المملكة العربية السعودية

وزارة التعليم
Ministry of Education

قررت وزارة التعليم تدريس
هذا الكتاب وطبعه على نفقتها

الرياضيات 2

التعليم الثانوي - نظام المسارات

السنة الثانية

كتاب التمارين

قام بالتأليف والمراجعة
فريق من المتخصصين

طبعة 1445-2023

يُوزع مجانًا ولا يُباع
وزارة التعليم
Ministry of Education
2023 - 1445

ⓒ وزارة التعليم ، ١٤٤٥هـ

وزارة التعليم
الرياضيات ٢ (كتاب التمارين) - التعليم الثانوي - نظام المسارات -
السنة الثانية. / وزارة التعليم - ط ٢٠٢٣ . -. الرياض ، ١٤٤٥هـ
٦٢ ص ؛ ٢١ x ٢٧,٥سم

رقم الإيداع : ١٤٤٥/٨٣٤٣

ردمك : ٩- ٥٨٨- ٥١١- ٦٠٣- ٩٧٨

مواد إثرائية وداعمة على "منصة عين الإثرائية"

ien.edu.sa

أعزاءنا المعلمين والمعلمات، والطلاب والطالبات، وأولياء الأمور، وكل مهتم بالتربية والتعليم:
يسعدنا تواصلكم؛ لتطوير الكتاب المدرسي، ومقترحاتكم محل اهتمامنا.

fb.ien.edu.sa

وزارة التعليم
Ministry of Education
2023 - 1445

بسم الله الرحمن الرحيم

وزارة التعليم
Ministry of Education
2023 - 1445

المقدمة

الحمد لله رب العالمين، والصلاة والسلام على نبينا محمد، وعلى آله وصحبه.

عزيزي الطالب، نقدّم لك هذا الكتاب، الذي يضمّ العديد من التمارين المتنوعة والشاملة لكل درس، وهي امتداد للتمارين الواردة في كتابك المدرسي. وقد أعدت هذه التمارين بعناية؛ لتساعدك على التعلُّم، وتُفسح لك المجال للتدرّب على المهارات الأساسية لكل درس.

وقد خُصِّص لكل تمرين فراغ، لتدوّن إجابتك فيه. ولا يتسع هذا الفراغ – غالبًا - إلا للإجابة النهائية، وهذا لا يمنع أن تستعمل أوراقًا إضافية لتدوّن فيها خطوات حلّك.

ويمكنك حلّ هذه التمارين داخل الفصل تحت إشراف معلمك وتوجيهه، وقد يحدد لك المعلم بعضًا منها لتكون واجبًا منزليًّا.

وإنا - إذ نقدم لك عزيزي الطالب هذا الكتاب- لنأمل أن يجعل لتعلُّم مادة الرياضيات متعة أكثر، وفائدة أكبر.

والله ولي التوفيق

وزارة التعليم
Ministry of Education
2023 - 1445

فهرس أقسام الكتاب

القسم الأول 6

القسم الثاني 27

القسم الثاني 48

وزارة التعليم
Ministry of Education
2023 - 1445

القسم الأول

وزارة التعليم
Ministry of Education
2023 - 1445

الفهرس

الفصل الأول:

الدوال والمتباينات

1-1 خصائص الأعداد الحقيقية ____ 8

1-2 العلاقات والدوال ____ 9

1-3 دوال خاصة ____ 10

1-4 تمثيل المتباينات الخطية ومتباينات القيمة المطلقة بيانيًّا ____ 11

1-5 حل أنظمة المتباينات الخطية بيانيًّا ـ 12

1-6 البرمجة الخطية والحل الأمثل ____ 13

الفصل الثاني:

المصفوفات

2-1 مقدمة في المصفوفات ____ 14

2-2 العمليات على المصفوفات ____ 15

2-3 ضرب المصفوفات ____ 16

2-4 المحدّدات وقاعدة كرامر ____ 17

2-5 النظير الضربي للمصفوفة وأنظمة المعادلات الخطية ____ 18

الفصل الثالث:

كثيرات الحدود ودوالها

3-1 الأعداد المركبة ____ 19

3-2 القانون العام والمميز ____ 20

3-3 العمليات على كثيرات الحدود ____ 21

3-4 قسمة كثيرات الحدود ____ 22

3-5 دوال كثيرات الحدود ____ 23

3-6 حل معادلات كثيرات الحدود ____ 24

3-7 نظريتا الباقي والعوامل ____ 25

3-8 الجذور والأصفار ____ 26

وزارة التعليم
Ministry of Education
2023 - 1445

1-1 خصائص الأعداد الحقيقية

حدِّد مجموعات الأعداد التي ينتمي إليها كل عدد ممَّا يأتي:

1) 6425 **2)** $\sqrt{7}$ **3)** $\sqrt[3]{27}$ **4)** 0

5) $\sqrt{\frac{25}{36}}$ **6)** $-\sqrt{16}$ **7)** -35 **8)** -31.8

ما الخاصية الموضحة في كلٍّ ممَّا يأتي؟

9) $7+(9+8)=(7+9)+8$ **10)** $7n+2n=(7+2)\,n$ **11)** $3(2x)y=(3\cdot 2)(xy)$

12) $(6+-6)y=0y$ **13)** $\frac{1}{4}\cdot 4=1$ **14)** $5(x+y)=5x+5y$

15) $4+0=4$

أوجد النظير الجمعي والنظير الضربي لكل عدد ممَّا يأتي:

16) 0.4 **17)** -1.6

18) $-\frac{11}{16}$ **19)** $5\frac{5}{6}$

بسّط كل عبارة ممَّا يأتي:

20) $5x-3y-2x+3y$ **21)** $-11a-13b+7a-3b$

22) $8x-7y-(3-6y)$ **23)** $4c-2c-(4c+2c)$

24) $3(r-10t)-4(7t+2r)$ **25)** $\frac{1}{5}(10a-15b)+\frac{1}{2}(8b+4a)$

26) $2(4z-2x+y)-4(5z+x-y)$ **27)** $\frac{5}{6}\left(\frac{3}{5}x+12y\right)-\frac{1}{4}(2x-12y)$

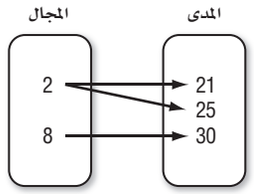
28) سفر: قاد علي سيارته بسرعة $60\ \text{mi/h}$ مدة t ساعة، بينما قاد سعيد سيارته بسرعة $50\ \text{mi/h}$ مدة $(t+2)$ ساعة. اكتب عبارة مبسطة تمثل مجموع المسافتين اللتين قطعهما علي وسعيد.

29) نظرية الأعداد: استعمل خصائص الأعداد الحقيقية لتحديد ما إذا كانت العبارة الآتية صحيحة أم خاطئة:
إذا كان $a\neq 0, b\neq 0$ ، وكان $a>b$، فإن $a(\frac{1}{a})>b(\frac{1}{b})$ ، فسِّر تبريرك.

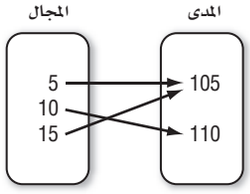
1-2 العلاقات والدوال

حدد مجال كل علاقة ممَّا يأتي ومداها، وبيِّن ما إذا كانت دالة أم لا، وإذا كانت كذلك، فهل هي متباينة أم لا؟

1)



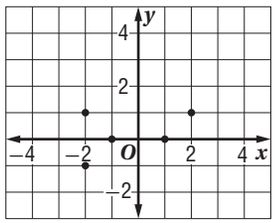
2)



3)

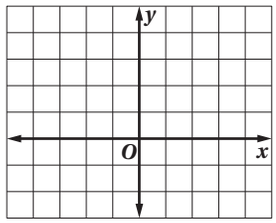
x	y
−3	0
−1	−1
0	0
2	−2
3	4

4)

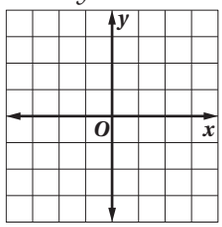


مثّل كل معادلة ممَّا يأتي بيانيًّا، ثم حدد مجالها ومداها، وحدّد ما إذا كانت تمثل دالة أم لا، وإذا كانت كذلك فهل هي متباينة أم لا؟ ثم حدد ما إذا كانت منفصلة أم متصلة:

5) $x = -1$



6) $y = 2x - 1$



إذا كانت $g(x) = -2x + 3$ ، $f(x) = \frac{5}{x+2}$ ، فأوجد قيمة كل ممَّا يأتي:

7) $f(3)$

8) $f(-4)$

9) $g\left(\frac{1}{2}\right)$

10) $f(-2)$

11) $g(-6)$

12) $f(m-2)$

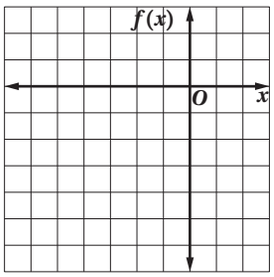
13) مبيعات: تمثل الأزواج المرتبة (1, 16), (2, 30), (3, 42), (4, 52), (5, 60) أسعار بيع أعداد مختلفة من منتج في أحد المحال التجارية (حيث يقل سعر القطعة بزيادة عدد القطع المشتراة)، حدد مجال هذه العلاقة ومداها، وهل هي متصلة أم منفصلة؟ وهل هي دالة؟

14) عمليات حسابية: يستطيع حاسوب تنفيذ عملية حسابية واحدة خلال 0.0000000015 ثانية. ويعطى زمن تنفيذه لـ n عملية حسابية بالصيغة $T(n) = 0.0000000015n$. فما الزمن الذي يتطلبه ذلك الحاسوب لتنفيذ 5 بلايين عملية حسابية؟

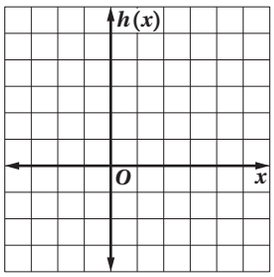
1-3 دوال خاصة

مثّل كلَّ دالة ممَّا يأتي بيانيًّا، ثم حدد مجالها ومداها:

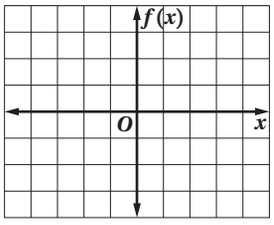
1) $f(x) = \begin{cases} x + 2, & x \le -2 \\ 3x \ , & x > -2 \end{cases}$



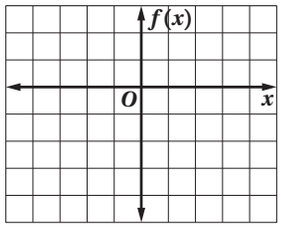
2) $h(x) = \begin{cases} 4 - x & x > 0 \\ -2x - 2 & x < 0 \end{cases}$



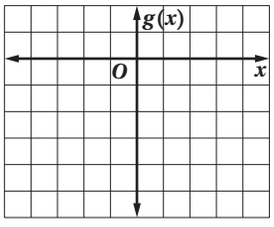
3) $f(x) = [0.5x]$



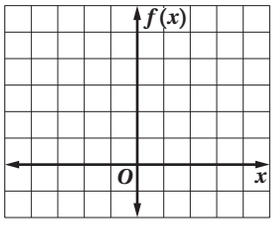
4) $f(x) = [x] - 2$



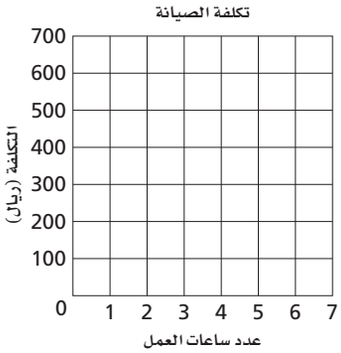
5) $g(x) = -2\,|x|$



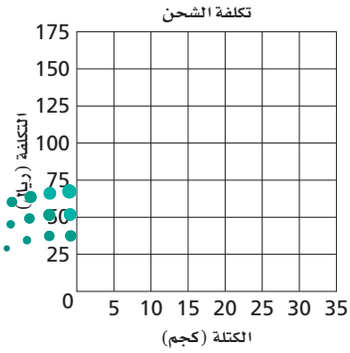
6) $f(x) = |x + 1|$



7) أعمال: تتقاضى مؤسسة متخصصة في صيانة المصاعد 100 ريال عن كل ساعة عمل أو أي جزء منها تتطلبها الصيانة. حدّد نوع الدالة التي تمثل هذا الموقف، ثم مثّلها بيانيًّا.



8) شحن: تتقاضى شركة شحن 5 ريالات عن كل كيلو جرام من البضاعة المعبأة في صناديق كتلتها أقل من 20 kg، و4.5 ريالات عن كل كيلو جرام من البضاعة المعبأة في صناديق كتلتها 20 kg أو أكثر. حدّد نوع الدالة التي تمثل هذا الموقف، ثم مثّلها بيانيًّا.

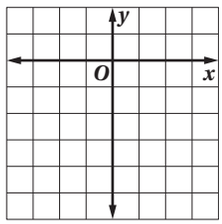


وزارة التعليم
Ministry of Education
2023 - 1445

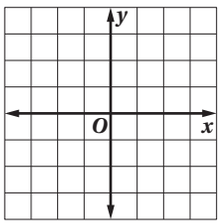
1-4 تمثيل المتباينات الخطية ومتباينات القيمة المطلقة بيانيًّا

مثّل كل متباينة ممَّا يأتي بيانيًّا:

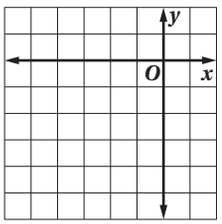
1) $y \le -3$



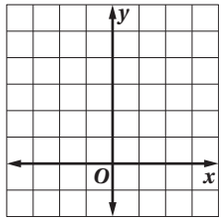
2) $x > 2$



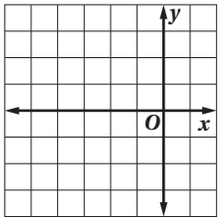
3) $x + y \le -4$



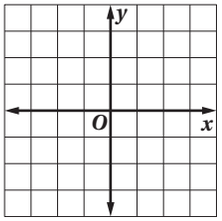
4) $y < -3x + 5$



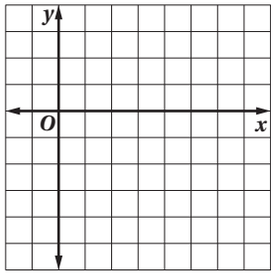
5) $y < \frac{1}{2}x + 3$



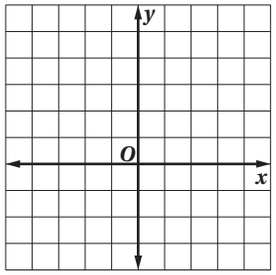
6) $y - 1 \ge -x$



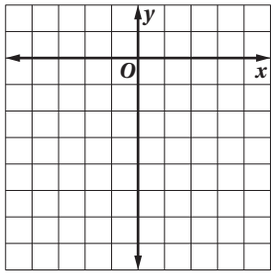
7) $x - 3y \le 6$



8) $y > |x| - 1$



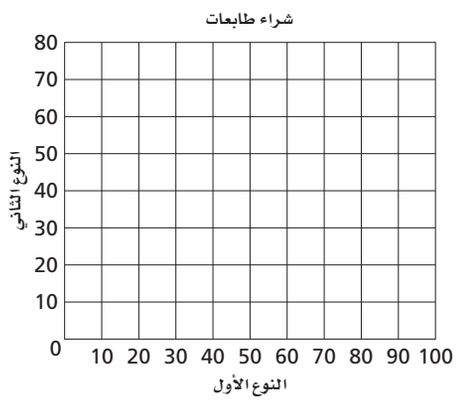
9) $y > -3|x + 1| - 2$



10) طابعات: أرادت مؤسسة شراء نوعين من الطابعات . فإذا كان سعر الطابعة من النوع الأول 1000 ريال ، ومن النوع الثاني 1200 ريال. وكان المبلغ المخصص لشراء تلك الطابعات لا يزيد على 80000 ريال.

a) اكتب متباينة تبيّن عدد الطابعات من النوعين التي يمكن للمؤسسة شراؤها، ثم مثِّلها بيانيًّا.

