Matematik B niveau

Matematik Universet
Skriftlig eksamen i matematik B stx

21. maj 2019

NB: Løsningerne er **ikke** garanteret fejlfrie. Løsningerne skal bruges til indlæring, så det handler om **ikke** at skrive af. CAS: Maple 2017

Delprøve 1

Opgave 1.

a) $9(a+1)-4(2+3a)=9a+9-8-12a=1-3a$

Opgave 2.

a) Forholdet er $k=\frac{5}{2}=2.5$. Længden $|BC|$ er $|BC|=\frac{10}{5/2}=\frac{20}{5}=4$

Opgave 3.

a) Den korrekte rækkefølge er: f_1, f_3 og f_2. Hvorfor? Hint: Hvis aftagende, gælder $0<a<1$ og voksende gælder $a>1$.

Opgave 4.

a) $\int_0^3(x^2-2x+5)dx=\frac{1}{3}x^3-x^2+5x\Big|_0^3=\frac{1}{3}\cdot 3^3-3^2+5\cdot 3-\left(\frac{1}{3}\cdot 0^3-0^2+5\cdot 0\right)=15-0=15$

Opgave 5.

a) Ligningen $f(x)=g(x)$ løses.

$$1500+500x=2000+450x \iff 50x=500 \iff x=10$$

$f(10)=1500+500\cdot 10=6500$ Dvs. 10 arbejdstimer munder ud i en pris på 6500kr. Det forklarer også, at det er underordnet om hvilket firma man vælger, eftersom $g(10)=6500$, så man kan vælge mellem Tusindfryd og Havemanden.

Opgave 6.

a) $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x + 5$. Afledede funktion giver $f'(x) = x^2 - 4x + 3$. Rødderne til $f'(x) = 0$ bestemmes.

$$x^2 - 4x + 3 = 0 \iff (x-3)(x-1) = 0 \iff x = 1 \vee x = 3$$

Anden afledede giver $f''(x) = 2x - 4$. Testes rødderne fås:

$$f''(1) = 2 \cdot 1 - 4 = -2 \qquad f''(3) = 2 \cdot 3 - 4 = 2$$

Da $f''(1) = -2 < 0$, så er der maksimum i $x = 1$ og $f''(3) = 2 > 0$ så er der minimum i $x = 3$. $\implies$ funktionen er:

- Voksende i intervallet $]-\infty; 1] \cup [3; \infty[$
- Aftagende i intervallet $[1; 3]$.

Delprøve 2

Opgave 7.

a) I Maple indlæses gym pakken.
`with(Gym):`
Tabellens data indlæses.
`X:=[46,87,160,280,298]:;Y:=[628,1123,2237,4500,4700]:`
Der laves lineær regression over tabellens data.
`f(x):=LinReg(X,Y,x):`
Skriver man $f(x)$ fås

$$f(x) = 16.7010646010307x - 271.725453499550$$

Dvs. tallene er hhv. $a = 16.7$ og $b = -271.73$

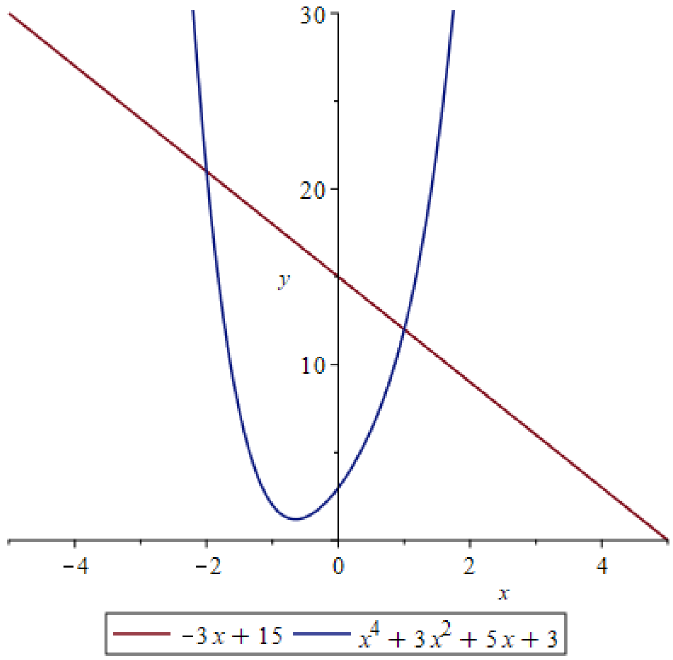
b) Man bestemmer $f(200)$, så

$$f(200) = 16.7010646010307 \cdot 200 - 271.725453499550 = 3068.48746670659$$

Dvs. når arbejdsintensiteten er 200W, er iltoptagelsen 3068.49mL/min.

Opgave 8.

a) I Maple defineres funktionerne.
`f(x):=-3x+15:;g(x):=x^ 4+3x^ 2+5x+3:`
Plot kommandoen anvendes.
`plot([f(x),g(x)],x=-5..5,y=0..30,legend = [f(x), g(x)])`



Ligningen $f(x) = g(x)$ løses vha. Maple.
`fsolve(f(x)=g(x))`
Resultatet er $x = -2 \vee x = 1$, som følger af grafen også.

b) Arealet M bestemmes vha. Maple.

$$A_M = \int_{-2}^{1} (f(x) - g(x))dx = \frac{162}{5} \approx 32.4$$

Kommando i Maple: `A[M]=int((f(x)-g(x)),x=-2..1)`

Opgave 9.

