Stephen Hawking Roger Penrose

A tér és az idő természete

AKKORD KIADÓ

A mű eredeti címe:
Stephen Hawking – Roger Penrose
The Nature of Space and Time
Princeton University Press
Isaac Newton Institutes Series of Lectures

Fordította:
Both Előd

Szaklektor:
Abonyi Iván

Fedélterv:
Kállai Nagy Krisztina

Copyright © 1996 by Princeton University Press
Hungarian translation © Dr. Both Előd, 1999

Minden jog fenntartva. A könyv bármely részlete csak a kiadó
előzetes engedélyével használható fel.

ISBN 963 9429 41 4
ISSN 1586-8419

Kiadja az Akkord Kiadó Kft.
Felelős kiadó: Földes Tamás
Felelős szerkesztő: Várlaki Tibor

Készült a Borsodi Nyomda Kft.-ben
Felelős vezető: Ducsai György

TARTALOM

ELŐSZÓ 7
Michael Atiyah

KÖSZÖNETNYILVÁNÍTÁS 9

ELSŐ FEJEZET
A KLASSZIKUS ELMÉLET 13
Stephen Hawking

MÁSODIK FEJEZET
A TÉRIDŐ SZINGULARITÁSAINAK SZERKEZETE .. 43
Roger Penrose

HARMADIK FEJEZET
KVANTUMOS FEKETE LYUKAK 57
Stephen Hawking

NEGYEDIK FEJEZET
A KVANTUMMECHANIKA ÉS A TÉRIDŐ 87
Roger Penrose

ÖTÖDIK FEJEZET
KVANTUMKOZMOLÓGIA 103
Stephen Hawking

HATODIK FEJEZET
A TÉRIDŐ TVISZTOR KÉPE 139
Roger Penrose

HETEDIK FEJEZET
A VITA 159
Stephen Hawking és Roger Penrose

IRODALOMJEGYZÉK 181

MAGYAR NYELVŰ IRODALOM 184

MUTATÓ 185

ELŐSZÓ

A könyvünkben megörökített vita Roger Penrose és Stephen Hawking között az 1994-ben a Cambridge Egyetem „Isaac Newton” Matematikai Tudományok Intézetében tartott hat hónapos program csúcspontja volt. Bemutatjuk a Világegyetem természetére vonatkozó legalapvetőbb elképzelések némelyikéről folytatott mélyenszántó elemzést. Mondanunk sem kell, még korántsem értünk az út végére; még most is további érvelést igénylő bizonytalanságokkal és ellentmondásokkal találkozunk.

Mintegy hatvan évvel ezelőtt híres és széles körű vita bontakozott ki Niels Bohr és Albert Einstein között a kvantummechanika alapjairól. Einstein nem volt hajlandó elfogadni a kvantummechanikát a természetet leíró végső elméletként. Filozófiai szempontból nem találta kielégítőnek, ezért kemény csatái voltak a Bohr által is képviselt Koppenhágai Iskola ortodox értelmezése ellen.

Bizonyos értelemben a Penrose és Hawking közötti vita annak a régi eszmecserének a folytatása, ahol Penrose játssza Einstein szerepét, Hawking pedig Bohrét. Most azonban sokkal bonyolultabb és átfogóbb kérdések kerülnek napirendre, de, akárcsak annak idején, most is egyaránt előfordulnak matematikai, fizikai érvek és filozófiai nézetek.

A kvantummechanika, vagy sokkal bonyolultabb változata, a kvantum-térelmélet mára már kifejlődött, és komoly

matematikai sikereket tudhat magáénak, még akkor is, ha akadnak Penrose-hoz hasonlóak, akiknek filozófiai szempontból kételyeik vannak. Az általános relativitáselmélet, azaz Einstein gravitációelmélete ugyancsak kiállta az idő próbáját, mialatt komoly sikereket ért el, bár a fekete lyukak szingularitását illetően komoly problémák is felmerülnek.

A Hawking-Penrose-vita lényegében arról szól, hogyan lehet ezt a két sikeres elméletet egyesíteni, vagyis megalkotni a „kvantumgravitációt". Mély fogalmi és matematikai problémákkal találjuk szembe magunkat, ezek köré csoportosulnak az előadásokban felsorakoztatott érvek.

A felmerült legalapvetőbb kérdések közé tartozik az idő iránya, a kezdeti feltételek a Világegyetem születése idején, valamint az, hogyan képesek a fekete lyukak információt elnyelni. Ezekről és sok más kérdésről Hawking és Penrose kissé eltérő módon vélekednek. Előbb matematikai és fizikai fogalmak segítségével részletesen bemutatják érveiket, majd a vita lehetővé teszi az eszmecserét és egymás felfogásának alapos bírálatát.

Bár az egyes előadások megértése alapos matematikai és fizikai ismereteket igényel, sok érvet magasabb (vagy mélyebb) szinten is elismételnek, így az a hallgatóság szélesebb köre számára is érdekes lehet. Az olvasó legalábbis ízelítőt kap a témából, valamint érzékelheti, hogy milyen bonyolult részletekre kiterjedő elképzeléseket vitatnak meg a szerzők, és milyen kihívást jelent, ha olyan egységes leírást akarunk adni a Világegyetemről, amely a gravitációt és a kvantummechanikát egyaránt magában foglalja.

Michael Atiyah

KÖSZÖNETNYILVÁNÍTÁS

A szerzők, a kiadó
és az „Isaac Newton” Matematikai Tudományok Intézete
hálás köszönetüket fejezik ki
az alábbi személyeknek,
akik segítségükre voltak az előadás-sorozat
és a könyv létrehozásában:
Matthias R. Gaberdiel,
Simon Gill, Jonathan B. Rogers,
Daniel R. D. Scott
és
Paul A. Shah.

A TÉR ÉS AZ IDŐ TERMÉSZETE

ELSŐ FEJEZET

A KLASSZIKUS ELMÉLET

S. W. Hawking

Előadás-sorozatunkban Roger Penrose és jómagam kifejtjük egymáséval összefüggő, de meglehetősen eltérő álláspontunkat a tér és az idő természetéről. Felváltva tartjuk az előadásokat, mindegyikünk hármat, majd a sorozat zárásaként vitatkozni fogunk a kérdéskör kétféle megközelítési módjáról. Szeretném hangsúlyozni, hogy tudományos előadásokat fogunk tartani. Feltételezzük, hogy hallgatóságunk tisztában van az általános relativitáselmélet és a kvantummechanika alapjaival.

Richard Feynman egyik rövid cikkében leírta egy, az általános relativitáselmélettel foglalkozó konferencián szerzett tapasztalatait. Szerintem az eset az 1962-es varsói konferencián történhetett, ahol meglehetősen elítélő megjegyzések hangzottak el a jelenlévők szakértelmére és munkájuk jelentőségére vonatkozóan. Az, hogy az általános relativitáselmélet hamarosan sokkal nagyobb elismerést szerzett magának, miközben az iránta tanúsított érdeklődés is fokozódott, jelentős mértékben Roger munkásságának tudható be. Egészen addig az általános relativitáselmélet matematikai leírása nem volt más, mint parciális differenciálegyenletek zavaros rendszere egyetlen koordináta-rendszerben. A kutatókat oly megelégedettséggel töltötte el, ha találtak egy megoldást, hogy azzal sem törődtek, ha a megoldás valószínűleg semmiféle fizikai tartalmat sem hordozott. Roger azonban

modern fogalmakat vezetett be, mint például a spinorokat, és átfogó (globális) módszereket alkalmazott. Ő mutatott rá első ízben arra, hogy a megoldás általános tulajdonságait az egyenletek pontos megoldása nélkül is feltárhatjuk. Roger első szingularitás-tétele vezetett be engem az oksági szerkezet tanulmányozásába, és ez ösztönözte a szingularitásokra és a fekete lyukakra vonatkozó, klasszikusnak tekinthető munkáimat.

Azt hiszem, a klasszikus területen meglehetősen jól megértjük egymást Rogerrel. A kvantumgravitáció és tulajdonképpen maga a kvantummechanika területén is azonban eltérő a felfogásunk. Bár a kvantummechanikai koherencia eltűnésére vonatkozó elméletem miatt engem a részecskefizikusok veszedelmes radikálisnak tartanak, Rogerhez képest mégis határozottan konzervatívnak tűnök. Azt a pozitivista nézetet fogadom el, mely szerint valamely fizikai elmélet pusztán csak matematikai modell, ezért nincs értelme megkérdezni, megfelel-e a valóságnak. Mindössze arra lehetünk kíváncsiak, hogy az elmélet előrejelzései összhangban vannak-e a megfigyelésekkel. Úgy gondolom, Roger a lelke mélyén megrögzött platonista, saját magáért azonban csakis ő kezeskedik.

Bár előfordultak olyan feltevések, melyek szerint a téridő diszkrét szerkezetű lehet, a magam részéről semmilyen okot nem látok arra, hogy az oly sikeresnek bizonyult kontinuum-elméleteket el kellene vetnünk. Az általános relativitás gyönyörű elmélet, amely minden eddigi megfigyeléssel összhangban áll. Lehetséges, hogy ha a Planck-skálán akarjuk alkalmazni, akkor módosítanunk kell, nem hiszem azonban, hogy emiatt a belőle levont következtetések közül túlontúl sok ugyancsak megváltozna. Elképzelhető, hogy az általános relativitás egy sokkal alapvetőbb elmélet, például a húrelmélet kis energiákra érvényes közelítése, de szerintem a húrelméletet értékén felül adták el. Először is nem világos, hogy a különböző egyéb területekkel szupergravitációs elméletté egyesített általános relativitáselmélet ne tudna létrehozni egy ésszerű kvantumelméletet. A szupergravitáció haláláról szóló beszámolókat túlzásnak tartom. Az egyik évben mindenki

keresztet vetett a szupergravitációra. A következő évben más szelek fújtak, és mindenki azt állította, hogy a szupergravitációban divergenciáknak kell fellépniük, bár ténylegesen még egyetlenegy ilyent sem találtak. A második ok, ami miatt nem tárgyalom a húrelméletet, az, hogy az elméletnek nincsenek ellenőrizhető jóslatai. Az elmélet egyik előrejelzése a kicsiny perturbációk kialakulása a felfúvódás időszakában. Úgy tűnik, hogy a mikrohullámú háttérsugárzás közelmúltban végzett megfigyelései megerősítik ezt az előrejelzést. Az elmélet másik jóslata, mely szerint a fekete lyukaknak termikus sugárzást kell kibocsátaniuk, elvben ellenőrizhető. Ehhez mindössze találnunk kell egy ősi eredetű fekete lyukat. Sajnos, úgy látszik, mifelénk nem túl gyakori vendég az ilyen jószág. Ha viszont lennének ilyenek, akkor máris tudnánk, hogyan kell a gravitációt kvantálni.

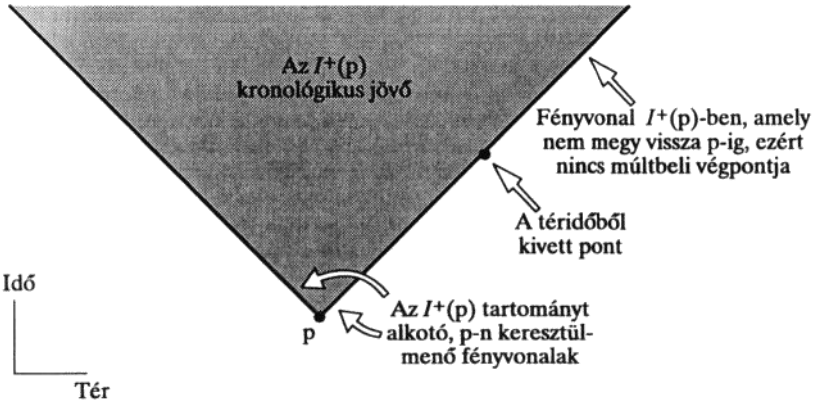
Az említett előrejelzések még akkor sem módosulnának, ha a húrelmélet lenne a természet végső elmélete. A húrelmélet azonban – legalábbis a jelenlegi fejlettségi szintjén – teljességgel képtelen az efféle előrejelzésekre, kivéve azt az egyetlenegyet, mely szerint az általános relativitás a természetet leíró elmélet kis energiák világában működő speciális esete. Gyanítom, mindig ez lehet a helyzet, és a húrelméletből egyetlen olyan megfigyeléssel ellenőrizhető előrejelzés sem következik, amely ne következne az általános relativitáselméletből vagy a szupergravitációból is. Ha ez igaz, akkor felmerül a kérdés, hogy a húrelmélet valódi tudományos elmélet-e. Vajon a matematikai szépség és teljesség elegendő akkor is, ha hiányoznak a megfigyelésekkel egyértelműen ellenőrizhető előrejelzések? Ráadásul a húrelmélet jelenlegi formájában sem nem szép, sem pedig nem teljes.[1]

Mindezen okok miatt előadásaimban az általános relativitáselméletről fogok beszélni. Elsősorban két olyan területtel kívánok foglalkozni, ahol a gravitáció megnyilvánulásai az egyéb térelméletektől teljességgel eltérő jelenségekhez vezetnek. Az első az az elképzelés, mely szerint a

---

[1] Itt emlékeztetjük az olvasót, hogy az előadás-sorozat 1994-ben hangzott el, a kijelentés az akkori állapotot tükrözi. – *A lektor megjegyzése*

gravitáció léte következtében a téridőnek szükségszerűen van kezdete, sőt, talán még vége is. A második az a felfedezés, melynek értelmében úgy tűnik, hogy létezik az anyag eredendő (belső) gravitációs entrópiája, amely nem a durva szemcsézettség következménye. Egyesek azt állítják, hogy ezek az előrejelzések csupán a félklasszikus megközelítés szüleményei. Szerintük a húrelmélet, a gravitáció valódi kvantumelmélete, elkeni a szingularitásokat és korrelációkhoz vezet a fekete lyukak sugárzásában, ezért az a durva szemcsés értelemben csak közelítőleg lesz termikus. Meglehetősen bosszantó lenne, ha valóban erről lenne szó. A gravitáció éppen olyan lenne, mint bármely más mező. Én azonban azt hiszem, hogy a gravitáció alapvetően más, mert maga alakítja ki azt a színpadot, amelyen fellép, szemben a többi mezővel, amelyek a rajtuk kívül meghatározott téridőben működnek. Ez vezet el az idő kezdetének lehetőségéhez. Emiatt vannak a Világegyetemnek megfigyelhetetlen tartományai, ami viszont elvezet a gravitációs entrópia fogalmához, mint a megismerhetetlenség mértékéhez.



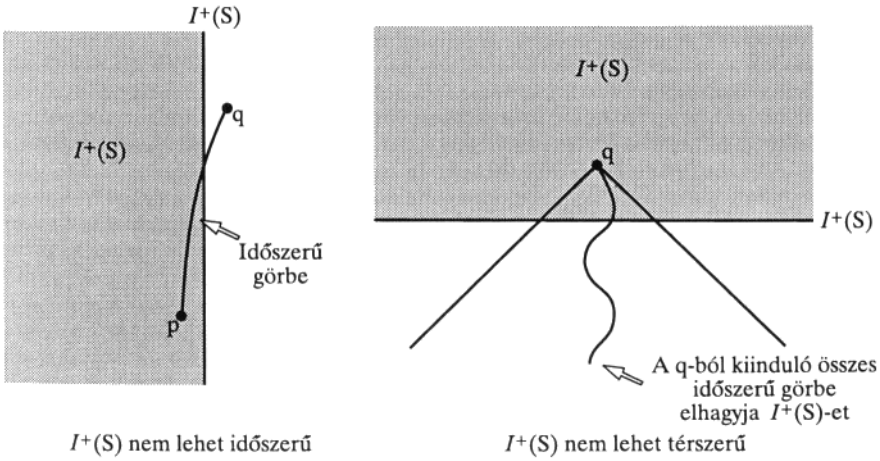
1.1. ÁBRA

A *p* PONT KRONOLOGIKUS JÖVŐJE

Ebben az előadásomban áttekintem a klasszikus általános relativitáselmélet területén végzett, s a szóban forgó

eredményekhez vezető kutatásokat. Második és harmadik előadásomban (a könyv 3. és 5. fejezetében) bemutatom, hogyan változik meg és terjed ki mindez, amikor áttérünk a kvantumgravitációra. Második előadásom a fekete lyukakról fog szólni, a harmadik pedig a kvantumkozmológiáról.

A szingularitások és a fekete lyukak vizsgálatának Roger által bevezetett és a közreműködésemmel kifejlesztett döntő fontosságú módszere a téridő átfogó szerkezetének tanulmányozása. Definiáljuk $I^+(p)$-t az M téridő mindazon pontjainak összességeként, amelyek p-ből a jövő felé irányuló, időszerű görbék mentén elérhetők (lásd az 1.1. ábrát). Az $I^+(p)$ úgy képzelhető el, mint mindazon események halmaza, amelyekre a p-ben bekövetkező történések hatással lehetnek. Hasonló definíciót kapunk, ha a fentiekben a pluszt mínusszal, a jövőt pedig a múlttal helyettesítjük. A továbbiakban az ilyen definíciókat maguktól értetődőeknek tekintem.