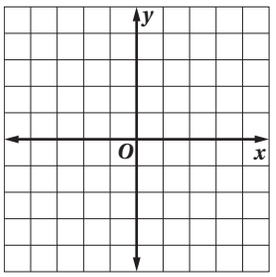
b) إذا أرادت المؤسسة شراء 50 طابعة من النوع الأول، و25 طابعة من النوع الثاني، فهل يكفي المبلغ المخصص لشرائها؟



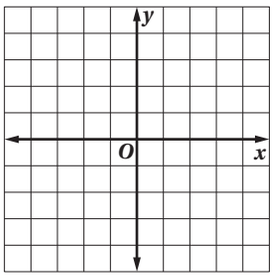
1-5 حل أنظمة المتباينات الخطية بيانيًّا

حل كلَّ نظام ممَّا يأتي بيانيًّا:

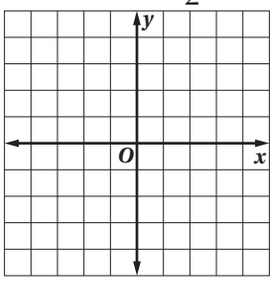
1) $y + 1 < -x$
$y \geq 1$



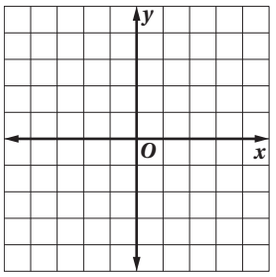
2) $x > -2$
$2y \geq 3x + 6$



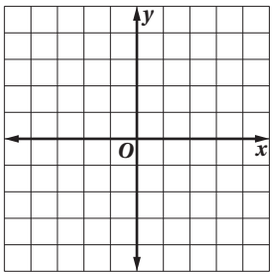
3) $y \leq 2x - 3$
$y \leq -\frac{1}{2}x + 2$



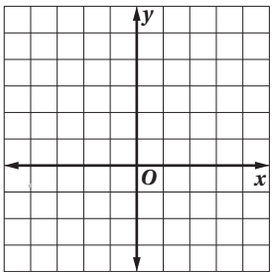
4) $x + y > -2$
$3x - y \geq -2$



5) $|y| \leq 1$
$y < x - 1$



6) $3y > 4x$
$2x - 3y > -6$



أوجد إحداثيات رؤوس المثلث الناتج عن التمثيل البياني لكلِّ نظام ممَّا يأتي:

7) $y \geq 1 - x$
$y \leq x - 1$
$x \leq 3$

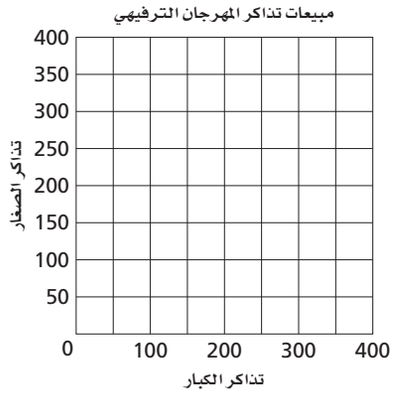
8) $x - y \leq 2$
$x + y \leq 2$
$x \geq -2$

9) $y \geq 2x - 2$
$2x + 3y \geq 6$
$y < 4$

10) مهرجان ترفيهي: نظمت مؤسسة خيرية مهرجانًا ترفيهيًّا خصص ريعه لدعم المحتاجين، وحددت المؤسسة سعر التذكرة للكبار بـ 15 ريالًا، وللصغار بـِ 11 ريالًا. فإذا كان المكان يسع 300 شخص، وخطط المنظمون لجمع ما لا يقل عن 3630 ريالًا من بيع التذاكر.

a) اكتب نظامًا من أربع متباينات يصف عدد التذاكر الذي يجب بيعه من كل نوع للحصول على المبلغ المطلوب، ثم مثّله بيانيًّا.

b) اكتب ثلاثة حلول مختلفة لهذا النظام.



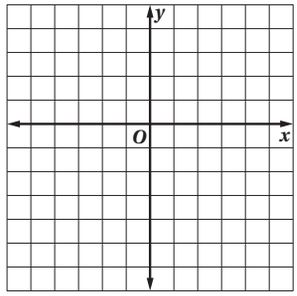
1-6 البرمجة الخطية والحل الأمثل

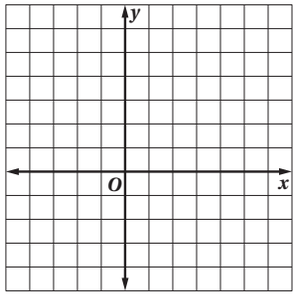
مثّل كل نظام متباينات ممَّا يأتي بيانيًّا، ثم حدد إحداثيات رؤوس منطقة الحل، وأوجد القيمة العظمى والقيمة الصغرى للدالة المعطاة في هذه المنطقة:

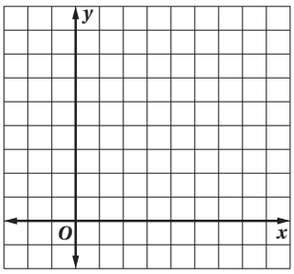
1) $2x - 4 \le y$
$-2x - 4 \le y$
$y \le 2$
$f(x, y) = -2x + y$

2) $3x - y \le 7$
$2x - y \ge 3$
$y \ge x - 3$
$f(x, y) = x - 4y$

3) $x \ge 0$
$y \ge 0$
$y \le 6$
$y \le -3x + 15$
$f(x, y) = 3x + y$



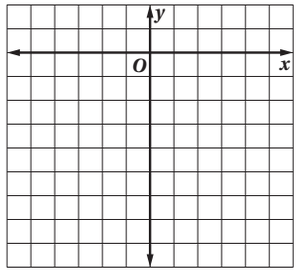


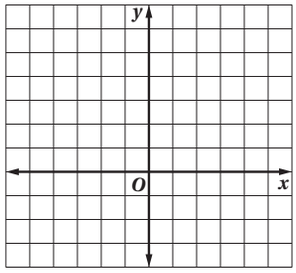


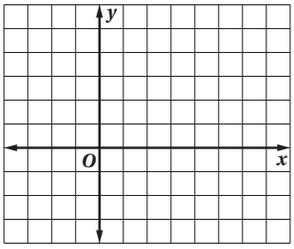
4) $x \le 0$
$y \le 0$
$4x + y \ge -7$
$f(x, y) = -x - 4y$

5) $y \le 3x + 6$
$4y + 3x \le 3$
$x \ge -2$
$f(x, y) = -x + 3y$

6) $2x + 3y \ge 6$
$2x - y \le 2$
$x \ge 0$
$y \ge 0$
$f(x, y) = x + 4y + 3$







7) زخرفة: تستطيع نجلاء زخرفة نوعين من الزهريات الخزفية، حيث يمكنها زخرفة 8 زهريات من النوع الأول أو زهريتين من النوع الثاني في الساعة الواحدة. وقد طُلب إليها زخرفة 40 زهرية على الأقل في زمن لا يزيد على 8 ساعات.

a) اكتب نظام متباينات يمثل هذا الموقف.

b) إذا كانت أجرة نجلاء هي 30 ريالًا عن ساعة العمل في زخرفة النوع الأول، و35 ريالًا عن ساعة العمل في زخرفة النوع الثاني، فاكتب دالة تبين الأجرة الكلية التي تحصل عليها مقابل زخرفة الزهريات جميعها.

c) أوجد عدد ساعات العمل في كل نوع لتحصل نجلاء على أكبر أجر ممكن، ثم أوجد مقدار هذا الأجر.

2-1 مقدمة في المصفوفات

حدّد رتبة كل مصفوفة ممَّا يأتي:

1) $\begin{bmatrix} -3 & -3 & 7 \end{bmatrix}$

2) $\begin{bmatrix} 5 & 8 & -1 \\ -2 & -3 & 8 \end{bmatrix}$

3) $\begin{bmatrix} -2 & 2 & -2 & 3 \\ 5 & 16 & 0 & 0 \\ 4 & 7 & -1 & 4 \end{bmatrix}$

إذا كانت $\underline{A} = \begin{bmatrix} 4 & 7 & 0 \\ 9 & 8 & -4 \\ 3 & 0 & 5 \\ -1 & 2 & 6 \end{bmatrix}$ ، $\underline{B} = \begin{bmatrix} 2 & 6 & -1 & 0 \\ 9 & 5 & 7 & 2 \end{bmatrix}$ ، فحدد كل عنصر ممَّا يأتي:

4) b_{23}

5) a_{42}

6) b_{11}

7) a_{32}

8) b_{14}

9) a_{23}

10) **إحصاءات:** يبين الجدول المجاور مصدر الطاقة المستعمل في الطهو للأسر في المدينتين أ، ب. نظّم البيانات في مصفوفة من النوع 3 × 2.

مصدر الطاقة

	غاز	كهرباء	أخرى
مدينة أ	90966	5545	178
مدينة ب	241909	3754	0

11) **كرة قدم:** يبين الجدول المجاور عدد مرات الفوز والخسارة والتعادل لفريق كرة قدم في 3 بطولات مختلفة.

نتائج مباريات كرة القدم

	البطولة الأولى	البطولة الثانية	البطولة الثالثة
فوز	2	4	3
تعادل	3	1	0
خسارة	7	6	6

a) نظِّم نتائج مباريات الفريق في مصفوفة.

b) ما رتبة المصفوفة؟

2-2 العمليات على المصفوفات

أوجد الناتج في كلٍّ ممَّا يأتي، إذا كان ذلك ممكنًا:

1) $\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 7 \\ 14 & -9 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -6 & 9 \\ 7 & -11 \\ -8 & 17 \end{bmatrix}$

2) $\begin{bmatrix} 4 \\ -71 \\ 18 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -67 \\ 45 \\ -24 \end{bmatrix}$

3) $-3\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 17 & -11 \end{bmatrix} + 4\begin{bmatrix} -3 \\ -21 \end{bmatrix}$

4) $7\begin{bmatrix} 2 & -1 & 8 \\ 4 & 7 & 9 \end{bmatrix} - 2\begin{bmatrix} -1 & 4 & -3 \\ 7 & 2 & -6 \end{bmatrix}$

5) $-2\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} + 4\begin{bmatrix} 0 \\ 5 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 10 \\ 18 \end{bmatrix}$

6) $\frac{3}{4}\begin{bmatrix} 8 & 12 \\ -16 & 20 \end{bmatrix} + \frac{2}{3}\begin{bmatrix} 27 & -9 \\ 54 & -18 \end{bmatrix}$

إذا كانت $\underline{C} = \begin{bmatrix} 10 & -8 & 6 \\ -6 & -4 & 20 \end{bmatrix}$, $\underline{B} = \begin{bmatrix} -2 & 4 & 5 \\ 1 & 0 & 9 \end{bmatrix}$, $\underline{A} = \begin{bmatrix} 4 & -1 & 0 \\ -3 & 6 & 2 \end{bmatrix}$ **، فأوجد ناتج كلٍّ ممَّا يأتي:**

7) $\underline{A} - \underline{B}$

8) $\underline{A} - \underline{C}$

9) $-3\underline{B}$

10) $4\underline{B} - \underline{A}$

11) $-2\underline{B} - 3\underline{C}$

12) $\underline{A} + 0.5\underline{C}$

13) مجسمات جمالية: يبين الجدول المجاور عدد المجسمات الجمالية التي أقيمت في المدينتين أ، ب في 3 أعوام متتالية، وإجمالي التكلفة في كل من المدينتين.

العام	المدينة أ		المدينة ب	
	عدد المجسمات	إجمالي التكلفة (ريال)	عدد المجسمات	إجمالي التكلفة (ريال)
1442	27	567000	36	864000
1443	41	902000	32	672000
1444	35	777000	28	562000

a) اكتب مصفوفتين تمثلان عدد المجسمات وإجمالي التكلفة في كلٍّ من المدينتين.

b) أوجد مجموع المجسمات في كلتا المدينتين في كل من الأعوام الثلاثة، وأوجد إجمالي التكلفة في كل عام، وعبِّر عن ذلك بمصفوفة.

14) تغذية: مستعملًا الجدول المجاور الذي يبين نسب بعض المواد الغذائية في نوعين من أعلاف الماشية، أوجد الفروق بين نسب المواد الغذائية الثلاثة في نوعي الأعلاف، واكتبه على شكل مصفوفة.

نوع العلف	بروتين %	دهون %	ألياف %
A	22	12	5
B	24	8	8

وزارة التعليم
Ministry of Education
2023 - 1445

2-3 ضرب المصفوفات

حدد ما إذا كانت عملية الضرب معرّفة في كلٍّ ممَّا يأتي أم لا، وإن كانت كذلك، فحدد رتبة المصفوفة الناتجة:

1) $\underline{A}_{7\times 4}\cdot\underline{B}_{4\times 3}$ **2)** $\underline{A}_{3\times 5}\cdot\underline{M}_{5\times 8}$ **3)** $\underline{M}_{2\times 1}\cdot\underline{A}_{1\times 6}$

4) $\underline{M}_{3\times 2}\cdot\underline{A}_{3\times 2}$ **5)** $\underline{P}_{1\times 9}\cdot\underline{Q}_{9\times 1}$ **6)** $\underline{P}_{9\times 1}\cdot\underline{Q}_{1\times 9}$

أوجد الناتج في كلٍّ ممَّا يأتي، إذا كان ذلك ممكنًا:

7) $\begin{bmatrix}2 & 4\\ 3 & -1\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}3 & -2 & 7\\ 6 & 0 & -5\end{bmatrix}$ **8)** $\begin{bmatrix}2 & 4\\ 7 & -1\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}-3 & 0\\ 2 & 5\end{bmatrix}$

9) $\begin{bmatrix}-3 & 0\\ 2 & 5\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}2 & 4\\ 7 & -1\end{bmatrix}$ **10)** $\begin{bmatrix}3 & -2 & 7\\ 6 & 0 & -5\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}3 & -2 & 7\\ 6 & 0 & -5\end{bmatrix}$

11) $[4\ 0\ 2]\cdot\begin{bmatrix}1\\ 3\\ -1\end{bmatrix}$ **12)** $\begin{bmatrix}1\\ 3\\ -1\end{bmatrix}\cdot[4\ 0\ 2]$

13) $\begin{bmatrix}-6 & 2\\ 3 & -1\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}5 & 0\\ 0 & 5\end{bmatrix}$ **14)** $[-15\ \ -9]\cdot\begin{bmatrix}6 & 11\\ 23 & -10\end{bmatrix}$

إذا كانت $k=3$, $\underline{C}=\begin{bmatrix}-1 & 0\\ 0 & -1\end{bmatrix}$, $\underline{B}=\begin{bmatrix}4 & 0\\ -2 & -1\end{bmatrix}$, $\underline{A}=\begin{bmatrix}1 & 3\\ 3 & 1\end{bmatrix}$ ، **فحدد ما إذا كانت المعادلات الآتية صحيحة للمصفوفات المعطاة أم لا:**

15) $\underline{A}\,\underline{C}=\underline{C}\,\underline{A}$ **16)** $\underline{A}(\underline{B}+\underline{C})=\underline{B}\,\underline{A}+\underline{C}\,\underline{A}$

17) $\underline{A}(k\underline{B})=k(\underline{A}\,\underline{B})$ **18)** $(\underline{A}+\underline{C})\underline{B}=\underline{B}(\underline{A}+\underline{C})$

19) أجنحة فندقية: لدى مؤسسة للأجنحةِ الفندقية 3 مجمعات سكنية، ويبين الجدول المجاور تقسيمات غرف تلك المجمعات وفقًا لعدد الأَسِرّة فيها، وكانت الأجرة الأسبوعية لغرف المجمعات الثلاثة على النحو الآتي: غرفة بسريرين 600 ريال، غرفة بثلاثة أَسِرّة 800 ريال، غرفة بأربعة أَسِرّة 1000 ريال.

	غرفة بسريرين	غرفة بثلاثة أسرة	غرفة بأربعة أسرة
المجمع 1	36	24	22
المجمع 2	29	32	42
المجمع 3	18	22	18

a) اكتب مصفوفة تبين عدد غرف كل نوع في كل مجمع، ومصفوفة أخرى تبين الأجرة الأسبوعية لكل نوع من الغرف.

b) إذا تم تأجير جميع غرف المجمعات الثلاثة مدة أسبوع بحسب السعر أعلاه، فعبِّر عن دخل كل مجمع في مصفوفة.

c) ما مجموع الدخل الأسبوعي للمجمعات الثلاثة في ذلك الموسم؟

وزارة التعليم
Ministry of Education
2023 - 1445

2-4 المحدّدات وقاعدة كرامر

أوجد قيمة كل محدّدة ممَّا يأتي:

1) $\begin{vmatrix} 1 & 6 \\ 2 & 7 \end{vmatrix}$

2) $\begin{vmatrix} 9 & 6 \\ 3 & 2 \end{vmatrix}$

3) $\begin{vmatrix} 4 & 1 \\ -2 & -5 \end{vmatrix}$

4) $\begin{vmatrix} -14 & -3 \\ 2 & -2 \end{vmatrix}$

5) $\begin{vmatrix} 4 & -3 \\ -12 & 4 \end{vmatrix}$

6) $\begin{vmatrix} 2 & -5 \\ 5 & -11 \end{vmatrix}$

7) $\begin{vmatrix} 3 & -4 \\ 3.75 & 5 \end{vmatrix}$

8) $\begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -9.5 \end{vmatrix}$

9) $\begin{vmatrix} 0.5 & -0.7 \\ 0.4 & -0.3 \end{vmatrix}$

10) $\begin{vmatrix} -2 & 3 & 1 \\ 0 & 4 & -3 \\ 2 & 5 & -1 \end{vmatrix}$

11) $\begin{vmatrix} 2 & -4 & 1 \\ 3 & 0 & 9 \\ -1 & 5 & 7 \end{vmatrix}$

12) $\begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & -2 \\ 1 & 1 & -1 \end{vmatrix}$

13) $\begin{vmatrix} 0 & -4 & 0 \\ 2 & -1 & 1 \\ 3 & -2 & 5 \end{vmatrix}$

14) $\begin{vmatrix} 2 & 7 & -6 \\ 8 & 4 & 0 \\ 1 & -1 & 3 \end{vmatrix}$

15) $\begin{vmatrix} -12 & 0 & 3 \\ 7 & 5 & -1 \\ 4 & 2 & -6 \end{vmatrix}$

استعمل قاعدة كرامر لحل كل نظام من معادلتين ممَّا يأتي:

16) $4x - 2y = -6$
$3x + y = 18$

17) $5x + 4y = 10$
$-3x - 2y = -8$

18) $-2x - 3y = -14$
$4x - y = 0$

19) $6x + 6y = 9$
$4x - 4y = -42$

20) $5x - 6 = 3y$
$5y = 54 + 3x$

21) $\frac{x}{2} + \frac{y}{4} = 2$
$\frac{x}{4} - \frac{y}{6} = -6$

22) هندسة: باستعمال المحددات، أوجد مساحة المثلث الذي إحداثيات رؤوسه $(3, 5)$، $(6, -5)$، $(-4, 10)$.

