pozíciót "egyidejű Földnek"). Számítsuk ki az egyidejű Föld távolságát, sebességét és rendszeridejét.

Számítsuk ki és ábrázoljuk a fenti mennyiségeket az űrhajó sajátidejének függvényében, ha az űrhajó konkrét útterve a következő: 5 űrhajó-évig egyenletes g gyorsulással gyorsít, újabb 5 évig ugyanekkora gyorsulással fékezik, a célsillagnál 1 évig tartózkodik,

majd ugyanilyen módon visszatér a Földre. (Használjuk a $T = c/g = 1$ év és az $L = c^2/g = 1$ fényév paramétereit!)

Amikor az űrhajó útnak indul, a célsillagról teljesen hasonló mozgással elindul az ufonauták Föld-expedíciója. A földi űrhajó egész útja során távcsővel figyeli az idegeneket, ill. kiszámítja egyidejű pozíciójukat. Ábrázoljuk ezeket a függvényeket is a fenti módon.

Túllépi-e a Föld, ill. az UFO a fénysebességet? Ha igen, miért nem?

(Dávid Gyula)

18. Legyen az elektron H^0 Hamilton-operátora egy dimenzióban

$$H^0 = -\frac{1}{2} \frac{d^2}{dx^2} + V^0(x),$$

ahol a V^0 potenciált úgy választjuk meg (az egyszerűség kedvéért), hogy a Ψ_0^0 alapállapot energiája zérus legyen, azaz $H^0\Psi_0^0 = 0$. (Itt $m = \hbar = 1$.) Vezessük be a

$$\Phi(x) = -\frac{\Psi_0^{0'}}{\Psi_0^0}$$

függvényt és a

$$Q^\pm = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[m \frac{d}{dx} + \Phi \right]$$

léptető operátorokat. Legyen V^0 -nak a szuperszimmetrikus partnere $V^1 = V^0 + \Phi'$. (A vessző x -szerinti deriváltat jelent.) Ekkor

$$H^1 = -\frac{1}{2} \frac{d^2}{dx^2} + V^1(x).$$

a./ Mutassuk meg, hogy $H^0 = Q^-Q^+$, $H^1 = Q^+Q^-$, illetve $Q^+ = (Q^-)^+$ és $Q^-\Psi_0^0 = 0$.

b./ Tegyük fel, hogy a H^1 Hamilton-operátor sajátfüggvényei Ψ_n^1 és a sajátértékei E_n^1 . Mutassuk meg, hogy $Q^+\Psi_n^1$ sajátfüggvénye H_0 -nak és a sajátértéke E_n^1 . Fordítva, $Q^-\Psi_n^0$ sajátfüggvénye H_1 -nek és a sajátértéke E_n^0 , kivéve a Ψ_0^0 alapállapotot. Mi a normája a fenti állapotoknak? Igazoljuk, hogy V^0 és V^1 az alábbi alakba írható:

$$V^0 = \frac{1}{2} \left(-\Phi' + \Phi^2 \right)$$

$$V^1 = \frac{1}{2} \left(\Phi' + \Phi^2 \right)$$

c./ A fenti állításokból kiderül, hogy ha ismerjük az egyik Hamilton-operátor sajátfüggvényeit és sajátértékeit, akkor a léptető operátorok segítségével kiszámíthatók a szuperszimmetrikus partner Hamilton-operátor sajátfüggvényei és sajátértékei is. (Csak deriválni kell!) Határozzuk meg a

$$V^0(x) = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{x^2} + x^2 \right), \quad x > 0$$

potenciállal adott H_0 operátor sajátfüggvényeit és sajátértékeit. (Útmutatás: Keresünk alkalmas Φ függvényt!)

(Cserti József)

19. Mekkora valószínűséggel ionizálja a gravitációs tér a hidrogénatomot? Milyen körülmények között lesz ez a valószínűség számottevő?

(Dávid Gyula)

20. Vizsgáljuk a spontán polarizáció következő modelljét: Tekintsünk egy molekulát, ami egy tetraéder alakú molekulatörzsből és egy delokalizált elektrontól áll. A molekula egy rácsban lokalizált, körülötte egy V térfogatú üregben \mathbf{E} elektromos tér jelenhet meg. A delokalizált elektront és a teret egyaránt leíró Hamilton-operátor három részből tevődik össze: $H = H_e + H_k + H_E$. H_e az elektron Hamilton-operátora szorosan kötött közelítésben, a molekula négy atomján lokalizált állapotok bázisában:

$$H_e = -t \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix},$$

ahol t az atomi pályák közötti átfedési integrál abszolút értéke, az atomi pályák energiáját nullszintnek választottuk. $H_E = \frac{\epsilon_0 V}{2} E^2$ a tér energiája. H_k az elektron helyzetéből eredő molekuladipól és az elektromos tér kölcsönhatásából ered:

$$H_k = -e \begin{bmatrix} \mathbf{E}\mathbf{r}_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{E}\mathbf{r}_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{E}\mathbf{r}_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mathbf{E}\mathbf{r}_4 \end{bmatrix}.$$

Az \mathbf{r}_i -k az atomok helyvektorai. A tetraéder oldalhosszúsága a . Mi a feltétele a spontán polarizáció kialakulásának?

(Bihary Zsolt)

21. Víz szivárog a földbe. Tekintsük a következő kétdimenziós modellt: az ábrán látható háromszögháló csúcaiban kis vízgyűjtő üregek vannak, élei mentén vízvezető

csatornák helyezkedhetnek el úgy, hogy az egyes élek p valószínűséggel csatornák, $1 - p$ valószínűséggel nem. Tegyük fel, hogy a víz csak lefelé szivároghat. A talaj felületére eső esik. Mekkora hányada nedvesedik be az üregeknek h mélységben? Átázik-e a talaj? Ha nem, mennyi vizet képes beszívni? (Analitikus számításainkban tegyünk ésszerű közelítéseket!) Vizsgáljuk meg eredményeinket a $p \ll 1$ és $p \approx 1$ határesetekben!

(Bihary Zsolt, Cserti József)

22. Egy Ising-láncban a szomszédos spinek között ferromágneses, a második szomszédok között antiferromágneses csatolás van. A lánc energiája

$$E = -J_1 \sum_i S_i S_{i+1} + J_2 \sum_i S_i S_{i+2}$$

A lánc alapállapota a $\kappa = J_2/J_1$ aránytól függ:

$\kappa < 1/2$ esetén ferromágneses (... ↑↑↑↑ ...), $\kappa > 1/2$ esetén pedig ún. modulált (... ↑↑↓↓↑↑↓↓ ...). A $\kappa = 1/2$ aránynál az alapállapot erősen degenerált. Vajon mennyire?

(Sasvári László)

23. "To be or not to be..."

Mekkora mágneses tér hat Hamlet monológjára és mekkora hőmérsékletű? Tekintsük a monológ betűit mint egy egységnyi csatolási állandójú Ising-láncot. Feleltessük meg a mássalhangzókat pozitív, a magánhangzókat negatív beállású spineknek! (A többi írásjelet, szóközt, mondat- és sorvéget ne vegyük figyelembe.) Ferromágneses vagy antiferromágneses a monológ? Mennyivel változtatta Arany János a mágneses teret és a hőmérsékletet, amikor lefordította Shakespeare örökzöld szövegét?

(Bihary Zsolt)

24. Egydimenziós lánc molekulái közötti párkölcsönhatás a következőképpen függ a két molekula r távolságától:

$$V(r) = \left\{ \begin{array}{ll} \infty & , \text{ha } 0 < r < a \\ \frac{D}{2}(r - a)(r - 3a) & , \text{ha } a < r < 3a \\ 0 & , \text{ha } 3a < r \end{array} \right\}.$$

Mekkora lesz a lánc alapállapotában a rácsállandó és a kötési energia? A rezgések klasszikus entrópiájának figyelembevételével mutassuk meg, hogy egy kritikus hőmérsékleten a lánc átmegegy egy nagyobb rácsállandójú állapotba, azaz megnyúlik! Mekkora ez a kritikus hőmérséklet?

(Bihary Zsolt)

25. Egydimenziós láncban szorosan kötött elektron-közelítést feltételezve az első szomszédokra λ_1 , a második szomszédokra λ_2 az átfedési integrál. (λ_1 és λ_2 negatív.) Adjuk meg az elektron diszperziós relációját! Határozzuk meg a Fermi-energia értékét félig betöltött sáv esetén $T = 0K$ hőmérsékleten!

(Cserti József)

26. B mágneses tér jelenlétében az elektron energia-nívói az ún. Landau nívók. Visszkapjuk-e $B \rightarrow 0$ határesetben a szabad elektron energianívóit? Sportszerű könnyítésként szorítkozzunk a diszkrét spektrum esetére (véges tartomány), és használjuk a feladat szimmetriájához leginkább illeszkedő koordinátákat és határfeltételt. Határozzuk meg a sajátfüggvényeket! Hogyan lesz két kvantumszámból egy?

Mit is jelent a $B \rightarrow 0$ eset, azaz mi a "kis paraméter"?

Miért nem célszerű a fordított eljárás, azaz a mágneses tér perturbációként való kezelése?

(Magyar Péter)

27. Készítettünk egy $100m$ sugarú gömb alakú jéghegyet. A közepébe befagyasztottunk egy radioaktív forrást, egy vékony fém tartószállal együtt (olvadás esetére), ami a tetőpontig megy. A jéggömb termikus egyensúlyban van, és $0^\circ C$ -os vízben úszik. Adott aktivitású és minőségű forrás milyen nagy jéggömböt tud megolvasztani? A forrás paramétereit Te választhatod meg. Kövesd végig a folyamatot reálisan elképzelhető paraméterek mellett! Fel lehet-e így a gömböt robbantani? Az adatokat táblázatokból vedd! (Pl.: Bomlási energia, hatótávolság - Lederer: Magfizikai táblázatok. Víz, jég, gőz hővezetési, hőátadási, szilárdsági adatai - függvény táblázatból.) Olvadás = a jég tömegének fele felolvad, vagy az egész gömb sok részre esik szét.