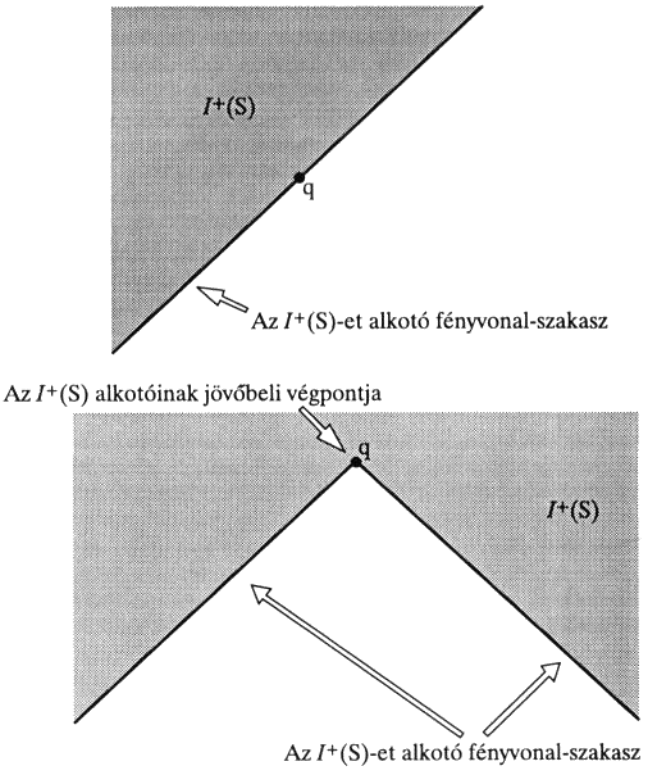


1.2. ÁBRA

A KRONOLÓGIKUS JÖVŐ HATÁRVONALA SEM IDŐSZERŰ, SEM PEDIG TÉRSZERŰ NEM LEHET

Tekintsük ezután az S halmaz jövőjének $I^+(S)$ határát. Meglehetősen könnyen belátható, hogy ez a határ nem lehet időszerű. Ebben az esetben ugyanis a közvetlenül a határ külső

oldalán fekvő *q* pont a közvetlenül a határ belső oldalán fekvő p pont jövője lenne. A határfelület azonban térszerű sem lehet, kivéve magát az *S* halmazt. Ebben az esetben ugyanis a határ közelében fekvő bármely *q* pontból a múlt felé irányuló görbék átlépnék a határt, azaz kilépnének az *S* jövőjét alkotó pontok halmazából. Ezáltal viszont ellentmondásba kerülnénk azzal a feltevésünkkel, hogy a *q* pont az *S* halmaz jövőjében fekszik (1.2. ábra).

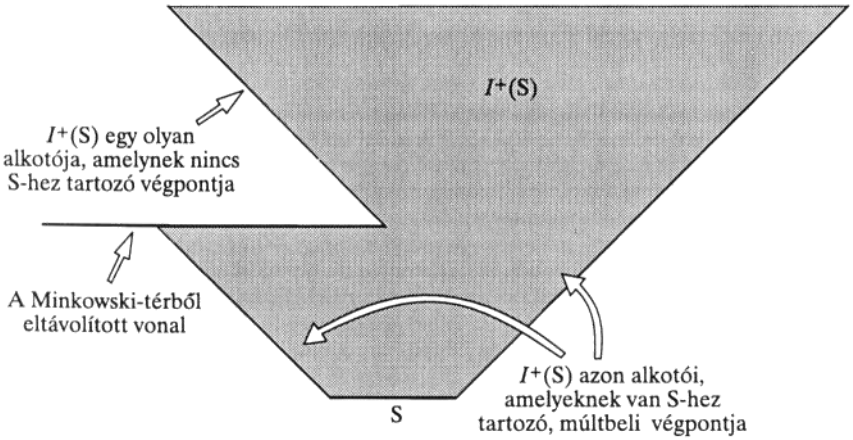


1.3. ÁBRA

FENT: A *q* PONT A JÖVŐ HATÁRÁN FEKSZIK, EZÉRT VAN A HATÁRVONALNAK OLYAN FÉNYVONAL SZAKASZA, AMELY KERESZTÜLHALAD *q*-N. *LENT:* HA EGYNÉL TÖBB ILYEN SZAKASZ LÉTEZIK, AKKOR A *q* PONT EZEK JÖVŐBELI VÉGPONTJA LESZ

Arra a következtetésre jutunk tehát, hogy a jövő határa fényszerű távolságra van magától az *S* halmaztól. Pontosabban

fogalmazva, amennyiben q a jövő határán fekszik, de nem az S lezárásában, akkor létezik egy, a múlt felé tartó, q-n keresztülhaladó és a határon fekvő fényszerű vagy nulla geodetikus vonal (a továbbiakban: fényvonal) (lásd az 1.3. ábrán). Előfordulhatna, hogy egynél több, q-n átmenő fényvonal fekszik a határon, de ez esetben q a szakaszok jövőben elhelyezkedő végpontja lenne. Másként fogalmazva, S jövőjének a határvonalát olyan fényvonalak alkotják, amelyek jövőbeli végpontja a határon van, és ha metszenek egy másik alkotót, akkor behatolnak a jövő belsejébe. Másfelől viszont az alkotó fényvonalak múltbeli végpontja csakis S-ben helyezkedhet el. Az is lehetséges azonban, hogy léteznek olyan téridők, amelyekben léteznek az S halmaz jövőjét határoló olyan alkotók, amelyek soha nem metszik S-et. Ezeknek az alkotóknak soha nem lehet múltbeli végpontjuk.



1.4. ÁBRA

HA EGY SZAKASZT KIVESZÜNK A MINKOWSKI-TÉRBŐL, AKKOR AZ *S* HALMAZ JÖVŐJE HATÁRVONALÁNAK LESZ OLYAN ALKOTÓJA, AMELYNEK NINCS MÚLTBELI VÉGPONTJA

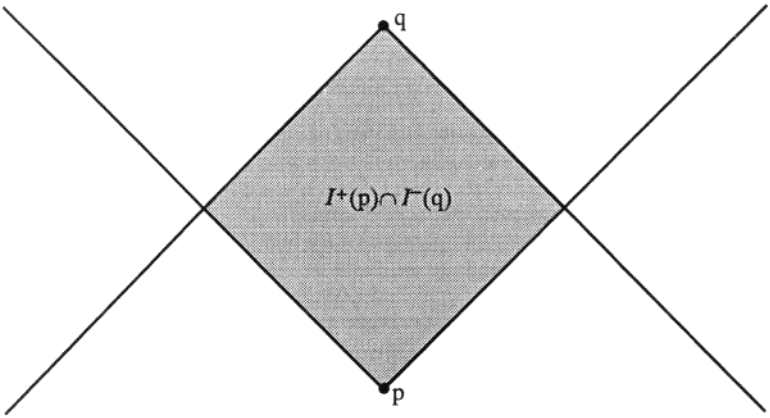
Egyszerű példa erre egy olyan Minkowski-tér, amelyből elhagyunk egy vízszintes szakaszt. (lásd az 1.4. ábrát). Ha az S halmaz a vízszintes vonal múltjában található, akkor ez a szakasz mintegy árnyékot vet a jövőbe, vagyis lesznek a szakasz

jövőjében olyan pontok, amelyek nem részei S jövőjének. Létezni fog viszont S jövője határának egy olyan alkotója, amely visszavezet a vízszintes szakasz végéig. Minthogy azonban a vízszintes szakasz végpontját már kivettük a téridőből, a határfelület ezen alkotójának nem lesz múltbeli végpontja. Ez a téridő tehát nem teljes, kijavíthatjuk azonban a hibáját, ha a vízszintes szakasz vége közelében a metrikát megszorozzuk egy megfelelő konform tényezővel. Bár az efféle terek roppant mesterkéltek, mégis fontosak, mert rámutatnak, milyen óvatosaknak kell lennünk az oksági szerkezetek tanulmányozása során. Valójában Roger Penrose, aki a doktori szigorlatomon az egyik vizsgáztatóm volt, kimutatta, hogy az általam az imént leírthoz hasonló tér ellenpéldául szolgálhat a disszertációmban megfogalmazott egyes állításokra.

Ha ki akarjuk mutatni, hogy a jövő határfelülete minden egyes alkotójának van a rendszeren belül múltbeli végpontja, akkor néhány általános, az oksági szerkezetekre vonatkozó feltételt kell szabnunk. A legerősebb és fizikai szempontból legfontosabb feltétel a globális hiperbolikusság. Valamely $\boldsymbol{U}$ nyílt rendszert akkor nevezzük globálisan hiperbolikusnak, ha:

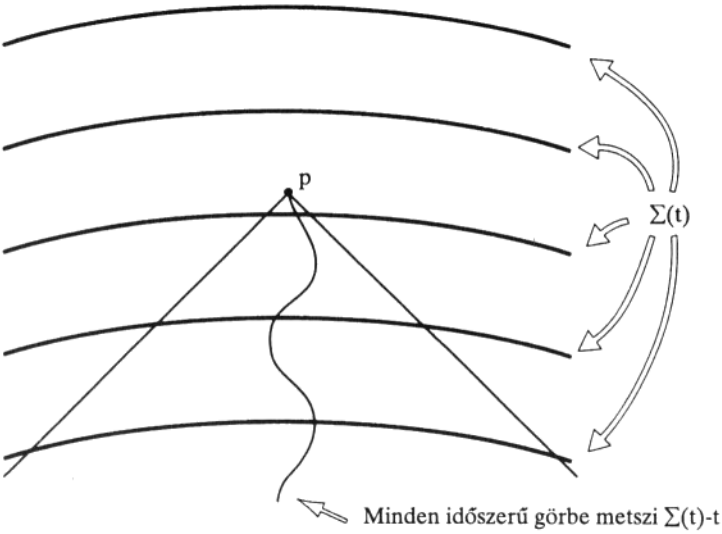
1. Az $\boldsymbol{U}$ rendszerben előforduló minden p, q pontpárra igaz az, hogy p jövője és q múltja zárt tartományt határoz meg. Más szavakkal, a metszet egy körülhatárolt, gyémántkristályra emlékeztető alakú tartomány lesz (1.5. ábra).
2. $\boldsymbol{U}$-ban szigorú okság érvényesül. Ennek megfelelően $\boldsymbol{U}$-ban nem fordulhatnak elő zárt vagy csaknem zárt időszerű görbék.

A globális hiperbolikusság fizikai szempontból azért jelentős, mert ebből következően $\boldsymbol{U}$-ban létezik a $\Sigma(t)$ Cauchy-felületek családja (lásd az 1.6. ábrán).



1.5. ÁBRA

p JÖVŐJÉNEK ÉS *q* MÚLTJÁNAK METSZETE ZÁRT TARTOMÁNYT FOG KÖRÜL

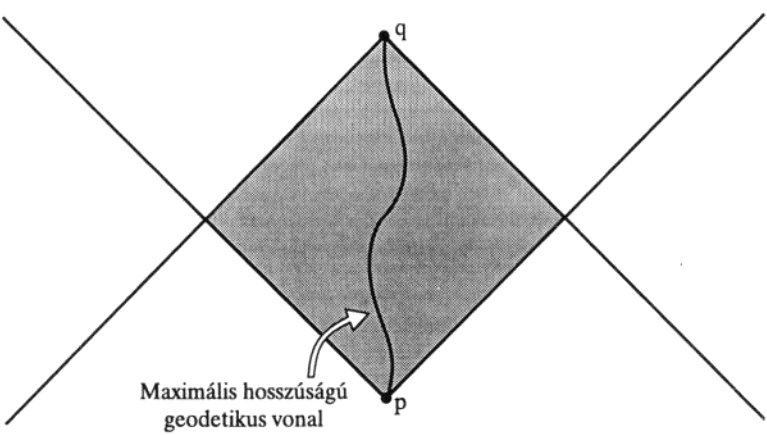


1.6. ÁBRA

AZ *U*-RA VONATKOZÓ CAUCHY-FELÜLETEK CSALÁDJA

Az $\mathcal{U}$-ra vonatkozó Cauchy-felületnek azokat a térszerű vagy null-felületeket nevezzük, amelyek $\mathcal{U}$ minden időszerű görbéjét egyszer és csakis egyszer metszik. Megjósolhatjuk, mi történik $\mathcal{U}$-ban az adatokkal a Cauchy-felületen, valamint a globálisan hiperbolikus háttéren jól viselkedő kvantum-térelméletet fogalmazhatunk meg. Kevésbé egyértelmű, hogy a nem globálisan hiperbolikus háttéren megfogalmazható-e egyáltalán egy értelmes kvantum-térelmélet. Eszerint a globális hiperbolikusság fizikai szükségszerűség lehet. Álláspontom szerint azonban fennállását mégsem tételezhetjük fel, mert ezáltal esetleg kizárnánk valamit, amit a gravitáció közölni próbál velünk. Inkább más, fizikailag ésszerű feltevésekből arra a következtetésre kell jutnunk, hogy a téridő bizonyos tartományai globálisan hiperbolikusak.

A következőkben belátjuk, miért olyan jelentős a globális hiperbolikusság a szingularitási elméletek számára. Legyen $\mathcal{U}$ globálisan hiperbolikus, továbbá p és q az $\mathcal{U}$ rendszer pontjai, melyeket időszerű vagy fényszerű (null) görbe köt össze. Ebben az esetben létezik p és q között egy olyan időszerű vagy geodetikus görbe amely a p és q közötti időszerű vagy fényszerű

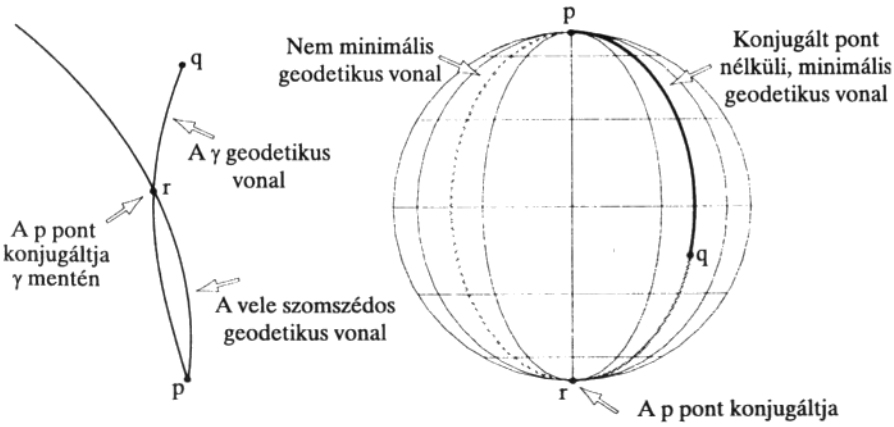


1.7. ÁBRA

EGY GLOBÁLISAN HIPERBOLIKUS TÉRBEN BÁRMELY KÉT, IDŐSZERŰ GÖRBÉVEL VAGY FÉNYVONALLAL ÖSSZEKÖTHETŐ PONT KÖZÖTT LÉTEZIK EGY MAXIMÁLIS HOSSZÚSÁGÚ GEODETIKUS VONAL

görbék közül a leghosszabb (1.7. ábra). A bizonyítás során megmutatjuk, hogy a p és q közti összes időszerű vagy fényszerű görbe tere egy bizonyos topológia esetén kompakt. Ezután bebizonyítjuk, hogy a görbe hossza ebben a térben felülről félig folytonos függvény. Márpedig ebben az esetben kell maximumának lennie, és a maximális hosszúságú görbének geodetikus vonalnak kell lennie, máskülönben az útvonal kicsiny megváltoztatásával hosszabb görbét kapnánk.

Ezután megvizsgálhatjuk a γ geodetikus vonal hosszának második variációját. Kimutatható, hogy γ variálásával akkor kaphatunk hosszabb görbét, ha létezik egy ugyancsak p-ből kiinduló, másik, az előzővel szomszédos és ahhoz végtelenül közeli geodetikus vonal, amely γ-t még egyszer metszi, mégpedig a p és q között fekvő r pontban. Az r pontot p konjugáltjának nevezzük (1.8. ábra). Az elrendezést egyszerűen szemléltethetjük a Föld felszínén elhelyezkedő két, p és q jelű ponttal.