23) عالم البحار: يستعمل عالم مخلوقات بحرية جهاز رصد وتحليل البيانات الجغرافية (GIS) لتحديد الإقليم البحري الذي يعيش فيه نوع من الأسماك النادرة، فأظهرت بيانات الجهاز أن إحداثيات رؤوس ذلك الإقليم على مستوى إحداثي تمثل وحدة الطول فيه كيلومترًا هي: $(-4, 2)$، $(6, 17)$، $(-8, 10)$. فكم مساحة ذلك الإقليم؟

2-5 النظير الضربي للمصفوفة وأنظمة المعادلات الخطية

حدد ما إذا كان كل زوج من المصفوفات الآتية يمثل مصفوفة ونظيرها الضربي أم لا:

1) $\underline{M} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}, \underline{N} = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 3 & -2 \end{bmatrix}$

2) $\underline{X} = \begin{bmatrix} -3 & 2 \\ 5 & -3 \end{bmatrix}, \underline{Y} = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 5 & 3 \end{bmatrix}$

3) $\underline{A} = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -4 & 2 \end{bmatrix}, \underline{B} = \begin{bmatrix} \frac{1}{5} & -\frac{1}{10} \\ \frac{2}{5} & \frac{3}{10} \end{bmatrix}$

4) $\underline{P} = \begin{bmatrix} 6 & -2 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}, \underline{Q} = \begin{bmatrix} \frac{3}{14} & \frac{1}{7} \\ \frac{1}{7} & \frac{3}{7} \end{bmatrix}$

أوجد النظير الضربي لكل مصفوفة ممَّا يأتي، إن وجد:

5) $\begin{bmatrix} 4 & 5 \\ -4 & -3 \end{bmatrix}$

6) $\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$

7) $\begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 4 & -7 \end{bmatrix}$

8) $\begin{bmatrix} 2 & 5 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$

9) $\begin{bmatrix} 2 & -5 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$

10) $\begin{bmatrix} 4 & 6 \\ 6 & 9 \end{bmatrix}$

استعمل معادلة مصفوفية لحل كل نظام ممَّا يأتي:

11) $p + 3q = 6$
$2p - 3q = -6$

12) $-x - 3y = 2$
$-4x - 5y = 1$

13) $2m + 2n = -8$
$6m + 4n = -18$

14) $-3a + b = -9$
$5a - 2b = 14$

15) حدد ما إذا كانت العبارة الآتية صحيحة أم خاطئة:
"لكل مصفوفة مربعة نظير ضربي".

3-1 الأعداد المركبة

بسّط كلًّا ممَّا يأتي:

1) $\sqrt{-36}$

2) $\sqrt{-8} \cdot \sqrt{-32}$

3) $\sqrt{-15} \cdot \sqrt{-25}$

4) $(-3i)(4i)(-5i)$

5) $(7i)^2(6i)$

6) i^{42}

7) i^{55}

8) i^{89}

أوجد ناتج كلٍّ ممَّا يأتي:

9) $(5 - 2i) + (-13 - 8i)$

10) $(7 - 6i) + (9 + 11i)$

11) $(-12 + 48i) + (15 + 21i)$

12) $(10 + 15i) - (48 - 30i)$

13) $(28 - 4i) - (10 - 30i)$

14) $(6 - 4i)(6 + 4i)$

15) $(8 - 11i)(8 - 11i)$

16) $(4 + 3i)(2 - 5i)$

17) $(7 + 2i)(9 - 6i)$

18) $\dfrac{6 + 5i}{-2i}$

19) $\dfrac{2}{7 - 8i}$

20) $\dfrac{3 - i}{2 - i}$

حُلّ كل معادلة ممَّا يأتي:

21) $5n^2 + 35 = 0$

22) $2m^2 + 10 = 0$

23) $4m^2 + 76 = 0$

24) $-2m^2 - 6 = 0$

25) $-5m^2 - 65 = 0$

26) $\dfrac{3}{4}x^2 + 12 = 0$

أوجد قيمتي ℓ و m الحقيقيتين اللتين تجعلان كل معادلة ممَّا يأتي صحيحة:

27) $15 - 28i = 3\ell + (4m)i$

28) $(6 - \ell) + (3m)i = -12 + 27i$

29) $(3\ell + 4) + (3 - m)i = 16 - 3i$

30) $(7 + m) + (4\ell - 10)i = 3 - 6i$

31) كهرباء: تبلغ المعاوقة في أحد طرفي دائرة كهربائية موصولة على التوالي $3i + 1$ أوم، وفي الطرف الآخر $5i - 7$ أوم. اجمع هذين العددين المركبين لتحصل على المعاوقة الكلية في تلك الدائرة الكهربائية.

32) كهرباء: استعمل القانون $V = C \cdot I$، لإيجاد فرق الجهد V في دائرة كهربائية فيها شدة التيار I تساوي $i - 3$ أمبير، والمعاوقة C تساوي $2i + 3$ أوم.

وزارة التعليم
Ministry of Education
2023 - 1445

3-2 القانون العام والمميز

حل كل معادلة ممَّا يأتي باستعمال القانون العام:

1) $7x^2 - 5x = 0$

2) $4x^2 - 9 = 0$

3) $3x^2 + 8x = 3$

4) $x^2 - 21 = 4x$

5) $3x^2 - 13x + 4 = 0$

6) $15x^2 + 22x = -8$

7) $x^2 - 6x + 3 = 0$

8) $x^2 - 14x + 53 = 0$

9) $3x^2 = -54$

10) $25x^2 - 20x - 6 = 0$

11) $4x^2 - 4x + 17 = 0$

12) $8x - 1 = 4x^2$

13) $x^2 = 4x - 15$

14) $4x^2 - 12x + 7 = 0$

أجب عن الفرعين a، b لكل معادلة تربيعية في الأسئلة (15-29):

a) أوجد قيمة المميز.

b) أوجد عدد الجذور، وحدد أنواعها.

15) $x^2 - 16x + 64 = 0$

16) $x^2 = 3x$

17) $9x^2 - 24x + 16 = 0$

18) $x^2 - 3x = 40$

19) $3x^2 + 9x - 2 = 0$

20) $2x^2 + 7x = 0$

21) $5x^2 - 2x + 4 = 0$

22) $12x^2 - x - 6 = 0$

23) $7x^2 + 6x + 2 = 0$

24) $12x^2 + 2x - 4 = 0$

25) $6x^2 - 2x - 1 = 0$

26) $x^2 + 3x + 6 = 0$

27) $4x^2 - 3x^2 - 6 = 0$

28) $16x^2 - 8x + 1 = 0$

29) $2x^2 - 5x - 6 = 0$

30) فيزياء: إذا كانت المعادلة $h(t) = -16t^2 + 60t$ تعبّر عن الارتفاع $h(t)$ بالأقدام لجُسيم بعد t ثانية من قذفه رأسيًّا إلى الأعلى من سطح الأرض بسرعة ابتدائية مقدارها $60\ m/s$، فما قيمتا t اللتان يكون عندهما الجسيم على ارتفاع $56\ m$؟

3-3 العمليات على كثيرات الحدود

حدِّد ما إذا كانت كل عبارة ممَّا يأتي كثيرة حدود أم لا، وإن كانت كذلك فاذكر درجتها:

1) $\frac{1}{3}x^5y^3 + 2x$

2) $\sqrt[3]{x} - x^2$

بسّط كلًّا ممَّا يأتي مفترضًا أن أيًّا من المتغيرات لا يساوي صفرًا:

3) $n^5 \cdot n^2$

4) $y^7 \cdot y^3 \cdot y^2$

5) $t^9 \cdot t^{-8}$

6) $x^{-4} \cdot x^{-4} \cdot x^4$

7) $(2f^4)^6$

8) $(-2b^{-2}c^3)^3$

9) $(4d^2t^5v^{-4})(-5dt^{-3}v^{-1})$

10) $8u(2z)^3$

11) $\frac{12m^8y^6}{-9my^4}$

12) $\frac{-6n^5x^3}{18nx^7}$

13) $\frac{-27x^3(-x^7)}{16x^4}$

14) $\left(\frac{2}{3r^2t^3z^6}\right)^2$

15) $-(4w^{-3}z^{-5})(8w)^2$

16) $(m^4n^6)^4(m^3n^2p^5)^6$

17) $\left(\frac{2x^3y^2}{-x^2y^5}\right)^{-2}$

18) $\frac{(3x^{-2}y^3)(5xy^{-8})}{(x^{-3})^4y^{-2}}$

19) $\frac{-20(m^2v)(-v)^3}{5(-v)^2(-m^4)}$

20) $(3n^2 + 1) + (8n^2 - 8)$

21) $(6w - 11w^2) - (4 + 7w^2)$

22) $(w + 2t)(w^2 - 2wt + 4t^2)$

23) استثمار: استثمر سلطان 15000 ريال في مشروعين، في السنة الأولى زاد المبلغ المستثمَر في المشروع الأول بنسبة 3.8% ، وزاد المبلغ المستثمَر في المشروع الثاني بنسبة 6% . اكتب كثيرة حدود تمثل المبلغ المتجمع في نهاية السنة الأولى من كلا المشروعين، مفترضًا أن x هو المبلغ المستثمَر في المشروع الأول.

24) هندسة: تُعطى مساحة قاعدة صندوق على شكل متوازي مستطيلات بالعبارة $2x^2 + 4x - 3$ وحدة مربعة. فإذا كان ارتفاع الصندوق يساوي x وحدة، فاكتب كثيرة حدود تمثل حجم الصندوق.

3-4 قسمة كثيرات الحدود

بسّط كل عبارة ممَّا يأتي:

1) $\frac{15r^{10} - 5r^8 + 40r^2}{5r^4}$

2) $\frac{6k^2m - 12k^3m^2 + 9m^3}{2km^2}$

استعمل القسمة الطويلة (خوارزمية القسمة) أو القسمة التركيبية؛ لإيجاد الناتج في كلٍّ ممَّا يأتي:

3) $(-30x^3y + 12x^2y^2 - 18x^2y) \div (-6x^2y)$

4) $(-6w^3z^4 - 3w^2z^5 + 4w + 5z) \div (2w^2z)$

5) $(4a^3 - 8a^2 + a^2)(4a)^{-1}$

6) $(28d^3k^2 + d^2k^2 - 4dk^2)(4dk^2)^{-1}$

7) $\frac{f^2 + 7f + 10}{f + 2}$

8) $\frac{2x^2 + 3x - 14}{x - 2}$

9) $(a^3 - 64) \div (a - 4)$

10) $(b^3 + 27) \div (b + 3)$

11) $\frac{2x^3 + 6x + 152}{x + 4}$

12) $\frac{2x^3 + 4x - 6}{x + 3}$

13) $(3w^3 + 7w^2 - 4w + 3) \div (w + 3)$

14) $(6y^4 + 15y^3 - 28y - 6) \div (y + 2)$

15) $(x^4 - 3x^3 - 11x^2 + 3x + 10) \div (x - 5)$

16) $(3m^5 + m - 1) \div (m + 1)$

17) $(x^4 - 3x^3 + 5x - 6)(x + 2)^{-1}$

18) $(6y^2 - 5y - 15)(2y + 3)^{-1}$

19) $\frac{4x^2 - 2x + 6}{2x - 3}$

20) $\frac{2h^4 - h^3 + h^2 + h - 3}{h^2 - 1}$

استعمل القسمة التركيبية؛ لإيجاد الناتج في كلٍّ ممَّا يأتي:

21) $(2r^3 + 5r^2 - 2r - 15) \div (2r - 3)$

22) $(6t^3 + 5t^2 - 2t + 1) \div (3t + 1)$

23) $\frac{4p^4 - 17p^2 + 14p - 3}{2p - 3}$

24) $\frac{6x^2 - x - 7}{3x + 1}$

25) هندسة: تُعطى مساحة مستطيل بالعبارة $15 + 11x - 2x^2$ قدمًا مربعًا. فإذا كان عرض المستطيل يساوي $(2x - 5)$ ft، فأوجد طوله.

26) هندسة: تُعطى مساحة مثلث بالعبارة $15x^4 + 3x^3 + 4x^2 - x - 3$ مترًا مربعًا. فإذا كان طول قاعدته يساوي $(6x^2 - 2)$ m، فأوجد ارتفاعه.

وزارة التعليم
Ministry of Education
2023 - 1445

دوال كثيرات الحدود

حدّد الدرجة والمعامل الرئيس لكل كثيرة حدود بمتغير واحد ممَّا يأتي، وإذا لم تكن كثيرة حدود بمتغيرواحد، فاذكر السبب:

1) $(3x^2+1)(2x^2-9)$

2) $\frac{1}{5}a^3-\frac{3}{5}a^2+\frac{4}{5}a$

3) $\frac{2}{m^2}+3m-12$

4) x^2-x^3

أوجد $p(-2)$ **و** $p(3)$ **لكل دالة ممَّا يأتي:**

5) $p(x)=x^3-x^5$

6) $p(x)=-7x^2+5x+9$

7) $p(x)=-x^5+4x^3$

8) $p(x)=3x^3-x^2+2x-5$

9) $p(x)=x^4+\frac{1}{2}x^3-\frac{1}{2}x$

10) $p(x)=\frac{1}{3}x^3+\frac{2}{3}x^2+3x$

إذا كان $p(x)=3x^2-4$ **و** $r(x)=2x^2-5x+1$**، فأوجد كلًّا ممَّا يأتي:**

11) $p(8a)$

12) $r(a^2)$

13) $-5r(2a)$

14) $r(x+2)$

15) $p(x^2-1)$

16) $5p(x+2)$

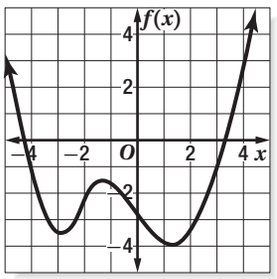
أجب عن الفروع a**–**c **لكل تمثيل بياني ممَّا يأتي:**

a) صف سلوك طرفي التمثيل البياني.

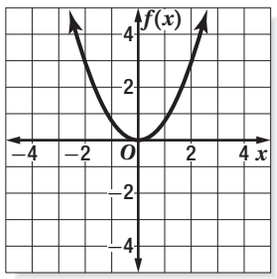
b) حدد ما إذا كانت درجة الدالة زوجية أم فردية.

c) اذكر عدد الأصفار الحقيقية للدالة.

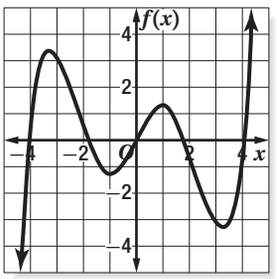
17)



18)



19)



20) بـرودة الريح: تقدر برودة الريح عند درجة الحرارة الجوية 0°F بالدالة $C(w)=0.013w^2-w-7$، وذلك عندما تكون سرعة الريح w ما بين 5 mi/h إلى 30 mi/h. قدّر برودة ريح سرعتها 20 mi/h عند درجة الحرارة الجوية 0°F.

حل معادلات كثيرات الحدود

حلّل كلَّ كثيرة حدود ممَّا يأتي تحليلًا تامًّا. وإذا لم يكن ذلك ممكنًا، فاكتب كثيرة حدود أولية:

1) $15a^2b - 10ab^2$

2) $3st^2 - 9s^3t + 6s^2t^2$

3) $3x^3y^2 - 2x^2y + 5xy$

4) $2x^3y - x^2y + 5xy^2 + xy^3$

5) $21 - 7t + 3r - rt$

6) $x^2 - xy + 2x - 2y$

7) $y^2 + 20y + 96$

8) $4ab + 2a + 6b + 3$

9) $6n^2 - 11n - 2$

10) $6x^2 + 7x - 3$

11) $4x^2 - 8x + 8$

12) $6p^2 - 17p - 45$

اكتب كلَّ عبارة ممَّا يأتي على الصورة التربيعية إن كان ذلك ممكنًا:

13) $10b^4 + 3b^2 - 11$

14) $-5x^8 + x^2 + 6$

15) $28d^6 + 25d^3$

16) $4s^8 + 4s^4 + 7$

17) $500x^4 - x^2$

18) $8b^5 - 8b^3 - 1$

حل كلَّ معادلة ممَّا يأتي:

19) $y^4 - 7y^3 - 18y^2 = 0$

20) $s^5 + 4s^4 - 32s^3 = 0$

21) $m^4 - 625 = 0$

22) $n^4 - 49n^2 = 0$

23) $x^4 - 50x^2 + 49 = 0$

24) $t^4 - 21t^2 + 80 = 0$

25) فيزياء: يعطى مسار بروتون في مجال مغناطيسي على مستوى إحداثي بالدالة $f(x) = x^4 - 2x^2 - 15$. فما قيم x التي يقطع عندها مسار البروتون المحور x؟

26) محميات: وقع الاختيار على قطعة أرض لتكون محمية طبيعية، وعُهد إلى مسَّاح بإعداد مخطط لها، فوجد أن قطعة الأرض على شكل مثلث قائم الزاوية، يقل طول ضلع قائمته الأكبر 5 mi عن مربع طول ضلعها الأصغر. ويقل طول وتره عن مِثْلي مربع طول ضلع قائمته الأصغر 13 mi، وجميع أطوال أضلاع المثلث هي أعداد صحيحة (بالأميال). فما طول كل حد من حدود قطعة الأرض؟

3-7 نظريتا الباقي والعوامل

أوجد $f(-3)$ و $f(4)$ لكلِّ دالة ممَّا يأتي مستعملًا التعويض التركيبي:

1) $f(x) = x^2 + 2x + 3$

2) $f(x) = x^2 - 5x + 10$

3) $f(x) = x^2 - 5x - 4$

4) $f(x) = x^3 - x^2 - 2x + 3$

5) $f(x) = x^3 + 2x^2 + 5$

6) $f(x) = x^3 - 6x^2 + 2x$

7) $f(x) = x^3 - 2x^2 - 2x + 8$

8) $f(x) = x^3 - x^2 + 4x - 4$

9) $f(x) = x^3 + 3x^2 + 2x - 50$

10) $f(x) = x^4 + x^3 - 3x^2 - x + 12$

11) $f(x) = x^4 - 2x^2 - x + 7$

12) $f(x) = 2x^4 - 3x^3 + 4x^2 - 2x + 1$

13) $f(x) = 2x^4 - x^3 + 2x^2 - 26$

14) $f(x) = 3x^4 - 4x^3 + 3x^2 - 5x - 3$

15) $f(x) = x^5 + 7x^3 - 4x - 10$

16) $f(x) = x^6 + 2x^5 - x^4 + x^3 - 9x^2 + 20$

في كلٍّ ممَّا يأتي كثيرة حدود ودالة من الدرجة الأولى. حدّد ما إذا كانت الدالة عاملًا من عوامل كثيرة الحدود أم لا، ثم أوجد عواملها الأخرى:

17) $x^3 + 3x^2 - 6x - 8; x - 2$

18) $x^3 - x\ ; x$

19) $x^3 - 9x^2 + 27x - 27; x - 3$

20) $x^3 - x^2 - 8x + 12; x + 3$

21) $x^3 + x^2 - 2x\ , x - 1$

22) $x^3 - x^2 - 14x + 24; x + 4$

23) $3x^3 - 4x^2 - 17x + 6; x + 2$

24) $4x^3 - 12x^2 - x + 3; x - 3$

25) $18x^3 + 9x^2 - 2x - 1; 2x + 1$

26) $x^4 - 16; x - 2$

27) $x^5 + x^4 - 5x^3 - 5x^2 + 4x + 4; x + 1$

28) $x^5 - 2x^4 + 4x^3 - 8x^2 - 5x + 10; x - 2$

29) سكان: يمكن تقدير عدد سكان مدينة بالآلاف لعدة سنوات قادمة باستعمال الدالة $P(x) = x^3 + 2x^2 - 8x + 520$، حيث x عدد السنوات منذ عام 1425هـ . احسب عدد سكان تلك المدينة عام 1445هـ .