(Horváth Ákos)

28. Amikor A. N. Chooras, a Nobel-díjas fizikus nyomtalanul eltűnt, egy ideig nagyon keresték. Később már csak kicsit, aztán egyáltalán nem. Ezért keltett nagy szenzációt, amikor néhány hónappal az eltűnés után az űrhajósok által a Holdon hagyott lézertükörben a csillagászok ütemes fényfelvillanásokat fedeztek fel, amelyek a beható vizsgálat során az eltűnt tudós kézi lézerkészülékéből származó morze-jeleknek bizonyultak. A jelek forrása Budapesten volt, de a sugárnyaláb szóródása ennél pontosabb lokalizációt nem tett lehetővé. Sajnos az üzenet töredékes volt:

"...triviális perturbáció. Egyébként elrablóim jól bánnak velem, tegnap is rántott csirkét kaptam uborkasalátával. Egy nagy épület legfelső szintjén tartanak fogva, de néha kimehetek az erkélyre. Budapest is wonderful! A múltkor nagyon szépet láttam. Egy esős éjszaka után a napkelte pillanatában szivárvány feszült a Sashegy csúcsától

a Margit-híd közepéig. Aznap este pedig a Nap éppen ott bukott le a láthatár mögé, ahol hajnalban a szivárvány kezdődött. Ami pedig az antigravitációs egyenletek tenzorhomomorfizmusait illeti, vegyük észre..." Az üzenet itt sajnos megszakadt.

Az Interfiz feladata: megállapítandók az eltűnt tudós szivárványos élményének pontos téridőbeli koordinátái (hónap, nap, óra, perc, kerület, utca, házsám, esetleg emelet, ajtó). Aztán indulhat a kommandó! Jó nyomozást!

(Bihary Zsolt, Dávid Gyula)

**Az ELTE TTK Fizikus Diákköre, az Eötvös Loránd Fizikai Társaság és
a Magyar Fizikus Hallgatók Egyesülete**

1994 évi, jubileumi, immár

25.

ORTVAY RUDOLF
fizikai feladatmegoldó versenyének

versenyfeladatai

A feladatok nov. 4-én, pénteken 12 órától vehetők át a HALI 1-ben.
Beadási határidő: nov. 14. hétfő 12 óra, ugyanott.

Vidéki versenyzők, illetve műegyetemisták a szegedi és debreceni egyetemen, illetve a BME-n vehetik fel a kapcsolatot a helyi szervezőkkel, és helyben kaphatják meg a feladatokat, majd adhatják le megoldásaikat. Postai beküldés esetén a postabélyegző dátumát vesszük figyelembe, levélcím: ELTE TTK Fizikus Diákkör, Dávid Gyula, Bp. 1088 Múzeum krt. 6–8. Hallgatói Iroda.

A feladatok megoldása során bármilyen segédeszköz használható, és ezekre hivatkozni is lehet.

Egy versenyző max. 10 feladatot adhat be. Egy feladat max. 100 pontot ér. Minden feladatot külön lapra írjatok, név, egyetem, szak és évfolyam feltüntetésével.

Díjazás: Az öt évfolyamnak megfelelő öt kategóriában külön értékeljük a versenyzőket. Kategóriánkénti első díj 5000 Ft, második díj 3000 Ft, harmadik díj 1000 Ft. Egyes feladatok kiemelkedő megoldásáért 1000 – 1000 Ft-os különdíjak adhatók. Szponzorok: az ELTE TTK Hallgatói Alapítvány, a Művelődési Minisztérium és az Eötvös Loránd Fizikai Társulat.

A 25. évfordulóra való tekintettel a KFKI Részecske- és Magfizikai Kutató Intézete (RMKI) **Jubileumi Különdíjat** ajánlott fel az ideai verseny legeredményesebb versenyzőjének. Ennek összege 10 000 Ft.

Az ünnepélyes eredményhirdetésre és a díjak kiosztására előreláthatólag november végén, december elején kerül sor. A szervezőbizottság előre felkéri a majdani győzteseket és egyéb résztvevőket, azaz az egyes feladatok legjobb megoldóit, hogy az eredményhirdetéssel egybekötött diákköri ülésen ismertessék a jelenlévőkkel megoldásaikat.

(A zsűri az érdekelteket egyénileg is értesíti majd arról, hogy melyik feladat előadására kéri fel őket.) Egyben arra is felkéri őket, hogy legjobbnak ítélt megoldásaik végsőkéig csiszolt változatát írásban (= Winword file-ban) is készítsék el a verseny feladatait és megoldásaikat tartalmazó, 1995 elején megjelenő kiadvány számára.

Versenyzők és egyéb érdeklődők figyelmébe!

Várhatóan 1994 decemberében jelenik meg a MaΦHE kiadásában a 25 év összes Ortway-feladatát tartalmazó könyv. Ezt tanulmányozva összemérhetitek tudásotokat a feladatokon az elmúlt negyedszázadban izzadó elődeitekével. A könyvet a HALI-ban lehet majd megvásárolni.

1994. ÉVI FELADATOK

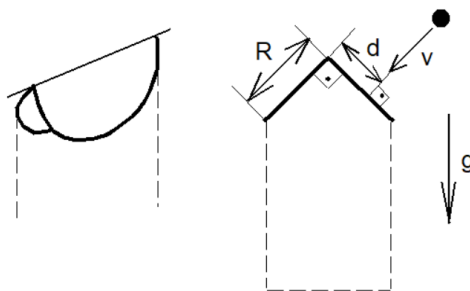
1. Reggel van, mindjárt 8 óra, sietnem kell az egyetemre, mert kezdődik a Nemlineáris forgácsolás című érdekfeszítő előadás. De előbb még reggeliznem kéne. Derék, koránkelő szobatársam jóvoltából 100°C hőmérsékletű forró tea gőzölög a kannában. Én viszont 40 fokosnál melegebb folyadékot képtelen vagyok lenyelni. Ha kiöntöm a csészébe, egy idő után kihűl. Ha csak félig töltöm a csészét, biztosan gyorsabban hűl ki, de fejlődő szervezetemnek egy egész csésze teára van szüksége. Legegyszerűbb lenne több csészébe szétönteni, de ahhoz előbb mosogatnom kellene... Mi lehet az optimális stratégia?

(Major Márton)

2. Tanulmányozzuk egy leejtett papírlap mozgását alkalmas feltételezésekkel, mint pl. összenyomhatatlan közeg, merev lap, kétdimenziós mozgás (de nem légüres tér!)

(Czirók András)

3. A szemétkosár fedele két mereven, egymásra merőlegesen összeerősített vékony, R sugarú, ρ tömegsűrűségű műanyag félkör, amely vízszintes tengely körül súrlódás nélkül foroghat.



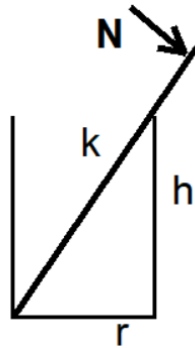
A tetőre a tengelytől d távolságban, egyik síkjára merőlegesen v sebességgel rádobunk egy m tömegű, pontszerűnek tekinthető almacsutkát. Az ütközési szám k .

Milyen v és d értékek esetén kerül be az almacsutka a szemétbe?

Mekkora a szemetesfedél rezgésideje, ha vízszintes lapra állítva kissé kitérítjük egyensúlyi helyzetéből?

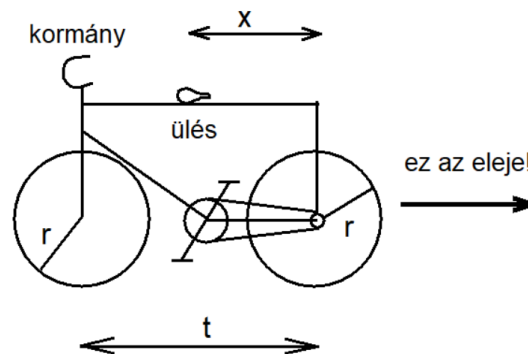
(Veres Gábor)

4. Egy pohárban egy kanál áll. A kanál tömege m , a poháré 0 . A kanál hossza k , a pohár sugara r , magassága h . Mennyi vizet töltünk a pohárba, hogy az N nyomóerő hatására a pohár ne billenjen fel? (A súrlódástól tekintünk el.) Mi történik?



(Sass Balázs)

5. Az ábrán egy hipotetikus elsőkerék-meghajtású – hátsókerék-kormányzású bicikli modellje látható (a tengelyek t távolsága és a kerekek r sugara adott). Hogyan függ a bicikli sebessége az ülés x helyzetétől, ha megköveteljük, hogy egyenesen haladva az egyensúlyi helyzet stabilizálható legyen? Merre és hogyan kell kormányozni?



(Sass Balázs)

6. A vitorlázó-repülőgépeket kb. 1 km hosszú drótkötél segítségével indítják. A repülőtérnek a starthellyel szemközti szélén helyezik el a csörlőberendezést. A csörlő során a gép kb. 700 m-t tesz meg a csörlő irányába, ezalatt 400 m magasra emelkedik. Ekkor a pilóta kioldja a vontatókötelet. A csörlő motorja továbbra is dolgozik, állandó

sebességgel tekeri fel a drótkötelet. Írjuk le a zuhanó kötél mozgását! (Újabban a kötél felső végére kis ejtőernyőt is erősítenek. Miért? Mennyiben befolyásolja ez a vizsgált mozgást?

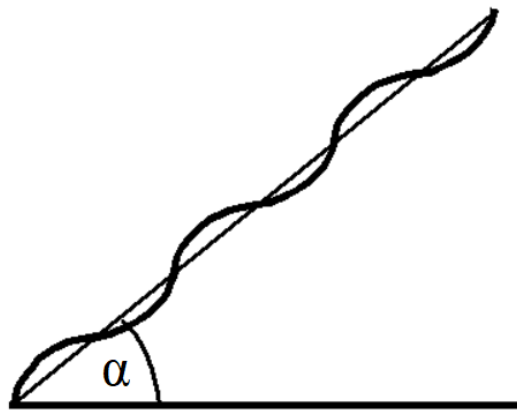
(Mészáros András)

7. Vizsgáljuk meg a Plusssz tablettás doboz kupakjának fizikáját! Ha az asztalra helyezve lenyomom, a műanyag bordák speciális módon deformálódnak. Megfelelő ütemben nyomkodva a kupak forgásba jön. Miért?

