

Navn:	Fag: Matematik c
Skole: VUC Aarhus	Dato: 29/5-2017
Eksamensnummer: 101364 - Fjernkursist	side 1 af 13

Matematik c - eksamen

Opgave 1)

a) Jeg får af vide, at et par har vundet i Lotto og ønsker at sætte 100.000 kr. ind på en opsparingskonto. I Bank A kan de få en 1,25% i fast årlig rente.

Jeg vil nu beregne hvor stort et beløb der står på kontoen i bank A efter 5 år.

Til at beregne beløbets udvikling skal jeg benytte renteformlen.

Renteformlen lyder: $K_n = K_0 * (1 + r)^n$

Altså, hvor K_0 er min begyndelsesværdi på 100.000 kr. og den vokser med procenten 1,5 pr. år (r), så vil den i løbet af 5 år (n), være nået slutværdien (K_n)

Før jeg kan indsætte mine kendte værdier i formlen skal jeg omskrive procenttallet til

rentefod: $\frac{1,5}{100} = 0,015$

Jeg kan nu indsætte mine kendte værdier i formlen:

$$K_n = 100000 * (1 + 0,015)^5$$

Dermed er K_n beregnet til: $100000 * (1 + 0,015)^5 \approx 107728,4$

NB: Der skal stå 0.0125, så det rigtige svar er 106408,215kr

Der vil altså stå 107728,4 kr. på opsparingskontoen i Bank A efter 5 år.

b) Jeg får nu oplyst, at Bank B tilbyder dem en konto med en fast årlig procentvise rente, så 100.000 kr. vokser til 110.000 kr. på 5 år.

Jeg vil nu bestemme den årlige procentvise rente på kontoen i bank B.

Min årlige procentvise rente er " r " i formlen. Derfor er det " r " i formlen som jeg skal isolere.

Jeg kan nu indsætte mine kendte værdier i formlen:

$$110000 = 100000 * (1 + r)^5$$

For at isolere r starter jeg med at dividere med 100000 på begge sider af lighedstegnet:

Navn: Sofie Nielsen Lohman	Fag: Matematik c
Skole: VUC Aarhus	Dato: 29/5-2017
Eksamensnummer: 101364 - Fjernkursist	side 2 af 13

$$\frac{110000}{100000} = \frac{100000 * (1 + r)^5}{100000}$$

Hermed står der:

$$1,1 = (1 + r)^5$$

Herefter tager jeg den 5 rod på begge sider af lighedstegnet:

$$\sqrt[5]{1,1} = \sqrt[5]{(1 + r)^5}$$

Hermed står der:

$$1,019245 = 1 + r$$

Jeg trækker herefter 1 fra på begge sider af lighedstegnet for at isolere r:

$$1,019245 - 1 = r$$

Jeg har hermed isoleret r til: $r = 1,019245 - 1 \approx 0,019245$

For at få renten i procent ganger jeg r med 100: $0,019245 \cdot 100 = 1,9245$ procent

Den årlige procentvise rente på kontoen i banken B er altså 1,9 procent.

Opgave 2)

a) Jeg kan se ud fra forskriften $y = ax + b$ at der er tale om en lineær sammenhæng mellem antallet af høje skyskrabere i verden og antal år efter 2010.

Jeg vil starte med at bestemme tallene a og b.

Formlen for a i en lineær funktion er:

$$a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Ud fra min tabel kan jeg bestemme punkterne (x_1, y_1) og (x_2, y_2) . Det er hhv.:

$(0, 612)$ og $(5, 1040)$

Jeg kan nu indsætte mine værdier i formelen for a:

$$a = \frac{1040 - 612}{5 - 0} = 85,6$$

Navn: Sofie Nielsen Lohman	Fag: Matematik c
Skole: VUC Aarhus	Dato: 29/5-2017
Eksamensnummer: 101364 - Fjernkursist	side 3 af 13

a er hermed bestemt til 85,6.

b er y værdien for $x=0$ dvs.: $612 = 85,6 \cdot 0 + b$

b er hermed bestemt til: 612.

Jeg kan hermed også udlede en lineær forskrift for sammenhængen:

$$y = 85,6x + 612$$

b) For at bestemme hvornår antallet af høje skyskrabere overstiger 1500 ifølge modellen, skal jeg indsætte 1500 på y's plads i den lineære forskrift og derefter beregne x, som er år efter 2010.