30) حجم: يمكن تمثيل حجم الماء في بركة سباحة على شكل متوازي مستطيلات بكثيرة الحدود $2x^3 - 9x^2 + 7x + 6$. فإذا كان عمق البركة $2x + 1$، فأوجد كثيرتي الحدود اللتين تمثلان طول البركة، وعرضها.

الجذور والأصفار

حلّ كلَّ معادلة ممَّا يأتي، واذكر عدد جذورها، ونوعها:

1) $-9x - 15 = 0$

2) $x^4 - 5x^2 + 4 = 0$

3) $x^5 - 81x = 0$

4) $x^3 + x^2 - 3x - 3 = 0$

اذكر العدد الممكن للأصفار الحقيقية الموجبة، والحقيقية السالبة، والتخيلية لكلِّ دالة ممَّا يأتي:

5) $f(x) = 4x^3 - 2x^2 + x + 3$

6) $p(x) = 2x^4 - 2x^3 + 2x^2 - x - 1$

7) $q(x) = 3x^4 + x^3 - 3x^2 + 7x + 5$

8) $h(x) = 7x^4 + 3x^3 - 2x^2 - x + 1$

اكتب دالة كثيرة حدود درجتها أقل ما يمكن، ومعاملات حدودها أعداد صحيحة، إذا كانت الأعداد المعطاة في كلٍّ ممَّا يأتي من أصفارها:

9) $-5, 3i$

10) $-2, 3 + i$

11) $-1, 4, 3i$

12) $2, 5, 1 + i$

13) تصميم: صمّم مختص قالبًا حيّزه الداخلي مكعب الشكل أبعاده 6 in, 8 in, 10 in، ويريد أن يقلل من حجم الحيّز الداخلي ليصبح $105\ \text{in}^3$، وذلك بإنقاص كلِّ بعد من أبعاده بالمقدار نفسه، اكتب معادلة كثيرة حدود، ثم حلّها لتجد مقدار ما يجب عليه أن يُنقص من كل بعد.

القسم الثاني

وزارة التعليم
Ministry of Education
2023 - 1445

الفهرس

الفصل الرابع:

العلاقات والدوال العكسية والجذرية

4-1 العمليات على الدوال ____ 29
4-2 العلاقات والدوال العكسية ____ 30
4-3 دوال ومتباينات الجذر التربيعي ____ 31
4-4 الجذر النوني ____ 32
4-5 العمليات على العبارات الجذرية ____ 33
4-6 الأسس النسبية ____ 34
4-7 حل المعادلات والمتباينات الجذرية ____ 35

الفصل الخامس:

العلاقات والدوالّ النسبية

5-1 ضرب العبارات النسبية وقسمتها ____ 36
5-2 جمع العبارات النسبية وطرحها ____ 37
5-3 تمثيل دوالّ المقلوب بيانيًّا ____ 38
5-4 تمثيل الدوالّ النسبية بيانيًّا ____ 39
5-5 دوالّ التغيُّر ____ 40
5-6 حل المعادلات والمتباينات النسبية ____ 41

الفصل السادس:

المتتابعات والمتسلسلات

6-1 المتتابعات بوصفها دوالّ ____ 42
6-2 المتتابعات والمتسلسلات الحسابية ____ 43
6-3 المتتابعات والمتسلسلات الهندسية ____ 44
6-4 المتسلسلات الهندسية اللانهائية ____ 45
6-5 نظرية ذات الحدين ____ 46
6-6 البرهان باستعمال مبدأ الاستقراء الرياضيِّ ____ 47

وزارة التعليم
Ministry of Education
2023 - 1445

4-1 العمليات على الدوال

أوجد $(f+g)(x)$, $(f-g)(x)$, $(f \cdot g)(x)$, $\left(\frac{f}{g}\right)(x)$ للدالتين $f(x), g(x)$ في كلٍّ ممَّا يأتي:

1) $f(x) = 2x + 1$, $g(x) = x - 3$

2) $f(x) = 8x^2$, $g(x) = \frac{1}{x^2}$

3) $f(x) = x^2 + 7x + 12$, $g(x) = x^2 - 9$

أوجد $f \circ g$, $g \circ f$ لكلِّ زوج من الدوال الآتية، إذا كان ذلك ممكنًا:

4) $f = \{(-9, -1), (-1, 0), (3, 4)\}$, $g = \{(0, -9), (-1, 3), (4, -1)\}$

5) $f = \{(-4, 3), (0, -2), (1, -2)\}$, $g = \{(-2, 0), (3, 1)\}$

6) $f = \{(-4, -5), (0, 3), (1, 6)\}$, $g = \{(6, 1), (-5, 0), (3, -4)\}$

7) $f = \{(0, -3), (1, -3), (6, 8)\}$, $g = \{(8, 2), (-3, 0)\}$

أوجد $[h \circ g](x)$, $[g \circ h](x)$ في كلٍّ ممَّا يأتي، إذا كان ذلك ممكنًا:

8) $g(x) = 3x$, $h(x) = x - 4$

9) $g(x) = -8x$, $h(x) = 2x + 3$

10) $g(x) = x + 6$, $h(x) = 3x^2$

11) $g(x) = x + 3$, $h(x) = 2x^2$

12) $g(x) = -2x$, $h(x) = x^2 + 3x + 2$

13) $g(x) = x - 2$, $h(x) = 3x^2 + 1$

إذا كان $f(x) = x^2, g(x) = 5x, h(x) = x + 4$ ، فأوجد قيمة كل ممَّا يأتي:

14) $f[g(1)]$

15) $g[h(-2)]$

16) $h[f(4)]$

17) $f[h(-9)]$

18) $h[g(-3)]$

19) $g[f(8)]$

20) قياس: تستعمل الصيغة $f = \frac{n}{12}$ لتحويل البوصات n إلى أقدام f، والصيغة $m = \frac{f}{5280}$ لتحويل الأقدام f إلى أميال m. اكتب تركيب دالتين لتحويل البوصات إلى أميال.

العلاقات والدوال العكسية

أوجد العلاقة العكسية لكلٍّ من العلاقات الآتية:

1) $\{(0, 3), (4, 2), (5, -6)\}$

2) $\{(-5, 1), (-5, -1), (-5, 8)\}$

3) $\{(-3, -7), (0, -1), (5, 9), (7, 13)\}$

4) $\{(8, -2), (10, 5), (12, 6), (14, 7)\}$

5) $\{(-5, -4), (1, 2), (3, 4), (7, 8)\}$

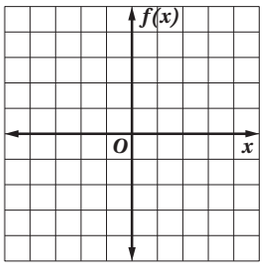
6) $\{(-3, 9), (-2, 4), (0, 0), (1, 1)\}$

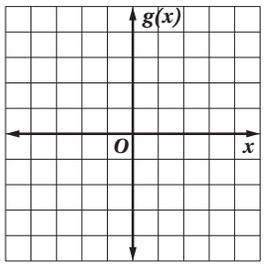
أوجد معكوس كل من الدوال الآتية، ثم مثِّل الدالة ومعكوسها بيانيًّا على مستوى إحداثي واحد:

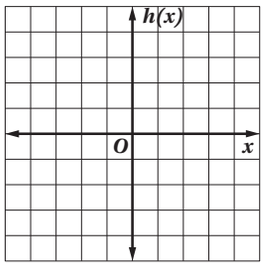
7) $f(x) = \frac{3}{4}x$

8) $g(x) = 3 + x$

9) $h(x) = x^2 - 1$







في كلِّ زوج ممَّا يأتي، حدد هل كلَّ دالة تمثل دالة عكسية للأخرى أم لا؟ ووضِّح إجابتك.

10) $f(x) = x + 6$, $g(x) = x - 6$

11) $f(x) = -4x + 1$, $g(x) = \frac{1}{4}(1 - x)$

12) $g(x) = 13x - 13$, $h(x) = \frac{1}{13}x - 1$

13) $f(x) = 2x$, $g(x) = -2x$

14) $f(x) = x^3 + 2$, $g(x) = \sqrt[3]{x - 2}$

15) $g(x) = 2x^2 - 8$, $h(x) = \frac{1}{2}x^2 + 4$

16) قياس: تمثل النقاط (72, 165), (65, 108), (67, 140), (71, 180), (63, 121) الوزن بالرطل كدالة بدلالة الطول بالبوصة لخمسة طلاب. أوجد خمس نقاط لهؤلاء الطلاب تمثل طولهم كدالة بدلالة وزنهم.

17) تجديد البناء: يستبدل خالد أرضية مطبخ بيته الذي بُعداه 15 ft, 18 ft. فإذا كانت تكلفة الياردة المربعة من الأرضية الجديدة 17.99 ريالًا، وكانت الصيغة $f(x) = 9x$ تُستعمل لتحويل الياردات المربعة إلى أقدام مربعة.

a) أوجد $f^{-1}(x)$، وما أهمية $f^{-1}(x)$ لخالد؟

b) ما تكلفة الأرضية الجديدة؟

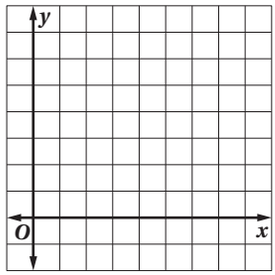
دوال ومتباينات الجذر التربيعي

عين المجال والمدى لكلٍّ من الدالتين الآتيتين:

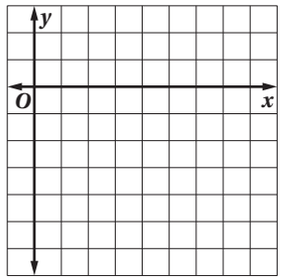
1) $f(x) = \sqrt{x-1}$ **2)** $f(x) = \sqrt{x+1} + 8$

مثّل كلَّ دالة ممَّا يأتي بيانيًّا، وحدّد مجالها ومداها:

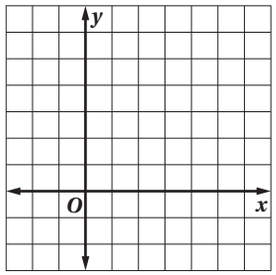
3) $y = \sqrt{5x}$



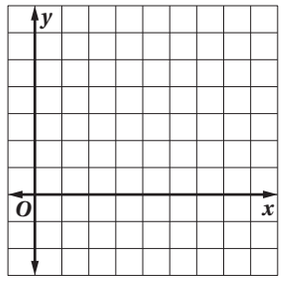
4) $y = -\sqrt{x-1}$



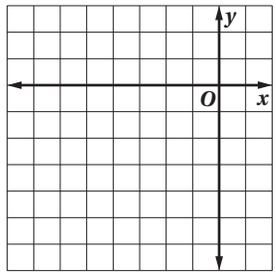
5) $y = 2\sqrt{x+2}$



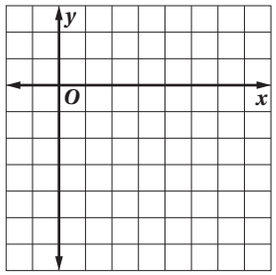
6) $y = \sqrt{3x-4}$



7) $y = \sqrt{x+7} - 4$

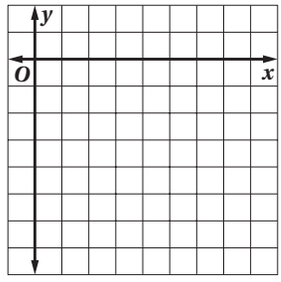


8) $y = 1 - \sqrt{2x+3}$

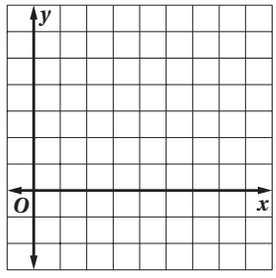


مثل كلَّ متباينة ممَّا يأتي بيانيًّا:

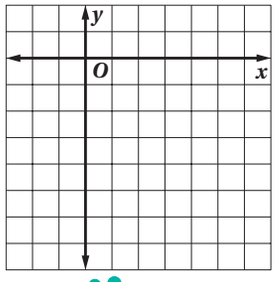
9) $y \geq -\sqrt{6x}$



10) $y \leq \sqrt{x-5} + 3$



11) $y > -2\sqrt{3x+2}$



12) ألعاب: إذا كانت سرعة لعبة في مدينة الألعاب في أثناء هبوطها من المرتفع تُعطى بالدالة $v = \sqrt{v_0^2 + 64h}$ ؛ حيث v_0 السرعة الابتدائية بالأقدام لكل ثانية، h الارتفاع الرأسي بالأقدام، وكانت $v_0 = 8$ ft/s , $v = 70$ ft/s، فأوجد h.

وزارة التعليم
Ministry of Education
2023 - 1445

الجذر النوني

بسّط كلًّا ممَّا يأتي:

1) $\sqrt{0.81}$ **2)** $-\sqrt{324}$ **3)** $-\sqrt[4]{256}$ **4)** $\sqrt[6]{64}$

5) $\sqrt[3]{-64}$ **6)** $\sqrt[3]{0.512}$ **7)** $\sqrt[5]{-243}$ **8)** $-\sqrt[4]{1296}$

9) $\sqrt[5]{\frac{-1024}{243}}$ **10)** $\sqrt[5]{243x^{10}}$ **11)** $\sqrt{(14a)^2}$ **12)** $\sqrt{-(14a)^2}$

13) $\sqrt{49m^2t^8}$ **14)** $\sqrt{\frac{16m^2}{25}}$ **15)** $\sqrt[3]{-64r^6w^{15}}$ **16)** $\sqrt{(2x)^8}$

17) $-\sqrt[4]{625s^8}$ **18)** $\sqrt[3]{216p^3q^9}$ **19)** $\sqrt{676x^4y^6}$ **20)** $\sqrt[3]{-27x^9y^{12}}$

21) $-\sqrt{144m^8n^6}$ **22)** $\sqrt[5]{-32x^5y^{10}}$ **23)** $\sqrt[6]{(m+4)^6}$ **24)** $\sqrt[3]{(2x+1)^3}$

25) $-\sqrt{49a^{10}b^{16}}$ **26)** $\sqrt[4]{(x-5)^8}$ **27)** $\sqrt[3]{343d^6}$ **28)** $\sqrt{x^2+10x+25}$

استعمل الآلة الحاسبة لتقريب قيمة كلٍّ ممَّا يأتي إلى أقرب ثلاث منازل عشرية:

29) $\sqrt{7.8}$ **30)** $-\sqrt{89}$ **31)** $\sqrt[3]{25}$ **32)** $\sqrt[3]{-4}$

33) $\sqrt[4]{1.1}$ **34)** $\sqrt[5]{-0.1}$ **35)** $\sqrt[6]{5555}$ **36)** $\sqrt[4]{(0.94)^2}$

37) حرارة إشعاعية: تسمى كمية الطاقة المشعة من الجسم "الحرارة الإشعاعية". وتسمى درجة الحرارة السيليزية الداخلية للجسم "الحرارة الحركية". وتربط العلاقة $T_r = T_k\sqrt[4]{e}$ بين درجة الحرارة السيليزية الإشعاعية للجسم T_r، وحرارته الحركية T_k، حيث المتغير e في الصيغة هو مقياس قدرة الجسم على إطلاق الطاقة. فإذا كانت الحرارة الحركية لجسم 30°C وكان $e = 0.94$، فأوجد الحرارة الإشعاعية للجسم مقربةً إلى أقرب جزء من عشرة من الدرجة.

38) قانون هيرو (Hero's Formula): لدى حمود حديقة مثلثة الشكل أطوال أضلاعها 15ft, 17ft, 20ft. ويريد إيجاد مساحة سطحها باستعمال قانون هيرو، الذي ينص على أن "مساحة سطح المثلث تساوي $\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$ ؛ حيث a, b, c أطوال أضلاع المثلث، s نصف محيط المثلث". استعمل قانون هيرو لإيجاد مساحة سطح الحديقة مقربةً إلى أقرب عدد كلي.