(Bajnok Zoltán)

8. Egy α hajlásszögű csúszdán körív alakú hullámok vannak. A csúszda tetejéről kezdősebesség nélkül lecsúszik egy gyerek. A súrlódási együttható a csúszda és a gyerek között μ . Hogyan függ a csúszda fékezőereje a gyerek sebességétől, ha feltesszük, hogy a hullámok igen sűrűn vannak? Hogyan mozog a gyerek ebben a közelítésben? Adjuk meg a gyerek mozgását közelítések nélkül is, és hasonlítsuk össze az eredményt a közelítő megoldás eredményével! (Feltételezzük, hogy a gyerek mozgás közben végig a lejtőn marad, nem emelkedik a levegőbe.)

(Bihary Zsolt)



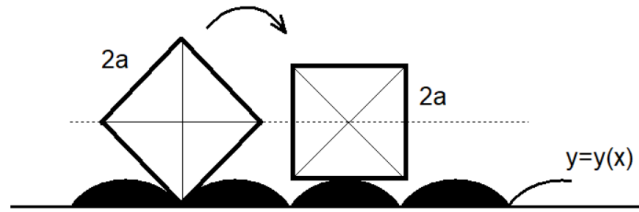
9. Az autóipar tökéletlensége felett érzett bánatunk arra ösztökélhet bennünket, hogy saját eszközeinkkel próbáljunk kereket gyártani, még ha csak négyszögleteset sikerül is. Ez a – látszólag hamvába holt – ötlet meglepő módon valóban kivitelezhető a gyakorlatban is, feltéve, hogy a neki megfelelő útfelületet is megtervezzük. Gördüljön kerekünk csúszás nélkül tapadva a hozzá illeszkedő simulógörbén az ábra szerint. A tengely (TKP) végig vízszintesen mozog; a súrlódásos veszteségektől tekintsünk el.

Adjuk meg a talajgörbe egyenletét!

Sikerünkön beavadulva vizsgáljuk meg az kváziklasszikus határesetet; a szögek számával (itt $n=4$) a végtelenbe tartva visszacapjuk-e a kör alakú kereket és a sima útfelületet?

Talán nem meglepő, hogy a kerék dinamikája is némileg eltér a megszokottól, hiszen a pillanatnyi forgástengely és a TKP távolsága nem állandó. Milyen összefüggés lép

a megszokott $v = r\omega$ helyébe? Adjuk meg a TKP sebességét a kiinduló függőleges helyzettől mért elfordulás szögének függvényében!



(Amerikai feladat. Ollózta: Magyar Péter)

10. Vizsgáljuk meg a Föld – Hold rendszer librációs pontjaiba helyezett úrállomások pályájának stabilitását! Tanulmányozzuk az analóg elektromos feladatot is (a hidrogénatom körül keringő "úrállomások" stabilitási viszonyait)! Vigyázat, csalok!

(Dávid Gyula)

11. Három termosz mindegyikében 1 – 1 liter víz van. A víz hőkapacitása mindegyik termoszban $4,2 \text{ kJ/K}$. A víz hőmérséklete az egyikben 0°C , a másikban 100°C , a harmadikban ismeretlen. Mekkora legyen itt a hőmérséklet, ha azt akarjuk, hogy az egész rendszerből a lehető legtöbb munkát lehessen kivenni? Mennyi ez a maximális munka?

(Radnai Gyula)

12. Műanyag rudat szörmével megdörzsölve negatív töltésű lesz, ezt az általános iskolából tudjuk. Azt is, hogy az üvegrúd meg pozitív lesz. Magyarázzuk meg a jelenséget! Mi történik, ha két fémet dörzsölünk össze? Esetleg fémet és egy szigetelőt? (Haladóknak: félvezető – fém, félvezető – szigetelő...)

(Csahók Zoltán)

13. Homogén elektromos és mágneses térben ponttöltés mozog. Írjuk le a mozgását! Vizsgáljuk meg a $B \rightarrow \infty$ határesetet!

(Tichy Géza)

14. Milyen a szappanbuborék alakja nagy elektromos térben? (A szappanhártyát tekintsük dielektrikumnak.)

(Tichy Géza)

15. A digitális világban felnőtt ember undorral fordul el a folytonos, mi több, mindenütt differenciálható függvényektől, ezért méla megvetéssel néz a Fourier-analízisre is. Ehelyett megpróbálja a függvényeket digitális jelek segítségével kifejezni.

Legyen tehát:

$$s(t) = \begin{cases} -1, & \text{ha } t \in]-T/2; 0[\\ +1, & \text{ha } t \in]0; T/2[\\ 0, & \text{ha } t=0 \text{ és } t=T/2 \end{cases} \quad \begin{matrix} s(t+T) = s(t) \\ s_n(t) = s(nt) \\ c_0(t) = 1 \quad c_n(t) = c(nt) \end{matrix} \quad \begin{matrix} c(t) = s(t-T/4) \\ n \in \mathbb{N}^+ \\ n \in \mathbb{N}^+ \end{matrix}$$

Lássuk be, hogy tetszőleges (?), T szerint periodikus függvény kifejezhető a c_0, c_n, s_n függvények lineáris kombinációjaként! Vizsgáljuk meg az alapfüggvények ortogonalitási tulajdonságait! Adjuk meg a kifejtési együtthatókat!

Speciális esetként számítsuk ki a fűrészfogfüggvény: $f(t) = t/T ; t \in]0; T[$ kifejtési együtthatóit, számítsuk ki és ábrázoljuk a sor első néhány részletösszegét!

Definiáljuk a komplex exponenciális függvény megfelelőjét, és írjuk fel a "szögletes" Fourier-sor, valamint a kifejtési együtthatók komplex alakját! Tartsunk T -vel ∞ -hez, és próbáljuk meg eljárásunkat nem periodikus függvények esetére is kiterjeszteni! Írjuk fel a szögletes Fourier-transzformáció és megfelelően definiált inverzének képletét! A fizika és alkalmazásainak mely területén hasznosíthatnánk a feladatban definiált fogalmakat?

(Megjegyzés: Bár ez itt a D épület analitikus kiterjesztése, a bátrabbak megpróbálkozhatnak a konvergenciaproblémák vizsgálatával is.)

(Csekő Árpád – Dávid Gyula)

16. Feynman "A fizikai törvények jellege" című könyvében találkozhatunk a newtoni gravitációs törvény alábbi, alternatív megfogalmazásával: "Egy kicsiny gömbön belül a (gravitációs) potenciál a külső viszonyok ismerete nélkül is meghatározható. Ha meg akarjuk határozni a potenciált e kicsiny gömb középpontjában, ehhez ismernünk kell a potenciált a gömb felületén. Vagyis nem kell messzebbre kitekintenünk, csupán a kérdéses pont egy parányi környezetében kell ismernünk a potenciál értékét, továbbá azt kell még tudnunk, hogy e kicsiny gömb belsejében összesen mekkora tömeg található. Ha mindezt ismerjük, a szabály a következő: a potenciál a középpontban egyenlő az átlagos potenciál a gömb felületén, mínusz a G gravitációs állandó osztva a kis gömb sugarának (amit a -val jelölök) kétszeresével, és szorozva a gömb belsejében levő tömeggel:

"potenciál a középpontban = átlagos potenciál a felületen $- G/2a \cdot$ (a belül levő tömeg)."

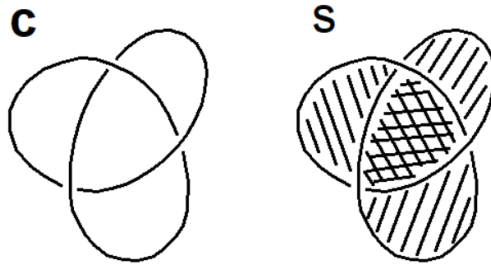
Mutassuk meg, hogy ez tényleg a gravitációs törvény egy egyenértékű megfogalmazása!

(Fülöp Tamás)

17. Vegyük a C háromlevelű csomót:

Legyen S az a kétdimenziós irányítható felület, amelynek a határa a C csomó: $\partial S = C$.

Tekintsük ennek az S felületnek a belsejét, vagyis a $T = S \setminus \partial S = S \setminus C$ halmazt mint $1 + 1$ dimenziós téridőt! Hány véges energiájú megoldása van a forrásmentes Maxwell-egyenleteknek a T "téridőn"?



(Etesi Gábor)

18. Zseni Zsiga és Tudó Tódor vitatkoznak.

Zseni Zsiga: Egy relativisztikusan mozgó űrhajóból mérve a Nap hőmérsékletét alacsonyabbnak találnánk, mint a Földről nézve. Ugyanis tudjuk, hogy a nyomás és az entrópia relativisztikusan invariáns [lásd. M. Planck: Sitz. D. kgl. Preuss. Acad. Wissensch. pp. 542 – 570, 1907]. Az energia-impulzus négyesvektorral könnyen megkapjuk a hőmennyiség Lorentz-transzformációs szabályát: $dQ = dQ_0 \sqrt{1 - v^2/c^2}$. Ezután az abszolút hőmérsékletet a szokásos módon reverzibilis körfolyamatokkal bevezetve az adódik, hogy a mozgó rendszerből nézve a hőmérséklet alacsonyabb lesz.

Tudó Tódor: Téves. Ha eltérés lenne a két hőmérséklet között, akkor ez azt jelentené, hogy ha mindketten ráülünk egy nyugalomban azonos hőmérsékletű labdára, majd eltérő sebességre kapcsolunk, akkor én azt látnám, hogy a te labdád hidegebb, tehát hőáram indul meg tőlem feléd. Te azonban az én labdámat tartanád hidegebbnek, és tőled felém induló hőáramot várnál. Ez nyilvánvalóan ellentmondás: a hő csak egyik irányba áramolhat. Tehát egyező hőmérsékletet kell mérnünk.