1.8. ÁBRA

BALRA: HA VALAMELY GEODETIKUS VONALON FEKVŐ p ÉS q PONTOK KÖZÖTT TALÁLHATÓ EGY r KONJUGÁLT PONT, AKKOR EZ A VONAL NEM A MINIMÁLIS HOSSZÚSÁGÚ GEODETIKUS VONAL. *JOBBRA:* A p ÉS q KÖZÖTTI NEM MINIMÁLIS HOSSZÚSÁGÚ GEODETIKUS VONAL A DÉLI-SARKON KONJUGÁLT PONTOT TARTALMAZ

Anélkül, hogy a példa általánosságát elveszítenénk, legyen a p pont az Északi-sarkon. Minthogy a Föld felszínének metrikája pozitív, nem pedig Lorentz-féle, ezért nem maximális, hanem minimális hosszúságú geodetikus vonalnak kell léteznie a felületén. Ez a minimális geodetikus távolság éppen az Északi-sarkot és a q pontot összekötő hosszúsági kör mentén mérhető. Létezik azonban a földfelszínen ezen két pont között egy másik geodetikus vonal is, nevezetesen az, amelyik az Északi-sarktól az előzővel ellentétes irányban indul ki, majd a Déli-sarkon áthaladva érkezik el q-ba. Ez a geodetikus vonal tartalmazza p konjugáltját, vagyis a Déli-sarkot, ahol a p-ből kiinduló összes geodetikus vonal metszi egymást. Mindkét, p és q közötti geodetikus vonal hossza a kis variációkkal szemben stacionárius. Most viszont, a pozitív metrika következtében a konjugált pontot tartalmazó geodetikus vonal második variációja p és q között egy rövidebb görbét eredményezhet. Így a Föld példája esetében arra a következtetésre juthatunk, hogy a Déli-sarkon keresztülhaladó geodetikus vonal nem a legrövidebb út p és q között. A példa természetesen teljesen nyilvánvaló. A téridő esetében azonban kimutatható, hogy bizonyos feltételek teljesülése esetén léteznie kell egy globálisan hiperbolikus tartománynak, amelyben a bármely két pont között futó geodetikus vonalak konjugáltjai megtalálhatóak. Ezzel olyan ellentmondásra jutottunk, amelynek értelmében hamisnak bizonyult a geodetikus teljesség, vagyis a szingularitásmentes téridő definíciójaként vett állítás feltételezése.

A téridőben azért fordulhatnak elő konjugált pontok, mert a gravitáció vonzó kölcsönhatás. Emiatt a téridő görbülete olyan, hogy a szomszédos geodetikus vonalak egymás felé görbülnek, nem pedig egymástól elfelé. Mindez a Raychaudhuri- vagy a Newman-Penrose-egyenletből látható, amelyet egyesített formában írok fel.

A Raychaudhuri-Newman-Penrose-egyenlet:

$$\frac{d\rho}{dv} = \rho^2 + \sigma^{ij}\sigma_{ij} + \frac{1}{n}R_{ab}l^a l^b,$$

ahol n=2 a fényvonal, vagyis a fényszerű geodetikus vonal
n=3 az időszerű geodetikus vonal esetén.

A képletben v a hiperfelületre merőleges, l^a érintővektorú geodetikus vonal kongruenciája mentén vett affin paraméter. A ρ mennyiség a geodetikus vonalak átlagos konvergenciája (összetartásának üteme), míg σ a nyírás mértéke. Az $R_{ab}l^a l^b$ kifejezés az anyagnak a geodetikus vonalak konvergenciájára gyakorolt gravitációs hatását írja le.

Az Einstein-egyenlet:

$$R_{ab} - \frac{1}{2}g_{ab}R = 8\pi T_{ab}.$$

A gyenge energiafeltétel:

$$T_{ab}v^a v^b \geq 0$$

bármely v^a időszerű vektorra.

Az Einstein-egyenletek szerint ez a tag egyetlen l^a nullvektorra sem lesz negatív, feltéve, hogy az anyag engedelmeskedik az úgynevezett gyenge energiafeltételnek. Eszerint a T_{00} energiasűrűség egyetlen rendszerben sem lesz negatív. A gyenge energiafeltétel minden normális anyag, például skalárterek, elektromágneses terek vagy ésszerű egyensúlyi állapotban lévő folyadékok és gázok esetében a klasszikus energia-impulzus-tenzornak engedelmeskedik. Lokálisan azonban nem elégítheti ki az energia-impulzus-tenzor kvantummechanikailag várható értéke. Minderre majd a

második és harmadik előadásomban (3. és 5. fejezet) lesz szükség.

Tételezzük fel, hogy fennáll a gyenge energiafeltétel és a p pontból kiinduló fényvonalak valahol ismét összetartóakká válnak, továbbá ρ a pozitív ρ_0 értéket veszi fel. Ebben az esetben a Newman-Penrose-egyenletből az következne, hogy a konvergencia során a q pontnál az $1/\rho_0$ affin paramétertávolságon belül a ρ végtelenné válik, ha a fényvonal egyáltalán elér addig a távolságig.

Ha $v = v_0$-nál $\rho = \rho_0$, akkor

$$\rho \geq \frac{1}{\rho^{-1} + v_0 - v}.$$

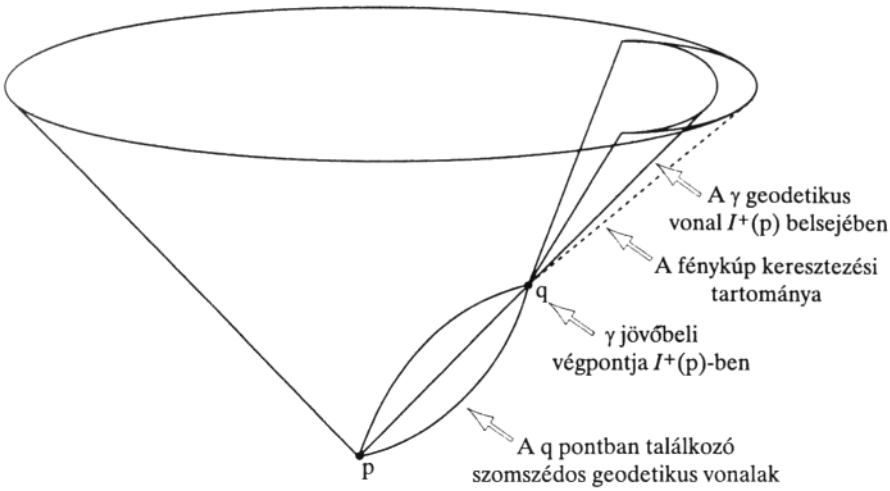
Így létezik egy konjugált pont $v = v_0 + \rho^{-1}$ előtt.

A p-ből kiinduló, egymáshoz infinitezimálisan közel eső fényvonalak q-ban metszik egymást. Ez azt jelenti, hogy a q pont a p konjugáltja lesz, miközben a két pontot a γ fényvonal köti össze. A γ mentén a p konjugált ponton túl fekvő pontokra létezik γ olyan variációja, amely p-ből kiinduló, időszerű görbét eredményez. Eszerint γ nem fekhet p jövőjének határain belül a q konjugált ponton túl. Ezért γ-nak, mint p jövője alkotójának lesz egy jövőbeli végpontja (1.9. ábra).

Az időszerű geodetikus vonalak esetében hasonló a helyzet, annyi eltéréssel, hogy az erős energiafeltétel, amire ahhoz van szükségünk, hogy az $R_{ab}l^a l^b$ tag ne legyen negatív egyetlen l^a időszerű vektorra sem, amint a neve is mutatja, jóval erősebb feltételt jelent. Ez azonban fizikailag még mindig ésszerű, legalábbis átlagolt értelemben, a klasszikus elmélet szerint. Ha az erős energiafeltétel fennáll, és a p-ből kiinduló időszerű geodetikus vonalak ismét konvergálni kezdenek, akkor lesz majd egy olyan q pont, amely p konjugáltja.

Az erős energiafeltétel:

$$T_{ab}v^a v^b \geq \frac{1}{2} v^a v_a T.$$



1.9. ÁBRA

A *q* PONT A *p* PONT FÉNYVONALÁN FEKVŐ KONJUGÁLTJA, EZÉRT A *p*-T *q*-VAL ÖSSZEKÖTŐ *γ* FÉNYVONAL *q*-BAN ELHAGYJA *p* JÖVŐJÉNEK HATÁRÁT

Végezetül szólnunk kell az általános energiafeltételről. Eszerint először is érvényesnek kell lennie az erős energiafeltételnek. Másodszor, minden időszerű geodetikus vonal vagy fényvonal elér egy olyan pontot, ahol van olyan görbület, amely nem igazodik a geodetikus vonalhoz. Az általános energiafeltételt jónéhány ismert, egzakt megoldás nem elégíti ki. Ezek azonban meglehetősen speciális megoldások. Arra számíthatunk, hogy egy megfelelő értelemben „általánosnak" tartott megoldás viszont kielégíti a feltételt. Ha az általános energiafeltétel fennáll, akkor minden geodetikus vonal elér egy olyan tartományba, ahol gravitációs fókuszálás működik. Ebből következően léteznek konjugált pontpárok, ha a

geodetikus vonalat minden irányban kellő távolságig ki tudjuk terjeszteni.

Az általános energiafeltétel:

1. Érvényes az erős energiafeltétel.
2. Minden időszerű geodetikus vonal vagy fényvonal tartalmaz egy olyan pontot, ahol

$$l_{[a}R_{b]cd[e}l_{f]}l^c l^d \neq 0.$$

Rendes körülmények között a téridő szingularitásait olyan tartományoknak képzeljük el, amelyeken belül a görbület határtalanul naggyá válik. Ha azonban ezt definíciónak akarnánk tekinteni, akkor egyszerűen kihagyhatjuk a szinguláris pontokat, és azt mondhatjuk, hogy a megmaradó sokaság alkotja a teljes téridőt. Ezért jobb úgy definiálni a téridőt, mint a legnagyobb olyan sokaságot, amelyen a metrika megfelelően sima. Ezután a szingularitások előfordulását a nem teljes, vagyis az affin paraméter végtelen értékeiig ki nem terjeszthető geodetikus vonalak létezése alapján ismerhetjük fel.

A szingularitás definíciója:

A téridő akkor szinguláris, ha az időszerű geodetikus vonalak vagy a fényvonalak szempontjából nem teljes, viszont nem ágyazható be egy nagyobb téridőbe.

Ez a definíció a szingularitások legobjektívebb tulajdonságát tükrözi, nevezetesen azt, hogy létezhetnek olyan részecskék, amelyek történetének véges időtartamon belül van kezdete és vége is. Ismerünk példákat a geodetikus vonalak nem teljes voltára olyan esetekben is, amikor a görbület korlátos marad,

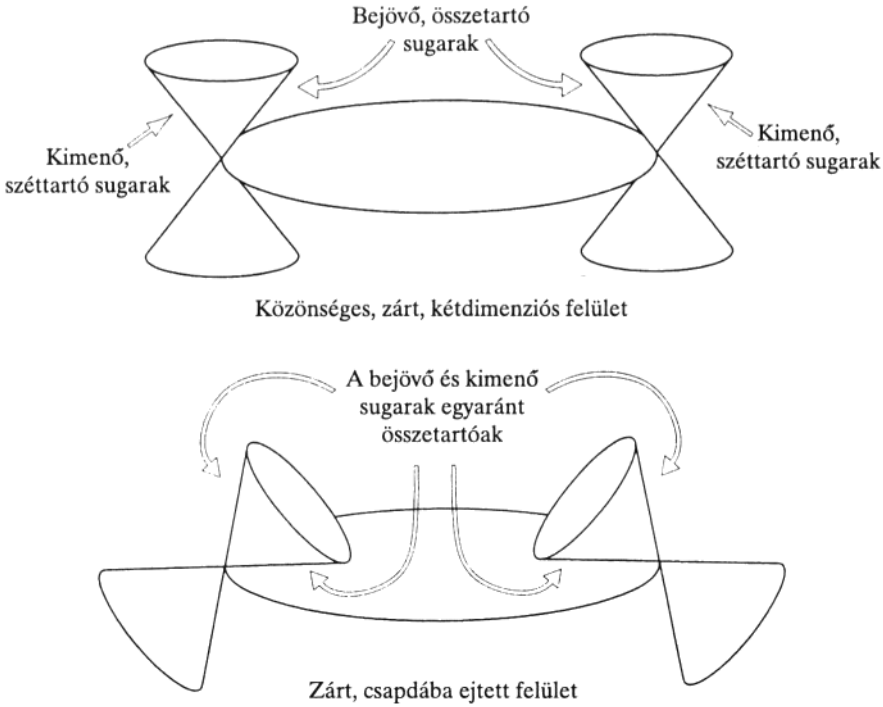
de úgy gondoljuk, hogy általánosságban a görbület a nem teljes geodetikus vonalak mentén divergens lesz. Mindez akkor fontos, ha kvantummechanikai jelenségekhez folyamodunk a klasszikus relativitáselméleten belül a szingularitásokkal kapcsolatban felmerülő problémák megoldása érdekében.

1965 és 1970 között Penrose-zal együtt az imént vázolt módszert alkalmaztuk számos szingularitás-tétel bizonyítására. Ezen tételek háromféle feltételre épültek. Először is volt valamilyen energiafeltétel, például a gyenge, az erős vagy az általános. Ezután szerepelt valamilyen általános feltétel az oksági szerkezetre vonatkozóan, például az, hogy nem fordulhatnak elő zárt, időszerű görbék. Végül volt valamilyen feltétel arra vonatkozóan, hogy bizonyos tartományokban a gravitáció olyan erős, hogy onnan semmi sem szökhet meg.

Szingularitás-tételek:

1. Energiafeltétel.
2. Feltétel az általános szerkezetre.
3. A gravitáció elég erős ahhoz, hogy csapdába zárja a tér egy tartományát.

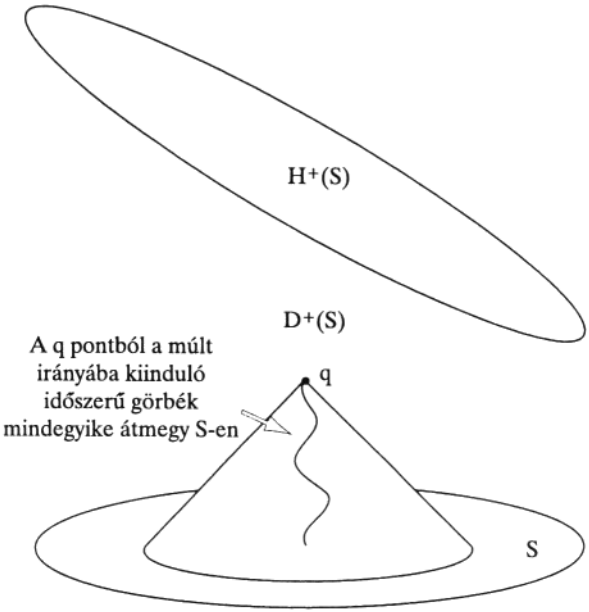
Ezt a harmadik feltételt többféleképpen is megfogalmazhatjuk. Egyrészt kijelenthetjük, hogy a Világegyetem térbeli metszete zárt, ezért nem létezik olyan külső tartomány, ahová bármi is elmenekülhetne. A másik megfogalmazás szerint léteznek az úgynevezett zárt, csapdába ejtett felületek. Ezek olyan zárt, kétdimenziós felületek, amelyeknél a bejövő és a kimenő, a felületre merőleges fényvonalak egyaránt összetartóak (1.10. ábra). Közönséges körülmények között a Minkowski-térben elhelyezkedő szferikus, kétdimenziós tér esetében a bejövő fényvonalak összetartóak, a kilépőek azonban széttartóak. A csillagok összeomlását követően azonban a gravitációs tér olyan erőssé válik, hogy a fénykúpok befelé billennek. Ennek következtében még a kilépő fényvonalak is összetartókká válnak.



1.10. ÁBRA

A KÖZÖNSÉGES, ZÁRT FELÜLET ESETÉBEN A FELÜLETET ELHAGYÓ FÉNYVONALAK SZÉTTARTÓAK, MÍG A BEJÖVŐK ÖSSZETARTÓAK. A ZÁRT CSAPDÁBA EJTETT FELÜLETNÉL A BEJÖVŐ ÉS A KILÉPŐ FÉNYVONALAK EGYARÁNT ÖSSZETARTÓAK

A különféle szingularitás-tételek szerint a háromféle feltétel különböző kombinációinak fennállása esetén a téridőnek időszerűnek vagy a fényvonalakat tekintve nem teljesnek kell lennie. A három feltétel bármelyike gyengíthető, ha egyidejűleg a másik kettőt erősítjük. Ezt a Hawking-Penrose-tétellel szeretném illusztrálni. Ebben fennáll az erős energiafeltétel, azaz a három energiafeltétel közül a legszigorúbb. Az általános feltétel meglehetősen gyenge, eszerint nem léteznek zárt, időszerű görbék.



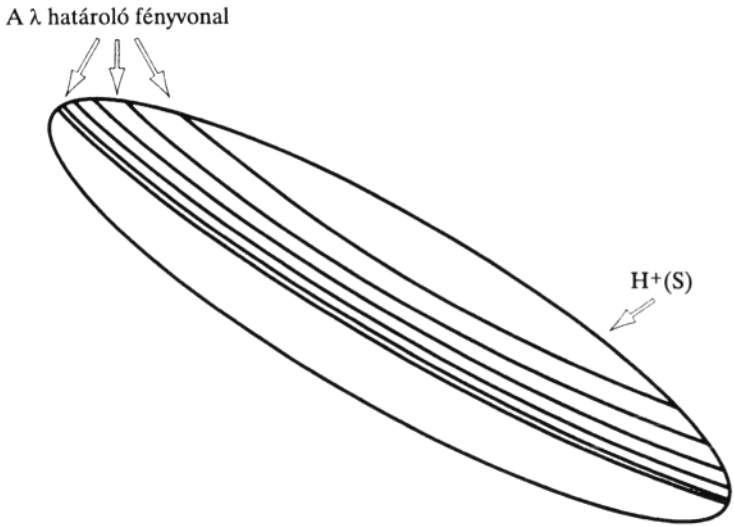
1.11. ÁBRA

AZ S RENDSZER D^+(S) JÖVŐBELI CAUCHY-FOLYTATÁSA ÉS ANNAK JÖVŐBELI HATÁRA, A H^+(S) CAUCHY-HORIZONT

Végül a kiszabadulást lehetetlenné tevő feltétel a legáltalánosabb, ez ugyanis csupán annyit állít, hogy vagy csapdába ejtett felületeknek, vagy pedig zárt, térszerű, háromdimenziós felületeknek kell létezniük.