Jeg vil nu indsætte mine værdier i forskriften:

$$1500 = 85,6x + 612$$

Jeg vil nu løse x i WordMats ligningsløsningsprogram:

$$1500 = 85,6 \cdot x + 612$$



The equation is solved for x by WordMat.

$$x = 10,37383$$

Jeg har hermed bestemt x til: 10,47.

Jeg kan nu ligge 10,47 til 2010: $10,47 + 2010 = 2020,47$

Jeg har hermed beregnet at antallet af høje skyskrabere vil overstige 1500 i år 2020 ifølge modellen.

Opgave 3)

a) Jeg vil ud fra tabellen over elevtallene på alle de 17 gymnasier i Region Nordjylland i 2015, bestemme kvartilsættene og herefter tegne et bokspot over fordelingen.

Da tabellen illustrerer et u-grupperet observationsæt, vil jeg bestemme kvartilsættet ud fra tabellen.

Navn: Sofie Nielsen Lohman	Fag: Matematik c
Skole: VUC Aarhus	Dato: 29/5-2017
Eksamensnummer: 101364 - Fjernkursist	side 4 af 13

Jeg starter med at finde medianen, som er den midterste observation. Herefter finder jeg den nedre, som er den midterste værdi mellem mindsteværdien og medianen. Derefter finder jeg den øvre kvartil som er den midterste værdi mellem maxværdien og medianen.

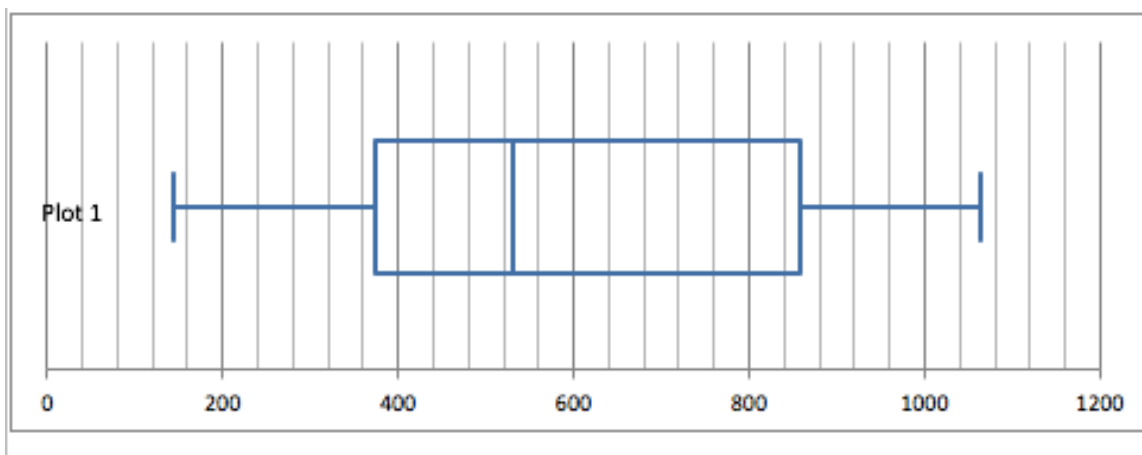
De er hermed bestemt:

Nedre kvartil: Nedre kvartil er gennemsnittet af $367 + 380 = \frac{747}{2} = 373,5$

Medianen: **532**

Øvre kvartil: Øvre kvartil er gennemsnittet af $851 + 865 = \frac{1716}{2} = 858$

Jeg vil nu tegne et boksplot over fordelingen:



b) Jeg vil nu undersøge om hver af følgende påstande er korrekte.

1) "I Region Midtjylland findes der mindst ét gymnasium, der har større elevtal end ethvert gymnasium i Region Nordjylland"

Svar: Jeg kan på boksplottet over Region Midtjyllands elevtal aflæse at den øvre kvartil er 1420. Derfor er påstanden korrekt. Den øvre kvartil i Region Nordjylland er på 1063. Derfor er det korrekt at det er mindst ét gymnasium i Region Midtjylland der har et større elevantal end ethvert gymnasium i Region Nordjylland.

2) "For begge regioner gælder, at mere end halvdelen af gymnasierne har et elevtal under 600"
Påstanden er ikke korrekt.

Navn: Sofie Nielsen Lohman	Fag: Matematik c
Skole: VUC Aarhus	Dato: 29/5-2017
Eksamensnummer: 101364 - Fjernkursist	side 5 af 13

For Region Nordjylland har over halvdelen af gymnasierne et mindre elevantal end 600.