Okos Ottó is csatlakozik a vitához: Mindketten tévedtek. Minden fizikus hallgató képes azt is megmutatni, hogy a mozgó rendszerből magasabb hőmérsékletet mérünk.

Mutassátok meg, hogy O. O. állítása mellett is lehet érveket felhozni! Mi az oka a három eltérő eredménynek? Tudsz-e (elvileg) végrehajtható kísérletet javasolni a kérdés eldöntésére?

(Gombos Gábor)

19. Zseni Zsiga és Tudó Tódor ismét vitatkoznak.

Zs. Zs.: Már a kisiskolások is tudják, hogy ha egy szilárdtest egyik sávja teljesen be van töltve, a következő sáv pedig teljesen üres, és közöttük gap van, akkor az elektronok nem gerjeszthetők, és így nincs vezetés. Tehát a minta ellenállása végtelen.

T.T.: Lehetetlenségeket beszélsz. Lehet, hogy a kisiskolások így tudják, de a nagyobbak tanulták, hogy a kvantált Hall-effektusban, ha a sávva kiszélesedett Landau-nívók egyike teljesen be van töltve, a következő, gap-pel elválasztott viszont teljesen

üres, akkor nincs disszipáció, hiszen nem léteznek üres állapotok, melyekbe elektronok szóródhatnának. Tehát a minta ellenállása zérus.

Hogyan egyeztethető össze a két vélemény?

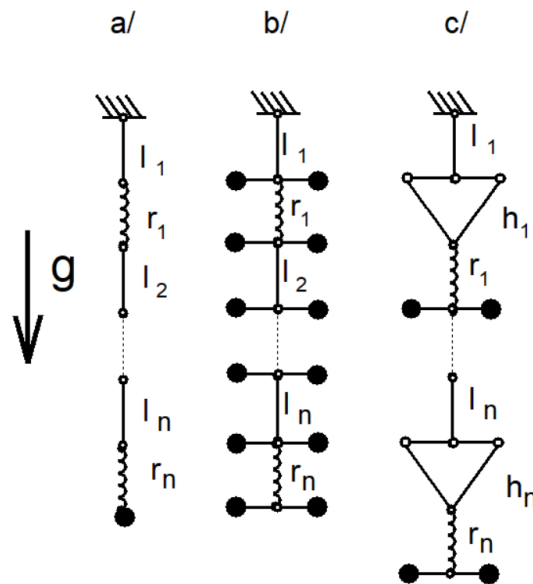
(Gombos Gábor)

20. Határozzuk meg az ideális gáz hőmérsékletét mint integráló osztót, azaz azt a $T(p, V)$ függvényt, amellyel a termodinamika első főtételének $\delta Q = dE + pdV$ alakját leosztva egy $S(p, V)$ függvény teljes differenciálját kapjuk! A megoldás egy tetszőleges egyváltozós függvény erejéig határozatlannak bizonyul. Hogyan rögzíti a fizika ezt a határozatlanságot?

(Fülöp Tamás)

21. Adjunk alsó becslést (minél jobbat) az ábrán látható egyszerű, homogén gravitációs térben lógó szerkezetek instabil nyugalmi helyzeteinek számára! A rajzon a folytonos vonalak "végtelenül vékony" merev rudakat, a hullámosak "végtelenül vékony" rugókat, a karikák pontszerű gömbcsuklókat ábrázolnak. A gömbcsukló körül az illető elem az előző tagtól függetlenül a tér bármelyik irányába elfordulhat. A tömör pontok súlygolyók.

Hogyan lehet osztályozni az instabil nyugalmi helyzeteket? Általánosítsuk a feladatot N dimenziós térben lógó szerkentyűkre!



(Etesi Gábor)

22. Tekintsünk egy háromdimenziós, nematikus fázisban levő folyadékkristályt (hosszú, merev láncmolekulákat tartalmazó kristály).

Tartalmazhat-e egy ilyen kristály egydimenziós kristályhibákat? Mi történik, ha két ilyen kristályhiba "összetalálkozik"?

Mi a helyzet 2, illetve $n > 3$ dimenziós folyadékkristályok esetén? (A kérdés kissé elméleti jellegű.)

(Etesi Gábor)

23. A Munkavédelmi Űrfelügyelőség közleménye:

A Felügyelőség azonnali hatállyal betiltja a bármilyen elven működő foton- és egyéb relativisztikus rakéták, mint visszavonhatatlan egészségi károsodást okozó, és ezzel a munkavédelmi szabályokat súlyosan sértő eszközök emberi személyzettel történő üzemeltetését (ha ilyen eszközök még nem léteznek, akkor a kifejlesztésüket is).

Indoklás: Mint tudjuk, a fénysebességet megközelítő test tömege az $m = m_0 / \sqrt{1 - v^2/c^2}$ képlet szerint megnő. Ugyanakkor hosszirányú mérete, ezzel együtt térfogata pedig $l = l_0 \sqrt{1 - v^2/c^2}$ szerint csökken, sűrűsége tehát rohamosan nő, egyre nagyobb tömeg koncentrálódik egyre kisebb térfogatba. Ezért egy kritikus, de a fénysebességnél kisebb sebesség átlépésekor az űrhajó bekerül saját Schwarzschild-zónájába, azaz fekete lyukká alakul. Mivel jelenlegi ismereteink és a vonatkozó törvények szerint fekete lyukból nincs visszatérés, ez a körülmény megakadályozná, hogy a személyzet részt vegyen az évente esedékes kötelező munkavédelmi továbbképzésen. A munkavédelmi szabályok eme súlyos megsértését megelőzendő hoztuk a fenti intézkedést.

Jelen határozatunk ellen 10 napon belül írásbeli kifogás nyújtható be.

(Dávid Gyula)

24. Reprezentáljuk a téridőt (nemrelativisztikusan) \mathbb{R}^4 -gyel! Jelölje $\mathbb{V}(1) = \{u \in \mathbb{R}^4 \mid u^0 = 1\} \subset \mathbb{R}^4$ a négyes sebességek halmazát! Rögzítsük az $o \in \mathbb{R}^4$ és $u \in \mathbb{V}(1)$ tetszőleges elemeket! Legyen a téridő $T_{ou} := \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$ leképezése és a négyes sebességek megfelelő leképezése a következő:

$$\begin{aligned} T_{ou}x &:= (x - o) - 2(x^0 - o^0) \cdot u & x \in \mathbb{R}^4 \\ \hat{T}_{ou}u' &:= 2u - u' & u' \in \mathbb{V}(1) \end{aligned}$$

(Ezt nevezhetjük az o középpontú, u meghatározta időtükrözésnek.)

Mikor egyenlő T_{ou} és $T_{o'u'}$ ($o, o' \in \mathbb{R}^4$ $u, u' \in \mathbb{V}(1)$) ?

Milyen transzformáció lesz $T_{ou} \circ T_{o'u'}$ és $\hat{T}_{ou} \circ \hat{T}_{o'u'}$?

Legyen az $\mathbf{r} : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^4$ egy folytonosan differenciálható függvény úgy, hogy $\forall t \in \mathbb{R} : (r(t))^0 = t$. (A 0 felső index a vektor első komponensét jelöli \mathbb{R}^4 standard bázisán.) Mutassuk meg, hogy $\dot{\mathbf{r}} : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^4$ tulajdonképpen egy $\dot{\mathbf{r}} : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{V}(1)$ függvény!

Adjunk fizikailag (és matematikailag!) értelmes definíciót egy $(\mathbf{r}, \dot{\mathbf{r}}) : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^4 \times \mathbb{V}(1)$ úgynevezett folyamat időtükrözöttjére!

(Antal Tamás)

25. Vizsgáljunk egy etánmolekulát kristályos környezetben! A molekulát a környezet oly módon rögzíti, hogy a szénatomok nem mozdulhatnak el, csak a metilgyökök foroghatnak a σ -kötés körül. A metilgyökök szimmetriatengelyre vonatkozó tehetetlenségi nyomatéka Θ .

Mi lesz a rendszer energiaspektruma a következő esetekben?

- A) A környezet csak rögzíti a molekulát, annak forgását nem akadályozza; és
 a/ a molekula merevnek tekinthető;
 b/ a két metilgyök függetlenül foroghat;
 c/ a két metilgyök forgását egy V potenciál csatolja:

$$\hat{V}(\varphi_1, \varphi_2) = \hat{V}(\varphi_1 - \varphi_2) = \hat{V}(\Delta\varphi) = V_0 \left[\delta(\Delta\varphi) + \delta(\Delta\varphi + \frac{2\pi}{3}) + \delta(\Delta\varphi + \frac{4\pi}{3}) \right]$$

B) A környezet erősen kölcsönhat mindkét gyökkel az $\hat{U}_{1,2} = U_0 \cos(3\varphi_{1,2})$ potenciálokkal leírható módon; és

- a/ a molekula merevnek tekinthető;
 b/ a két metilgyök forgása nincs csatolva.

(Bihary Zsolt)

26. Két fizikai mennyiség térszerű szeparáció esetén sem kommutál. Hogyan vehetjük fel a kapcsolatot az Androméda-köddel?

(Siklér Ferenc)

27. Mennyi a négydimenziós hidrogénatom energiaszintjeinek elfajultsága? Milyen lehet a négydimenziós periódusos rendszer?

(Dávid Gyula)

28. Egy hidrogénmolekula két elektronját a Hubbard-modellben a következő Hamilton-operátorral írjuk le :

$$H = E_0 \sum_k \sum_{\sigma} n_{\sigma k} + V \sum_{\sigma} (c_{\sigma 1}^{\dagger} c_{\sigma 2} + c_{\sigma 2}^{\dagger} c_{\sigma 1}) + U \sum_k N_{\uparrow k} N_{\downarrow k}$$

$$(k = 1, 2; \quad \sigma = \uparrow, \downarrow; \quad n_{\sigma k} = c_{\sigma k}^{\dagger} c_{\sigma k} U > 0)$$

Taglaljuk a sajátállapotokat!