Az egyszerűség kedvéért csak a zárt, térszerű, háromdimenziós S felület esetére vonatkozó bizonyítást vázolom fel. A $D^+(S)$ jövőbeli Cauchy-folytatását azon q pontok halmazaként definiálhatjuk, amelyekből kiinduló, a múlt felé irányuló, időszerű görbék mindegyike metszi az S felületet (1.11. ábra). A Cauchy-folytatás a téridőnek az a tartománya, amelyre vonatkozóan az S-en található adatokból kiindulva előrejelzéseket tehetünk. Tételezzük most fel, hogy a jövőben fekvő Cauchy-folytatás kompakt. Ebből az következne, hogy a Cauchy-folytatásnak lenne egy jövőbeli határa, a $H^+(S)$ *Cauchy-horizont.* Hasonló érveléssel azt is megállapíthatjuk, hogy valamely pont jövőjének határvonala esetében a Cauchy-

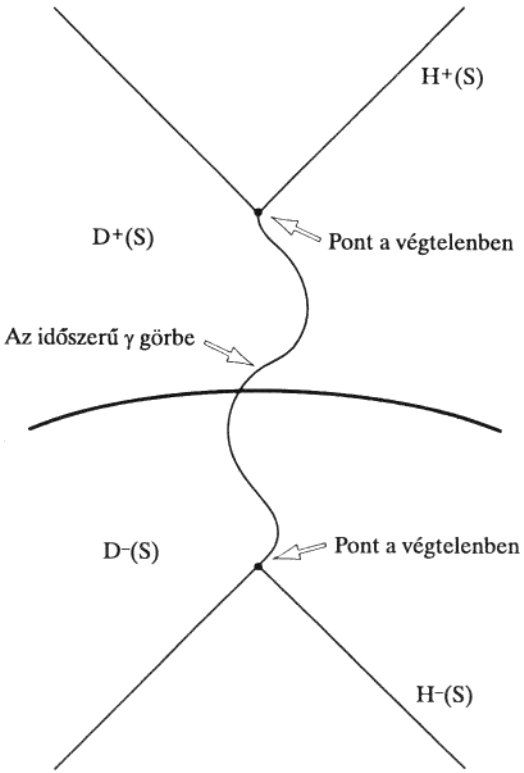
horizontot olyan fényvonal-szakaszok alkotnák, amelyeknek nincs múltbeli végpontjuk. Minthogy azonban a Cauchy-folytatást kompaktnak tételeztük fel, ezért a Cauchy-horizont is kompakt. Ez azt jelenti, hogy az alkotó fényvonalak körbe-körbe futva felcsavarodnak egy kompakt rendszer belsejében. Megközelítik azt a λ határ-fényvonalat, amelynek a Cauchy-horizonton nincs sem múltbeli, sem pedig jövőbeli végpontja (1.12. ábra). Ha viszont λ geodetikusan teljes lenne, akkor az általános energiafeltételből az következne, hogy tartalmaznia kellene a p és q konjugált pontokat. A λ-n fekvő, p-n és q-n túl elhelyezkedő pontok összeköthetők egy időszerű görbével. Ám ez ellentmondás lenne, mert a Cauchy-horizonton nem találhatunk két, egymástól időben elkülönülő pontot. Eszerint tehát vagy λ geodetikusan nem teljes, amivel a tételünket bebizonyítottuk, vagy pedig S jövőbeli Cauchy-folytatása nem kompakt.



1.12. ÁBRA

A CAUCHY-HORIZONTNAK VAN OLYAN λ HATÁROLÓ FÉNYVONALA, MELYNEK NINCS A CAUCHY-HORIZONTON BELÜL SEM MÚLTBELI, SEM JÖVŐBELI VÉGPONTJA

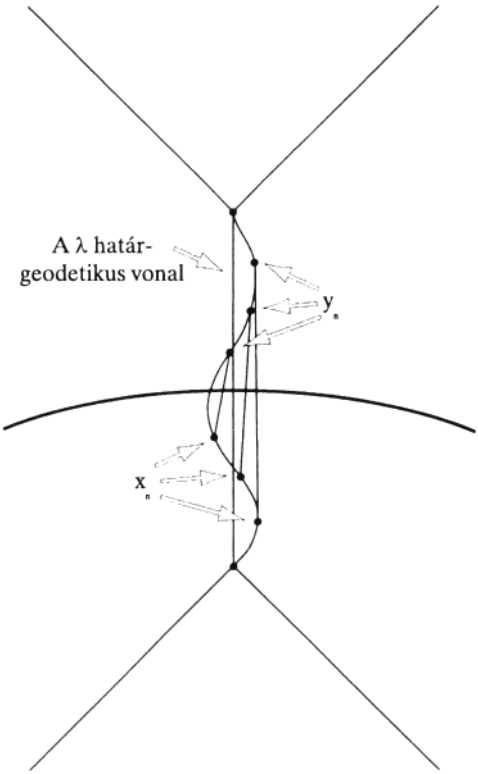
Az utóbbi esetben kimutatható, hogy létezik olyan, a jövő felé haladó, időszerű, S-ből kiinduló γ görbe, amely soha nem hagyja el S jövőbeli Cauchy-folytatását. Meglehetősen hasonló érveléssel az is kimutatható, hogy γ meghosszabbítható a múlt irányában, olyan görbeként, amely soha nem hagyja el a $D^-(S)$ múltbeli Cauchy-folytatást (1.13. ábra). Tekintsünk ezután egy x_n pontsorozatot γ múlt felé tartó, és egy y_n pontsorozatot a jövőbe tartó szakaszán.



1.13. ÁBRA

HA A JÖVŐBELI (MÚLTBELI) CAUCHY-FOLYTATÁS NEM KOMPAKT, AKKOR LÉTEZIK OLYAN, *S*-BŐL KIINDULÓ ÉS A JÖVŐ (MÚLT) FELÉ TARTÓ IDŐSZERŰ GÖRBE, AMELY SOHA NEM HAGYJA EL A JÖVŐBELI (MÚLTBELI) CAUCHY-FOLYTATÁST

Az összetartozó x_n és y_n pontokat n bármely értékére időbeli távolság választja el egymástól, miközben mindkét pont S globálisan hiperbolikus Cauchy-folytatásán fekszik. Ezek szerint x_n és y_n között léteznie kell egy λ_n maximális hosszúságú geodetikus vonalnak. Az összes λ_n szakasz keresztezi az S kompakt, térszerű felületet. Ez azt jelenti, hogy a Cauchy-folytatásban létezik egy olyan λ időszerű geodetikus vonal, amely a λ_n időszerű geodetikus vonalak határgörbéje (1.14. ábra).



1.14. ÁBRA

A λ_n-EK HATÁRÁT ALKOTÓ λ GEODETIKUS VONALNAK TELJESNEK KELL LENNIE, MERT MÁSKÜLÖNBEN KONJUGÁLT PONTOKAT KELLENE TARTALMAZNIA

Ezek szerint vagy λ nem teljes, amely esetben tételünk bizonyítottnak tekinthető, vagy pedig az általános energiafeltétel miatt konjugált pontokat tartalmaz. Ebben az esetben viszont n elegendően nagy értéke esetén bármely λ_n tartalmazna konjugált pontokat. Ez azonban ellentmondást jelentene, mert feltételeztük, hogy a λ_n-ek maximális hosszúságúak. Mindebből arra a következtetésre juthatunk, hogy a téridő vagy időszerű, vagy pedig a fényvonalak tekintetében nem teljes. Más szavakkal kifejezve tehát szingularitást találtunk.

A tételek két esetben jelzik szingularitások létezését. Az egyik fajta a csillagok és az egyéb nagy tömegű égitestek gravitációs összeomlásának jövőjében található. Az ilyen típusú szingularitás az idő végét jelenti, legalábbis a nem teljes geodetikus vonalakon mozgó részecskék számára. A másik esetben a szingularitás létezését a múltban tételezzük fel, nevezetesen a Világegyetem jelenleg megfigyelhető tágulásának kezdetén. Mindennek eredményeképpen (elsősorban az oroszok) felhagytak mindazon próbálkozásokkal, amelyek azzal érveltek, hogy a korábban (vagyis az Ősrobbanás előtt – *a fordító megjegyzése*) létezett összehúzódó állapot egy nem szinguláris visszalökődés során fordult át tágulásba. Ezzel szemben manapság csaknem mindenki azt feltételezi, hogy a Világegyetem – és maga az idő is – az Ősrobbanással vette kezdetét. Ez a felfedezés sokkal fontosabb holmi instabil elemi részecskéknél, ennek ellenére mind a mai napig nem jutalmazták Nobel-díjjal.

A szingularitások előrejelzése azt jelenti, hogy a klasszikus általános relativitáselmélet nem teljes. Minthogy a szinguláris pontokat ki kell rekeszteni a téridő sokaságából, ezért nem tudjuk a belsejükre értelmezni a téregyenleteket, és nem tudjuk megjósolni, mi alakul ki a szingularitásból. Úgy tűnik, hogy a múltbeli szingularitás problémáját csakis a kvantumgravitáció képes megfelelően tárgyalni. Erre a harmadik előadásomban (5. fejezet) majd visszatérek. Az előrejelzések szerint a jövőben kialakuló szingularitásoknak viszont van egy érdekes tulajdonsága, amelyet Penrose *kozmikus cenzúrának* nevezett el. Az elnevezés azért találó, mert a jelenség a külső megfigyelő elől

elrejtve, például a fekete lyukakban fordul elő. Eszerint az előrejelezhetőség bárminemű sérülése, ami ezen szingularitásokban előfordulhat, nem befolyásolja a külső világ történéseit – legalábbis a klasszikus elmélet szerint.

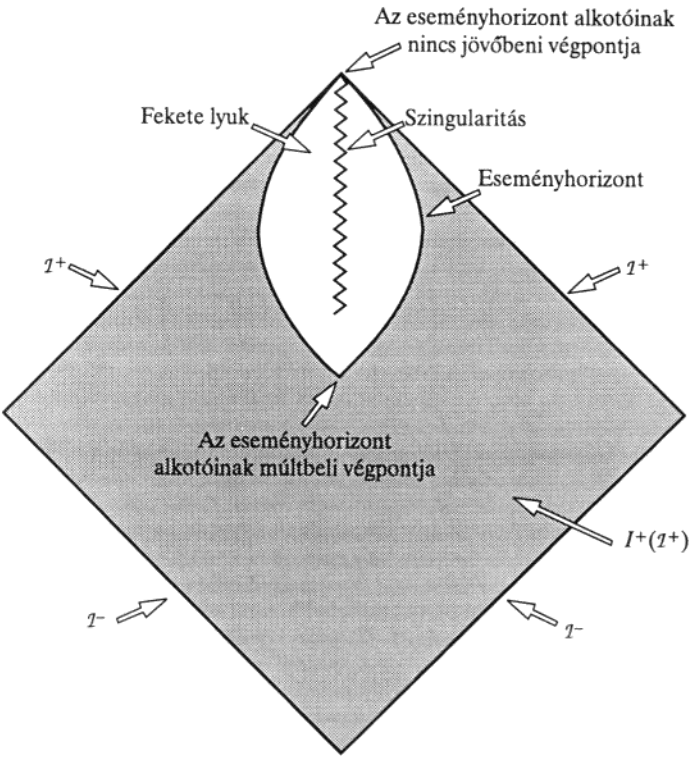
Kozmikus cenzúra:

A természet irtózik a csupasz szingularitástól.

Mindamellett, amint azt majd a következő előadásomban kimutatom, a kvantumelméletben létezik az előrejelezhetetlenség. Ez azzal a ténnyel áll kapcsolatban, hogy a gravitációs tereknek olyan belső entrópiájuk van, amely nem a durva szemcsézettség eredménye. A gravitációs entrópia, valamint az a tény, hogy az időnek volt kezdete és talán vége is lesz, szerepelni fognak az előadásaimban, mert e két vonatkozásban a gravitáció alapvetően különbözik más fizikai mezőktől.

Először a tisztán klasszikus elmélet keretei közt ismerték fel azt a tényt, mely szerint a gravitáció esetében is megadható egy az entrópiához hasonlóan viselkedő fizikai mennyiség. Ez a Penrose-féle *kozmikus cenzúra sejtésével* függ össze. Ezt ugyan még nem sikerült bebizonyítani, de feltételezzük, hogy kellően általános kiinduló adatok és állapotegyenletek esetében igaz. A továbbiakban a kozmikus cenzúra gyenge formáját fogom használni. Közelítésképpen tételezzük fel, hogy az összeomló csillagok közötti teret aszimptotikusan *simának* tekintjük. Ezután, amint azt Penrose kimutatta, a téridő M sokasága alakhűen (konform módon) beágyazható egy olyan sokaságba, melynek határa $\bar{M}$ (1.15. ábra). A ∂M határ fényszerű felület lesz, amely két részből áll, az $\mathcal{I}^+$-nak és az $\mathcal{I}^-$-nak nevezett jövőbeli, illetve múltbeli fényszerű végtelenből. Azt állítom, hogy a gyenge kozmikus cenzúra fennáll, ha az alábbi két feltétel teljesül. Először is feltételezzük, hogy $\mathcal{I}^+$ fényvonal alkotói egy bizonyos alakhű (konform) metrika szerint teljesek. Ebből az következik, hogy az összeomlástól távoli megfigyelők hosszú ideig élnek, ugyanis nem semmisíti meg őket egy, az

összeomló csillag által kidobott, villámcsapásszerű szingularitás. Másodszor, feltételezzük, hogy $\mathcal{J}^+$ múltja globálisan hiperbolikus. Ez azt jelenti, hogy nincsenek nagy távolságból is látható, csupasz szingularitások. Penrose a kozmikus cenzúra erősebb formáját állította föl, amely feltételezi, hogy az egész téridő globálisan hiperbolikus. Az én céljaimra azonban elegendő a gyengébb változat.



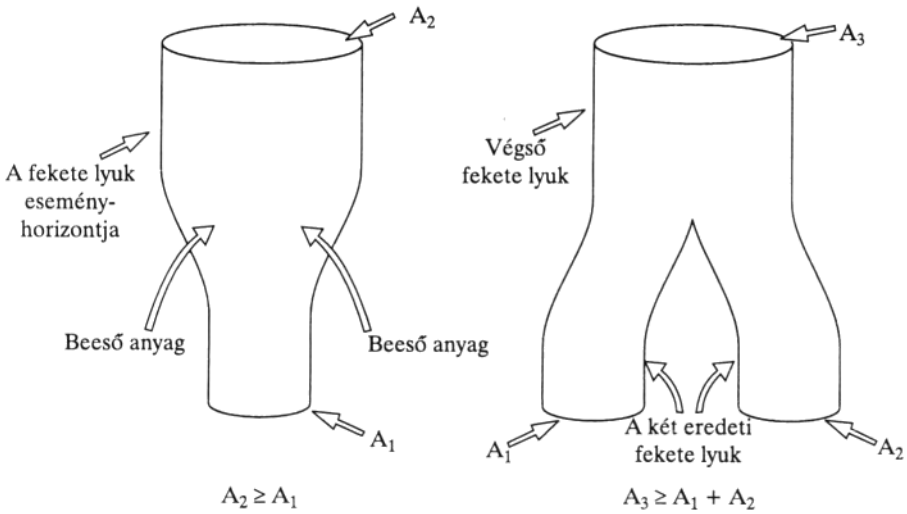
1.15. ÁBRA

AZ ÖSSZEOMLÓ CSILLAG ALAKHŰEN (KONFORM MÓDON) BEÁGYAZHATÓ EGY OLYAN SOKASÁGBA, AMELYNEK HATÁRA VAN

Gyenge kozmikus cenzúra:

1. Az $\mathcal{J}^+$ és az $\mathcal{J}^-$ teljes.
2. Az $I^-(\mathcal{J}^+)$ globálisan hiperbolikus.

Ha fennáll a gyenge kozmikus cenzúra, akkor $\mathcal{J}^+$-ból nem láthatóak az előrejelzések szerint a gravitációs összeomláskor keletkező szingularitások. Eszerint léteznie kell a téridő olyan tartományának, amely nem része $\mathcal{J}^+$ múltjának. Ezt a tartományt fekete lyuknak nevezzük, mert sem fény, sem bármi más nem juthat tőle végtelen távolra. A fekete lyuk környezetének határát *eseményhorizontnak* nevezzük. Mivel ez egyúttal $\mathcal{J}^+$ múltjának a határa is, az eseményhorizontot olyan fényvonal-szakaszok alkotják, amelyeknek múltbeli végpontjuk lehet, jövőbeli azonban nem.