Det er heller ikke tilfældet for Region Midtjylland hvor medianen er på 740.

Opgave 4)

a) Jeg kan ud fra mit kendskab til funktioner afgøre at der er tale om en potenssammenhæng mellem en bils brug af benzin og en bils samlede vægt.

Forskriften for en potensfunktion er: $y = b \cdot x^a$

Jeg vil nu bestemme benzinforbruget, når den samlede vægt er 1600 kg.

Jeg får af vide at y er benzinforbruget, målt i liter pr. 100 km, og x er den samlede vægt, målt i kg.

Derfor skal jeg indsætte 1600 på x's plads i modellen og beregne y:

$$y = 0,42 \cdot 1600^{0,38} \approx 6,931303$$

Jeg har hermed bestemt at en bil, med en samlet vægt på 1600 kg, har et benzinforbrug på 6,93 liter pr. 100 km.

b) I potensfunktioner gælder det, at hvis x øges med en bestemt procent, så øges y med en bestemt procent uanset udgangspunkt. Det betyder, at hvis x øges med 10%, så vil y også øges med en bestemt procent.

For at bestemme denne procent skal jeg bruge formlen: $F_y = F_x^a$

Fy står for fremskrivningsfaktoren i y-værdien og Fx står for fremskrivningsfaktoren i x-værdien. a er altså a fra min forskrift.

Da x er den samlede vægt (målt i kg), så vil min fremskrivningsfaktor for F_x blive 1,10. Det skyldes at når man regner fra procent til en fremskrivningsfaktor så skal man dividere med 100 og ligge et til.

For at finde ud af hvor mange procent benzinforbruget vokser, når den samlede vægt øges med 10%, så skal jeg finde fremskrivningsfaktoren for y, da y er benzinforbruget.

Navn: Sofie Nielsen Lohman	Fag: Matematik c
Skole: VUC Aarhus	Dato: 29/5-2017
Eksamensnummer: 101364 - Fjernkursist	side 6 af 13

Jeg kan nu blot indsætte mine kendte værdier i formlen for F_y :

$$F_y = 1,10^{0,38} \approx 1,036882$$

Nu kan jeg så beregne den procentvise ændring ved at trække 1 fra og gange med 100:

$$(1,036882-1) \cdot 100 \approx 3,6882$$

Hvilket så er 3,7%.

Jeg har hermed bestemt at når den samlede vægt øges med 10%, så øges benzinformbruget med 3,7%.

Opgave 5)

a) Figur 1 viser nogle foldestole og figur 2 viser en model af en foldestol, der står på et vandret underlag. De to figurer danner to trekkanter, hvoraf ingen af dem er retvinklede. Jeg vil derfor bruge formlerne for vilkårlige trekkanter til at bestemme de siden BC, og de vinkler og sider jeg har til opgave at bestemme i opgave b og c.

Jeg vil nu bestemme længden af det skrå stykke BC:

Da jeg kender to af sidelængderne (siden AC og siden AB) og den mellemliggende vinkel (vinkel A), kan jeg bestemme siden BC.

Jeg vil benytte cosinusrelationen til at finde siden BC ved hjælp af formlen:

$$a^2 = c^2 + b^2 - 2cb \cdot \cos(A)$$

⇔

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2 \cdot AB \cdot AC \cdot \cos(A)$$

Jeg vil nu indsætte mine kendte værdier i formlen:

$$a^2 = 35^2 + 73^2 - 2 \cdot 35 \cdot 75 \cdot \cos(96) \approx 7102,774$$

Jeg har nu bestemt sidelængden BC².

For at få sidelængden BC skal jeg nu tage kvadratroden af tallet:

$$BC = \sqrt{7102,774} \approx 84,27796$$

Jeg har hermed bestemt sidelængden BC til: BC = 84,3 cm.

Navn: Sofie Nielsen Lohman	Fag: Matematik c
Skole: VUC Aarhus	Dato: 29/5-2017
Eksamensnummer: 101364 - Fjernkursist	side 7 af 13

b) Jeg vil nu bestemme vinkel B i trekant ABC .

Da jeg kender alle tre sidelængder i trekant ABC kan jeg benytte mig af cosinusrelationerne.