(Bihary Zsolt – Jakovác Antal)

29. Tegyük fel, hogy a teljes $]-\infty; \infty[$ intervallumon ismerjük a $H\Psi_o(x) = E_o\Psi_o(x)$, $H = -\hbar^2/2m + V(x)$ egydimenziós Schrödinger-egyenlet megoldását. Valamilyen sokkhatást követően egy rossz pillanatunkban $x = \pm L/2$ -nél végtelen magas potenciálgátakat helyezünk el. Ha L – valamilyen értelemben – nagy, akkor azt várhatjuk, hogy az új perturbált (vigyázat: nem közönséges értelemben!) $\Psi(x)$ az előző

hullámfüggvénynek valamilyen sima $f(x)$ függvényvel modulált változata lesz, az új E energia pedig csak kevéssé tér el E_0 -tól.

Határozzuk meg a $\Delta E = E - E_0$ eltolódást vezető rendig! A tanult aszimptotikus, stb. viselkedések alapján lehetséges tetszőleges Ψ -re is zárt alakú (persze közelítő) megoldást adni, de az egyszerűség, na meg a gyalogosok kedvéért szorítkozzunk a jól ismert állatorvosi ló, azaz a harmonikus oszcillátor alapállapotához tartozó hullámfüggvény esetére.

(Magyar Péter)

30. Dirac találta ki és Feynman fejlesztette ki a kvantummechanika ún. pályaintegrálos formalizmusát, mely egyenértékű a Schrödinger-egyenlettel. A formalizmust az egydimenziós szabad pontrészecke példáján bemutatva, a hullámfüggvény időfejlődését a

$$\Psi(x', t') = \int_{-\infty}^{\infty} dx K(x', t', x, t) \Psi(x, t)$$

képlettel adjuk meg, ahol

$$K(x', t', x, t) = \lim_{N \rightarrow \infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \cdots \int_{-\infty}^{\infty} dx_1 dx_2 \dots dx_{N-1} K_1 K_2 \dots K_{N-1}$$

$$K_k = \sqrt{\frac{m}{2\pi i \hbar (t_{k+1} - t_k)}} \cdot \exp \left[\frac{im}{2\hbar} \frac{(x_{k+1} - x_k)^2}{(t_{k+1} - t_k)} \right] \quad k = 1, 2; \dots; N-1$$

$$x_N = x'; \quad t_0 = t; \quad t_k = t + k \cdot \epsilon; \quad t_N = t'; \quad \epsilon = \frac{t' - t_0}{N}$$

m a részecske tömege, \hbar a Planck-állandó.

a/ Számítsuk ki $K(x', t', x, t)$ -t!

b/ Bizonyítsuk be, hogy az eredmény nem változik, ha a t_k osztópontok nem egyenletesen osztják fel a $[t; t']$ intervallumot!;

A számítások elvégzését megkönnyíti a következő képlet használata:

$$\int_{-\infty}^{\infty} dy e^{a(x-y)^2} \cdot e^{b(y-z)^2} = \sqrt{\frac{-\pi}{a+b}} e^{\frac{ab}{a+b}(x-z)^2}; \quad \Re(a), \Re(b) \leq 0$$

(Fülöp Tamás)

31. Egy ideális mikrohullámú üregbe egy apró lyukon keresztül egy nagyon lassú atomot küldünk be. Az atom egy adott elektronátmenetének ($g \rightarrow e$) frekvenciája (ω_0) közel esik az üreg alaplómódusának frekvenciájához ($\omega = \omega_0 + \delta$), ezért elegendő ennek a módusnak és az atom ezen $e \rightarrow g$ átmenetének a kölcsönhatását figyelembe venni, amit az ún. forgóhullámú közelítésben a következő Hamilton-operátor ír le:

$$H = \hbar\omega_0 D_3 + \hbar\omega \left[a^\dagger a + \frac{1}{2} \right] - \hbar\Omega(r) [a D_3 + D_3 a^\dagger]$$

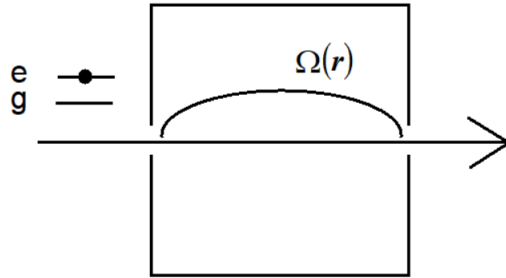
ahol a és a^\dagger a szokásos léptető operátorok, továbbá

$$D_3 = \frac{1}{2} [|e\rangle\langle e| - |g\rangle\langle g|]; \quad D^+ = |e\rangle\langle g|; \quad D^- = (D^\dagger)^\dagger = |g\rangle\langle e|;$$

$\Omega(r)$ pedig a helytől függő csatolási Rabi-frekvencia:

$$\Omega(r) = \frac{|\mathbf{d}_{eg}\mathbf{E}(r)|}{\hbar}$$

ahol $\mathbf{d}_{eg} = e\mathbf{r}_{eg}$ a dipólmátrix-elem, $\mathbf{E}(r)$ pedig az elektromágneses tér.



a/ Vizsgáljuk meg, mi történik a $\delta > 0$, $\delta < 0$ és a $\delta = 0$ esetekben, ha az üregben vákuum van, az atom pedig gerjesztett $|e\rangle$ állapotban lép be az üregbe!

b/ Miért kell mikrohullámú üreg, megfelelne-e pl. egy optikai rezonátor is?

Útmutatás: Alkalmazd az adiabatikus közelítést (Born–Oppenheimer közelítésként is ismerheted) az atom mozgásának leírására!

(Domokos Péter)

32. Vizsgáljuk meg egy üregbeli elektromágneses módus bomlását! Ha az üreg jóságai tényezője nem végtelen, akkor a disszipáció – fluktuáció tétel értelmében "zajt visz be" a rendszerbe. Ezért ha a módus kezdetben tiszta állapotban volt, átmegy kevert állapotba. Mi történik egy koherens állapottal? Ennek definíciója:

$$|\alpha\rangle = e^{-\frac{|\alpha|^2}{2}} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}} |n\rangle$$

Az irreverzibilis folyamatot leíró master-egyenlet:

$$\frac{d\rho}{dt} = -\frac{\kappa}{2}(a^\dagger a \rho + \rho a^\dagger a) + \kappa a \rho a^\dagger$$

ahol ρ az állapot sűrűségmátrixa, a és a^\dagger pedig a szokásos léptető operátorok az elektromágneses módus Hilbert-terén.

(Domokos Péter)

33. Tekintsünk egy "kétfenekű" potenciálgödöröt, amelynek két degenerált minimuma $x = \pm x_0$ -ban van. Ezeken a helyeken legyen a potenciál második deriváltja ω^2 . A közbelső potenciálhegy maximuma legyen V_0 , és e pontbeli második deriváltja $-\omega^2 < 0$.

Adjunk ezen adatok segítségével közelítő kifejezést annak időegységre jutó valószínűségére, hogy T hőmérsékleten az eredetileg a bal oldali gödörben tartózkodó részecske termikus gerjesztéssel – klasszikusan! – átjut a jobboldali gödörbe.

Útmutatás: A tetszőleges impulzusú és helyzetű részecskék halmazából vegyük ki azokat az eseteket, amikor a részecske a vizsgálódás pillanatát követően biztosan átjut az egyik térfélről a másikra. Ezeknek adjuk össze a valószínűségi áramát. A fellépő Boltzmann-tényezőkre vonatkozó integrálokat közelítsük a potenciál parabolikus illesztésével (Gauss-közelítés).

Megjegyzés: A feladat könnyen általánosítható olyan esetre, ahol a rendszer további szabadsági fokaiban az potenciál minimuma az origóban van. Kiegészítve a feladatban vizsgált rendszert végtelen szabadsági fokúvá, a termikus alapállapot-váltás térelméletekben is érvényes képletéhez lehet jutni.

(Patkós András)

34. D dimenziós térben d dimenziós házibuli zajlik. A résztvevők iszogatnak, beszélgetnek. Mindenki csak annyira emeli fel a hangját, hogy a beszélgetőpartnere értse, amit mond, azaz hogy a háttérzajt túlharsogja. Hangos vagy halk lesz a házibuli? Hogyan függ ez a résztvevők sűrűségétől és a dimenzióktól? Vizsgáljuk meg a terem méretének és a falak visszaverő-képességének hatását is!

(Bihary Zsolt)

35. Amikor dr Absolut Zero, Gumipart tudományok iránt igencsak érdeklődő diktátora 1994. november 8-án kedden du. 1/2 4-kor a magyar TV 1. csatornáján a Repeta című műsorban meghallotta, sőt meglátta a Fizikus indulót, úgy érezte, mintha szíven ütötték volna. Hiszen ez pont órá vonatkozik! Mint tudjuk, szuperpozícióban van, magát kiváló, sőt szupravezetőnek tekinti, integrálni ő sem tud, ellenben van ceruzája és világnagy esze is, szereti a joghurtot, lova nincs, az erkölcsről nem is beszélve... Már csak a harmonikus oszcillátor és a hidrogénatom hiányzik ahhoz, hogy Gumipart (és ezzel az egész világ) legnagyobb fizikusának nevezhesse magát.

Dr Ali Tudde Mynek udvari főfizikusnak viszonylag gyorsan sikerült oszcillátort keríteni a diktátor számára egy udvari dáma személyében, aki harmonikus külseje mellett arról is híres, hogy a periodikus mozgások specialistája, és állandóan gerjesztett állapotban van, bár már látszik rajta, hogy előbb-utóbb szétfolyik (ekkor valószínűleg hullámcsomagként végzi). Annál több gondot okozott a hidrogénatom.

Amikor a főfizikus egy hidrogénnel feltöltött lufit hozott, a diktátor nem ismerte fel annak atomos szerkezetét. A lerajzolt atommodell nem találta eléggé dinamikus-

nak. A Planetáriumtól elhozott és kissé átalakított naprendszermodell pedig nem tükrözte a hidrogénatom gömbszimmetrikus felépítését. Végül a főfizikus a gömbfüggvények képletével próbálkozott, de a második Legendre-polinom után felhangzó üvöltés meggyőzte arról, hogy nem ez a helyes út.