وزارة التعليم
Ministry of Education
2023 - 1445

4-5 العمليات على العبارات الجذرية

بسّط كلَّ عبارةٍ جذريةٍ ممَّا يأتي:

1) $\sqrt{540}$

2) $\sqrt[3]{-432}$

3) $\sqrt[3]{128}$

4) $-\sqrt[4]{405}$

5) $\sqrt[3]{-5000}$

6) $\sqrt[5]{-1215}$

7) $\sqrt[3]{125t^6w^2}$

8) $\sqrt[4]{48v^8z^{13}}$

9) $\sqrt[3]{8g^3k^8}$

10) $\sqrt{45x^3y^8}$

11) $\sqrt{\frac{11}{9}}$

12) $\sqrt[3]{\frac{216}{24}}$

13) $\sqrt{\frac{1}{128}c^4d^7}$

14) $\sqrt{\frac{9a^5}{64b^4}}$

15) $\sqrt[4]{\frac{8}{9a^3}}$

16) $(3\sqrt{15})(-4\sqrt{45})$

17) $(2\sqrt{24})(7\sqrt{18})$

18) $\sqrt{810}+\sqrt{240}-\sqrt{250}$

19) $6\sqrt{20}+8\sqrt{5}-5\sqrt{45}$

20) $8\sqrt{48}-6\sqrt{75}+7\sqrt{80}$

21) $(3\sqrt{2}+2\sqrt{3})^2$

22) $(3-\sqrt{7})^2$

23) $(\sqrt{5}-\sqrt{6})(\sqrt{5}+\sqrt{2})$

24) $(\sqrt{2}+\sqrt{10})(\sqrt{2}-\sqrt{10})$

25) $(1+\sqrt{6})(5-\sqrt{7})$

26) $(\sqrt{3}+4\sqrt{7})^2$

27) $(\sqrt{108}-6\sqrt{3})^2$

28) $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}-2}$

29) $\frac{6}{\sqrt{2}-1}$

30) $\frac{5+\sqrt{3}}{4+\sqrt{3}}$

31) $\frac{3+\sqrt{2}}{2-\sqrt{2}}$

32) $\frac{3+\sqrt{6}}{5-\sqrt{24}}$

33) $\frac{3+\sqrt{x}}{2-\sqrt{x}}$

34) **نظرية فيثاغورس:** يُعطى طولا ساقي مثلث قائم الزاوية بالعبارتين $6x^2y$ و $9x^2y$. استعمل هذه النظرية لإيجاد عبارة في أبسط صورة تمثل طول الوتر.

4-6 الأسس النسبية

اكتب العبارة الأُسّية على الصورة الجذرية، والعبارة الجذرية على الصورة الأُسّية في كلٍّ ممَّا يأتي:

1) $5^{\frac{1}{3}}$ **2)** $6^{\frac{2}{5}}$ **3)** $m^{\frac{4}{7}}$ **4)** $(n^3)^{\frac{2}{5}}$

5) $\sqrt{79}$ **6)** $\sqrt[4]{153}$ **7)** $\sqrt[3]{27m^6n^4}$ **8)** $\sqrt[5]{2a^{10}b}$

أوجد قيمة كلِّ عبارة ممَّا يأتي:

9) $81^{\frac{1}{4}}$ **10)** $1024^{\frac{1}{5}}$ **11)** $8^{\frac{5}{3}}$

12) $256^{\frac{3}{4}}$ **13)** $(-64)^{\frac{2}{3}}$ **14)** $27^{\frac{1}{3}} \cdot 27^{\frac{4}{3}}$

15) $\left(\frac{125}{216}\right)^{\frac{2}{3}}$ **16)** $\frac{64^{\frac{2}{3}}}{343^{\frac{2}{3}}}$ **17)** $\left(25^{\frac{1}{2}}\right)\left(-64^{-\frac{1}{3}}\right)$

بسّط كلَّ عبارة ممَّا يأتي:

18) $g^{\frac{4}{7}} \cdot g^{\frac{3}{7}}$ **19)** $s^{\frac{3}{4}} \cdot s^{\frac{13}{4}}$ **20)** $\left(u^{\frac{1}{3}}\right)^{\frac{4}{5}}$

21) $y^{-\frac{1}{2}}$ **22)** $b^{-\frac{3}{5}}$ **23)** $\frac{q^{\frac{3}{5}}}{q^{\frac{2}{5}}}$

24) $\sqrt[10]{8^5}$ **25)** $\sqrt[4]{6} \cdot 3\sqrt[4]{6}$ **26)** $\frac{a}{\sqrt{3b}}$

27) كهرباء: تُستعمل الصيغة $C = \left(\frac{P}{R}\right)^{\frac{1}{2}}$ لإيجاد شدة التيار C بالأمبير المارّ في جهاز ما؛ حيث P قدرته بالواط، R مقاومته بالأوم. أوجد شدة التيار المارّ في الجهاز إذا كانت قدرته 500 W، ومقاومته 10 Ω، مقربة إلى أقرب جزء من عشرة.

28) صناعة: يستعمل مدير الإنتاج في أحد المصانع الصيغة $C = 88n^{\frac{1}{3}} + 330$ لتقدير التكلفة C بالريال لإنتاج n قطعة من المنتج. فما تكلفة إنتاج 150 قطعة مقربة إلى أقرب ريال؟

4-7 حل المعادلات والمتباينات الجذرية

حُلّ كلَّ معادلة ممَّا يأتي:

1) $\sqrt{x} = 8$

2) $4 - \sqrt{x} = 3$

3) $\sqrt{2p} + 3 = 10$

4) $4\sqrt{3h} - 2 = 0$

5) $c^{\frac{1}{2}} + 6 = 9$

6) $18 + 7h^{\frac{1}{2}} = 12$

7) $\sqrt[3]{d+2} = 7$

8) $\sqrt[5]{w-7} = 1$

9) $6 + \sqrt[3]{q-4} = 9$

10) $\sqrt[4]{y-9} + 4 = 0$

11) $\sqrt{2m-6} - 16 = 0$

12) $\sqrt[3]{4m+1} - 2 = 2$

13) $\sqrt{8n-5} - 1 = 2$

14) $\sqrt{1-4t} - 8 = -6$

15) $(3g+1)^{\frac{1}{2}} - 6 = 4$

16) $(6u-5)^{\frac{1}{3}} + 2 = -3$

17) $\sqrt{2d-5} = \sqrt{d-1}$

18) $\sqrt{4r-6} = \sqrt{r}$

19) $\sqrt{6x-4} = \sqrt{2x+10}$

20) $\sqrt{2x+5} = \sqrt{2x+1}$

حل كلّ متباينة ممَّا يأتي:

21) $3\sqrt{a} \geq 12$

22) $\sqrt{x+5} + 4 \leq 13$

23) $\sqrt{x-1} < 2$

24) $8 + \sqrt{2x} \leq 5$

25) إحصاء: يستعمل الإحصائيون القانون $\sigma = \sqrt{v}$ لحساب الانحراف المعياري σ، حيث v التباين لمجموعة البيانات. أوجد التباين لمجموعة بيانات انحرافها المعياري 15.

26) جاذبية أرضية: أسقطت سلمى كرة من ارتفاع 25ft عن سطح الأرض. ويمكن تمثيل ارتفاع الكرة بالأقدام عن سطح الأرض h بعد t ثانية بالصيغة $t = \frac{1}{4}\sqrt{25-h}$. ما ارتفاع الكرة عن سطح الأرض بعد 1s من إسقاطها؟

5-1 ضرب العبارات النسبية وقسمتها

بسّط كلّ عبارة ممَّا يأتي:

1) $\frac{9a^2b^3}{27a^4b^4c}$

2) $\frac{(2m^3n^2)^3}{-18m^5n^4}$

3) $\frac{2k^2-k-15}{k^2-9}$

4) $\frac{25-v^2}{3v^2-13v-10}$

5) $\frac{x^4+x^3-2x^2}{x^4-x^3}$

6) $\frac{-2u^3y}{15xz^5}\cdot\frac{25x^3}{14u^2y^2}$

7) $\frac{a+y}{6}\cdot\frac{4}{y+a}$

8) $\frac{n^5}{n-6}\cdot\frac{n^2-6n}{n^8}$

9) $\frac{a-y}{w+n}\cdot\frac{w^2-n^2}{y-a}$

10) $\frac{x^2-5x-24}{6x+2x^2}\cdot\frac{5x^2}{8-x}$

11) $\frac{x-5}{10x-2}\cdot\frac{25x^2-1}{x^2-10x+25}$

12) $\frac{a^5y^3}{wy^7}\div\frac{a^3w^2}{w^5y^2}$

13) $\left(\frac{2xy}{w^2}\right)^3\div\frac{24x^2}{w^5}$

14) $\frac{x+y}{6}\div\frac{x^2-y^2}{3}$

15) $\frac{3x+6}{x^2-9}\div\frac{6x^2+12x}{4x+12}$

16) $\frac{2s^2-7s-15}{(s+4)^2}\div\frac{s^2-10s+25}{s+4}$

17) $\frac{9-a^2}{a^2+5a+6}\div\frac{2a-6}{5a+10}$

18) $\frac{\frac{2x+1}{x}}{\frac{4-x}{x}}$

19) $\frac{\frac{x^2-9}{4}}{\frac{3-x}{8}}$

20) $\frac{\frac{x^3+2^3}{x^2-2x}}{\frac{(x+2)^3}{x^2+4x+4}}$

21) **هندسة:** إذا كانت مساحة مثلَّث قائم الزاوية هي $(x^2-4)\ \text{cm}^2$، وطول أحد ضلعي القائمة $(2x+4)\ \text{cm}$ وحدة، فما طول الضلع الآخر؟

22) **هندسة:** هرم رباعي مساحة قاعدته $\left(\frac{x^2+3x-10}{2x}\right)\ \text{cm}^2$، وارتفاعه $\left(\frac{x^2-3x}{x^2-5x+6}\right)\ \text{cm}$. عبِّر عن حجمه بعبارة نسبية مبسَّطة.

5-2 جمع العبارات النسبية وطرحها

أوجد LCM لكلِّ مجموعة من كثيرات الحدود ممَّا يأتي:

1) x^2y, xy^3 **2)** a^2b^3c, abc^4 **3)** $x+1, x+3$

4) $g-1, g^2+3g-4$ **5)** $2r+2, r^2+r, r+1$ **6)** $3, 4w+2, 4w^2-1$

7) $x^2+2x-8, x+4$ **8)** x^2-x-6, x^2+6x+8 **9)** $d^2+6d+9, 2(d^2-9)$

بسِّط كلَّ عبارة ممَّا يأتي:

10) $\frac{5}{6ab}-\frac{7}{8a}$ **11)** $\frac{5}{12x^4y}-\frac{1}{5x^2y^3}$ **12)** $\frac{1}{6c^2d}+\frac{3}{4cd^3}$

13) $\frac{4m}{3mn}+2$ **14)** $2x-5-\frac{x-8}{x+4}$ **15)** $\frac{4}{a-3}+\frac{9}{a-5}$

16) $\frac{16}{x^2-16}+\frac{2}{x+4}$ **17)** $\frac{2-5m}{m-9}+\frac{4m-5}{9-m}$ **18)** $\frac{y-5}{y^2-3y-10}+\frac{y}{y^2+y-2}$

19) $\frac{5}{2x-12}-\frac{20}{x^2-4x-12}$ **20)** $\frac{2p-3}{p^2-5p+6}-\frac{5}{p^2-9}$ **21)** $\frac{1}{5n}-\frac{3}{4}+\frac{7}{10n}$

22) $\frac{2a}{a-3}-\frac{2a}{a+3}+\frac{36}{a^2-9}$ **23)** $\frac{\frac{2}{x-y}+\frac{1}{x+y}}{\frac{1}{x-y}}$ **24)** $\frac{\frac{r+6}{r}-\frac{1}{r+2}}{\frac{r^2+4r+3}{r^2+2r}}$

25) هندسة: إذا كانت العبارات: $\frac{20}{x+4}$ ، $\frac{5x}{2}$ ، $\frac{10}{x-4}$ تمثّل أطوال أضلاع مثلَّث بالسنتمترات، فاكتب عبارة تمثِّل محيط المثلَّث في أبسط صورة.

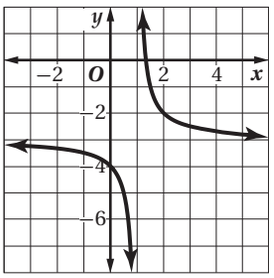
26) قوارب: يسير قارب في نهر سرعة التيار فيه 2 mi/h. فإذا كانت r تمثِّل سرعة القارب في المياه الراكدة، فإن $(r+2)$ تمثِّل سرعته في اتجاه التيار، و$(r-2)$ تمثِّل سرعته عكس اتجاه التيار. إذا قطع القارب مسافة 2 mi في اتجاه التيار، ثم عاد إلى نقطة البداية، فاستعمل قانون الزمن $t=\frac{d}{v}$ ، لكتابة عبارة نسبيّة تمثِّل الزمن اللازم لإتمام هذه الرحلة في أبسط صورة، حيث تمثِّل d المسافة المقطوعة، و v السرعة.

وزارة التعليم
Ministry of Education
2023 - 1445

5-3 تمثيل دوالّ المقلوب بيانيًّا

حدّد خطوط التقارب، والمجال، والمدى لكلٍّ دالّة ممَّا يأتي:

1) $f(x) = \frac{1}{x-1} - 3$

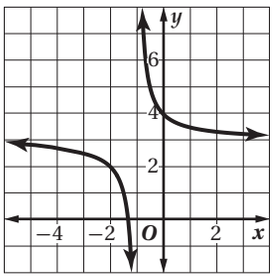


خطوط التقارب:

المجال=

المدى=

2) $f(x) = \frac{1}{x+1} + 3$

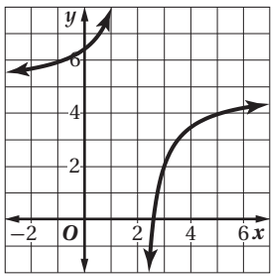


خطوط التقارب:

المجال=

المدى=

3) $f(x) = \frac{-3}{x-2} + 5$



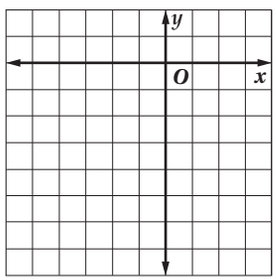
خطوط التقارب:

المجال=

المدى=

مثّل كلَّ دالّة ممَّا يأتي بيانيًّا، وحدِّد مجال ومدى كلٍّ منها:

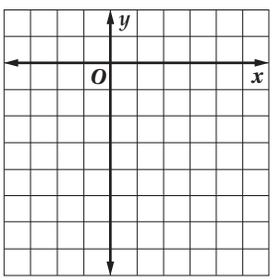
4) $f(x) = \frac{1}{x+1} - 5$



المجال:

المدى:

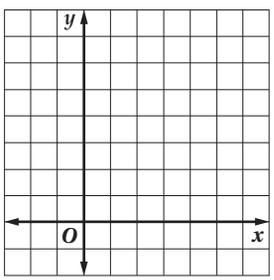
5) $f(x) = \frac{-1}{x-3} - 4$



المجال:

المدى:

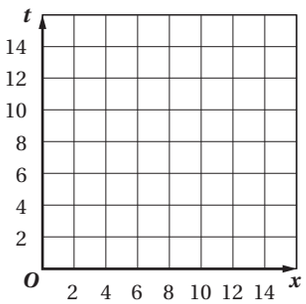
6) $f(x) = \frac{3}{x-2} + 4$



المجال:

المدى:

7) سباق: شارك سعود في سباق للدرَّاجات الهوائية مسافته 120 km. إذا كانت سرعته 10 km/h، وأراد أن يزيدها بمقدار x km/h ، فاكتب دالّة تربط بين x والزمن اللازم لإنهاء السباق، ومثّلها بيانيًّا. وإذا أراد سعود أن ينهي السباق في 10 h ، فكم يجب أن يزيد سرعته؟

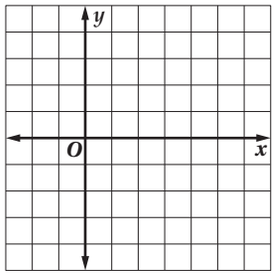


وزارة التعليم
Ministry of Education
2023 - 1445

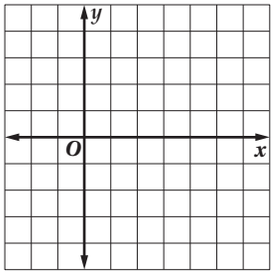
5-4 تمثيل الدوالّ النسبية بيانيًّا

مثّل كلَّ دالّة ممَّا يأتي بيانيًّا:

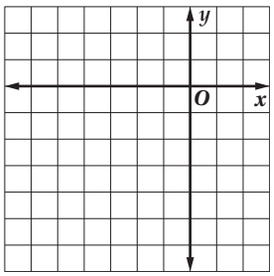
1) $f(x) = \frac{-4}{x-2}$



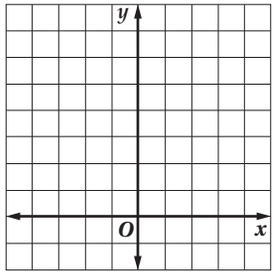
2) $f(x) = \frac{x-3}{x-2}$



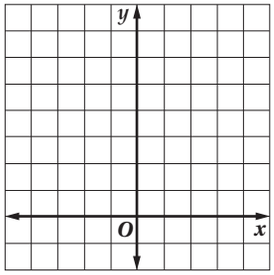
3) $f(x) = \frac{3x}{(x+3)^2}$



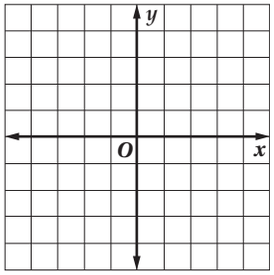
4) $f(x) = \frac{2x^2+5}{6x-4}$



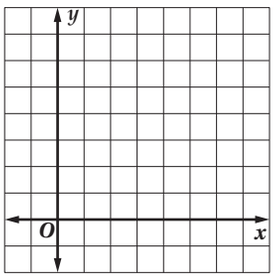
5) $f(x) = \frac{x^2+2x-8}{x-2}$



6) $f(x) = \frac{x^2-7x+12}{x-3}$



7) **طلاء:** يستطيع عامر طلاء غرفة في 6 ساعات إذا عمل وحده، في حين يستطيع عاطف طلاء الغرفة نفسها في x ساعة إذا عمل وحده، والدالّة $f(x) = \frac{6+x}{6x}$ تمثِّل جزءًا من العمل يمكنهما إنجازه معًا في ساعة واحدة. مثّل هذه الدالّة بيانيًّا، حيث $x > 0, f(x) > 0$. وإذا كان عاطف يستطيع طلاء الغرفة وحده في 4 ساعات، فما مقدار الجزء من العمل الذي يستطيع الاثنان إنجازه معًا في ساعة واحدة؟



5-5 دوالّ التغيُّر

حدِّد ما إذا كانت المعادلة في الأسئلة 8–1 تمثِّل تغيرًا طرديًّا، أو عكسيًّا، أو مشتركًا، أومركبًا، ثم أوجد ثابت التغيُّر (التناسب) في كلٍّ منها:

1) $u = 8wz$ **2)** $p = 4s$ **3)** $L = \frac{5}{k}$ **4)** $xy = 4.5$

5) $\frac{C}{d} = \pi$ **6)** $2d = mn$ **7)** $\frac{1.25}{g} = h$ **8)** $y = \frac{3}{4x}$

9) إذا كانت y تتغيَّر طرديًّا مع x ، وكانت $y = 8$ عندما $x = 2$، فأوجد قيمة y عندما $x = 6$.