1.16. ÁBRA

HA ANYAGOT JUTTATUNK A FEKETE LYUKBA, VAGY MEGENGEDJÜK, HOGY KÉT FEKETE LYUK EGYESÜLJÖN, AKKOR AZ ESEMÉNYHORIZONTOK EGYÜTTES FELÜLETE SOHA NEM CSÖKKEN

Emiatt, amennyiben fennáll a gyenge energiafeltétel, akkor a horizont alkotói nem lehetnek összetartóak. Ha ugyanis azok lennének, akkor véges távolságon belül metszeniük kellene egymást.

Ebből az következik, hogy az eredményhorizont keresztmetszetének területe az idő múlásával soha nem csökkenhet, sőt általában növekszik. Továbbá, ha két fekete lyuk összeütközik és egybeolvad, akkor a keletkező fekete lyuk keresztmetszetének területe nagyobb lesz, mint az eredeti két fekete lyuk keresztmetszetének összege (1.16. ábra). Ez a viselkedés felettébb hasonlít az entrópiának a termodinamika második főtétele szerinti viselkedésére. Az entrópia soha nem csökkenhet, és a teljes rendszer entrópiája mindig nagyobb, mint alkotórészei entrópiáinak összege.

A fekete lyukak mechanikájának második főtétele:

$$\delta A \geq 0.$$

A termodinamika második főtétele:

$$\delta S \geq 0.$$

A fekete lyukak mechanikájának első főtétele:

$$\delta E = \frac{\kappa}{8\pi}\delta A + \Omega\delta J + \Phi\delta Q.$$

A termodinamika első főtétele:

$$\delta E = T\delta S + P\delta V.$$

A termodinamikával való hasonlóságot fokozza *a fekete lyukak mechanikája első főtételének* is tekinthető összefüggés. Ez kapcsolatot teremt a fekete lyuk tömegének, eseményhorizontja felületének, továbbá a fekete lyuk impulzusmomentumának és elektromos töltésének változása között. Ezt összehasonlíthatjuk a termodinamika első főtételével, amely a belső energia megváltozását fejezi az entrópia megváltozása és a rendszeren végzett külső munka segítségével. Megállapítható, hogy amennyiben az eseményhorizont felülete analóg az entrópiával, akkor a hőmérsékletnek a fekete lyuk κ felszíni gravitációjának nevezett fizikai mennyiség felel meg. Ez az eseményhorizonton uralkodó gravitációs tér erősségének mértéke. A termodinamikával vont párhuzam még tovább fokozható, ha felírjuk a fekete lyukak mechanikájának nulladik főtételét is: az időtől független fekete lyuk esetén a felszíni gravitáció az eseményhorizont mentén mindenütt ugyanakkora.

A fekete lyukak mechanikájának nulladik főtétele:

Az időtől független fekete lyuk eseményhorizontján κ mindenütt ugyanakkora.

A termodinamika nulladik főtétele:

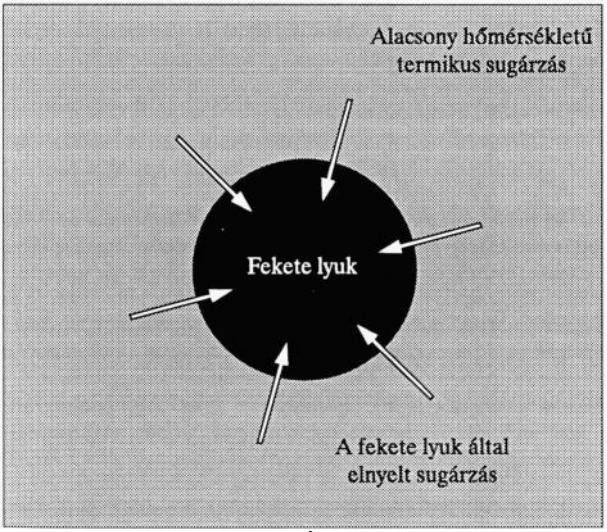
A termikus egyensúlyban lévő rendszeren belül T mindenütt ugyanakkora.

Ezen hasonlóságokon felbuzdulva Bekenstein (1972) felvetette, hogy az eseményhorizont területének valamilyen többszöröse tulajdonképpen a fekete lyuk entrópiájának tekinthető. Ezért a következőképpen fogalmazta meg a második főtétel általánosított alakját: a fekete lyuk entrópiájának és a fekete lyukon kívül fekvő anyag entrópiájának összege soha nem csökken.

Az általánosított második főtétel:

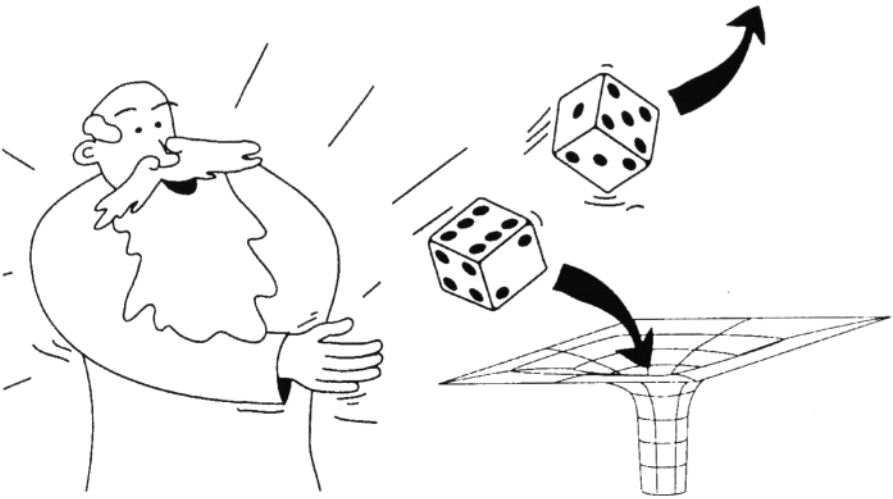
$$\delta(S + cA) \geq 0.$$

Ez az elképzelés azonban nem volt következetes. Ha a fekete lyukaknak az eseményhorizontjuk felületével arányos entrópiájuk van, akkor a felszíni gravitációjukkal arányos, nullától különböző hőmérsékletüknek is lenni kell. Vegyünk szemügyre egy olyan fekete lyukat, amely a saját hőmérsékleténél alacsonyabb hőmérsékletű termikus sugárzással kerül kapcsolatba (1.17. ábra). A fekete lyuk elnyeli a sugárzás egy részét, azonban semmit sem képes kisugározni, hiszen a klasszikus elmélet szerint semmi sem hagyhatja el a fekete lyukat. A hő tehát az alacsonyabb hőmérsékletű sugárzás felől a magasabb hőmérsékletű fekete lyuk irányába áramlik. Ez viszont megsérti az általánosított második főtételt, ugyanis a hőmérsékleti sugárzás entrópiavesztése nagyobb lenne, mint a fekete lyuk entrópiájának növekedése.



1.17. ÁBRA

A TERMIKUS SUGÁRZÁSSAL KAPCSOLATBA KERÜLŐ FEKETE LYUK A SUGÁRZÁS EGY RÉSZÉT ELNYELI, A KLASSZIKUS ELMÉLET SZERINT AZONBAN SEMMIT NEM KÉPES KISUGÁROZNI



1.18. ÁBRA

A természet rendje csak akkor látszott helyreállni, amikor kiderült, hogy a fekete lyukakból is kiindulhat sugárzás, méghozzá éppen termikus, amint azt majd a következő előadásomban látni fogjuk. Ez az eredmény túlságosan szép ahhoz, hogy véletlen egybeesésnek vagy csupán közelítő jellegűnek higgyük. Úgy tűnik tehát, hogy a fekete lyukaknak ténylegesen van belső gravitációs entrópiájuk. Amint azt ki fogom mutatni, mindez a fekete lyuk topológiájának nemtriviális jellegével hozható összefüggésbe. A belső entrópia azt jelenti, hogy a gravitáció a kvantumelmélet által leírton felül további bizonytalanságot hoz a rendszerbe. Einsteinnek tehát nem volt igaza, amikor azt írta, hogy „Isten nem játszik kockajátékot”. A fekete lyukakra vonatkozó megfontolásaink ugyanis arra engednek következtetni, hogy Isten igenis szokott kockázni, sőt néha még össze is zavar bennünket, hiszen olyan helyre dobja a kockát, ahol azt nem láthatjuk (1.18. ábra).

MÁSODIK FEJEZET

A TÉRIDŐ SZINGULARITÁSAINAK SZERKEZETE

R. Penrose

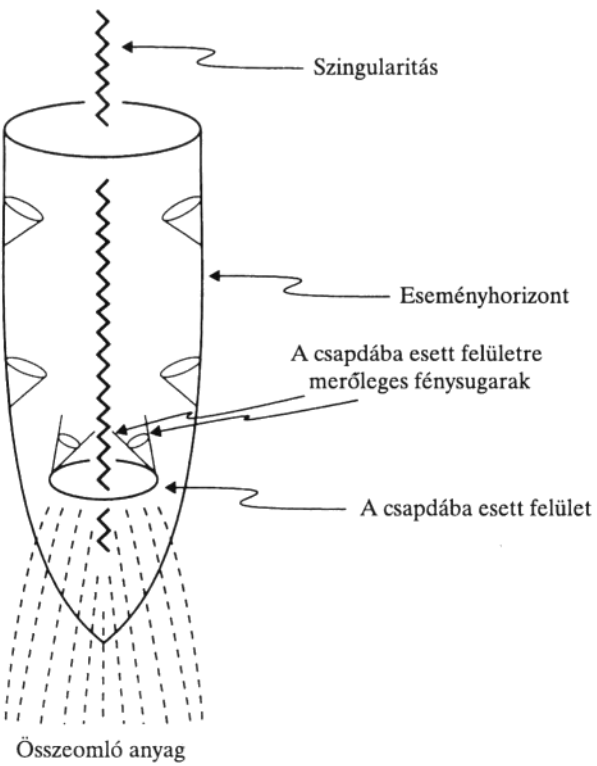
Az első előadásban Stephen Hawking a szingularitás-tételekkel foglalkozott. E tételek lényege az, hogy ésszerű (általános) fizikai feltételek mellett szingularitások létezésére kell számítanunk. A tételek semmit sem mondanak a szingularitások természetéről, vagy arról, hol találhatók a szingularitások. Másrészt viszont a tételek nagyon általánosak. Önként adódik tehát a kérdés, milyen a téridő szingularitásainak geometriai szerkezete. Erre vonatkozóan rendszerint fel szoktuk tételezni, hogy görbületük divergens. Magukból a szingularitási tételekből azonban nem pontosan ez következik.

A szingularitások az Ősrobbanásban, a fekete lyukakban és a Nagy Reccsben fordulnak elő (mely utóbbit a fekete lyukak egyesülésének tekinthetjük). Elvben előfordulhatnak emellett csupasz szingularitásként is. Ezzel kapcsolatos az úgynevezett *kozmikus cenzúra,* nevezetesen az a hipotézis, mely szerint ezek a csupasz szingularitások mégsem fordulnak elő.

A kozmikus cenzúra elképzelésének kifejtéséhez engedjék meg, hogy kissé visszanyúljak a kérdéskör történetébe. Az Einstein-egyenletek megoldására az első, egy fekete lyukat leíró, explicit példát Oppenheimer és Snyder (1939) adta, akik egy összeomló porfelhő viselkedését vizsgálták. Ennek belsejében szingularitás alakul ki, amely azonban kívülről nem látható, mert körülfogja az eseményhorizont. Az eseményhorizont az a felület, amelyen belülről az események nem képesek végtelen

távolságba eljutó jeleket kibocsátani. Csábítónak tűnt az a feltételezés, hogy ez a kép teljesen általános, azaz a gravitációs összeomlás általános leírását adja. Az O-S-modell azonban speciális szimmetriát tartalmaz (nevezetesen a kép gömbszimmetrikus), ezért korántsem nyilvánvaló, hogy más esetek leírására is alkalmas.

Minthogy az Einstein-egyenleteket általános esetben nehéz megoldani, ezért célszerűbb olyan általános tulajdonságokat keresni, amelyekből a szingularitások létezésére következtethetünk.



2.1. ÁBRA

AZ OPPENHEIMER-SNYDER-FÉLE ÖSSZEOMLÓ PORFELHŐ, A CSAPDÁBA ESETT FELÜLET ILLUSZTRÁCIÓJA

Az O-S-modell például csapdába ejtett felületet tartalmaz, melynek fontos tulajdonsága, hogy a rá eredetileg merőleges fénysugarak mentén csökken a kiterjedése (2.1. ábra).

Megpróbálhatjuk kimutatni, hogy a csapdába esett felület létezéséből következik a szingularitás jelenléte. (Ez volt az első szingularitás-tétel, amelyet egy ésszerű oksági feltevés alapján fel tudtam állítani, anélkül hogy fel kellett volna tételeznem a gömbszimmetriát; lásd Penrose 1965.) Hasonló eredményeket vezethetünk le egy összetartó fénykúp létezésének feltételezéséből kiindulva is (Hawking és Penrose 1970; ez akkor következik be, amikor valamely pontból különböző irányba kibocsátott fénysugarak bizonyos idő elteltével egymás felé kezdenek közeledni).

Stephen Hawking (1965) nagyon hamar észrevette, hogy kozmológiai skálán az eredeti érvelésem a feje tetejére fordítható, vagyis az idő irányának megfordulásakor előálló helyzetre is alkalmazni lehet. A visszájára fordított csapdába esett felületből az következik, hogy (megfelelő oksági feltételek alkalmazása esetén) a múltban léteznie kellett egy szingularitásnak. Ebben az esetben a (megfordított irányú időnél) a csapdába esett felület roppant nagy kiterjedésű a kozmológiai skálán.

Most azonban a fekete lyukakkal kapcsolatos helyzet elemzése a legfontosabb feladatunk. Tudjuk, hogy valahol létezik egy szingularitás, de ahhoz, hogy tényleges fekete lyukat kapjunk, be kell bizonyítanunk, hogy valóban létezik körülötte az eseményhorizont. A kozmikus cenzúra hipotézise pontosan ezt állítja, tehát lényegében azt, hogy magát a szingularitást kívülről nem lehet látni. Nevezetesen, a hipotézisből az következik, hogy létezik egy olyan tartomány, amelyen belülről nem juthatnak ki jelek kívülre és végtelen távolra. Ennek a tartománynak a határa az eseményhorizont. Erre a határfelületre azt a Stephen legutóbbi előadásában elhangzott tételt is alkalmazhatjuk, mely szerint az eseményhorizont a jövőbeli fényszerű végtelen múltjának határa. Így tehát tudjuk, hogy ez a határfelület

- fényszerű felület ott, ahol sima, és fényvonalak alkotják,
- minden egyes nem sima pontjából kiindulva tartalmaz egy jövőben vég nélküli fényvonalat,

továbbá

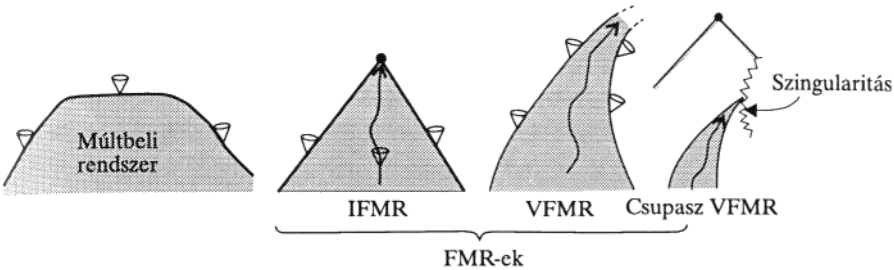
- térbeli keresztmetszete az idő múlásával soha nem csökkenhet.

Végeredményben azt is sikerült kimutatni (Israel 1967, Carter 1971, Robinson 1975, Hawking 1972), hogy az ilyen téridő jövőbeli aszimptotikus határa nem más, mint a Kerr-féle téridő. Ez az eredmény roppant figyelemreméltó, mert a Kerr-féle metrika az Einstein-féle vákuumegyenletek nagyon szép, egzakt megoldása. Ez az érvelés a fekete lyukak entrópiájára is vonatkoztatható, ezért következő előadásomban (4. fejezet) lényegében majd visszatérek rá.

Ennek megfelelően még az O-S-megoldás kvalitatív hasonló voltával is tudunk valamit kezdeni. Van ugyan néhány eltérés – nevezetesen, mi nem a Schwarzschild-, hanem a Kerr-féle megoldáshoz érkezünk –, ám ezek viszonylag jelentéktelenek. A kép lényege meglehetősen hasonló.

A pontos érvelés a kozmikus cenzúra hipotézisén alapul. Tulajdonképpen a kozmikus cenzúra nagyon fontos, mivel ezen alapul az egész elmélet, és nélküle a fekete lyuk helyett borzalmas dolgokra bukkannánk. Ezért valóban fel kell tennünk magunknak a kérdést, hogy mindez igaz-e. Régen azt gondoltam, hogy a hipotézis hibás lehet, ezért megpróbálkoztam különféle ellenpéldák konstruálásával. (Stephen Hawking egy ízben azt a tényt nevezte a kozmikus cenzúra legmeggyőzőbb igazolásának, hogy sikertelenül próbáltam meg bebizonyítani a feltevés hibás voltát – szerintem azonban ez meglehetősen gyenge érv!)