Dr Absoluto Zeronak emberi léptékű, működő, a hidrogénatom tulajdonságait jól tükröző modell kell. Dr Ali Tudde Mynek annak idején az egyetemen megtanulta, hogy egyméteres hidrogénatom a kvantummechanika szerint nem létezhet, no de egy diktátor nem ismeri és nem tolerálja a bizonytalansági relációt. (A főfizikus emlékezett arra, milyen sok nehézséget okozott Gumipart népének az a korábbi eset, amikor dr Absoluto Zero a politikai mellett az elektromos és a légellenállást is hatályon kívül helyezte.)

A gumiparti főfizikus ezért ezennel világszerte működő kollégáihoz fordul segítségért: legkésőbb november 14-én délig legalábbis a működő hidrogénatom-modell elvi leírásának birtokába kell jutnia. Szegény, lassan azt sem tudja, részecske-e vagy hullám. Világ fizikusai, segítsetek! Hiszen tudjuk: ti vagytok mindenki közt...

(Dávid Gyula)

TARTALOM

- 1 14 tea hűlése (Manó)
- 2 29 papírlap (Czirók)
- 3 31 szemetes (Veres G)
- 4 21 Kanál a pohárban (Sass Balázs)
- 5 23 hátsókerekes bicikli (Sass Balázs)
- 6 6 zuhanó csörlő (Andrej)
- 7 16 Plussszkupak (Bajnok)
- 8 33 Hullámos csúszda Bihary
- 9 34 négyszögletes kerék (Magyar P)
- 10 7 libráció stabilitása (dgy)
- 11 4 optimális termoszkok (Radnai Gyula)
- 12 30 dörzsölés (Csahók)
- 13 10 nagy mágn tér (Tichy)
- 14 11 szappanbuborék (Tichy)
- 15 1 szögletes Fourier (dgy)
- 16 24 gravitáció (Fülöp Tamás)
- 17 20 Csomó (Etesi)
- 18 relat termo (Gombos Gábor)
- 19 QHall-effektus(Gombos Gábor)
- 20 25 ideális gáz (Fülöp Tamás)
- 21 5 lógó szerkentyűk (Etesi)

- 22 19 Folyadékkristály (Etesi)
- 23 fotonrakéta (dgy)
- 24 időtükrözés (Antal Tamás)
- 25 27 etán molekula (Bihary)
- 26 15 Androméda kommutál (Siklér)
- 27 8 négydim H atom (dgy)
- 28 12 Hubbard modell (Bihary-Jakó)
- 29 35 egydim schr (Magyar P)
- 30 26 pályaintegrál (Fülöp Tamás)
- 31 2 atom az üregben (Domokos)
- 32 3 üregrezonátor (Domokos)
- 33 28 Negyedfokú potenciál klasszikusan (Patkós)
- 34 32 Házibuli D dimenzióban Bihary
- 35 absoluto zero dgy

MÉG HIÁNYZIK

- 41 Bontják a potenciálgátat dgy
- 42 permanens napfogyatkozás dgy

MAJD JÖVÔRE

- 36 tt trafó (Horváth Á)
- 37 nóvakitörés(Gombos Gábor)
- 40. forgó pohár forgó vízzel Bihary
- 44 udvari pék
- 22 bicikli a kanyarban (Sass Balázs)
- 18 Plusztabletta (Norbi)
- 9 gleccser színe (Cyni)
- 17 Locsoló hiszterézise (Bajnok)
- 13 fotongáz (Tichy)



**Az ELTE TTK Fizikus Diákköre,
az Eötvös Loránd Fizikai Társaság és
a Magyar Fizikus Hallgatók Egyesülete**

1995-ben is meghírde a hagyományos,

immár 26.

**ORTVAY RUDOLF
FIZIKAI
FELADATMEGOLDÓ VERSENYT**

A feladatok nov. 10-én, pénteken 12 órától vehetők át a HALI 1-ben.

Beadási határidő: nov. 20. hétfő 12 óra, ugyanott.

(A feladatok megtalálhatóak az ELTE.Fiz Newsgroupban, UUencode-olva)

Vidéki versenyzők, illetve műegyetemisták a szegedi és debreceni egyetemen, illetve a BME-n vehetik fel a kapcsolatot a helyi szervezőkkel, és helyben kaphatják meg a feladatokat, majd adhatják le megoldásaikat. Postai beküldés esetén a postabélyegző dátumát vesszük figyelembe, levélcím: ELTE TTK Fizikus Diákkör, Dávid Gyula, Bp. 1088 Múzeum krt. 6–8. Hallgatói Iroda.

A feladatok megoldása során bármilyen segédeszköz használható, és ezekre hivatkozni is lehet.

Egy versenyző max. 10 feladatot adhat be. Egy feladat max. 100 pontot ér. Minden feladatot külön lapra írjatok, név, egyetem, szak és évfolyam feltüntetésével.

Díjazás: Az öt évfolyamnak megfelelő öt kategóriában külön értékeljük a versenyzőket. Kategóriánkénti első díj 5000 Ft, második díj 3000 Ft, harmadik díj 1000 Ft. Egyes feladatok kiemelkedő megoldásáért 1000 – 1000 Ft-os különdíjak adhatók. Szponzorok: az ELTE TTK Hallgatói Alapítvány, a Művelődési Minisztérium és az Eötvös Loránd Fizikai Társulat.

Az ünnepélyes eredményhirdetésre és a díjak kiosztására előreláthatólag december elején kerül sor. A szervezőbizottság előre felkéri a majdani győzteseket és egyéb résztvevőket, azaz az egyes feladatok legjobb megoldóit, hogy az eredményhirdetéssel egybekötött diákköri ülésen ismertessék a jelenlévőkkel megoldásaikat. (A zsűri az érdekelteket egyénileg is értesíti majd arról, hogy melyik feladat előadására kéri fel őket.)

Egyben arra is felkéri őket, hogy legjobbnak ítélt megoldásaik végsőkéig csiszolt változatát írásban (= Winword-2 file-ban) is készítsék el a verseny feladatait és megoldásaikat tartalmazó, 1996 elején megjelenő kiadvány számára.

Versenyzők és egyéb érdeklődők figyelmébe!

Várhatóan 1996 elején jelenik meg a **MaΦHE** kiadásában a **25+1 év összes Ortvoy-feladatát tartalmazó könyv**. Ezt tanulmányozva összemérhetitek tudásotokat a feladatokon az elmúlt negyedszázadban izzadó elődeitekével. **A könyvet a HALI-ban lehet majd megvásárolni.**

1. Hogyan fagy be egy tó? Tegyük fel, hogy a tó nagy felületű, egyenletes mélységű, és nem hullámzik. A környező levegő hőmérséklete legyen a fagypont alatt, és ne változzon az időben.

Milyen hőmérsékletű a tófenék? Hogyan változik a jégréteg vastagsága az időben? Mi a helyzet, ha a tó fenekét meleg vízzel források melegítik?

Számolásunk során indokoljuk, hogy mely effektusokat tartjuk lényegesnek, és melyeket hanyagoljuk el! Eredményeinket vessük össze a tapasztalattal!

(Bihary Zsolt)

2. Milyen alakú egy vízszintes felületre cseppentett folyadék felszíne? Milyen instabilitások figyelhetők meg? Van-e maximális méretű csepp? Diszkutáljuk a kis és nagy gravitáció esetét!

(Jakovác Antal)

3. Mekkora az elektromágneses sugárzás hőmérséklete a mikrohullámú sütőkben? Lehet-e ennél nagyobb hőmérsékletre melegíteni az ételt?

(Endrédi Gábor)

4. Ha egy bezárt ablakú szoba ajtaját becsapjuk, az utolsó pillanatban valami rugalmas lelassulást, sőt visszapattanás-félét tapasztalunk. Ha az ablak nyitva van, az ajtó minden további nélkül becsapódik. Mi okozza a különbséget? Vizsgáljuk meg a jelenséget részletesen, és adjunk becslést a fellépő erők és lassulások nagyságára!

(Oravec Ferenc)

5. Golyó csapódik egy üvegtáblába. Ha sebessége meghalad egy kritikus értéket, akkor az üveg nem törik össze, hanem lyuk keletkezik rajta. Mi a jelenség oka? Adjunk becslést a kritikus sebességre! Milyen tényezők befolyásolják a kritikus értéket?

(Hantz Péter)

6. Vízszintes asztallapnak egy R sugarú körlemez alakú része a középpontja körül állandó ω szögsebességgel forog. A forgó lemezre v sebességgel egy trükklabda (tömör gumigolyó) gurul. A golyó kezdeti egyenes pályája a korong középpontjától b távolságban haladna el. A tapadási és csúszási súrlódás az asztal és a golyó, illetve a lemez és a golyó között igen nagy, a gördülési súrlódástól és a légellenállástól viszont eltekinthetünk. Hogyan mozog a golyó a lemezen? Hol hagyja el a lemezt? Hogyan mozog tovább az asztalon?

Enyhítsük a feladat feltételeit (pl.: a korong véges tömegű, nem állandó szögsebességgel forog, van gördülési súrlódás is...). Mennyiben változnak a feltett kérdésekre adott válaszok?

(A feladatban vázolt kísérlet megtekinthető Sidney-ben, a Csodák Palotájában. Hamarosan közelebb is elérhető lesz: bemutatjuk az 1995. évi Eötvös verseny eredményhirdetésén, 1995. november 24-én 15 órakor az ELTE TTK Főépület II. em. XI. teremben, Bp. Múzeum krt. 6.-8.)

(Gnädig Péter)

7. A rakétahajtóműveknél az időegység alatt kibocsátott gázok által átadott impulzus $P = mV$, ahol m az időegység alatt kibocsátott gáz tömege, V pedig a kibocsátási sebesség.

A sebességnyereség egy M tömegű ($M \gg m$) űrhajó esetén: $dv = Vm/M$. A hajtógáz által elvitt energia pedig $mV^2/2$.