10) إذا كانت y تتغيَّر طرديًّا مع x ، وكانت $y = -16$ عندما $x = 6$، فأوجد قيمة x عندما $y = -4$.

11) إذا كانت y تتغيَّر طرديًّا مع x ، وكانت $y = 132$ عندما $x = 11$، فأوجد قيمة y عندما $x = 33$.

12) إذا كانت y تتغيَّر طرديًّا مع x ، وكانت $y = 7$ عندما $x = 1.5$، فأوجد قيمة y عندما $x = 4$.

13) إذا كانت y تتغيَّر تغيُّرًا مشتركًا مع x و z، وكانت $y = 24$ عندما $x = 2$ و $z = 1$، فأوجد قيمة y عندما $x = 12$ و $z = 2$.

14) إذا كانت y تتغيَّر تغيُّرًا مشتركًا مع x و z، وكانت $y = 60$ عندما $x = 3$ و $z = 4$، فأوجد قيمة y عندما $x = 6$ و $z = 8$.

15) إذا كانت y تتغيَّر تغيُّرًا مشتركًا مع x و z، وكانت $y = 12$ عندما $x = -2$ و $z = 3$، فأوجد قيمة y عندما $x = 4$ و $z = -1$.

16) إذا كانت y تتغيَّر عكسيًّا مع x، وكانت $y = 16$ عندما $x = 4$، فأوجد قيمة y عندما $x = 3$.

17) إذا كانت y تتغيَّر عكسيًّا مع x، وكانت $y = 3$ عندما $x = 5$، فأوجد قيمة x عندما $y = 2.5$.

18) إذا كانت y تتغيَّر طرديًّا مع z، وعكسيًّا مع x وكانت $y = -18$ و $z = 3$ عندما $x = 6$، فأوجد قيمة y عندما $x = 5$ و $z = -5$.

19) إذا كانت y تتغيَّر طرديًّا مع كلٍّ من z و x، وكانت $y = 5$ و $z = 5$ عندما $x = 0.4$، فأوجد قيمة x عندما $y = 37.5$ و $z = 2$.

20) غازات: يتغيَّر حجم غاز محصور V عكسيًّا مع ضغطه Pعند ثبوت درجة الحرارة. إذا كانت $V = 80\ \text{cm}^3$ عندما $P = 2000\ \text{mmHg}$، فأوجد قيمة V عندما $P = 320\ \text{mmHg}$.

21) زنبركات: تتغيَّر الزيادة في طول الزنبرك S طرديًّا مع الوزن F للجسم المعلق به. إذا ازداد طول زنبرك بمقدار 20 in عند تعليق جسم وزنه 25 رطلًا، فكم تكون الزيادة في طوله عند تعليق جسم وزنه 15 رطلًا؟

وزارة التعليم
Ministry of Education
2023 - 1445

5-6 حُلَّ المعادلات والمتباينات النسبية

حُلَّ كلَّ معادلة أو متباينة ممَّا يأتي، وتحقَّق من صحة حلِّك:

1) $\frac{12}{x}+\frac{3}{4}=\frac{3}{2}$

2) $\frac{x}{x-1}-1=\frac{x}{2}$

3) $\frac{p+10}{p^2-2}=\frac{4}{p}$

4) $\frac{s}{s+2}+s=\frac{5s+8}{s+2}$

5) $\frac{5}{y-5}=\frac{y}{y-5}-1$

6) $\frac{1}{3x-2}+\frac{5}{x}=0$

7) $\frac{5}{t}<\frac{9}{2t+1}$

8) $\frac{1}{2h}+\frac{5}{h}=\frac{3}{h-1}$

9) $\frac{4}{w-2}=\frac{-1}{w+3}$

10) $5-\frac{3}{a}<\frac{7}{a}$

11) $\frac{4}{p}+\frac{1}{3p}<\frac{1}{5}$

12) $8+\frac{3}{y}>\frac{19}{y}$

13) $\frac{4}{5x}+\frac{1}{10}<\frac{3}{2x}$

14) $b+\frac{2b}{b-1}=1-\frac{b-3}{b-1}$

15) $\frac{1}{n+2}+\frac{1}{n-2}=\frac{3}{n^2-4}$

16) $\frac{c+1}{c-3}=4-\frac{12}{c^2-2c-3}$

17) $\frac{3}{k-3}+\frac{4}{k-4}=\frac{25}{k^2-7k+12}$

18) $\frac{4v}{v-1}-\frac{5v}{v-2}=\frac{2}{v^2-3v+2}$

19) $\frac{y}{y+2}+\frac{7}{y-5}=\frac{14}{y^2-3y-10}$

20) $\frac{x^2+4}{x^2-4}+\frac{x}{2-x}=\frac{2}{x+2}$

21) $\frac{r}{r+4}+\frac{4}{r-4}=\frac{r^2+16}{r^2-16}$

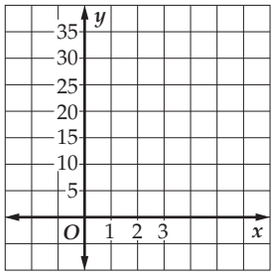
22) $3=\frac{6a-1}{2a+7}+\frac{22}{a+5}$

23) كرة سلّة: سجَّل عليٌّ 9 أهداف من 19 رمية حرَّة لعبها. ويريد أن يرفع نسبة الأهداف التي يسجِّلها إلى 60% من الرميات. فإذا كان x هو عدد الرميات الحرَّة التي لعبها بعد ذلك فسجَّلها جميعًا أهدافًا، فإن الدالّة $f(x)=\frac{9+x}{19+x}$ تمثِّل النسبة الجديدة للأهداف التي سجَّلها. أوجد قيمة x التي تكون عندها نسبة الأهداف 60%، وبيّن هل هذه الإجابة معقولة أم لا؟ ووضِّح إجابتك.

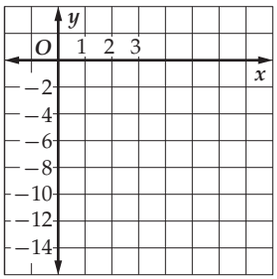
6-1 المتتابعات بوصفها دوالّ

أوجد الحدود الأربعة التالية في كلٍّ من المتتابعتين الحسابيتين الآتيتين، ثم مثّل الحدود السبعة الأولى بيانيًّا:

1) 5, 8, 11, …

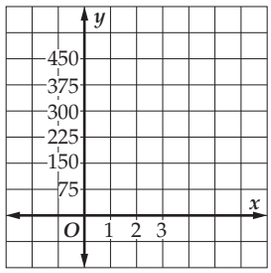


2) −4, −6, −8, …

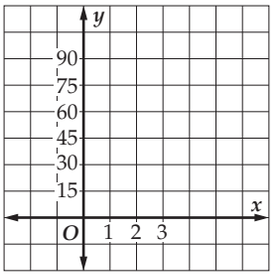


أوجد الحدود الثلاثة التالية في كلٍّ من المتتابعتين الهندسيتين الآتيتين، ثم مثّل الحدود السبعة الأولى بيانيًّا.

3) $\frac{1}{10}, \frac{1}{2}, 2\frac{1}{2}, \ldots$



4) 81, 27, 9, …



حدّد نوع المتتابعة في كلٍّ ممَّا يأتي، هل هي حسابية، أم هندسية، أم غير ذلك؟ ووضّح إجابتك.

5) 57, 456, 3648, 29184 , …

6) −49, −37, −25, −13, …

7) 4, 9, 16, 25, 36, …

8) 824, 412, 206, 103, …

9) مدرَّج: يتكون مدرَّج من عدة صفوف، إذا كان عدد مقاعد الصف الأول 20 مقعدًا، وكان كل صفٍّ يزيد على السابق له بأربعة مقاعد، ففي أيِّ صفٍّ يكون عدد المقاعد 48؟

10) شركات: ربحت شركة في نهاية السنة الأولى من إنشائها 100000 ريال. فإذا كان ربحها يزيد سنويًّا بمقدار 5000 ريال، فكم ريالًا سيكون ربح الشركة بعد 6 سنوات من إنشائها؟

6-2 المتتابعات والمتسلسلات الحسابية

أوجد قيمة الحدِّ المطلوب في كلٍّ من المتتابعتين الآتيتين:

1) الحدّ الستون في المتتابعة الحسابية التي فيها $a_1 = 418 \, , \, d = 12$

2) a_{23} في المتتابعة : $-18, -34, -50, -66, \ldots.$

اكتب صيغة الحدِّ النوني في كلٍّ من المتتابعتين الآتيتين:

3) $45, 30, 15, 0, \ldots$

4) $-87, -73, -59, -45, \ldots$

أوجد الأوساط الحسابية في كلٍّ من المتتابعتين الآتيتين:

5) $9, \underline{?}, \underline{?}, \underline{?}, 93$

6) $23, \underline{?}, \underline{?}, \underline{?}, -9$

أوجد مجموع حدود كلِّ متسلسلة حسابية فيما يأتي:

7) $-4 + 1 + 6 + 11 + \ldots + 91$

8) $89 + 86 + 83 + 80 + \ldots + 20$

9) $\sum_{n=1}^{4}(1 - 2n)$

10) $\sum_{j=1}^{6}(5 + 3j)$

11) $\sum_{n=1}^{5}(9 - 4n)$

12) $\sum_{k=4}^{10}(2k + 1)$

13) $\sum_{n=3}^{8}(5n - 10)$

14) $\sum_{n=1}^{101}(4 - 4n)$

أوجد الحدود الثلاثة الأولى في كلٍّ من المتتابعات الحسابية الآتية:

15) $a_1 = 14, a_n = -85, S_n = -1207$

16) $a_1 = 1, a_n = 19, S_n = 100$

17) $n = 16, a_n = 15, S_n = -120$

18) $n = 15, a_n = 5\frac{4}{5}, S_n = 45$

19) مكعَّبات: يضع مهند مكعبات بعضها فوق بعض ، وقد وضع في الطبقة السفلية 20 مكعبًا، وتنقص كلُّ طبقة عن التي تحتها مباشرةً بمكعبين، إذا كان في الطبقة العليا 4 مكعبات، فما عدد المكعبات التي استعملها مهند؟

6-3 المتتابعات والمتسلسلات الهندسية

أوجد a_n في كلٍّ من المتتابعات الهندسية الآتية:

1) $a_1 = 5, r = 3, n = 6$

2) $a_1 = 20, r = -3, n = 6$

3) $a_1 = 8, r = \frac{1}{2}, n = 9$

4) $a_1 = -3125, r = -\frac{1}{5}, n = 9$

اكتب صيغة الحدِّ النوني في كلٍّ من المتتابعات الهندسية الآتية:

5) $1, 4, 16, \ldots$

6) $-1, -5, -25, \ldots$

7) $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \ldots$

8) $-3, -6, -12, \ldots$

أوجد الأوساط الهندسية المطلوبة في كل من المتتابعتين الآتيتين:

9) $64, _?_, _?_, _?_, _?_, -2$

10) $2, _?_, _?_, _?_, 162$

أوجد مجموع حدود كلٍّ من المتسلسلات الهندسية الآتية:

11) $\sum_{k=3}^{10}(-4)(-2)^{k-1}$

12) $\sum_{k=1}^{8}(-3)(3)^{k-1}$

13) $\sum_{k=2}^{32}9(-1)^{k-1}$

أوجد a_1 في كلٍّ من المتسلسلات الهندسية المعرفة كما يأتي:

14) $S_n = 1550, n = 3, r = 5$

15) $S_n = 1512, n = 6, r = 2$

16) $S_n = 3478.2, r = 2, a_n = 3481.6$

17) $S_n = 4860, r = 3, a_n = 3280.5$

18) أحياء: مجتمع من البكتيريا فيه 200 عنصر، إذا علمت أن عدد البكتيريا يتضاعف كل ساعتين مرة، فما عدد البكتيريا في المجتمع بعد 12 ساعة؟

19) ضوء: إذا كانت نسبة الضوء التي تحجبها طبقة سُمكها قدم واحدة من ماء بحيرة هي 60% من كمية الضوء الساقط عليها، فما نسبة كمية الضوء التي تمرّ خلال طبقة سمكها 5 ft من الماء؟

المتسلسلات الهندسية اللانهائية

أوجد مجموع الحدود لكلٍّ من المتسلسلات اللانهائية الآتية إن وجد:

1) $a_1 = 35, r = \frac{2}{7}$

2) $a_1 = 26, r = \frac{1}{2}$

3) $a_1 = 98, r = -\frac{3}{4}$

4) $a_1 = 42, r = \frac{6}{5}$

5) $a_1 = 112, r = -\frac{3}{5}$

6) $a_1 = 500, r = \frac{1}{5}$

7) $a_1 = 135, r = -\frac{1}{2}$

8) $18 - 6 + 2 - \ldots$

9) $2 + 6 + 18 + \ldots$

10) $6 + 4 + \frac{8}{3} + \ldots$

11) $\frac{4}{25} + \frac{2}{5} + 1 + \ldots$

12) $10 + 1 + 0.1 + \ldots$

13) $100 + 20 + 4 + \ldots$

14) $-270 + 135 - 67.5 + \ldots$

15) $0.5 + 0.25 + 0.125 + \ldots$

16) $\frac{7}{10} + \frac{7}{100} + \frac{7}{1000} + \ldots$

17) $0.8 + 0.08 + 0.008 + \ldots$

18) $\frac{1}{12} - \frac{1}{6} + \frac{1}{3} - \ldots$

19) $3 + \frac{9}{7} + \frac{27}{49} + \ldots$

20) $0.3 - 0.003 + 0.00003 - \ldots$

21) $0.06 + 0.006 + 0.0006 + \ldots$

22) $\frac{2}{3} - 2 + 6 - \ldots$

23) $\sum_{n=1}^{\infty} 3\left(\frac{1}{4}\right)^{n-1}$

24) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{3}\left(-\frac{3}{4}\right)^{n-1}$

اكتب كلًّا من الكسور العشرية الدورية الآتية في صورة كسر اعتيادي:

25) $0.\overline{6}$

26) $0.\overline{09}$

27) $0.\overline{43}$

28) $0.\overline{243}$

29) $0.\overline{84}$

30) $0.\overline{990}$

31) بندول: يتأرجح بندول بحيث تكون المسافة التي يقطعها في التأرجح الأول 8 cm، وفي كل تأرجح تالٍ تكون المسافة التي يقطعها $\frac{4}{5}$ المسافة السابقة مباشرةً. ما المسافة التي سيقطعها البندول عندما يتوقّف تمامًا عن الحركة؟

32) كرات: أُسقطت كرة مطاطية من ارتفاع 10 ft وارتدّت إلى مسافة تبلغ $\frac{9}{10}$ المسافة الأصلية. إذا استمر ارتداد الكرة بهذه الطريقة، فما مجموع المسافة التي تقطعها الكرة ذهابًا وإيابًا، عندما تتوقّف عن الارتداد؟ (إرشاد: اجمع المسافة التي تقطعها الكرة نزولًا، إلى المسافة التي تقطعها صعودًا).

6-5 نظرية ذات الحدين

أوجد مفكوك كلٍّ ممَّا يأتي:

1) $(n + v)^5$

2) $(x - y)^4$

3) $(x + y)^6$

4) $(r + 3)^5$

5) $(m - 5)^5$

6) $(x + 4)^4$

7) $(3x + y)^4$

8) $(2m - y)^4$

9) $(w - 3z)^3$

10) $(2d + 3)^6$

11) $(x + 2y)^5$

12) $(2x - y)^5$

13) $(a - 3b)^4$

14) $(3 - 2z)^4$

15) $(3m - 4p)^3$

16) $(5x - 2y)^4$

أوجد قيمة الحدّ المطلوب في مفكوك كلٍّ ممَّا يأتي:

17) الحدّ السادس في مفكوك $(x + 4y)^6$

18) الحدّ الرابع في مفكوك $(5x + 2y)^5$

19) الحدّ الثامن في مفكوك $(x - y)^{11}$

20) الحدّ الثالث في مفكوك $(x - 2)^8$

21) الحدّ السابع في مفكوك $(a + b)^{10}$

22) الحدّ السادس في مفكوك $(m - p)^{10}$

23) الحدّ العاشر في مفكوك $(2x + y)^{12}$

24) الحدّ الرابع في مفكوك $(x - 3y)^6$

25) هندسة: ما عدد القطع المستقيمة التي يمكن رسمها بين 10 نقاط، لا تقع أي ثلاث منها على استقامة واحدة، بحيث تُستعمل نقطتان فقط لرسم كل قطعة؟

26) طرق العدّ: إذا رميت قطعة نقد 4 مرات، فما عدد المرات المختلفة من الرميات التي ينتج عنها 3 كتابات وصورة واحدة، أو كتابة واحدة وثلاث صور؟

6-6 البرهان باستعمال مبدأ الاستقراء الرياضي

برهن صحة كلٍّ من الجملتين الآتيتين للأعداد الطبيعية جميعها:

1) $(1)(2)(3)+(2)(3)(4)+(3)(4)(5)+\ldots+n(n+1)(n+2)=\frac{1}{4}n(n+1)(n+2)(n+3)$

2) 18^n-1 من مضاعفات العدد 17.