A kozmikus cenzúrát a téridő *ideális* pontjaira vonatkozó elképzelésekkel összefüggésben kívánom bemutatni. (Ezek Seifert 1971, valamint Geroch, Kronheimer és Penrose 1972 elképzelései.)



2.2. ÁBRA

MÚLTBELI RENDSZEREK, IFMR-EK ÉS VFMR-EK (IGAZI, ILLETVE VÉGSŐ FMR-EK)

Az alapötlet szerint a téridőhöz hozzáadhatóak tényleges „szinguláris pontok" és „végtelenben lévő pontok", vagyis az úgynevezett *ideális pontok.* Vezessük be mindenekelőtt az FMR-t, vagyis a felbonthatatlan múltbeli rendszer fogalmát. Ebben az esetben „múltbeli rendszernek" azt a rendszert nevezzük, amely tartalmazza saját múltját, míg a „felbonthatatlan" azt jelenti, hogy nem bontható fel két olyan múltbeli rendszerre, amelyek egyike sem tartalmazza a másikat. Létezik egy tétel, mely szerint bármely FMR leírható valamilyen időbeli görbe múltjaként (2.2. ábra).

Az FMR-ek két csoportja létezik, nevezetesen az IFMR-ek és a VFMR-ek. Az IFMR az ***igazi* FMR,** azaz valamely téridőbeli pont múltja. A VFMR, vagyis ***végső* FMR** ezzel szemben nem múltja a téridő egyetlen tényleges pontjának sem. A VFMR-ek a jövő ideális pontjait definiálják. A továbbiakban megkülönböztethetjük a VFMR-eket aszerint is, hogy ezek az ideális pontok a végtelenben fekszenek-e (amely esetben létezik egy olyan időszerű görbe, amelyik végtelen sajáthosszúságú FMR-t alkot) – ezek a ∞-VFMR-ek –, vagy pedig *szingularitások* (amely esetben minden azt alkotó időszerű görbének véges hosszúsága van) – ezek a szinguláris VFMR-ek. Nyilvánvalóan mindezen fogalmak a fentiekhez hasonlóan nemcsak a múltbeli, hanem a jövőbeli rendszerekre is alkalmazhatóak. Ebben az esetben FJR-ekkel (felbonthatatlan jövőbeli rendszerekkel) van dolgunk, melyek IFJR-ekre és VFJR-ekre oszthatók, míg az utóbbiak ismét két csoportra szakadnak, a ∞-VFJR-ekre és a

szinguláris VFJR-ekre. Meg kívánom jegyezni, hogy mindezen fejtegetéseinkhez fel kell tételeznünk, hogy nem léteznek zárt, időszerű görbék. Tulajdonképpen megelégszünk azonban azzal a valamivel gyengébb feltétellel is, mely szerint nem található két olyan pont, melyeknek azonos lenne a múltja vagy a jövője.

Miként írhatjuk le ebben a rendszerben a csupasz szingularitásokat és a kozmikus cenzúra hipotézisét? Mindenekelőtt a kozmikus cenzúra hipotézisének érvényességi köréből ki kell zárnunk az Ősrobbanást (ellenkező esetben ugyanis a kozmológusok meglehetősen nagy bajba jutnának). Ezzel elérjük, hogy a dolgok mindig az Ősrobbanásból erednek és soha nem oda tartanak. Ezek után megpróbálhatjuk a csupasz szingularitást olyasvalamiként definiálni, mint amelybe az időszerű görbék nemcsak beléphetnek, hanem el is hagyhatják azt. Ezzel egy csapásra kezelni tudtuk az Ősrobbanás problémáját is, hiszen azt a szingularitást nem tekintjük csupasznak. Rendszerünkben azt a VFMR-t tekintjük *csupasz* VFMR-nek, amelyet egy IFMR tartalmaz. Ez a meghatározás alapvetően helyi jellegű, azaz nincs szükségünk arra, hogy a megfigyelő a végtelenben legyen. Kiderül (Penrose 1979), hogy a csupasz VFMR-ek kizárásának feltétele ugyanúgy érvényes a téridőben akkor is, ha definíciónkban a „múltat" a „jövővel" helyettesítjük (vagyis a csupasz VFJR-eket zárjuk ki. Azt a hipotézist, mely szerint az ilyen csupasz VFMR-ek (vagy az ennek megfelelő csupasz VFJR-ek) nem fordulnak elő az általános téridőben, az *erős kozmikus cenzúra* hipotézisének nevezzük. Ennek az a lényege, hogy egy szinguláris pont (vagy végtelen pont) – a szóban forgó VFMR – egyszerűen nem tud úgy „megjelenni" a téridő kellős közepén, hogy valamely véges pontból – a szóban forgó IFMR tetőpontjából – „látható" legyen. Érzékelhető, hogy a megfigyelőnek nem kell a végtelenben lennie, minthogy egy adott téridőben nem tudhatjuk, hogy valahol éppen a végtelenben vagyunk-e. Továbbá, ha az erős kozmikus cenzúra megsérülne, akkor valamely véges időpontban megfigyelhetnénk egy részecskét, amint éppen belehullik egy szingularitásba, ahol a fizika törvényszerűségei érvényüket veszítik (vagy amint éppen eléri a végtelent, ami majdnem ugyanaz). A fenti fogalmakat használva a *gyenge*

kozmikus cenzúra hipotézisét is megfogalmazhatjuk, ehhez elég, ha az IFMR-et ∞-VFMR-rel helyettesítjük.

Az erős kozmikus cenzúra hipotéziséből következően az anyagot tartalmazó általános téridő, amely ésszerű állapotegyenleteknek engedelmeskedik (például a vákuuménak), kiterjeszthető olyanná, amely nem tartalmaz csupasz szingularitásokat (csupasz szinguláris VFMR-eket). Kimutatható (Penrose 1979), hogy a csupasz VFMR-ek kirekesztése pontosan megfelel az általános hiperbolikusságnak, avagy annak az állításnak, hogy a téridő valamely Cauchy-felület teljes függőségi tartománya (Geroch 1970). Megjegyezzük, hogy az erős kozmikus cenzúra ezen megfogalmazása nyilvánvalóan időben szimmetrikus, vagyis a múltat és a jövőt felcserélhetjük, ha egyúttal az FMR-eket és a FJR-eket is felcseréljük.

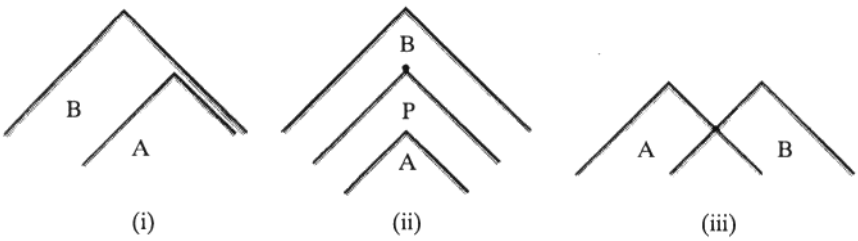
Általánosságban további feltevéseket kell tennünk az úgynevezett *villámcsapások* kizárása érdekében. ***Villámcsapásnak*** azokat a szingularitásokat nevezzük, amelyek elérik a fényszerű végtelent, miáltal tönkreteszik a téridő menetét (Penrose 1978, 7. ábra). Ehhez nem kell megsérteni a kozmikus cenzúra korábban kifejtett formáját. Léteznek ugyanis a kozmikus cenzúrának szigorúbb változatai is, amelyek figyelembe veszik ezt a problémát (vö. Penrose 1978, CC4 feltétel).

Térjünk ezután vissza arra a kérdésre, hogy miért igaz a kozmikus cenzúra. Mindenekelőtt vegyük észre, hogy a kvantumgravitáció keretein belül valószínűleg nem érvényes. Nevezetesen, a felrobbanó fekete lyukak (amelyekről Stephen Hawking majd részletesen fog beszélni) olyan helyzetet teremtenek, ahol a kozmikus cenzúra megsérülni látszik.

A klasszikus általános relativitáselméletben mindkét tekintetben számos eredmény született. A kozmikus cenzúra megcáfolására tett próbálkozásaim egyikében levezettem olyan egyenlőtlenségeket, amelyek akkor állnának fenn, ha a kozmikus cenzúra hipotézise igaz lenne (Penrose 1973). Az egyenlőtlenségekről kiderült, hogy valóban fennállnak (Gibbons 1972) – ez amellett szól, hogy fenn kell állnia valamilyen, a kozmikus cenzúrához hasonló elgondolásnak. Az ellenérvek

között néhány speciális példát találhatunk (amelyek viszont megsértik az általánossági feltételt). Ismerünk továbbá néhány vázlatosan kidolgozott numerikus ellenérvet is, ezeket azonban különböző szempontok miatt vitatják. Vannak ezenkívül olyan figyelmeztető jelek is, amelyekről csak a közelmúltban szereztem tudomást – egészen pontosan Gary Horowitz tegnap hívta fel rájuk a figyelmemet. Ezek szerint a korábban említett egyenlőtlenségek némelyike nem áll fenn, ha a kozmológiai állandó pozitív. A magam részéről mindig is azon a véleményen voltam, hogy a kozmológiai állandónak nullának kell lennie, az azonban felettébb érdekes lenne, ha kiderülne, hogy a kozmikus cenzúra érvényességének mondjuk az a feltétele, hogy a kozmológiai állandó ne legyen pozitív. Nevezetesen, létezhet valamiféle különleges kapcsolat a szingularitások természete és a végtelen természete között. A végtelen térszerű, amennyiben a kozmológiai állandó pozitív, de fényszerű, ha a kozmológiai állandó értéke zérus. Ennek megfelelően a szingularitások néha időszerűeknek bizonyulhatnak (vagyis csupaszok, azaz megsértik a kozmikus cenzúrát) ha a kozmológiai állandó pozitív, de talán a szingularitások nem lehetnek időszerűek (vagyis a kozmikus cenzúrát kielégítőek) ha a kozmológiai állandó nulla.

A szingularitások időbeli vagy térbeli természetének részletesebb tárgyalásához el kívánom magyarázni az FMR-ek közötti oksági kapcsolatokat. A két pont közötti oksági kapcsolat fogalmát általánosítva kijelenthetjük, hogy az A jelű FMR oksági szempontból megelőzi a B jelű FMR-t, ha $A \subset B$; valamint A időbelileg (kronologikusan) megelőzi B-t, ha létezik olyan P jelű IFMR, amelyre $A \subset P \subset B$. Az A és B pontokat térszerűen elkülönülteknek nevezzük, ha oksági szempontból egyik sem előzi meg a másikat (2.3. ábra).



2.3. ÁBRA

OKSÁGI KAPCSOLATOK AZ FMR-EK KÖZÖTT:
(i) *A* OKSÁGI SZEMPONTBÓL MEGELŐZI *B*-T;
(ii) *A* IDŐBELILEG (KRONOLÓGIKUSAN) MEGELŐZI *B*-T;
(iii) *A* ÉS *B* TÉRSZERŰEN ELKÜLÖNÜLNEK

Az erős kozmikus cenzúra hipotézisének másik lehetséges megfogalmazása szerint az általános szingularitások soha nem időszerűek. A térszerű (vagy fényszerű, null-) szingularitások vagy múltbeli, vagy pedig jövőbeli típusúak. Eszerint tehát, ha az erős kozmikus cenzúra fennáll, akkor a szingularitások két csoport valamelyikébe tartoznak:

(M) Múltbeli típusúak, melyeket a VFMR-ek határoznak meg.
(J) Jövőbeli típusúak, melyeket a VFJR-ek határoznak meg.

A csupasz szingularitások ezt a két típust egyesítik magukban, azok ugyanis egyidejűleg lennének VFMR-ek és VFJR-ek. Ezért valóban a kozmikus cenzúra következménye, hogy ez a két osztály elkülönül egymástól. A (J) típusú szingularitás jellemző példái a fekete lyukak és a Nagy Reccs (ha egyáltalán létezik). Az (M) típusba az Ősrobbanáson kívül a fehér lyukak tartozhatnak (ha léteznek ilyenek). Tulajdonképpen nem tartom valószínűnek, hogy a Nagy Reccs egyáltalán bekövetkezzék (elvi okokból, melyekre az utolsó előadásban kívánok visszatérni). A fehér lyukak ugyancsak felettébb valószínűtlenek, ezek ugyanis nem engedelmeskednének a termodinamika második főtételének.

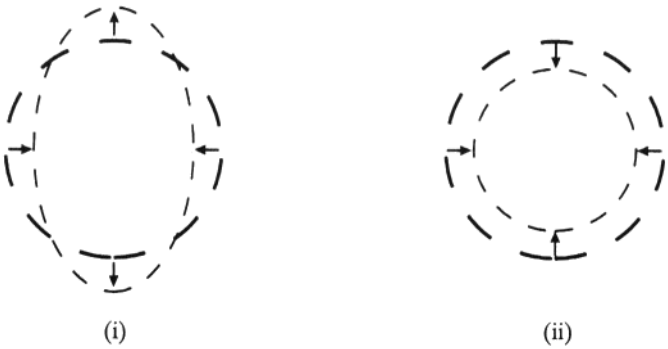
Talán a szingularitások két típusa alapvetően különböző törvényeket elégít ki. Lehetséges, hogy a rájuk vonatkozó kvantumgravitációs törvények valóban egészen mások.

Feltételezem, hogy Stephen Hawking ebben nem ért egyet velem (Hawking közbevetése: „Úgy van!”), de a magam részéről az alábbiakat tartom a fenti javaslat mellett szóló bizonyítékoknak:

(1) A termodinamika második főtétele.
(2) A Világegyetem korai állapotára vonatkozó megfigyelések (például COBE műhold), melyek szerint az rendkívül homogén volt.
(3) A fekete lyukak létezése (gyakorlatilag megfigyelték).

Az Ősrobbanás szingularitásáról (1) és (2) alapján kijelenthetjük, hogy az rendkívül homogén volt, továbbá (1) szerint nem lehettek benne fehér lyukak (minthogy ez utóbbiak nem engedelmeskednek a termodinamika második főtételének). Így tehát a fekete lyukak szingularitásaira (3) ettől nagyon eltérő törvényeknek kell érvényeseknek lenniük. Ennek pontosabb leírása érdekében emlékeztetünk arra, hogy a téridő görbületét az R_{abcd} Riemann-tenzor írja le, amely két tag összege. Egyrészt az első rendben térfogatváltozást nem okozó árapály torzulásokat leíró C_{abcd} Weyl-tenzoré, másrészt a térfogatcsökkentő torzulásokat leíró R_{ab} Ricci-tenzorral egyenértékű tagé (szorozva a megfelelő indexű g_{cd} metrikával) (2.4. ábra).

A standard (szabványos) kozmológiai modellekben (Friedmann, Lemaître, Robertson és Walker szerint, lásd például Rindler 1977) az Ősrobbanás Weyl-tenzora eltűnik. (Létezik ennek az R. P. A. C. Newman által bebizonyított megfordítása is, mely szerint az alakhűen [konform módon] szabályos típusú kezdeti szingularitásból kiinduló, eltűnő Weyl-tenzorú világegyetemnek a megfelelő állapotegyenletek fennállása esetén FLRW-világegyetemnek [Friedmann, Lemâitre, Robertson és Walker-féle] kell lennie; lásd Newman 1993.)



2.4. ÁBRA

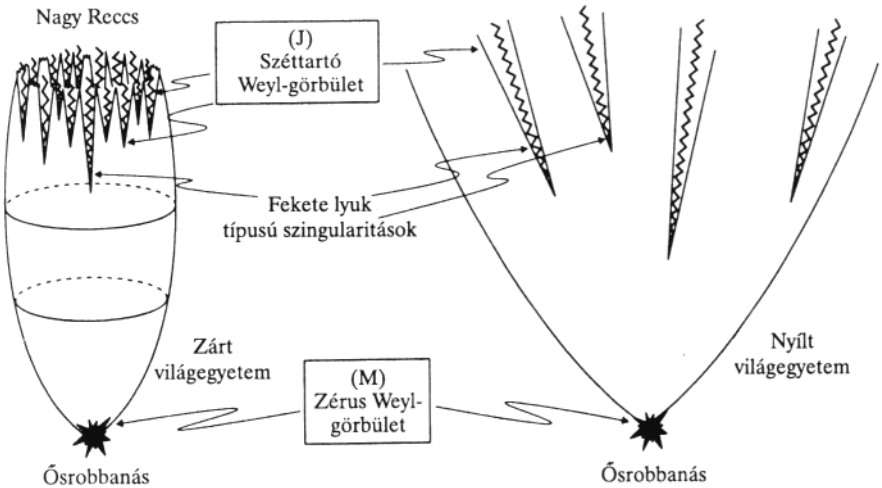
A TÉRIDŐ GÖRBÜLETÉNEK GYORSULÁSI HATÁSAI:
(i) A WEYL-GÖRBÜLET KÖVETKEZTÉBEN FELLÉPŐ ÁRAPÁLY-TORZULÁS;
(ii) A RICCI-GÖRBÜLET TÉRFOGATOT CSÖKKENTŐ HATÁSA

Másrészt viszont a fekete/fehér lyukak szingularitásainak Weyl-tenzora (az általános esetben) divergens. Ebből az alábbiak következnek:

A Weyl-görbület hipotézise

- A kezdeti típusú (M) szingularitások Weyl-tenzora szükségszerűen zérus.
- A végső típusú (J) szingularitásokra nem vonatkoznak kényszerek.

