

Opgave 1



En bank tilbyder 2,25 % i årlig rente på en højrentekonto.
En onkel indsætter 10 000 kr. på en sådan højrentekonto som konfirmationsgave til sin nevø.

- Bestem beløbet på højrentekontoen efter 4 år.
- Hvor mange år går der i alt, før beløbet overstiger 13 000 kr.?

- a) Vi vil beregne på højrentekontoen efter 4 år, og her skal vi bruge renteformlen

$$K_n = K_0 \cdot (1 + r)^n$$

Vi får oplyst procenten 2.25% samt starttidspunktet, så vi skal finde ud af, hvad der står efter 4 år.

$$K_4 = 10000 \cdot \left(1 + \left(\frac{2.25}{100}\right)\right)^4 = 10930.83319$$

Dvs. efter 4 år står der cirka. 10930.83kr på kontoen.

- b) Vi kender startbeløbet, vi kender renten og så får vi oplyst slutbeløbet. Vi skal finde ud af hvor mange år der går. Dvs. vi anvender renteformlen.

$$13000 = 10000 \cdot \left(1 + \left(\frac{2.25}{100}\right)\right)^n \Leftrightarrow$$

$$\frac{13000}{10000} = 1.0225^n \Leftrightarrow$$

$$\log(1.3) = n \cdot \log(1.0225) \Leftrightarrow$$

$$n = \frac{\log(1.3)}{\log(1.0225)} = 11.791$$

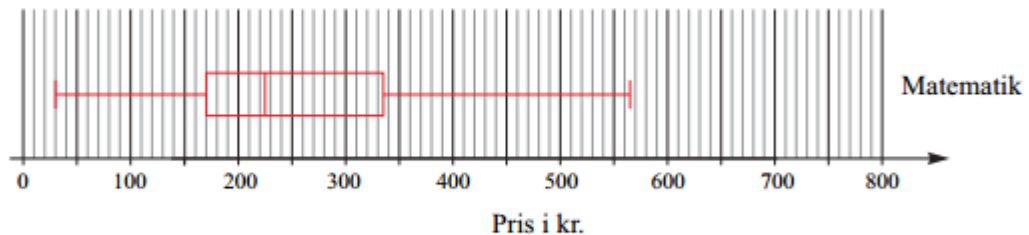
Dvs. at hvis beløbet skal overstige 13000kr, så skal der gå cirka. lidt over 11 år.

Opgave 2 Nedenstående tabel viser priserne på de 13 mest anvendte skolebøger i faget dansk.

Pris i kr.	16	69	75	81	112	163	169	195	269	269	288	297	725
------------	----	----	----	----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

Bilag vedlagt a) Bestem middeltallet og kvartilsættet for priserne på disse 13 skolebøger i faget dansk.

Nedenstående figur viser et boksplot over priserne på de 13 mest anvendte skolebøger i faget matematik.



b) Tegn et boksplot over priserne på de 13 skolebøger i faget dansk. Brug gerne bilaget. Sammenlign de to boksplot, og inddrag særligt betydningen af nedre kvartil og median.

a) Vi bestemmer middeltallet ud fra den angivende liste. Vi anvender følgende metode:

$$\text{middeltal} = \frac{a_1 + a_2 + \dots + a_n}{n}$$

Dvs.

$$\begin{aligned} \text{middeltal} &= \frac{16 + 69 + 75 + 81 + 112 + 163 + 169 + 195 + 269 + 269 + 288 + 297 + 725}{13} \\ &= 209.846 \end{aligned}$$

Dvs. middeltallet er bestemt til 209.846. Vi finder ud af hvad kvartilsættene er. Vi aflæser medianen til at være 169, vi finder nedre kvartil:

$$\frac{75 + 81}{2} = 78$$

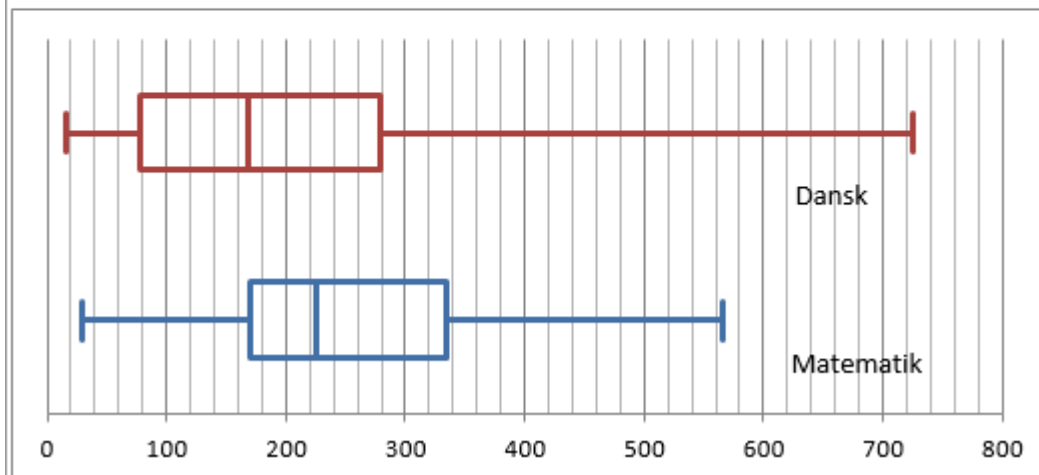
Vi finder øvre kvartil:

$$\frac{269 + 288}{2} = 278.5$$

Hvilket var det, opgaven bad om.

- b) Vi skal nu lave et boksplot over vores observation. I Excel kan det nemt gøres ved at gå i menulinjen "WordMat" -> "Statistik" -> "Boksplot" og derfra indskrive data, vi får:

Boksplot										
	Matematik	Dansk	Plot 3	Plot 4	Plot 5	Plot 6	Plot 7	Plot 8	Plot 9	Plot 10
Mindste	30	16								
Nedre	170	78								
Median	225	169								
Øvre	335	279								
Største	565	725								



Det ses, at danskbøgerne generelt er mere billige ift. matematikbøgerne. Det ses endvidere, at 50% eller mindre af bøgerne i dansk har den samme pris som 25% eller mindre af matematikbøgerne, men det ses også, at danskbøgerne kan ligge i den høje ende og slår matematikbøgerne ift. prisen.

Opgave 3

År	2005	2009
Årsløn (yuan)	14 033	24 192

Tabellen viser årslønnen (målt i yuan) for kinesiske fabriksarbejdere i 2005 og 2009. Udviklingen kan med god tilnærmelse beskrives ved modellen

$$y = b \cdot a^x,$$

hvor x er antal år efter 2005, og y er årslønnen (målt i yuan).

- Bestem tallene a og b .
 - Hvad fortæller tallet a om udviklingen i årslønnen?
 - Kommentér modellen, når det oplyses, at årslønnen i 2013 var 41 650 yuan.
- a) Vi kan se, at vi har med en eksponentiel funktion at gøre. Vi skal bestemme tallene a og b . Vi anvender formlerne

$$a = \sqrt[x_2 - x_1]{\frac{y_2}{y_1}}, \quad b = \frac{y_1}{a^{x_1}}$$

Og med oplysningerne fra skemaet fås (OBS!: Årstallene omregnes. $x_1 = 0$ og $x_2 = 4$):

$$a = \sqrt[4-0]{\frac{24192}{14033}} = 1.1458, \quad b = \frac{14033}{1.1458^0} = 14033$$

Derved er tallene $a = 1.1458$ og $b = 14033$ det ønskede.

- b) Her er a fremskrivningsfaktoren.

$$a = 1 + r$$

Dvs.

$$1.1458 = 1 + r \Leftrightarrow r = 0.1458 \cdot 100\% = 14.58\%$$

Dvs. for hvert år der går, stiger årslønnen (yuan) med 14.58%

- c) Heri indsætter man $x = 7$ idet 2005 = 0 så er 2013 = 7, dvs.

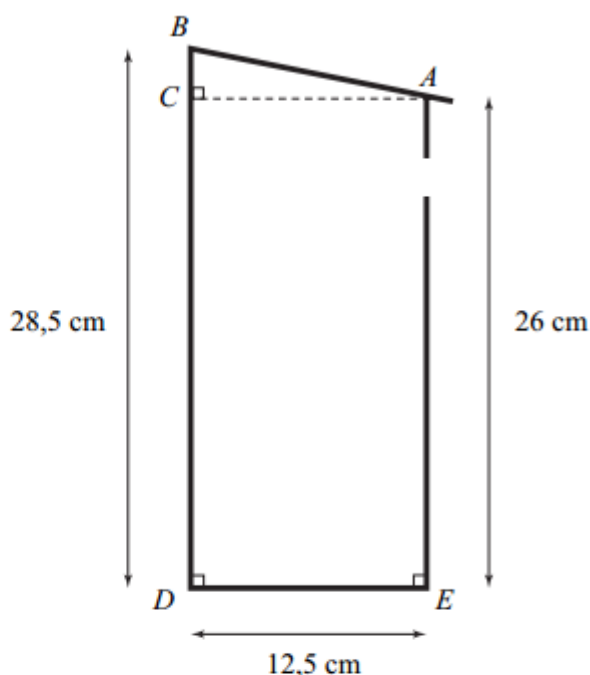
$$y = 14033 \cdot 1.1458^7 = 36384.151$$

Det ses, at modellen afviger meget fra belægget om, at årslønnen er 41650yuan, en afvigelse på

$$41650 - 36384.151 = 5265.849\text{yuan}$$

Så modellen holder ikke i år 2013.