A sebességnyereség (haszon) és az elvitt energia (kár) hányadosa: $2/MV$. Ebből már látható, hogy minél kisebb a V gázsebesség, annál jobb a hajtómű hatásfoka.

Kérdés: A megvalósított hajtóműveknél miért nem a kis V , nagy m elérésére törekednek? Gázsugarat használnak, ahelyett, hogy téglákat dobálnának hátrafelé az űrhajóból!

(Endrédi Gábor)

8. Egy súlytalan, l hosszúságú rúd egyik végét r sugarú, ω szögsebességű körpályán mozgatjuk. A rúd másik végén egy m tömegű tömegpont van rögzítve. A rúd a körpálya síkjában mozoghat. A tömegpontra sebességével arányos súrlódási erő hat.

Mozoghat-e a tömegpont körpályán? Mekkora a körpálya sugara? Stabil-e a körpálya?

(Bihary Zsolt)

9. Tekintsük a Földdel együttmozgó \mathbf{K} koordinátarendszert inerciarendszernek, a Hold pályáját pedig körnek! (A Nap és a további égitestek létezését és hatásait elhanyagoljuk.)

A Hold pályájának síkjában egy adott pillanatban elindítunk egy, a \mathbf{K} koordinátarendszerhez képest nyugvó műholdat. Legyen \mathbf{A} azon pontok halmaza, ahonnan a

műholdat elindítva, az a későbbiek során a Földre zuhan; **B** azon pontok halmaza, ahonnan a műhold ugyanígy indítva Föld körüli mozgást végez, **C** azon pontok halmaza, ahonnan a műhold ugyanígy indítva a Holdra esik, végül **D** azon pontok halmaza, ahonnan a műhold ugyanígy indítva Hold körüli mozgást végez.

Mi az egyes halmazok határa? (Rajzot is kérünk!) A halmazok uniója lefedi-e a teljes síkot?

(Horváth Ákos)

10. Egy motorcsónak v sebességgel vontat egy vízisízőt. Mekkora lehet a vízisíző legnagyobb sebessége?

(Cynolter Gábor)

11. R sugarú félgömb tetejéről m tömegű tömegpont csúszik le kis kezdősebességgel (a tapadási súrlódás is kicsi, a tömegpont elindul). A csúzási súrlódási együttható μ . Hol hagyja el a gömböt a tömegpont? No és ha a félgömb ω szögsebességgel forog a függőleges tengely körül?

(Gálfi László)

12. Adott egy két dimenziós méhsejtrács, melynek csomópontjaiban m tömegek vannak. Az éleket a hosszúságú, az m tömeghez képest elhanyagolható tömegű merev rudak reprezentálják. Legyen két tetszőleges, egy pontban csatlakozó rúd között a kölcsönhatás potenciális energiája:

$$V(\phi) = \frac{D}{2}(\Delta\phi)^2$$

ahol $\Delta\phi$ a két rúd által bezárt szög eltérése az egyensúlytól, azaz a $2\pi/3$ -tól.

Keressük meg a rendszer sajátrezgési módusait!

(Tichy Géza, Cserti József)

13. Mennyire fékezi a Naprendszer galaktikus mozgását a csillagközi plazmával történő kölcsönhatás, súrlódás?

(Mészáros András)

14. Egy nemrég publikált űrkutatási terv szerint automata szondát indítanak messze ki a Naprendszerből. Elegendő távolságra érve a szonda visszanez, és a Nap gravitációs terének lencsehatása által eltérített fénysugarakat összegyűjtve igen távoli (a Nap túloldalán levő) csillagok környezetét fényképezi. Vizsgáljuk meg a terv realizálását, a Nap mint távcső leképezésének tulajdonságait, a várható felbontóképességet! Mekkora távolságban kezd működni a Naptávcső? Mekkora tartományt lát a távcső

(széltében és mélységében)? Mi történik, ha a szonda tovább távolodik a Naptól? Mekkora a maximális távolság, ahol a rendszer még használható? Miért nem használjuk fel egyszerűen a távoli csillagok gravitációs lencsehatását?

(Dávid Gyula)

15. Egy hosszú, R belső sugarú, d vastagságú, függőleges rézcsőbe egy kis mágnesrudat ejtünk. Tegyük fel, hogy a mágnesrúd mindvégig a cső tengelye mentén, függőleges helyzetben mozog! Mágneses terét közelítsük egy függőleges irányú \mathbf{m} mágneses dipólmomentum terével. Írjuk le a mágnesrúd mozgásrúd mozgását! Vázzunk ennek alapján egy kísérleti módszert az \mathbf{m} mágneses momentum mérésére!

(Cserti József)

16. Egymásra merőlegesen helyezünk el egy diffrakciós rácsot és egy ernyőt. A rácsot alkotó rések merőlegesek az ernyő síkjára. A rácsot a rácsra és az ernyőre merőleges síkban haladó lézersugárral világítjuk meg. Mit látunk az ernyőn?

(A feladatban vázolt kísérlet megtekinthető az 1995. évi Eötvös verseny eredményhirdetésén, 1995. november 24-én 15 órakor az ELTE TTK Főépület II. em. XI. teremben, Bp. Múzeum krt. 6.-8.)

(Radnai Gyula)

17. Az $y > 0$ féltérben homogén, x irányú mágneses tér van. A féltérbe y irányban belökünk egy vékony, y és z irányban kiterjedt szupravezető lemezt. A lemez széle z irányú. Hogyan mozog a lemez?

(Bihary Zsolt)

18. Termonukleáris reaktorban a forró plazmát mágneses térrel akarjuk összetartani. Milyen alakú plazmát kell választani, ha azt szeretnénk, hogy a plazma sehol se szökjön el?

Mi lenne a válasz, ha a tér négydimenziós lenne?

(Etesi Gábor)

19. Az elméleti fizika szerint a gravitációs hatás terjedési sebessége megegyezik a fény sebességével. Azonban eddig senkinek sem sikerült olyan mérési elrendezést, illetve berendezést építeni, amivel ezt az állítást a gyakorlatban is bizonyítottnak tekinthetnénk.

Szerencsére rendelkezünk egy nagyszerű kísérleti eszközzel, a Föld–Hold együttesel. Mivel a Hold kering a Föld körül, ezért a gravitációs mező nagysága egy adott ponton mérve változik, és így – ha tudjuk a Hold pontos helyét, és tudunk elég pontosan időt mérni – esetleg következtethetünk a gravitációs hatás terjedési sebességére. Hanyagoljuk el az egyéb hatásokat, azaz tekintsük a Földet pusztán csak a tengelye körül forgó tömegnek, és adjunk becsléseket a következő kérdésekkel kapcsolatban:

a/ Milyen pontossággal kell ismernünk a Hold adott pillanatbeli helyzetét, hogy a mérést végrehajthassuk? (Kell e relativisztikus effektusokkal számolnunk?)

b/ Milyen pontosságú mérőműszerre van szükségünk, hogy ezt a hatást kimérhessük? Milyen elven működő műszert használjunk?

c/ Mekkora zavart (háttérzajt) kelt berendezésünkben, ha figyelembe vesszük a Föld egyéb mozgásait is?

(Faragó Zsolt)

20. Egy síkrotátor hullámfüggvénye $A_n \cos^n(\varphi/2) \exp(ik\varphi)$, ahol n és k egész számok, n páros. Mutassuk meg, hogy a $\Delta\varphi\Delta L$ szorzat elegendően nagy n esetén tetszőlegesen megközelíti az elméleti határt, $\hbar/2$ -t (minimálcso mag)!

(Gálf László)

21. A kvantummechanikai többtestprobléma megoldásában gyakran felbukkanó Hartree-Fock közelítésről gyakran csak annyit tudunk meg egy adott probléma tanulmányozásakor, hogy "jó", vagy "nem elég jó". Próbáljuk meg ezeket a kifejezéseket számszerűsíteni a következő gyalogos példán:

Mozogjon két – egymással is harmonikus erőközön keresztül kölcsönható – részecske egy közös harmonikus oszcillátor potenciálban! Ekkor a Hamilton-operátor ($\hbar = m = \omega = 1$ egységekben felírva) a

$$\hat{H} = \frac{1}{2}[\mathbf{p}_1^2 + \mathbf{r}_1^2] + \frac{1}{2}[\mathbf{p}_2^2 + \mathbf{r}_2^2] + K \frac{1}{\sqrt{2}}(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2)^2$$

alakot ölti, ahol K a részecskék kölcsönhatásának erősségére jellemző paraméter. Írjuk fel az alapállapot egzakt Ψ_E hullámfüggvényét, valamint a szinglett állapot Ψ_{HF} Hartree(-Fock) hullámfüggvényét! Ezek után vizsgáljuk meg, hogy K függvényében (pl. a $K = 1$ értéknél) mennyire közelíti meg a Hartree-Fock közelítésből számolható E_{HF} alapállapot energiája az egzakt E_0 értéket, és mekkora a hullámfüggvények $|\langle \Psi_E | \Psi_{HF} \rangle|^2$ átfedésének hibája: 1 % körüli, 4-5%, vagy esetleg a 10%-ot is meghaladja?

(Magyar Péter)

22. Modellezzük az elektron kvantummechanikai mozgását görbült felületen a következő módon:

Tekintsünk egy kétdimenziós (azaz síkban fekvő) görbült "csövet", amelynek R görbületi sugara az s ívhossz függvényében egy adott $R(s)$ függvény. A görbült vonalra merőleges irányú "csővastagság" legyen d , és $d \ll R$. Az így kapott csőben, mint kvázidimenziós tartományban mozog az elektron. A cső falát merev falnak tekintjük, és így itt az elektron hullámfüggvénye zérus. Lássuk be, hogy az elektron Hamilton-operátora

$$\hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial s^2} + V_{eff}(s)$$

alakban írható, azaz az eredetileg szabad elektron mozgását a görbült csőben egy effektív potenciállal vehetjük figyelembe. Határozzuk meg az effektív potenciált! Létrejöhettek-e kötött állapotok? Hogyan általánosíthatjuk a feladatot?