Mindez nagyon jó összhangban áll a megfigyeléseinkkel. Ha a Világegyetem zárt, akkor a végső szingularitás (a Nagy Reccs) Weyl-tenzora divergens, míg egy nyílt világegyetemben a keletkező fekete lyukak Weyl-tenzora ugyancsak divergens (lásd a 2.5. ábrát).



2.5. ÁBRA

A WEYL-GÖRBÜLET HIPOTÉZISE: A KEZDETI SZINGULARITÁS (AZ ŐSROBBANÁS) WEYL-GÖRBÜLETÉNEK EL KELL TŰNNIE, MÍG A VÉGSŐ SZINGULARITÁSOK ESETÉBEN ARRA SZÁMÍTUNK, HOGY A WEYL-GÖRBÜLET SZÉTTARTÓ LESZ

A hipotézist ezen túlmenően az a tény is alátámasztja, mely szerint az a kényszer, hogy a korai Világegyetem meglehetősen sima és fehér lyukaktól mentes volt, a korai Világegyetemben legalább egy

$$10^{10^{123}}\text{-szoros}$$

tényezővel redukálja a fázisteret. (Ez a szám a fekete lyukak entrópiáját leíró Bekenstein-Hawking-formula értelmében egy 10^{80} bariont tartalmazó fekete lyuk számára megengedhető fázistér térfogata – Bekenstein, 1972 és Hawking, 1975 –, márpedig a Világegyetem legalább ennyi anyagot tartalmaz.) Eszerint léteznie kell egy olyan törvénynek, amely kikényszeríti ennek a meglehetősen valószínűtlen eredménynek a bekövetkeztét! A Weyl-görbület hipotézise pontosan egy ilyenfajta törvényt jelentene.

KÉRDÉSEK ÉS VÁLASZOK:

Kérdés: Véleménye szerint a kvantumgravitáció eltünteti a szingularitásokat?

Válasz: Nem hiszem, hogy így lenne. Ebben az esetben az Ősrobbanásnak egy korábbi, összeomló szakaszból kellett volna létrejönnie. Fel kell tennünk a kérdést, hogy lehetett ennek a korábbi szakasznak ilyen kis entrópiája. Ez az elképzelés feláldozná a második főtétel magyarázatára rendelkezésünkre álló legjobb lehetőséget. Sőt, az összeomló és táguló világegyetemek szingularitásainak valamiféle kapcsolatban kellene állniuk egymással, holott geometriájuk nagyon különbözőnek tűnik. A szingularitás téridejére vonatkozó jelenlegi képünket egy valódi kvantumgravitációs elméletre kellene felcserélni. Ennek egyértelmű leírást kellene adnia arra, amit a klasszikus elméletben szingularitásnak nevezünk. Ez nem lehet egyszerűen egy nemszinguláris téridő, hanem valami drasztikusan különbözőre lenne szükségünk.

HARMADIK FEJEZET

KVANTUMOS FEKETE LYUKAK

S. W. Hawking

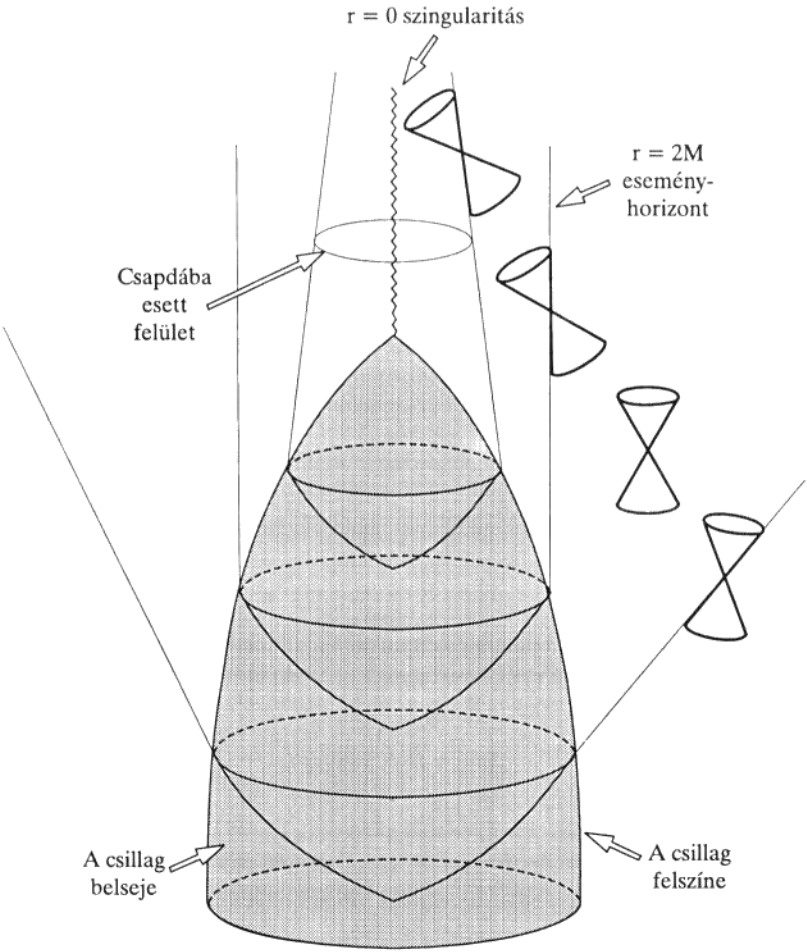
Második előadásomban a fekete lyukak kvantumelméletéről fogok beszélni. Úgy tűnik, hogy ez a kvantummechanikában megszokott bizonytalanságon túl és afölött az előrejelezhetetlenség új szintjét vezeti be a fizikában. Ez azért van így, mert úgy látszik, hogy a fekete lyukaknak belső entrópiájuk van, és általuk információ vész el a Világegyetem bennünket körülvevő tartományából. Szerintem ezek az állítások ellentmondásosak. A kvantumgravitáción dolgozó kutatók közül sokan, köztük a részecskefizika területéről idevándoroltak csaknem mindegyike ösztönösen elutasítaná azt az elképzelést, mely szerint egy rendszer kvantumállapotára vonatkozó információ elveszhet. Ugyanakkor viszont alig-alig sikerül megfejteniük, miként juthat ki információ egy fekete lyukból. Végső soron azt hiszem, mégiscsak kénytelenek lesznek elfogadni azon vélekedésemet, hogy igenis elveszhet az információ, éppúgy, ahogyan azt is el kellett fogadniuk, hogy minden előzetes, ellenkező feltételezésük ellenére a fekete lyukak mégiscsak sugároznak.

Mindenekelőtt emlékeztetni szeretném Önöket a fekete lyukak klasszikus elméletére. Az előző előadásban láttuk, hogy a gravitáció mindig vonzó jellegű kölcsönhatás, legalábbis a normális helyzetekben. Ha a gravitáció néha vonzó, máskor viszont taszító kölcsönhatás lenne, mint az elektrodinamikai kölcsönhatás, akkor soha nem figyelhetnénk meg, hiszen mintegy 10^{40}-szer gyengébb annál. Két makroszkopikus test,

például a testünket és a Földet alkotó részecskék között csak azért lép fel érzékelhető nagyságú gravitációs erő, mert a gravitációnak mindig ugyanolyan az előjele, ezért a hatások összegződnek.

A gravitáció vonzó kölcsönhatás, ez a tény azt jelenti, hogy a Világegyetemet alkotó anyagot össze akarja húzni, és abból égitesteket, például csillagokat és galaxisokat hoz létre. Ezek a további összehúzódásnak egy ideig önerőből ellenállnak, a csillagok például a termikus nyomásnak, a galaxisok pedig a forgásuknak és belső mozgásuknak köszönhetően. Végső soron azonban, ha a hő vagy az impulzusmomentum tovatűnik, az égitest zsugorodni kezd. Ha a tömeg kisebb a Nap tömegének mintegy másfélszeresénél, akkor az összehúzódást az elektronok vagy a neutronok degenerációs nyomása megállíthatja. Az égitest – tömegétől függően – fehér törpévé vagy neutroncsillaggá válik. Ha viszont tömege meghaladja a fenti határt, akkor semmi sem képes fenntartani és összehúzódását megállítani. Ha egy kritikus határ alá csökkent a mérete, akkor felszínén már olyan erős lesz a gravitációs tér, hogy a fénykúpok befelé dőlnek, amint az a 3.1. ábrán látható. Mindezt szerettem volna négydimenziós képen bemutatni Önöknek. A költségvetésünk megnyirbálása miatt azonban a Cambridge Egyetem sajnos csak kétdimenziós képernyőket tudott beszerezni. Ezért az időt a függőleges tengelyen voltam kénytelen ábrázolni, míg a három térbeli dimenzió közül kettőt perspektivikusan ábrázoltam. Látható, hogy még a kilépő fénysugarak is egymás felé hajolnak, ezért összetartóak, nem pedig széttartóak. Ez azt jelenti, hogy zárt, csapdába esett felület jön létre, ami a Hawking-Penrose-tétel harmadik feltételének egyik alternatívája.

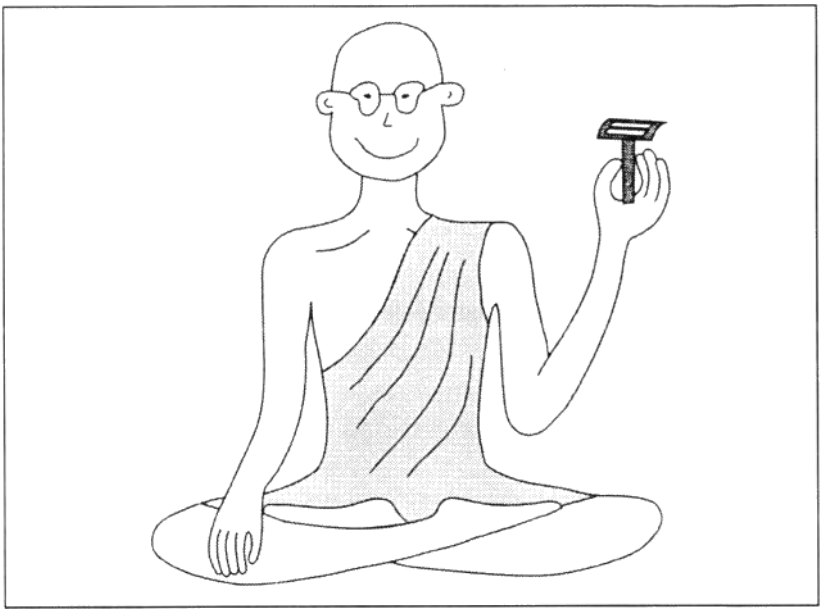
Ha a kozmikus cenzúra feltevése helyes, akkor a csapdába esett felület és a feltevés által előre jelzett szingularitás nem látható nagy távolságból. Ennélfogva léteznie kell a téridő egy olyan tartományának, amelyből nem lehet eljutni a végtelenbe. Ezt a tartományt nevezzük fekete lyuknak. Határa az úgynevezett eseményhorizont, ami nem más, mint azon fénysugarak által határolt fényszerű felület, amelyek éppen nem jutottak el a végtelenbe.



3.1. ÁBRA

EGY CSILLAG FEKETE LYUKKÁ TÖRTÉNŐ ÖSSZEOMLÁSÁNAK TÉRIDŐBELI KÉPE AZ ESEMÉNYHORIZONTTAL ÉS A ZÁRT, CSAPDÁBA ESETT FELÜLETEKKEL

Amint a legutóbbi előadásban hallhattuk, az eseményhorizont keresztmetszetének nagysága soha nem csökkenhet, legalábbis a klasszikus elmélet szerint. Ez a gömbszimmetrikus összeomlásra vonatkozó perturbációszámítások eredményeivel együtt arra enged következtetni, hogy a fekete lyukak egy stacionárius állapot felé tartanak.



3.A. ÁBRA

A KOPASZSÁGI ELV. A STACIONÁRIUS FEKETE LYUKAKAT *M* TÖMEGÜK, *I* IMPULZUSMOMENTUMUK ÉS *Q* ELEKTROMOS TÖLTÉSÜK JELLEMZI. (MÁS JELLEMZŐ NINCS, A FEKETE LYUKNAK NINCS „HAJA”. – *A LEKTOR MEGJEGYZÉSE*)

A kopaszsági elv, amelyet Israel, Carter, Robinson és jómagam együttes erővel állítottunk fel, azt mutatja, hogy anyagi terek nélkül a stacionárius fekete lyukak csakis olyanok lehetnek, amelyek megfelelnek a Kerr-féle megoldásoknak. Ezeket két paraméter jellemzi, az M tömeg és az I impulzusmomentum. A kopaszsági elvet Robinson arra az esetre is kiterjesztette, amikor elektromágneses tér is jelen van. Ekkor be kell vezetni egy harmadik paramétert is, a Q elektromos töltést (lásd a 3.A. keretben). A kopaszsági elvet mindeddig nem sikerült a Yang-Mills-tér esetére bebizonyítani, de úgy tűnik, az egyetlen különbség az, hogy be kell vezetni egy vagy több egész számot, amelyek az instabil megoldások diszkrét családját jelölik. Kimutatható, hogy az időfüggetlen Einstein-Yang-Mills-féle fekete lyukaknak nincs több folytonos szabadsági fokuk.

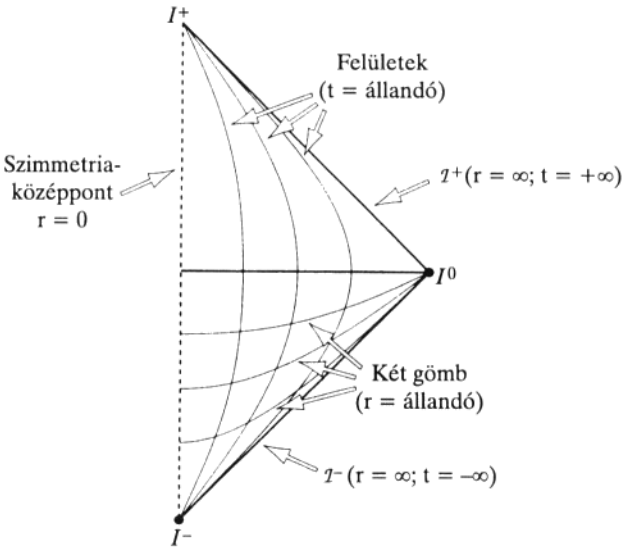
A kopaszsági elvek azt mutatják, hogy nagy mennyiségű információ vész el, amikor egy test fekete lyukká omlik össze. Az összeomló testet ugyanis nagyon sok paraméter jellemzi, például a benne található anyagok fajtái vagy a tömegeloszlást jellemző ún. multipól-nyomatékok. Ugyanakkor a létrejövő fekete lyuk teljesen független az anyagfajtáktól és a tömegeloszlást leíró tagok is gyorsan elvesznek, csak kettő marad meg közülük, a monopólus momentum, vagyis a tömeg, és a dipólmomentum, vagyis az impulzusmomentum.

Ez az információvesztés a klasszikus elméletben valójában nem volt érdekes. Kijelenthetjük, hogy az összeomló testre vonatkozó minden információ még mindig benne van a fekete lyuk belsejében. A fekete lyukon kívül elhelyezkedő megfigyelő csak roppant nehezen tudná meghatározni, milyen volt az összeomló test. A klasszikus elmélet keretei között azonban erre – legalábbis elvben – lehetőség van. A megfigyelő lényegében soha nem veszítené el a szeme elől az összeomló testet. Ehelyett úgy tűnne, mintha az az eseményhorizont felé közeledve lelassulna és nagyon elhalványodna. A megfigyelő még mindig látná, miből állt és milyen volt a tömegeloszlása. A kvantumelmélet azonban ezt az egész képet megváltoztatta. Először is, az összeomló test csak korlátozott számú fotont bocsát ki, mielőtt átlépi az eseményhorizontot. A fotonoknak ez a száma nem elegendő ahhoz, hogy az összeomló testre vonatkozó összes információt kivigyék. Eszerint a kvantumelmélet keretei közt a külső megfigyelő számára nincs mód az összeomlott test állapotának mérésére. Azt hihetnénk, hogy ez nem túl sokat számít, mert az információ akkor is ott lenne a fekete lyuk belsejében, ha azt kívülről nem lennénk képesek megmérni. Ez azonban az a pont, ahol a fekete lyukak kvantumelméletének második hatása színre lép. Amint ki fogom mutatni, a kvantumelmélet következményeképpen a fekete lyukak sugároznak és tömeget veszítenek. Úgy tűnik, hogy végül teljes mértékben eltűnnek, megsemmisítve a bennük lévő információt. Érveket fogok felsorakoztatni arra vonatkozóan, hogy ez az információ valóban elvész és semmilyen formában nem tér vissza. Amint kimutatom, ez az információveszteség a kvantummechanikával kapcsolatos bizonytalanságon túl és

afölött a bizonytalanság új szintjét vezeti be a fizikában. Sajnos a Heisenberg-féle határozatlansági elvvel ellentétben ezt az új szintet a fekete lyukak esetében meglehetősen nehéz kísérletileg igazolni. A harmadik előadásomban (5. fejezet) felsorakoztatandó érvek szerint azonban létezik egy felfogás, amely szerint a mikrohullámú háttérsugárzás fluktuációinak mérése során talán már meg is figyeltük ezt a bizonytalanságot.