Jeg finder vinkel B ud fra formlen:

$$\cos B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}$$

\Leftrightarrow

$$\cos B = \frac{CB^2 + AB^2 - CA^2}{2 \cdot CA \cdot AB}$$

Jeg kan nu indsætte mine kendte værdier i formlen:

$$\cos B = \frac{84,3^2 + 35^2 - 73^2}{2 \cdot 84,3 \cdot 35} \approx 0,508810371$$

Jeg skal derefter tage $\cos^{-1}(B)$ for at finde vinkel B :

$$\cos^{-1}(0,508810371) \approx 59,41538$$

Vinkel B er hermed bestemt til at være $59,4^\circ$.

c) Jeg vil nu bestemme punkt D 's lodrette højde over stolens bund.

Jeg får oplyst at sidelængden BD er 40 cm.

Jeg kan bestemme siden AD ud fra formlen:

Højde D ' går lodret ned på stolens bund. Højden danner en mindre retvinklet trekant med vinklerne: $180 - 90 - 59,4 = 30,6$

Vinkel $B = 59,4$

Vinkel $D = 30,6$

Og jeg har derefter skabt en ret vinkel jeg kalder for $E = 90$

Da højden er lodret på bunden AB , må siden EB være lig med: $EB = \frac{AB}{2}$

Derfor må siden EB være: $\frac{35}{2} = 17,5$

Navn: Sofie Nielsen Lohman	Fag: Matematik c
Skole: VUC Aarhus	Dato: 29/5-2017
Eksamensnummer: 101364 - Fjernkursist	side 8 af 13

Jeg kender nu alle vinkler i den rette trekant og to af sidelængderne, men mangler højden i punktet D.

Jeg kan nu beregne højden ud fra formlen for Pythagoras læresætning:

$$a^2 + b^2 = c^2$$

⇔

$$\text{højden}^2 = +BD^2 + EB^2$$

Jeg beregner nu højden:

$$40^2 + 17,5^2 = 1906,25$$

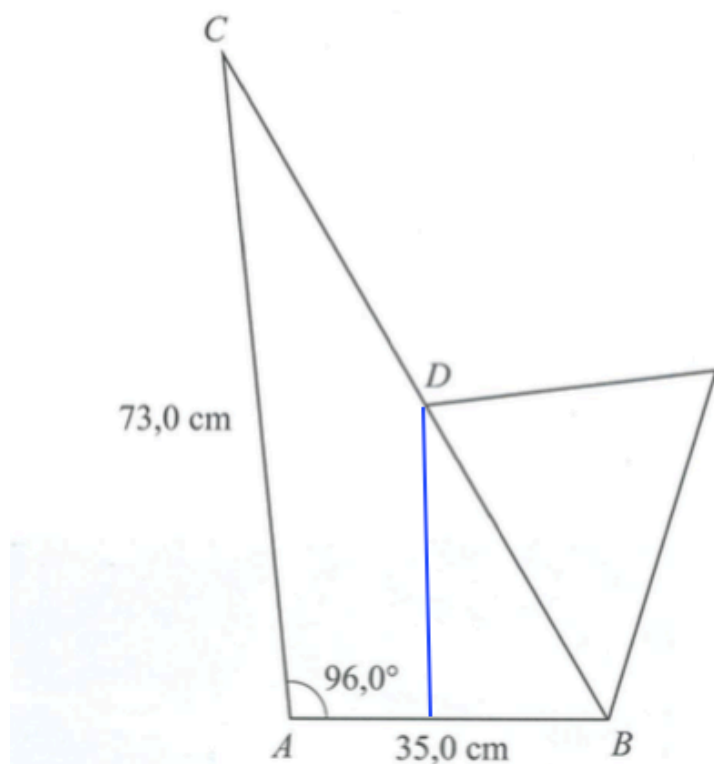
Jeg tager nu kvadratroden af tallet:

$$\sqrt{1906,25} \approx 43,66062$$

Jeg har dermed beregnet højden i punktet D til at være 43,6 cm.

Jeg har illustreret højden på figuren nedenfor:

Højden skal være 34.5cm



Figur 2

Navn: Sofie Nielsen Lohman	Fag: Matematik c
Skole: VUC Aarhus	Dato: 29/5-2017
Eksamensnummer: 101364 - Fjernkursist	side 9 af 13