a) Man kan opfatte opgaven som en differentialligning og dermed anvende dsolve. Kommandoen er
`dsolve(F(9)=20,diff(F(x),x)=6*sqrt(x)-2*x,F(x))`
Output bliver

$$F(x) = 4x^{3/2} - x^2 - 7, \quad x \geqslant 0$$

Det er muligt at regne i hånden.

$$\int f(x)dx = \int (6\sqrt{x} - 2x)dx = -x^2 + 4x^{3/2} + k$$

Så bestemmes k.

$$20 = -9^2 + 4 \cdot 9^{3/2} + k \iff k = -7$$

Opgave 10.

a) Anvend formlen

$$r = (a^{\Delta x} - 1) \cdot 100\%$$

Resultatet bliver i procent.

$$r = (0.9385^{2016-1989} - 1) \cdot 100\% = -81.98\%$$

Dvs. et fald på 81.98% i den angivende periode.

b) $f'(x) = f(x) \cdot \ln(0.9385) = -0.5077793837 \cdot 0.9385^x$. Deraf er

$$f'(11) = -0.5077793837 \cdot 0.9385^{11} = -0.2526109143$$

Dvs. i år 2000 faldt den indfangede insektbiomasse hvert år med 0.2526g/døgn ifølge modellen.

Opgave 11.

a) Nulhypotesen er: Der er ikke sket en ændring af stemmefordelingerne for Rød Blok og Blå Blok siden sidste folketingsvalg. De forventede værdier bestemmes til:

Blå Blok: $1537 \cdot 0.523 = 803.851$ Rød Blok: $1537 \cdot 0.477 = 733.149$

b) Man indlæser gym pakken.

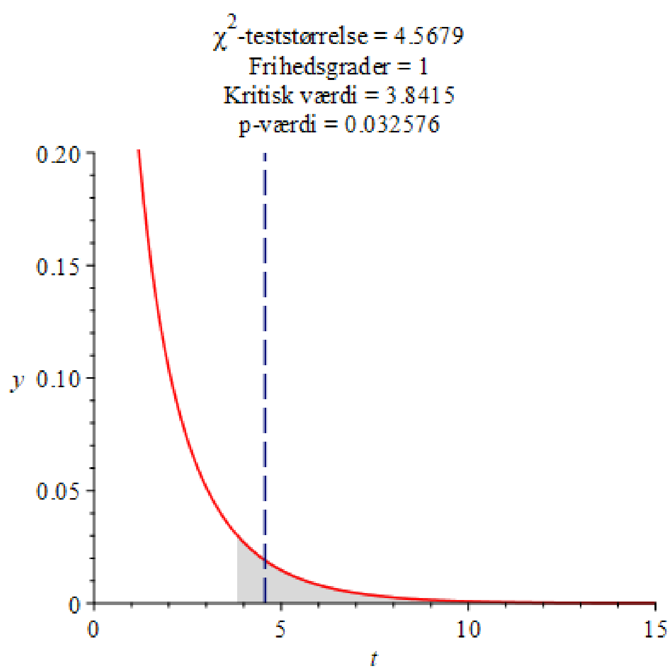
```
with(Gym):
```

I Maple defineres de observerede værdier og de forventede værdier.

```
OBS := [762, 775]; FORV := [803.851, 733.149]
```

Der anvendes en GOF-test.

```
ChiKvadratGOFtest(OBS, FORV)
```



Det ses, at da den kritiske værdi er mindre end teststørrelsen, så må hypotesen forkastes. Så der må være sket en ændring i stemmefordelingen af Rød Blok og Blå Blok.

Opgave 12.

a) Længden $|AB|$ bestemmes.

$$|AB| = \frac{77}{\cos(32.2)} = 90.99577156$$

Dvs. staget $|AB|$ må være ca. 91 meter.

b) Først bestemmes $|BD|$. Der er to veje, cosinusrelationerne anvendes.

$$\begin{aligned}|BD| &= \sqrt{90.99577156^2 + (77-4.7)^2 - 2\cdot 90.99577156\cdot(77-4.7)\cdot\cos(32.2)}\\ &= 48.71673665\end{aligned}$$

Dernæst kan cosinusrelationerne igen anvendes til bestemmelse af v.

$$v = \arccos\left(\frac{90.99577156^2 + 48.71673665^2 - (77-4.7)^2}{2\cdot 90.99577156\cdot 48.71673665}\right) = 52.26371647$$

Dvs. vinkel $v = 52.264^o$

Opgave 13.

a) Ud fra standard rumfangsformlen er $V = l\cdot b\cdot h$. Her er $b = b$, $h = x$ og $l = 0.25x$, deraf er volumen

$$V = b\cdot x\cdot 0.25x = 0.25\cdot b\cdot x^2$$

b) b isoleres fra ovenstående formel, når $V = 3$.

$$3 = 0.25\cdot b\cdot x^2 \iff b = \frac{3}{0.25x^2} = \frac{12}{x^2}$$

c) Man bruger resultatet fra opgave b, så

$$M(x) = 0.5\cdot x^2 + 3.5\cdot\frac{12}{x^2}\cdot x = 0.5x^2 + \frac{42}{x}$$

Dernæst løses ligningen $M'(x) = 0 \iff x - \frac{42}{x^2} = 0 \iff x = 42^{1/3} \approx 3.476$. Dernæst kan man lave fortegnsvariation, men den anden afledede kan også bruges.

$$M''(x) = 1 + \frac{84}{x^3}$$

Indsættes $x = 3.476$ fås

$$M''(x = 3.476) = 1 + \frac{84}{3.476^3} = 3 > 0$$

Så $x = 3.476$ giver et minimalt materiale forbug, så længden skal være $3.476dm$.