أعطِ مثالًا مضادًّا يبين خطأ كل جملة ممَّا يأتي حيث n أيّ عدد طبيعي:

3) $1+4+7+\ldots+(3n-2)=n^3-n^2+1$

4) $5n^2-2n-3$ يقبل القسمة على 3

5) $1+3+5+\ldots+(2n-1)=\frac{n^2+3n-2}{2}$

6) $1^3+2^3+3^3+\ldots+n^3=n^4-n^3+1$

وزارة التعليم
Ministry of Education
2023 - 1445

القسم الثالث

وزارة التعليم
Ministry of Education
2023 - 1445

الفهرس

الفصل السابع:

الاحتمالات

7-1 تمثيل فضاء العينة ____ 50

7-2 الاحتمال باستعمال التباديل والتوافيق ____ 51

7-3 الاحتمال الهندسي ____ 52

7-4 احتمالات الحوادث المستقلة والحوادث غير المستقلة ____ 53

7-5 احتمالات الحوادث المتنافية ____ 54

الفصل الثامن:

حساب المثلَّثات

8-1 الدوالّ المثلَّثية في المثلَّثات القائمة الزاوية ____ 55

8-2 الزوايا وقياساتها ____ 56

8-3 الدوالّ المثلَّثية للزوايا ____ 57

8-4 قانون الجيوب ____ 58

8-5 قانون جيوب التمام ____ 59

8-6 الدوالّ الدائرية ____ 60

8-7 تمثيل الدوالّ المثلَّثية بيانيًّا ____ 61

8-8 الدوالّ المثلَّثية العكسية ____ 62

وزارة التعليم
Ministry of Education
2023 - 1445

7-1 تمثيل فضاء العينة

مثّل فضاء العينة لكلِّ تجربة ممَّا يأتي باستعمال القائمة المنظمة، والجدول، والرسم الشجري:

1) يمكن أن يمضي راشد العطلة الصيفية مع أبناء عمه (C) أو مع جدّيه (G) في البستان (L)، أو على الشاطئ (B).

2) يمكن أن يكتب هشام مقالته الأخيرة في المكتبة (L) أو في البيت (H)، حول موضوع علمي (S) أو تاريخي (T).

3) يمكن أن يلتحق فراس بسلاح الطيران (A) أو بسلاح البحرية (B)، قبل التخرُّج في الكلية (C) أو بعد ذلك (S).

أوجد عدد النواتج الممكنة لكلِّ موقف ممَّا يأتي :

4) لحف: ينتج أحد المصانع لُحفًا للأطفال على النحو الآتي:

خيارات اللحاف	عدد الخيارات
نوع القماش	10
نوع الحشوة	3
لون القماش	5
مقاس اللحاف	3

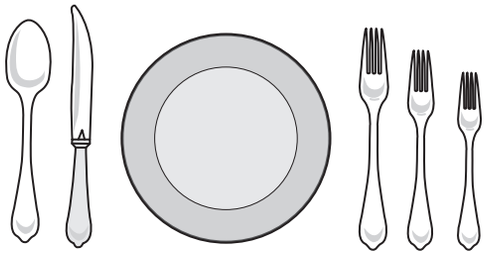
5) يقدِّم أحد محالِّ المثلّجات كوبَ مثلجٍّ على النحو الآتي:

المثلّج	عدد الخيارات
شكل الكوب	3
المذاق	10
إضافة المكسرات	4
إضافة الفواكه المجفَّفة	8

6) توزِّع مؤسسة هدايا للأطفال مكوّنة من نوع واحد من كلٍّ ممَّا يأتي: 4 مذاقات من رقائق البطاطس، 4 أنواع من البسكويت، 4 أنواع من العصائر، 8 أنواع من الحلوى .

7) تدريب: يختار مروان برنامجًا تدريبيًّا من بين 4 برامج في تخصُّصه، تنظِّمها 3 مؤسسات تدريبية. ما عدد الخيارات المتاحة أمامه ليختار برنامجًا مناسبًا؟

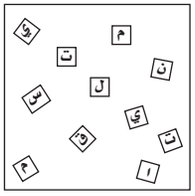
7-2 الاحتمال باستعمال التباديل والتوافيق



1) **مائدة طعام:** اعتادت هيفاء ترتيب أدوات المائدة كما هو موضَّح في الشكل المجاور. فإذا وضعت هذه الأدوات الخمس عشوائيًّا على المائدة، فما احتمال أن يكون كلّ من السكين والملعقة في المكان المعتاد؟ علمًا بأنه تم وضع ثلاث قطع عن يمين الصحن وقطعتين عن يساره.

2) **رقم هاتف:** إذا استعملت الأرقام 2 ,6 ,5 ,5 ,4 ,2 ,2 لتكوين رقم هاتف ، فما احتمال أن يكون رقم الهاتف 6545222؟

3) **أحرف لاصقة:** اشترت ميساء بعض الأحرف اللاصقة لتزيين كتابها بحيث يمكن ترتيبها بجوار بعضها لتشكيل كلمات. فإذا اختارت تبديلًا من الأحرف المبيَّنة في الشكل المجاور عشوائيًّا، فما احتمال أن تشكّل هذه الأحرف كلمة "المستقيمتين"؟



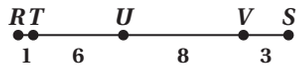
4) **قاعة اجتماعات:** يلتقي 6 أشخاص من أعمار مختلفة في قاعة للاجتماعات، ويجلسون على شكل دائري على 6 مقاعد. فما احتمال أن يجلس أصغرهم سنًّا على المقعد الوحيد الأقرب إلى الباب؟

5) **بطاقات:** عُلّقت على حلقة دائرية 5 بطاقات كُتب على كلٍّ منها إحدى الكلمات: الوفاء، الصدق، الأمانة، الإيمان، العلم. فما احتمال أن تكون البطاقات بالترتيب الآتي : الإيمان، الوفاء، العلم، الصدق، الأمانة؟

6) **مبيعات:** للتسويق لشركته، يفكِّر مندوب مبيعات في زيارة 10 مجمعات تجارية تقع خمسة منها في الرياض، وثلاثة في الخرج، واثنان في المجمعة. فإذا اختار المندوب 3 مجمعات، فما احتمال أن تكون في الرياض؟

7) **خدمات:** وزّع سمير إعلانات تتعلق بخدمة الإنترنت على 20 شخصًا في الحي، فإذا اتصل به 6 أشخاص يريدون الاشتراك، فما احتمال أن يكونوا : نوّافًا، أيمن، حمدًا، عبد الملك، منصورًا، عبدالله، الساكنين في الحي؟

إذا اختيرت النقطة L عشوائيًّا على $\overline{RS}$ في الشكل المجاور، فأوجد كلًّا ممَّا يأتي:

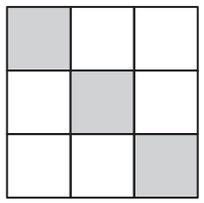


1) $p(L \in TV)$

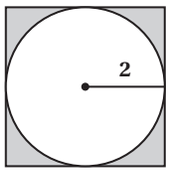
2) $p(L \in \overline{US})$

إذا اختيرت نقطة عشوائيًّا، في كلٍّ من الأشكال الآتية، فأوجد احتمال وقوعها في المنطقة المظلّلة.

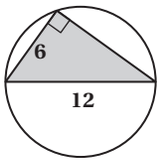
3)



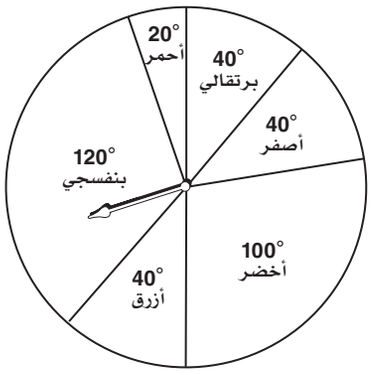
4)



5)



استعمل القرص ذا المؤشِّر الدوّار لإيجاد احتمال كلٍّ من الحادثتين الآتيتين.
(إذا استقر المؤشِّر على الخطِّ الفاصل بين القطاعات يعاد تدويره) :



6) استقرار المؤشِّر على المنطقة البنفسجية.

7) استقرار المؤشِّر على المنطقة الحمراء.

8) محاضرات: يسجِّل طالب جامعي فقرات من الأدب العربي على شريط مدته ساعتان. إذا شغّل الشريط بصورة عشوائية، فما احتمال أن يشغِّل المسجِّل خلال فقرة الشعر التي مدتها 6 دقائق و 31 ثانية؟

7-4 احتمالات الحوادث المستقلة والحوادث غير المستقلة

حدّد ما إذا كانت الحادثتان في السؤالين (1,2) مستقلّتين أم غير مستقلّتين. ثم أوجد الاحتمال:

1) سحب كرة حمراء دون إرجاع، ثم سحب كرة خضراء من كيس يحتوي على 5 كرات حمراء و 6 كرات خضراء.

2) إلقاء مكعب مرقّم من 1 إلى 6 مرَّة واحدة للحصول على عدد فردي، ثم إدارة مؤشِّر القرص الدوّار المقسَّم إلى 6 قطاعات متساوية مرقّمة من 1 إلى 6 ليستقر عند عدد زوجي.

3) يحتوي صندوق على 52 بطاقة مقسَّمة إلى أربع مجموعات، لكلٍّ منها لون من الألوان الآتية: الأحمر، والأسود، والأخضر، والأزرق، ورقِّمت بطاقات كلِّ لون من 1 إلى 13. إذا سُحبت بطاقة ثم أُعيدت إلى الصندوق، ثم سُحبت بطاقة ثانية، فما احتمال أن تكون الأولى حمراء تحمل الرقم 1، والثانية سوداء تحمل الرقم 1 أيضًا؟

4) إذا رُمِيَ مكعب مرقّم من 1 إلى 6 مرة واحدة، فما احتمال أن يكون الرقم الظاهر 3، إذا كان الرقم الظاهر على الوجه العلوي للمكعب أكبر من 2؟

5) اختير حذاء أسود عشوائيًّا دون إرجاع من سلَّة فيها 6 أحذية سوداء و 4 أحذية بنيَّة. ما احتمال اختيار حذاء آخر أسود اللون؟

6) يتكون قرص دائري من 12 قطاعًا متساويًا ومرقّمًا من 1 إلى 12. إذا أُدير مؤشِّر القرص واستقر عند عدد زوجي، فما احتمال أن يكون قد استقر عند العدد 12؟

7) **لعبة البولينج:** تشير نتائج مسابقة في لعبة البولينج إلى أن احتمال إسقاط اللاعب أحمد جميع القوارير في المحاولة الأولى هو 25%، واحتمال إسقاط محمد لها في المحاولة الأولى 43%، فما احتمال إسقاطها من قبل اللاعبَين معًا في المحاولة الأولى؟

8) **مسحٌ إحصائي:** أُجري مسح إحصائي فوُجد أن 8 من كل 10 آباء راضون عن أداء مدير المدرسة التي يدرس بها أبناؤهم. إذا اختيرت عشوائيًّا أسماء 4 من الآباء مع الإرجاع، فما احتمال أن يكونوا جميعًا راضين عن أداء المدير؟

7-5 احتمالات الحوادث المتنافية

حدّد ما إذا كانت الحادثتان في الأسئلة (5 –1) متنافيتين أم غير متنافيتين وبرّر إجابتك، ثم أوجد الاحتمال مقربًا إلى أقرب جزء من مئة:

1) سحب بطاقة من مجموعة بطاقات عددها 20 مرقمة من 1 إلى 20 للحصول على العدد 7 أو العدد 10 .

2) رمي مكعبين مرقَّمين متمايزين، كلاهما مرقّم من 1 إلى 6 للحصول على عددين مجموعهما يساوي 6 أو 8 على الوجهين الظاهرين.

3) الحصول على عدد أولي أو عدد زوجي عند اختيار أحد الأعداد الصحيحة من 1 إلى 20 .

4) سحب بطاقة من مجموعة بطاقات ملوَّنة بالألوان الآتية : الأحمر، الأبيض، الأخضر، الأصفر، وبطاقات كل لون مرقّمة من 1 إلى 13، للحصول على العدد 2 أو بطاقة حمراء.

5) أن يقع الاختيار على يوم الإثنين أو الأربعاء، عند اختيار يومٍ من أيام الأسبوع عشوائيًّا.

6) ما احتمال عدم ظهور عددين متساويين عند رمي مكعبين مرقّمين متمايزين مرة واحدة؟

7) إذا كانت فرصة اختيار شخص لمنصب مدير تساوي 3 من 20، فما احتمال عدم اختياره؟

8) قُسّم قرص إلى 12 قطاعًا متساويًا ومرقَّمًا من 1 إلى 12. إذا أُدير مؤشر القرص فما احتمال عدم استقراره على العدد 6؟

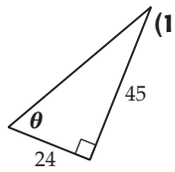
9) تنظيم حركة السير: إذا كانت فرصة الوصول إلى إشارة ضوئية على تقاطع طرق وهي خضراء تساوي 35%، فما احتمال الوصول إلى التقاطع عندما يكون الضوء أصفر أو أحمر؟

10) مسابقات: جمع خليل 50 بطاقة من بين 1000 بطاقة في مسابقة للفوز بجائزة. ما احتمال ألّا يربح خليل؟

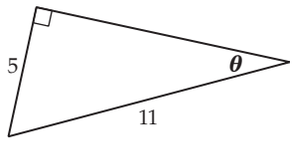
8-1 الدوالّ المثلَّثية في المثلَّثات القائمة الزاوية

أوجد قيم الدوالّ المثلَّثية الستِّ للزاوية θ في كلٍّ ممَّا يأتي:

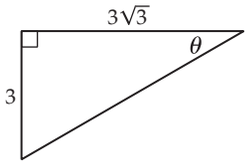
1)



2)



3)



إذا علمت أن $\angle B$ ، $\angle A$ زاويتان حادتان في مثلَّث قائم الزاوية فأجب عمَّا يأتي:

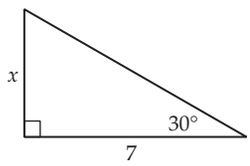
4) إذا كان $\tan B = 2$، فما قيمة $\cos B$؟

5) إذا كان $\tan A = \frac{11}{17}$، فما قيمة $\sin A$؟

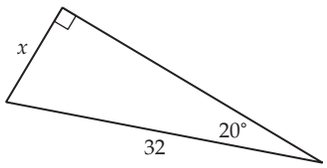
6) إذا كان $\sin B = \frac{8}{15}$، فما قيمة $\cos B$؟

استعمل دالّة مثلَّثية لإيجاد قيمة x في كلٍّ ممَّا يأتي، مقرِّبًا إلى أقرب جزء من عشرة:

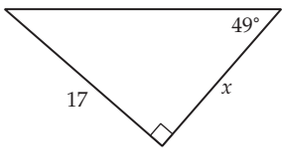
7)



8)

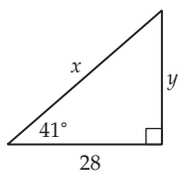


9)

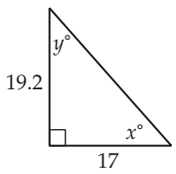


استعمل دوالّ مثلَّثية، لإيجاد قيمة كلٍّ من x ,y، مقرِّبًا إلى أقرب جزء من عشرة:

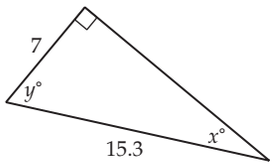
10)



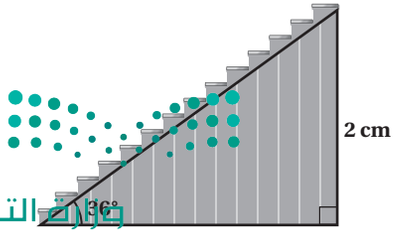
11)



12)



13) درج: إذا كان ارتفاع درج بناية عن الأرض هو 2 m، ويميل عليها بزاوية قياسها 36° كما هو موضَّح في الشكل المجاور، فما طول الدرج مقرِّبًا إلى أقرب متر.