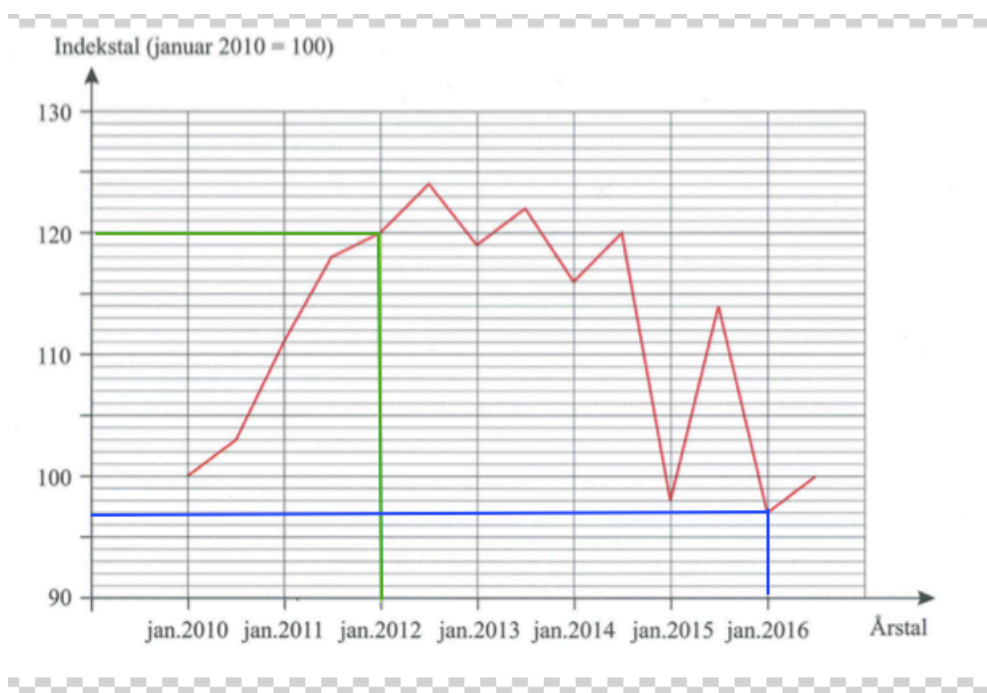
Opgave 6)

a) Jeg vil ved brug af figuren bestemme indekstallet for januar 2012 og for januar 2016.

Indekstal er en måde at sammenligne hvordan antallet af benzinpriser i årene 2010-2016 har udviklet sig over tid i forhold til hinanden.

Jeg kan på grafen aflæse at januar 2010 er basisåret, da det har et indekstal på 100.

Jeg har illustreret hvordan jeg har indekstallene på grafen nedenfor. Indekstallet for januar 2012 er markeret med grøn og indekstallet for januar 2016 er markeret med blå:



Jeg har hermed aflæst indekstallene til at være:

Januar 2012= 120

Januar 2016= 97

Navn: Sofie Nielsen Lohman	Fag: Matematik c
Skole: VUC Aarhus	Dato: 29/5-2017
Eksamensnummer: 101364 - Fjernkursist	side 10 af 13

Jeg vil nu bestemme benzinprisen i januar 2016, når det oplyses at prisen var 12,54 kr. pr. liter i januar 2012.

For at beregne prisen for benzinprisen i januar 2016 skal jeg beregne den procentvise stigning mellem de to indekstal:

$$\text{Det gøres sådan: } F = \frac{S}{B} \Leftrightarrow F = \frac{97}{120} \approx 0,808333333 \cdot 100 \approx 80,83333$$

Det betyder at benzinprisen i januar 2016 er 80% af beløbet i januar 2012:

For at beregne benzinprisen i januar 2016, skal jeg gange beløbet i januar 2012 med procenttallet som decimalbrøk:

$$12,54 \cdot 0,80 = 10,032$$

Benzinprisen i januar 2016 er altså 10,03 kr.

Jeg har nedenfor lavet et skema der illustrerer det:

	Januar 2012	Januar 2016
Benzinpris	12,54 kr.	10,03 kr.
Indekstal	120	97

Opgave 7)

a) Jeg kan ud fra min viden om funktioner afgøre ud fra forskriften $y = b \cdot a^x$, at der er tale om en eksponentiel sammenhæng mellem antallet af 200-kronesedler i omløb (målt i mio.) og antal år efter 2000.

Jeg vil starte med at fortælle hvad tallene 13,38 og 1,065 siger om antallet af 200-kroner i omløb.

Da jeg kender forskriften for en eksponentiel funktion, så kan jeg afgøre at 13,38=b og 1,065=a i min forskrift.

Navn: Sofie Nielsen Lohman	Fag: Matematik c
Skole: VUC Aarhus	Dato: 29/5-2017
Eksamensnummer: 101364 - Fjernkursist	side 11 af 13

a er en konstant, der kaldes fremskrivningsfaktoren. Den fortæller noget om, hvor mange procent y vokser eller aftager med, for hvert x . Hvis y vokser med r procent, så hedder det nemlig at: $a = 1 + r$, hvilket er det samme som at sige: $r = a - 1$.