(Cserti József)

23. Tekintsünk egy elektront egy egydimenziós periodikus Dirac-delta potenciál-terében! A rendszer Hamilton-operátora:

$$\hat{H} = \hat{K} + \sum_n \hat{V}_n$$

ahol \hat{K} a kinetikus energia operátora, $\hat{V}_n = -\gamma(x - na)$ pedig az n -ik Dirac-delta potenciálja, $\gamma > 0$ a potenciál erőssége, a a rácsállandó. Használjuk a $\hbar^2/2m = 1$ egységrendszer!

Határozzuk meg a rendszer kötött állapotainak energiáját szorosan kötött elektron közelítésben! Válasszuk bázisnak az egyes, magányosnak tekintett Dirac-delták terében kialakuló kötött állapotokat, azaz a $\hat{K} + \hat{V}_n$ operátorok alapállapotait (pótkérdés: miért szokatlan ez a bázis?):

$$(\hat{K} + \hat{V}_n)|n\rangle = \epsilon_0|n\rangle$$

Közelítsük a \hat{H} operátor hatását az $|n\rangle$ bázisvektorokra a következő képlettel:

$$\hat{H}|n\rangle = \epsilon|n\rangle + t(|n+1\rangle + |n-1\rangle)$$

(Milyen fizikai feltevést takar ez a közelítés?)

Határozzuk meg a Hamilton-operátor sajátértékeit és sajátvektorait, és hasonlítsuk össze az eredményt az ismert egzakt megoldással!

(Bihary Zsolt)

24. Tekintsünk egy töltött részecskét, amely a kétdimenziós euklideszi síkon a síkra merőleges homogén mágneses térben mozog.

A) A konfigurációs tér mely diffeomorfizmusai szimmetriái a rendszernek? Határozzuk meg a fenti transzformációk által alkotott G csoportot, valamint a csoport \mathbb{G} Lie-algebráját!

B_{kl}) Határozzuk meg a klasszikus rendszer Hamilton-függvényét!

C_{kl}) Határozzuk meg a Lie-algebra tetszőleges $X \in \mathbb{G}$ eleme által meghatározott egyparaméteres transzformációcsoport (folyam) Z_X sebességmezőjét (infinitézimális generátorát), valamint az X által meghatározott folytonos szimmetriához tartozó f_X fizikai mennyiséget (Z_X generátor- vagy Hamilton-függvényét)!

D_{kl}) Ellenőrizzük, hogy a megmaradó mennyiségek és a \mathbb{G} Lie-algebra között létesíthető-e Lie-algebra homomorfizmus, azaz teljesül-e tetszőleges $X, Y \in \mathbb{G}$ elem-párra, hogy

$$f_{[X,Y]} = \{f_X, f_Y\}$$

ahol $[,]$ a Lie-kommutátort, $\{ , \}$ a Poisson-zárójelet jelöli!

B_{qm}) Határozzuk meg a kvantummechanikai rendszer Hamilton-operátorát!

C_{kl}) Határozzuk meg a Lie-algebra tetszőleges $X \in \mathbb{G}$ eleme által meghatározott folytonos szimmetriához tartozó megmaradó fizikai mennyiség \hat{L}_X (önadjungált) operátorát (infinitézimális generátorát)!

D_{qm}) Ellenőrizzük, hogy az infinitézimális generátorok és a \mathbb{G} Lie-algebra között létesíthető-e Lie-algebra homomorfizmus, azaz teljesül-e tetszőleges $X, Y \in \mathbb{G}$ elem-párra, hogy

$$i[\hat{L}_X, \hat{L}_Y] = \hat{L}_{[X,Y]}$$

ahol $[,]$ (értelemszerűen) a Lie-algebra kommutátort, illetve az önadjungált operátorok kommutátorát jelöli!

E) Ha a D pontokban felírt összefüggések esetleg nem teljesülnek, magyarázzuk meg ennek az okát! A G csoport milyen algebrai tulajdonságával függhet össze ez a jelenség?

Ajánlott irodalom V. I. Arnold: A mechanika geometriai módszerei

Matolcsi Tamás: Models in Mechanics (Part Two)

(Tasnádi Tamás)

25. Folyadék áramlik át egy szűkületen. A Bernoulli-törvény szerint a szűkületbe érve a hidrosztatikai nyomás lecsökken, a szűkületet elhagyva pedig visszaáll az eredeti értékre. Vizsgáljuk meg a jelenséget a molekuláris mozgások szemszögéből! Hogyan változik a részecskék mozgása, milyen mikroszkopikus jelenség felel meg a nyomás csökkenésének, illetve növekedésének?

(Hantz Péter)

26. Mekkora annak a 9 elektronból álló elektrongáznak a hőmérséklete és kémiai potenciálja, amelynek összenergiája $E_{ssz} = 0,17\text{eV}$, és a lehetséges energiaszintek a következők: $E_n = n \cdot 0,01\text{eV}$ ($n \in \mathbb{N}$)?

(közli: Végső András)

27. Álmatlan éjszakáinkon az a furcsa gondolatunk támadhat, hogy valahol egy μ tömegű részecske olyan gyorsan mozog egy oszcillátor $V(r) = kr^2/2$ harmonikus potenciáljában, hogy megzabolázására a Klein-Gordon egyenlet szükséges.

Az oszcillátor spektrumában két alapvető változást várunk. Melyek ezek? Igazoljuk várakozásunkat az egyenlet közelítő megoldásával!

(Magyar Péter)

28. Definiáljuk az $SU(2)$ csoporton (azaz a 2×2 -es, komplex, unitér, egységnyi determinánsú mátrixok halmazán) mozgó szabad tömegpont klasszikus mechanikáját a következő módon: a mozgást egy kellőképpen sima $g : \mathbb{R} \rightarrow SU(2)$ függvény írja le, az \mathbb{R} játssza az idő, $SU(2)$ pedig a konfigurációs tér szerepét. A rendszer Lagrange-függvénye legyen:

$$L = \frac{m}{2} \text{Tr} \left(g^{-1} \frac{d}{dt} g g^{-1} \frac{d}{dt} g \right)$$

ahol m a részecske tömege.

A legkisebb hatás elve alapján írjuk fel, majd oldjuk meg a rendszer mozgásegyenletét! Bizonyítsuk be, hogy a $g \rightarrow hg$ és a $g \rightarrow gh^{-1}$ bal- és jobbeltolások (ahol h egy tetszőleges rögzített eleme $SU(2)$ -nek) a rendszer szimmetriatranszformációi! Mik a megfelelő megmaradó mennyiségek?

A rendszer nem invariáns az idő átparaméterezésével szemben (amelyeket $t' = f(t)$ módon definiálunk, ahol f szigorúan monoton növekvő és kellően sima, egyébként tetszőleges függvény). Javasoljunk olyan L' Lagrange-függvényt, amely időátparaméterezés-invariáns. Az előzővel analóg vizsgálatok alapján állapítsuk meg, hogy az így definiált új mechanika mennyiben bizonyul azonosnak, és mennyiben eltérőnek az előzőtől!

Szorgalmi feladat: dolgozzuk ki az L Lagrange-függvényű rendszer kanonikus formalizmusát!

Megjegyzés: az $SU(2)$ Lie-csoport egy állandó (pozitív) görbületű három dimenziós tér (Riemann-sokaság), ekvivalens a négydimenziós egységgömb felületével. A rendszer többek között azért érdekes, mert bizonyos egzaktul megoldható kvantumtérelméletek (pl. húrelmélet) kapcsán merül fel.

(Bajnok Zoltán, Fülöp Tamás)

29. Egyes okos emberek a következő felvetéssel éltek: Tekintsünk egy kétszintű rendszernek tekinthető atomokból álló gázt. Ha most ezt a gázt két ellentétes irányból olyan monokromatikus fénnel (lézerrel) világítjuk meg, amit valamivel a rendszer rezonancia-frekvenciája alá hangolunk, akkor egy adott atom (a Doppler eltolódás miatt) valószínűleg inkább abból a nyalábból nyel el fotonokat, amelyekkel szembehalad. Ha ezután ezeket a fotonokat véletlenszerű irányba sugározza ki, akkor átlagosan lassulnia kell ebben az irányban, hiszen gerjesztéskor mindig egy adott irányban lökődik, míg a kibocsátáskor történő visszalökődések hosszú távon kiátlagolódnak. Ha ez így van, akkor a gázt hűteni tudjuk ebben az irányban, pusztán a fény segítségével. Mi a véleményed erről az ötletéről? Valóban lehetségesnek tartod? Vagy mégsem? Mik az elvi/gyakorlati korlátok/akadályok?

(Demeter Gábor)

31. Egy országban négyévente parlamenti választásokat tartanak. Az országban két párt működik, egy baloldali és egy jobboldali. Az a párt alakít kormányt, amelynek több képviselője kerül be a parlamentbe. A választók M hányadát (ahol $M \in [0; 1]$) a kormány által ellenőrzött média befolyásolja, ezek ezért mindig arra a pártra szavaznak, amelyik éppen kormányon van. A többi választó politikai elhelyezkedését egy, a $[-1; 1]$ intervallumon értelmezett eloszlással írhatjuk le, ahol a -1 a szélsőbaloldali, a $+1$ a szélsőjobboldali választókat jelenti. Ezek a pragmatikus választók a következő stratégiát követik: ha az aktuális parlamenti összetételtől balra esnek a politikai palettán, akkor a baloldali pártra szavaznak, ha jobbra, akkor a jobboldalira. (A parlament pillanatnyi összetételét is egy -1 és $+1$ közti szám jellemzi a két párthoz tartozó képviselők arányának megfelelően: -1 tiszta baloldali, $+1$ tiszta jobboldali parlamentet jelent.)

Hogyan változik ciklusról ciklusra a parlament összetétele? Adjunk meg olyan eseteket, amikor parlamenti váltógazdaság alakul ki, illetve olyanokat, amikor egy párt tartósan hatalmon marad! Hogyan függ ez a média-befolyás mértékétől, illetve a választók politikai spektrumától?

(Kondor Imre ötlete alapján közli Bihary Zsolt)

Megj: A 31. feladat számozása feltehetően hibás, ezt nem javítottuk.

Digitalizálta Gombkötő Ákos