Opgave 4



Figuren viser et snit i en fuglekasse set fra siden.
 Forsiden AE er 26 cm høj, mens bagsiden BD er 28,5 cm høj.
 Fuglekassen er 12,5 cm bred.

- a) Bestem længden af AB .
 Bestem fuglekassens taghældning, dvs. vinkel A i trekant ABC .

- a) Her bestemmes længden af $|AB|$ og kigger man på figuren, så er $|AC| = |DE|$ idet de har samme længde. Det ses endvidere, at $|AE| = |BD| - |BC|$ og for at finde $|BC|$ kan man trække $|AE|$ fra $|BD|$ for at få $|BC|$, dvs. $|BC| = |BD| - |AE| = 28.5\text{cm} - 26\text{cm} = 2.5\text{cm}$. Altså er det nu muligt at bestemme $|AB|$ når vi har $|BC| = 2.5$ og $|AC| = 12.5$. Vi anvender Pythagoras: $a^2 + b^2 = c^2$ som bliver til $|BC|^2 + |AC|^2 = |AB|^2$ og indsætter vi oplysningerne fås:

$$|AB|^2 = 12.5^2 + 2.5^2 \Leftrightarrow |AB| = \sqrt{12.5^2 + 2.5^2} = \sqrt{162.5} = 12.747$$

Dvs. længden af taget $|AB|$ er 12.747cm.

Vi bestemmer vinkel A vha. formlen.

$$\sin(A) = \frac{|BC|}{|AB|}$$

Eller

$$\cos(A) = \frac{|AC|}{|AB|}$$

Vi vælger sinus.:

$$\sin(A) = \frac{|BC|}{|AB|} = \sin(A) = \frac{2.5}{12.747} \Leftrightarrow \angle A = \arcsin\left(\frac{2.5}{12.747}\right) = 11.31^\circ$$

Dvs. taghældningen er ca. 11.31° . Bemærk, at \arcsin er det samme som \sin^{-1} . Bemærk endvidere, at man også kan bruge cosinus. Dette gøres på samme måde.

Opgave 5



En hunds daglige behov for foder afhænger af hundens vægt. For en normalt aktiv hund skal det daglige foder indeholde energien

$$E = 525 \cdot x^{0.75},$$

hvor E er energiindholdet i kJ, og x er hundens vægt i kg.

- a) Hvor meget energi skal det daglige foder indeholde for en hund på 15 kg?

En collie vejer dobbelt så meget som en cockerspaniel.

- b) Hvor mange procent større skal energiindholdet i det daglige foder være for en collie end for en cockerspaniel?

Kilde: Hundeleksikon.dk.

- a) Vi har fået givet en model. Her er x kg og E er energiindholdet. Vi undersøger energiindholdet for en hund på 15kg.

$$E = 525 \cdot 15^{0.75} = 4001.545$$

Dvs. det daglige foder skal indeholde 4001.545kJ.

- b) Vi anvender den procentvise vækstændring for potensfunktioner.

$$F_y = F_x^a$$

Dvs.

$$(1 + r_y) = (1 + r_x)^a$$

Vi får oplyst at en collie vejer det dobbelte af en cockerspaniel, så vi har da:

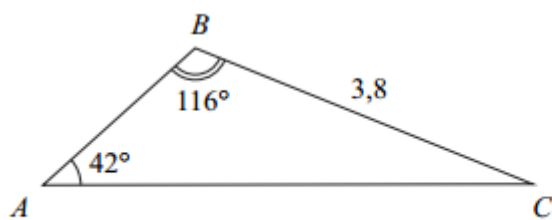
$$r_x = 1, \quad a = 0.75, \quad r_y = ?$$

Så

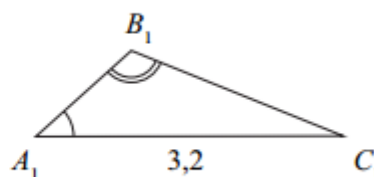
$$1 + r_y = (1 + 1)^{0.75} \Leftrightarrow 1 + r_y = 2^{0.75} \Leftrightarrow r_y = 1.68179 - 1 = 0.68179 \cdot 100\% \\ = 68.179\%$$

Dvs. energiindholdet skal være 68.179% større for en collie end for en cockerspaniel.