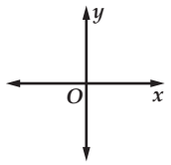


وزارة التعليم
Ministry of Education
2023 - 1445

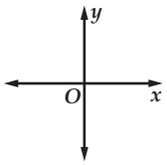
8-2 الزوايا وقياساتها

ارسم كلًّا من الزوايا الآتية المُعطى قياسها في الوضع القياسي:

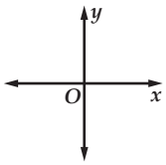
1) $210°$



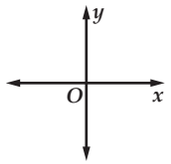
2) $305°$



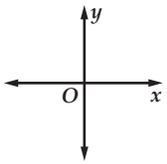
3) $580°$



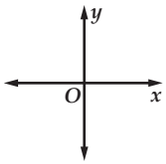
4) $135°$



5) $-450°$



6) $-560°$



في كلٍّ ممَّا يأتي، أوجد زاويتين إحداهما بقياس موجب، والأخرى بقياس سالب، مشتركتين في ضلع الانتهاء مع كلِّ زاوية من الزوايا المعطاة:

7) $65°$

8) $80°$

9) $110°$

10) $\frac{2\pi}{5}$

11) $\frac{5\pi}{6}$

12) $-\frac{3\pi}{2}$

حوِّل قياس الزاوية المكتوبة بالدرجات إلى الراديان، والمكتوبة بالراديان إلى الدرجات في كلٍّ ممَّا يأتي:

13) $18°$

14) $6°$

15) $-72°$

16) $-820°$

17) 4π

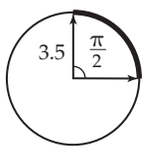
18) $\frac{5\pi}{2}$

19) $-\frac{9\pi}{2}$

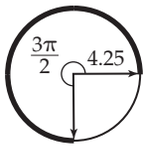
20) $-\frac{7\pi}{12}$

أوجد طول القوس المحدَّد في كلٍّ من الدوائر الآتية، مقرِّبًا إلى أقرب جزء من عشرة:

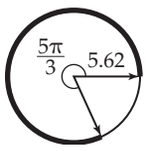
21)



22)



23)



24) وقت: أوجد بالدرجات وبالراديان قياس الزاوية التي يدورها عقرب الساعات من الساعة 5 صباحًا إلى 10 مساءً.

25) دوران: شاحنة طول نصف قطر إطاراتها 40 cm، وتسير بسرعة (23.5 m/s) تقريبًا. أوجد قياس الزاوية بالدرجات التي تدورها نقطة تقع على الطرف الخارجي للإطار كلَّ ثانية، مقرِّبًا الإجابة إلى أقرب درجة.

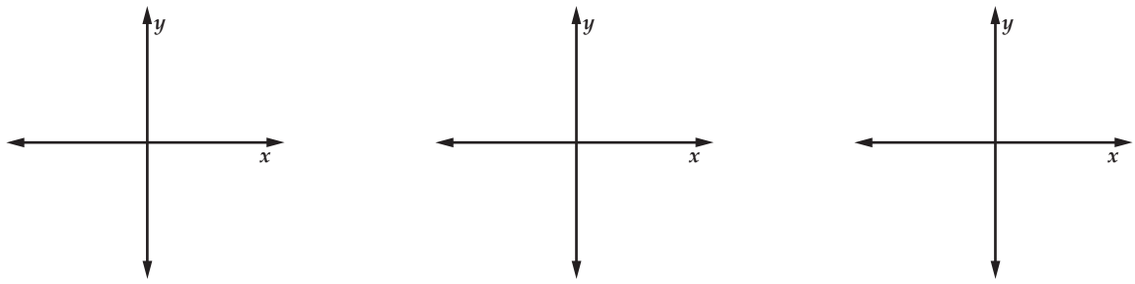
8-3 الدوالّ المثلَّثية للزوايا

إذا كان ضلع الانتهاء للزاوية θ المرسومة في الوضع القياسي يمرُّ بنقطة من النقاط الآتية في كلِّ مرة، فأوجد قيم الدوالّ المثلّثية الستِّ للزاوية θ:

1) $(6, 8)$ **2)** $(-20, 21)$ **3)** $(-2, -5)$

ارسم كلًّا من الزوايا الآتية في الوضع القياسي، ثم أوجد الزاوية المرجعية لها:

4) $\frac{13\pi}{8}$ **5)** $-210°$ **6)** $-\frac{7\pi}{4}$

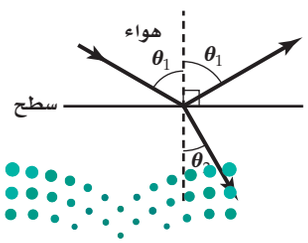


أوجد القيمة الدقيقة لكلِّ دالّة مثلَّثية فيما يأتي:

7) $\tan 135°$ **8)** $\cot 210°$ **9)** $\cot(-90°)$ **10)** $\cos 405°$

11) $\tan \frac{5\pi}{3}$ **12)** $\csc\left(-\frac{3\pi}{4}\right)$ **13)** $\cot 2\pi$ **14)** $\tan \frac{13\pi}{6}$

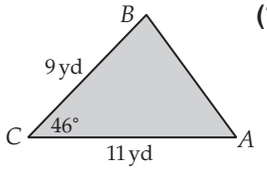
15) ضوء: أشعة الضوء التي ترتد من السطح هي الأشعة المنعكسة. وإذا كان السطح شبه شفاف، فإن بعض أشعة الضوء تنحرف عن مسارها. أي تنكسر عند مرورها من الهواء خلال مادة السطح. إذا كانت زاوية الانعكاس θ_1 ، وزاوية الانكسار θ_2 ، في الشكل المجاور ترتبطان مع بعضهما بالمعادلة:
$\sin \theta_1 = n \sin \theta_2$. وكانت $n = \sqrt{3}$, $\theta_1 = 60°$ فأوجد قياس الزاوية θ_2.



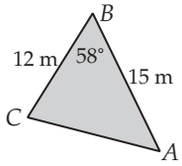
قانون الجيوب

أوجد مساحة $\triangle ABC$ في كلٍّ ممَّا يأتي، مقرّبةً إلى أقرب جزء من عشرة:

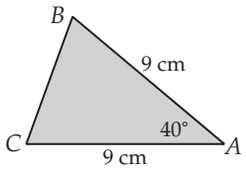
(1



(2



(3



(4 $C = 32°, a = 12.6 \text{ m}, b = 8.9 \text{ m}$

(5 $B = 27°, a = 14.9 \text{ cm}, c = 18.6 \text{ cm}$

(6 $A = 17.4°, b = 12 \text{ km}, c = 14 \text{ km}$

(7 $A = 34°, b = 19.4 \text{ ft}, c = 8.6 \text{ ft}$

حُلّ كلًّا من المثلَّثات الآتية، مقرِّبًا أطوال الأضلاع إلى أقرب جزء من عشرة، وقياسات الزوايا إلى أقرب درجة:

(8 $A = 50°, B = 30°, c = 9$

(9 $A = 56°, B = 38°, a = 12$

(10 $A = 80°, C = 14°, a = 40$

(11 $B = 47°, C = 112°, b = 13$

(12 $A = 72°, a = 8, c = 6$

(13 $A = 25°, C = 107°, b = 12$

حدّد ما إذا كان لكلِّ مثلَّث فيما يأتي حلّ واحد، أم حلّان، أم ليس له حل. أوجد الحلول، مقرِّبًا أطوال الأضلاع إلى أقرب جزء من عشرة، وقياسات الزوايا إلى أقرب درجة:

(14 $A = 29°, a = 6, b = 13$

(15 $A = 70°, a = 25, b = 20$

(16 $A = 113°, a = 21, b = 25$

(17 $A = 110°, a = 20, b = 8$

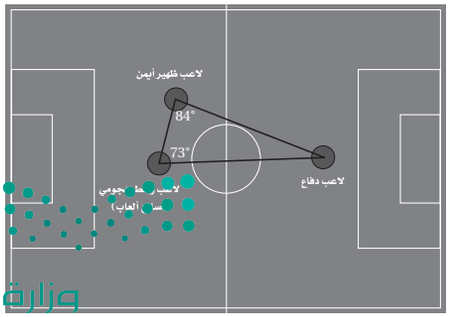
(18 $A = 66°, a = 12, b = 7$

(19 $A = 54°, a = 5, b = 8$

(20 $A = 45°, a = 15, b = 18$

(21 $A = 60°, a = 4\sqrt{3}, b = 8$

(22 كرة قدم: مرر لاعب الدفاع الكرة إلى الظهير الأيمن الذي يبعد عنه مسافة 50 m، فركلها مباشرة بزاوية °84 إلى لاعب الوسط الهجومي الذي أعادها إلى لاعب الدفاع مباشرة بزاوية °73. كما هو موضَّح في الشكل. أوجد المسافة بين لاعب الدفاع ولاعب الوسط الهجومي، مقرَّبةً إلى أقرب جزء من عشرة من المتر.

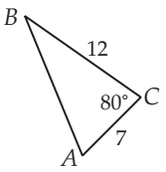


وزارة التعليم
Ministry of Education
2023 - 1445

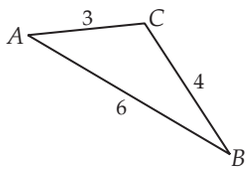
8-5 قانون جيوب التمام

حدّد أنسب طريقة يجب البدء بها (قانون الجيوب أم قانون جيوب التمام) لحلِّ كلِّ مثلَّث ممَّا يأتي، ثم حلّ المثلَّث مقرّبًا أطوال الأضلاع إلى أقرب جزء من عشرة، وقياسات الزوايا إلى أقرب درجة:

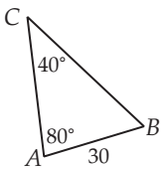
1)



2)



3)



4) $a = 16, b = 20, C = 54°$

5) $B = 71°, c = 6, a = 11$

6) $A = 37°, a = 20, b = 18$

7) $C = 35°, a = 18, b = 24$

8) $a = 8, b = 6, c = 9$

9) $A = 23°, b = 10, c = 12$

10) $a = 4, b = 5, c = 8$

11) $B = 46.6°, C = 112°, b = 13$

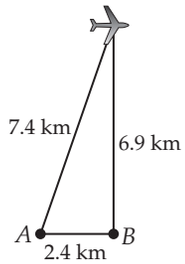
12) $A = 46.3°, a = 35, b = 30$

13) $a = 16.4, b = 21.1, c = 18.5$

14) $C = 43.5°, b = 8, c = 6$

15) $A = 78.3°, b = 7, c = 11$

16) **أقمار صناعية:** تقوم محطَّتا رادار المسافة بينهما 2.4 km بتتبُّع طائرة. إذا كانت المسافة بين المحطة A والطائرة 7.4 km، والمسافة بين المحطة B والطائرة 6.9 km. فما زاوية ارتفاع الطائرة بالنسبة إلى المحطة A، مقرّبًا الإجابة إلى أقرب درجة؟



17) **رسم هندسي:** لرسم مثلَّث بدأ فيصل برسم قطعة مستقيمة طولها 10.7 cm من النقطة A إلى النقطة B. ومن النقطة B وبزاوية قياسها 42° مع AB رسم فيصل القطعة المستقيمة BC التي طولها 16.3 cm . ما طول القطعة الواصلة بين النقطتين C , A إلى أقرب عدد صحيح؟

الدوالّ الدائرية

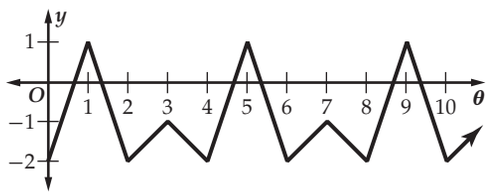
إذا كان ضلع الانتهاء للزاوية θ المرسومة في الوضع القياسي يقطع دائرة الوحدة عند النقطة P، فأوجد كلًّا من $\sin\theta$, $\cos\theta$ في كلٍّ ممَّا يأتي.

1) $P\left(-\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ **2)** $P\left(\frac{20}{29}, -\frac{21}{29}\right)$ **3)** $P(0.8, 0.6)$

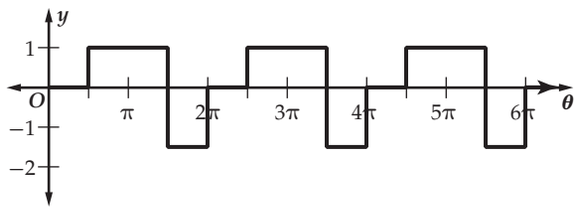
4) $P(0, -1)$ **5)** $P\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ **6)** $P\left(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}\right)$

أوجد طول الدورة لكلٍّ من الدالّتين الآتيتين:

7)



8)



أوجد القيمة الدقيقة لكلٍّ ممَّا يأتي:

9) $\cos\frac{7\pi}{4}$ **10)** $\sin(-30°)$ **11)** $\sin\left(-\frac{2\pi}{3}\right)$ **12)** $\cos(-330°)$

13) $\cos 600°$ **14)** $\sin\frac{9\pi}{2}$ **15)** $\cos 7\pi$ **16)** $\cos\left(-\frac{11\pi}{4}\right)$

17) $\sin(-225°)$ **18)** $\sin 585°$ **19)** $\cos\left(-\frac{10\pi}{3}\right)$ **20)** $\sin 840°$

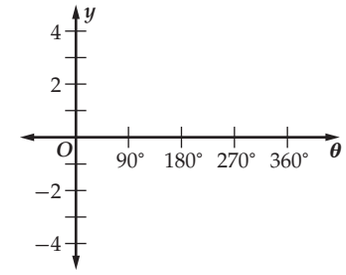
21) العجلة الدوّارة: عجلة ألعاب طول قطرها 100 ft تكمل 2.5 دورة في الدقيقة. ما طول دورة الدالّة التي تصف ارتفاع عربة على الحافة الخارجية للعجلة كدالّة في الزمن؟

وزارة التعليم
Ministry of Education
2023 - 1445

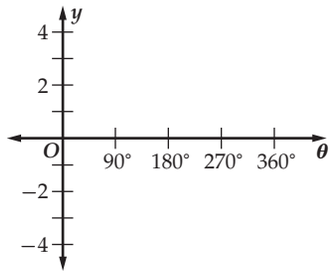
تمثيل الدوالّ المثلّثية بيانيًّا

أوجد السعة (إذا كانت معرّفة)، وطول الدورة لكلِّ دالّة ممَّا يأتي، ثم مثّلها بيانيًّا:

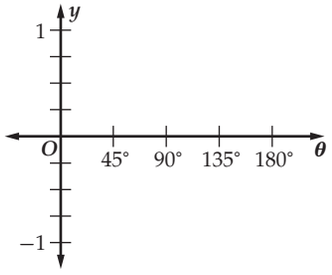
1) $y = -4 \sin \theta$



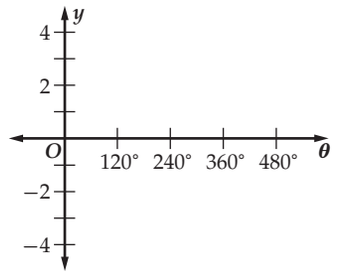
2) $y = \cot \frac{1}{2}\theta$



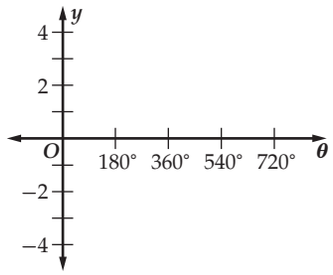
3) $y = \cos 5\theta$



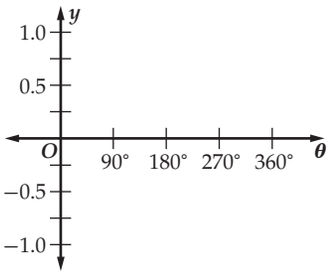
4) $y = \csc \frac{3}{4}\theta$



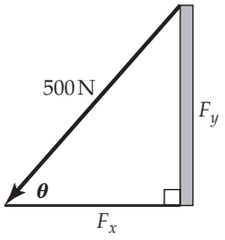
5) $y = 2 \tan \frac{1}{2}\theta$



6) $y = \frac{1}{2} \sin \theta$



7) قوة: تؤثّر في السارية المبيّنة في الشكل المجاور قوة مقدارها 500 نيوتن. هذه القوة لها مركّبتان أفقية F_x ورأسية F_y. (القوة التي مقدارها 1 نيوتن هي القوة التي تعطي تسارعًا مقداره $1\ \text{m/s}^2$ لجسمٍ كتلته $1\ \text{kg}$).



a) إذا كانت الدالّة: $F_x = 500 \cos \theta$ تُمثّل العلاقة بين الزاوية θ ومركّبة القوة الأفقية، فما قيمة كلٍّ من سعة هذه الدالّة وطول دورتها؟

b) إذا كانت الدالّة $F_y = 500 \sin \theta$ تُمثّل العلاقة بين الزاوية θ ومركّبة القوة الرأسية، فما قيمة كلٍّ من سعة هذه الدالّة وطول دورتها؟

8-8 الدوالّ المثلَّثية العكسية

أوجد قيمة كلٍّ ممَّا يأتي بالدرجات وبالراديان:

1) Sin^{-1}

2) $\text{Cos}^{-1}\left(\frac{-\sqrt{2}}{2}\right)$

3) $\text{Tan}^{-1}\left(\frac{-\sqrt{3}}{3}\right)$

4) $\text{Cos}^{-1}\frac{\sqrt{2}}{2}$

5) $\text{Tan}^{-1}\left(-\sqrt{3}\right)$

6) $\text{Sin}^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right)$

أوجد قيمة كلٍّ ممَّا يأتي مقرّبًا الإجابة إلى أقرب جزء من مئة:

7) $\tan\left(\text{Cos}^{-1}\frac{1}{2}\right)$

8) $\cos\left[\text{Sin}^{-1}\left(-\frac{3}{5}\right)\right]$

9) $\cos\left[\text{Tan}^{-1}\left(-1\right)\right]$

10) $\tan\left(\text{Sin}^{-1}\frac{12}{13}\right)$

11) $\sin\left(\text{Tan}^{-1}\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$

12) $\cos\left(\text{Tan}^{-1}\frac{3}{4}\right)$

حُلّ المعادلات الآتية مقرّبًا الناتج إلى أقرب جزء من عشرة:

13) $\text{Tan}\,\theta = 10$

14) $\text{Sin}\,\theta = 0.7$

15) $\text{Sin}\,\theta = -0.5$

16) $\text{Cos}\,\theta = 0.05$

17) $\text{Tan}\,\theta = 0.22$

18) $\text{Sin}\,\theta = -0.03$

19) بكرات: المعادلة $\cos\theta = 0.95$ تمثِّل الزاوية التي تتحرّك فيها البكرة A ، والمعادلة $\cos\theta = 0.17$ تُمثّل الزاوية التي تتحرّك فيها البكرة B. أيُّ البكرتين تتحرّك بزاوية أكبر من الأخرى؟