Da a er større end 1, er den eksponentielle udvikling stigende, hvilket betyder at udviklingen i antallet af 200-kronesedler i omløb stiger med 6,5 procent pr. år.

b er begyndelsesværdien, hvilket betyder, at der i år 2000 var 13,38 millioner 200-kronesedler i omløb.

b) Jeg vil herefter bestemme fordoblingstiden for antallet af 200-kronesedler i omløb. Til at bestemme det, skal jeg benytte mig af formlen for fordoblingskonstanten. Formlen lyder:

$$T_2 = \frac{\log(2)}{\log(a)}$$

Da jeg kender forskriften for en eksponentiel funktion, så ved jeg jo, at a i min model er 1,065. Jeg kan herefter indsætte mine kendte værdier i formlen:

$$T_2 = \frac{\log(2)}{\log(1,065)} \approx 11,00674$$

Jeg har hermed bestemt at der vil gå 11 år før antallet af 200-kronesedler i omløb er fordoblet. Altså i år 2000 + 11 = 2011.

c) Jeg vil nu kommentere modellen, når det oplyses, at antallet af 200-kronesedler i omløb var 30,41 mio. i 2015.

For at kommentere på modellen, vil jeg starte med at udregne hvor mange 200-kronesedler der ifølge modellen ville være i omløb i år 2015.

Det gør jeg ved at beregne antal år fra 2000-2015 og indsætte tallet på x 's plads i modellen:
 $2015 - 2000 = 15$

Jeg kan nu indsætte mine kendte værdier i modellen og beregne y :

$$y = 13,38 \cdot 1,065^{14} \approx 34,41123$$

Ifølge modellen vil der altså være 34,41 millioner 200-kronesedler i omløb i 2015.

Der er altså en forskel på $34,41 - 30,41 \approx 4$ millioner.

Navn: Sofie Nielsen Lohman	Fag: Matematik c
Skole: VUC Aarhus	Dato: 29/5-2017
Eksamensnummer: 101364 - Fjernkursist	side 12 af 13

Modellen havde altså forudset 4 millioner 200-kronesedler mere i omløb end i virkeligheden og det kan skyldes at betaling i højere grad bliver digitaliseret. I år 2017, som vi lever i dag, da forgår næsten alt betaling med dankort som har elektronisk chip eller mobile dankort. Kontanter er et sjældent syn. Det skyldes også at elektronisk betaling er mere bekvemmeligt og giver forbrugeren et bedre overblik over de ting som der købes. Modellen har altså være for optimistisk i sin forudsigtning og undervurderet digitaliseringens fart.

Jeg kan også beregne hvornår antallet af 200-kronesedler i omløb ville have været 30,41 millioner i følge modellen. Det gør jeg ved at indsætte 30,41 på y's plads i formelen og isolere x:

$$30,41 = 13,38 \cdot x^{14}$$

Jeg isolerer nu x ved at dividere med 13,38 på begge sider af lighedstegnet:

$$\frac{30,41}{13,38} = 1,065^x$$

Herefter benytter jeg en logaritme regnereglen der gør at jeg kan trække x ned. Reglen hedder: $\log(a)^x = x \cdot \log(a)$.

Min ligning ser derfor sådan ud:

$$\frac{\log(30,41)}{\log(13,38)} = \log(1,065^x)$$

⇔

$$\log(30,41) - \log(13,38) = x \cdot \log(1,065)$$

Jeg har også benytte logaritme reglen:

$$\frac{\log(a)}{\log(b)} = \log(a) - \log(b)$$

Jeg dividere derefter med $\log(1,065)$ på begge sider af lighedstegnet for at isolere x:

$$\frac{\log(30,41) - \log(13,38)}{\log(1,065)} \approx 13,03713$$

Jeg kan nu ligge 13 til 2000: $2000 + 13 = 2013$

Navn: Sofie Nielsen Lohman	Fag: Matematik c
Skole: VUC Aarhus	Dato:29/5-2017
Eksamensnummer: 101364 - Fjernkursist	side 13 af 13

Antallet af 200-kronesedler i omløb ville altså have været på 30,41 mio. i år 2013 ifølge modellen. Det illustrerer altså også billedet af, at modellen har været en smule for optimistisk i dens forudsigelser.