Opgave 6



Figur 1



Figur 2

Figur 1 viser en trekant ABC . Nogle af målene er angivet på figuren.

- a) Bestem længden af siden AC .

Figur 2 viser en trekant $A_1B_1C_1$, hvor siden A_1C_1 har længden 3,2.

Trekant ABC og trekant $A_1B_1C_1$ er ensvinklede.

- b) Bestem længden af siden B_1C_1 .

- a) Der ses to trekanter. Vi skal anvende sinusrelationerne i denne delopgave idet vi kender to vinkler og en side, dvs.

$$\frac{\sin(A)}{|BC|} = \frac{\sin(B)}{|AC|}$$

Vi indsætter oplysningerne.

$$\frac{\sin(42)}{3,8} = \frac{\sin(116)}{|AC|} \Leftrightarrow |AC| \cdot \sin(42) = 3,8 \cdot \sin(116) \Leftrightarrow |AC| = \frac{3,8 \cdot \sin(116)}{\sin(42)} = 5,104$$

Dvs. længden $|AC|$ er 5,104.

- b) Det oplyses at der er tale om to ensvinklede trekanter. Vi finder forstørrelsesfaktoren k ,

$$k = \frac{|AC|}{|A_1C_1|} = \frac{5,104}{3,2} = 1,595$$

Vi kender $|BC| = 3,8$, så kan vi finde $|B_1C_1|$ vha. k , så

$$|B_1C_1| = \frac{|BC|}{k} = \frac{3,8}{1,595} = 2,382$$

Som altså er længden $|B_1C_1|$.

Opgave 7 I 2010 var der 21 300 beskæftigede i den danske offshore-brancher. I en prognose for de følgende 10 års udvikling regner man med, at antallet af beskæftigede vil stige med 2890 om året.

- Indfør passende variable, og opstil en model, der beskriver sammenhængen mellem antal beskæftigede og antal år efter 2010.
- I hvilket år vil antallet af beskæftigede passere 40 000 ifølge modellen?

Kilde: Berlingske Tidende, 23. april 2014.

- a) Vi får oplyst en masse og konkluderer, at der er tale om en lineær funktion. Grunden til det er, at man har begyndelsestidspunktet og værdien samt den årlige tilvækst. Dvs.

$$b = 21300, \quad a = 2890$$

Så modellen må være

$$y = 2890x + 21300$$

Som beskriver den årlige prognose for antallet af ansatte i den danske offshore-brancher.

- b) Her skal man bruge modellen for at løse en ligning. Dvs. ligningen er:

$$40000 = 2890x + 21300 \Leftrightarrow$$

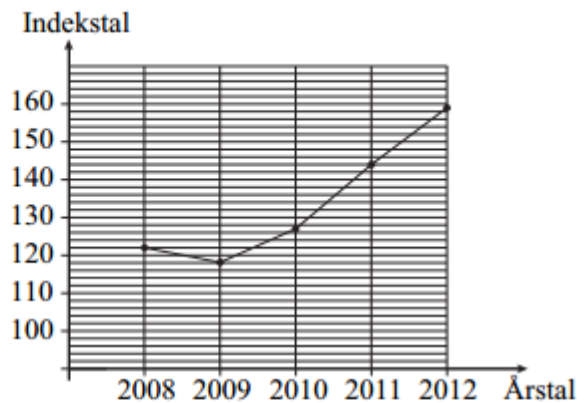
$$18700 = 2890x \Leftrightarrow$$

$$x = \frac{18700}{2890} = 6.47$$

Dvs. i løbet af år 2016 (fordi $x = 6.47$) vil der være ca. 40000 beskæftigede i offshore-branchen.

Opgave 8

Bilag vedlagt



Figuren viser udviklingen i indekstallet for prisen på en pakke smør (250 g). Basisåret er 2002.

Det oplyses, at prisen på en pakke smør i 2009 var 13,95 kr.

- a) Hvor meget kostede en pakke smør i 2012?

Kilde: Landbrug og Fødevarer.

- a) Vi aflæser grafikken.

Vi kan se, at indekstallet i år 2009 er 118, vi kan endvidere se, at indekstallet i år 2012 er 159. Der oplyses også, at basisåret er 2002. Et lille skema kan hjælpe på forståelsen:

Årstal	2002	2009	2012
Pris	y	13,95kr	x
Indekstal	100	118	159

Her er det relevant kun at bestemme prisen i år 2012, så man har ligningen:

$$13,95 \cdot 159 = 118 \cdot x \Leftrightarrow$$

$$x = \frac{13,95 \cdot 159}{118} = 18,797$$

Dvs. prisen for en pakke smør på 250g koster i år 2012 ca. 18,797kr.