Azt a tényt, hogy a kvantum-térelméletben a fekete lyukak sugároznak, akkor fedezték fel, amikor a gravitációs összeomlás során keletkező fekete lyukak viselkedése alapján akarták a kvantum-térelméletet megalkotni. Ennek működését könnyebben megérthetjük, ha segítségül hívjuk az úgynevezett Penrose-diagramokat. Azt hiszem azonban, hogy maga Penrose is egyetértene azzal, hogy ezeket inkább Carter-diagramoknak kellene nevezni, hiszen Carter volt az első, aki rendszeresen használta őket. Gömbszimmetrikus összeomlás esetén a téridő nem függ a θ és ϕ szögektől. A rendszer teljes geometriája leírható az r-t síkban. Minthogy bármely kétdimenziós sík alakhűen leképezhető a sík térre, ezért a tényleges oksági szerkezetet olyan diagramon ábrázolhatjuk, amelyen az r-t sík fényvonalai ±45°-os szöget zárnak be a függőlegessel.

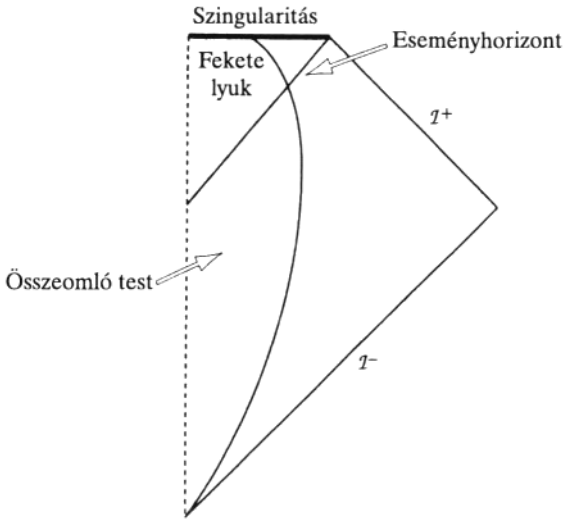
Induljunk ki a sík Minkowski-térből, melynek Carter-Penrose-diagramja egy csúcsán álló háromszög (3.2. ábra). A jobb oldali két befogó a múltbeli és a jövőbeli fényszerű végtelennek felel meg, amint arra első előadásomban is hivatkoztam. Ezek valóban a végtelenben vannak, azonban a távolságokat a múltbeli vagy jövőbeli fényszerű végtelen felé közeledve egy konform (alakhű) tényezővel összenyomjuk. A háromszög minden egyes pontja megfelel egy r sugarú, kétdimenziós gömb pontjainak. A szimmetriatengelyként szolgáló, bal oldali, függőleges vonal az $r = 0$ esetnek felel meg, míg az $r \to \infty$ helyzet a diagram jobb szélén található.



3.2. ÁBRA

A MINKOWSKI-TÉR CARTER-PENROSE-DIAGRAMJA

A diagram alapján könnyen felismerhető, hogy a Minkowski-tér minden pontja a jövőbeli $\mathcal{I}^+$ fényszerű végtelen múltjában fekszik. Ez azt jelenti, hogy nincsenek fekete lyukak és nincs eseményhorizont. Ha azonban egy gömb alakú, összeomló testet vizsgálunk, akkor a diagram meglehetősen eltérő (3.3. ábra). Ennek múltbeli része ugyanúgy néz ki, mint az előző, a háromszög teteje azonban most le van vágva, és azt egy vízszintes határvonal helyettesíti. Ez a Hawking-Penrose-elmélet által előre jelzett szingularitás. Látható, hogy vannak ezen vízszintes vonal alatt olyan pontok, amelyek nem tartoznak bele a jövőbeli $\mathcal{I}^+$ fényszerű végtelen múltjába. Másként fogalmazva, ott egy fekete lyuk van. Az eseményhorizont, vagyis a fekete lyuk határa egy átlós vonal, amely a jobb felső sarokból kiindulva eléri a szimmetria-középpontnak megfelelő függőleges vonalat.



3.3. ÁBRA

FEKETE LYUKKÁ ÖSSZEOMLÓ CSILLAG CARTER-PENROSE-DIAGRAMJA

Ezen a háttéren meghatározhatunk egy ϕ skalárteret. Ha a téridő időtől független lenne, akkor a hullámegyenlet egy olyan megoldása, amely $\mathcal{I}^-$-on csak pozitív frekvenciákat tartalmazott, $\mathcal{I}^+$-on is pozitív frekvenciájú lenne. Ez azt jelentené, hogy nem keletkeznének részecskék, és ha kezdetben nem voltak skalár részecskék, akkor nem lennének $\mathcal{I}^+$-on kimenő részecskék.

Az összeomlás idején azonban a metrika időfüggő. Ez lehetővé teszi, hogy egy $\mathcal{I}^-$-on pozitív frekvenciájú megoldás részben negatív frekvenciájú legyen, amikor eléri $\mathcal{I}^+$-t. Ez a keveredés kiszámítható, ha megvizsgáljuk egy $e^{-i\omega u}$ időfüggésű hullám viselkedését I^+-on és visszafelé történő terjedését $\mathcal{I}^-$-on. Ha ezt megtesszük, akkor kiderül, hogy a hullámok horizont közelében haladó része nagyon erős kékeltolódást mutat. Figyelemre méltó módon az is kiderül, hogy a keveredés független az összeomlás részleteitől, legalábbis annak késői szakaszában. Ez csupán a κ felszíni gravitációtól függ, vagyis a gravitációs tér erősségétől a fekete lyuk eseményhorizontján. A pozitív és negatív frekvenciák keveredése részecskék keletkezéséhez vezet.

Amikor 1973-ban először tanulmányoztam ezt a jelenséget, arra számítottam, hogy az összeomlás során erőteljes emissziós csúcsot találok, amit követően viszont a részecskék keletkezése fokozatosan megszűnik, míg végül visszamarad egy *valóban fekete* fekete lyuk. Legnagyobb meglepetésemre, számításaim eredménye szerint az emissziós csúcsot követően is megmaradt egy állandó ütemű részecske-keletkezés és -kibocsátás. Sőt, a részecske-kibocsátás pontosan a $\kappa/2\pi$ hőmérsékletnek megfelelő termikus jellegű volt. Pontosan erre volt szükség azon elképzelés alátámasztásához, mely szerint a fekete lyuknak entrópiája van, amely arányos eseményhorizontja területével. Sőt, rögzítette az arányossági tényező értékeit, ami a $G = c = \hbar = 1$ összefüggéssel definiált Planck-egységekben egy negyednek bizonyult. Eszerint a terület egysége 10^{-66} cm^2, vagyis a Nappal azonos tömegű fekete lyuk entrópiája 10^{78} nagyságrendű. Ez érzékelteti azt a roppant sokféle lehetőséget, ahányféleképpen a fekete lyuk létrejöhet.

A fekete lyuk termikus (hőmérsékleti) sugárzása:

Hőmérséklet:

Entrópia:

Amikor a fekete lyukak sugárzására vonatkozó eredeti felfedezésemet tettem, csodának tűnt, hogy egy meglehetősen zavaros számítás pontosan termikus (hőmérsékleti) emisszióhoz vezessen. Később azonban Jim Hartle-lal és Gary Gibbons-szal közösen végzett munkánk során feltárultak a mélyebben fekvő okok. Ezek magyarázatához induljunk ki a Schwarzschild-metrika példájából.

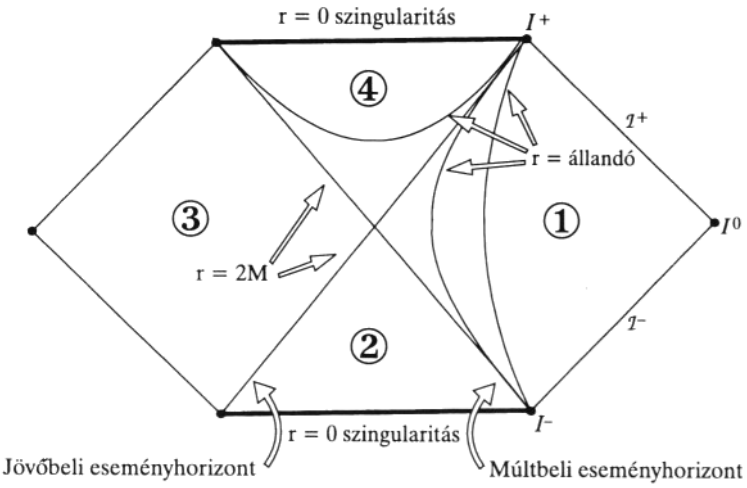
A Schwarzschild-metrika:

$$ds^2 = -\left(1 - \frac{2M}{r}\right) dt^2 + \left(1 - \frac{2M}{r}\right)^{-1} dr^2 +$$

$$+r^2 (d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2).$$

Ez azt a gravitációs teret írja le, amelyet a fekete lyuk akkor hozna létre, ha nem forogna. A szokásos r és t koordinátákban az $r = 2M$ Schwarzschild-sugárnál látszólagos szingularitást találunk. Ezt azonban csak a koordináta-rendszer rossz megválasztása hozza létre. Választhatunk más koordinátákat is, amelyek mellett a metrika ott is szabályos.

A Carter-Penrose-diagram gyémántkristály alakú, teteje és alja lapos (3.4. ábra). Ezt az a két fényszerű felület, amelyeken $r = 2M$, négy tartományra osztja. A jobb oldali az ábrán 1-gyel jelölt tartomány az az aszimptotikusan sík tér, amelyben feltételezésünk szerint mi is élünk.



3.4. ÁBRA

A tartományhoz – a sík téridőhöz hasonlóan – múltbeli és jövőbeli fényszerű végtelenek, $\mathcal{I}^-$ és $\mathcal{I}^+$ tartoznak. Létezik egy másik aszimptotikusan sík tartomány is (③) a bal oldalon. Ez látszólag egy másik világegyetemnek felel meg, amely a miénkkel csupán egy féreglyukon keresztül áll kapcsolatban. Amint azonban látni fogjuk, ez csak a *képzetes időn* keresztül kapcsolódik a mi tartományunkhoz. A bal alsó sarokból jobbra felfelé tartó fényszerű felület annak a tartománynak a határa, amelyből jobbra el lehet szökni a végtelenbe. Így ez a jövőbeli eseményhorizont, amihez a jövőbeli díszítő jelzőt azért tesszük hozzá, hogy megkülönböztessük a jobb alsó sarokból balra fölfelé tartó, múltbeli eseményhorizonttól.

Térjünk most vissza az eredeti r és t koordinátákban a Schwarzschild-metrikához. A $t = \mathrm{i}\tau$ választás esetén pozitív definit metrikát kapunk. A továbbiakban az ilyen pozitív definit metrikát euklideszinek nevezem, akkor is, ha esetleg görbült lehet. Az euklideszi-Schwarzschild-metrikában $r = 2M$-nél ismét csak látszólagos szingularitást találunk. Definiálhatunk azonban egy új, x radiális koordinátát, legyen ez $4M(1 - 2Mr^{-1})^{1/2}$.

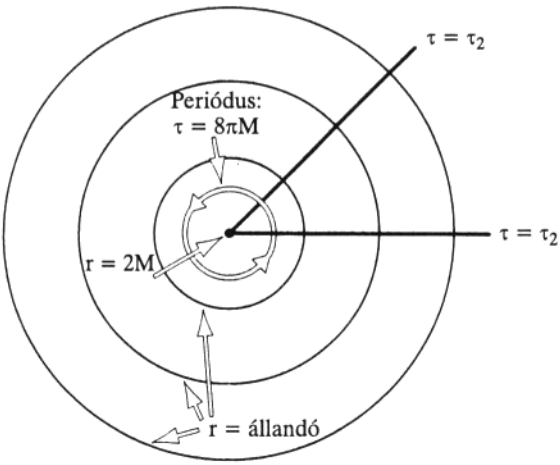
Az euklideszi-Schwarzschild-metrika:

$$ds^2 = x^2\left(\frac{d\tau}{4M}\right)^2 + \left(\frac{r^2}{4M^2}\right)^2 dx^2 +$$

$$+r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2).$$

Az x-τ síkban a metrika a polárkoordináta-rendszer origójához fog hasonlítani, feltéve, hogy a τ koordinátát $8\pi M$ periódussal azonosítjuk. Hasonlóképpen, más euklideszi típusú fekete lyuk metrikák is nyilvánvaló szingularitásokat adnak a

határukon, amelyek ugyancsak eltüntethetők, ha a képzetes időkoordinátát a $2\pi/\kappa$ periódussal azonosítjuk (3.5. ábra).

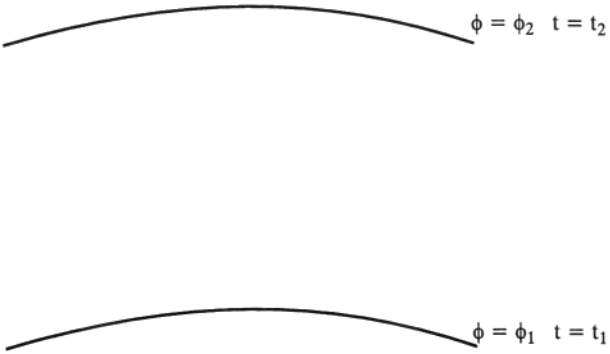


3.5. ÁBRA

AZ EUKLIDESZI-SCHWARZSCHILD-MEGOLDÁS, MELYBEN A *τ*-T PERIODIKUSNAK DEFINIÁLTUK

De vajon mi a jelentősége annak, hogy a képzetes időt valamilyen β periódussal azonosítjuk? Ennek belátásához tételezzük fel, hogy az amplitúdó egy adott elrendezésű mezőben ϕ_1 a t_1 felületen és ϕ_2 a t_2 felületen. Ezt az $e^{-iH(t_2-t_1)}$ mátrixelemek adják meg. Ezt az amplitúdót azonban úgy is meghatározhatjuk, mint a t_1 és t_2 között vett vonalintegrál az összes olyan ϕ tér mentén, amelyek a két felületen rendre a ϕ_1 illetve ϕ_2 értéket veszik fel (3.6. ábra).

Válasszuk meg ezután a két felület időbeli ($t_2 - t_1$) távolságát úgy, hogy az tisztán képzetes és β nagyságú legyen (3.7. ábra). Tegyük ezután egyenlővé egymással a tér ϕ_1 kezdeti és ϕ_2 végső értékét, majd végezzük el az összegzést a ϕ_n állapotok mindegyikén. A bal oldalon $e^{-\beta H}$ minden állapotra összegzett várható értékét kapjuk. Ez pontosan a $T = \beta^{-1}$ hőmérsékletnek megfelelő Z termodinamikai Planck-féle állapotösszeg (partíciós függvény).

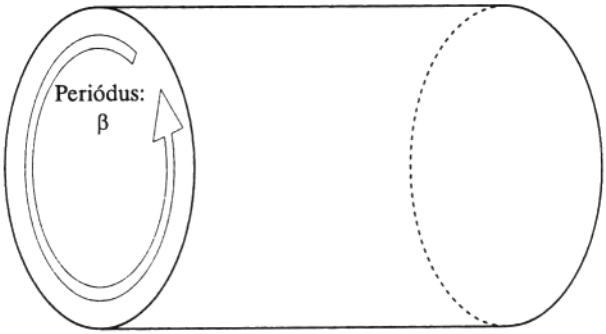


$$\langle \phi_2, t_2 \mid \phi_1, t_1 \rangle = \langle \phi_2 \mid \exp(-iH(t_2 - t_1)) \mid \phi_1 \rangle$$

$$= \int \mathrm{D}[\phi] \exp(iI[\phi])$$

3.6. ÁBRA

AZ AMPLITÚDÓ A ϕ_1 ÁLLAPOTBELI t_1 ÉRTÉKRŐL A ϕ_2-BEN FELVETT t_2-RE VÁLTOZIK



$$t_2 - t_1 = i\beta, \qquad \phi_2 = \phi_1$$

$$Z = \sum \langle \phi_n \mid \exp(-\beta H) \mid \phi_n \rangle$$

$$= \int \mathrm{D}[\phi] \exp(-i\hat{I}[\phi])$$

3.7. ÁBRA

A T HŐMÉRSÉKLETHEZ TARTOZÓ PLANCK-FÉLE ÁLLAPOTÖSSZEGET AZ EUKLIDESZI TÉRIDŐBEN LÉTEZŐ MINDAZON TEREKRE VETT VONALINTEGRÁL ADJA, AMELY TEREK PERIÓDUSA A KÉPZETES IDŐ IRÁNYÁBAN $\beta = T^{-1}$

Az egyenlet jobb oldalán egy vonalintegrált találunk. Legyen $\phi_1 = \phi_2$, és összegezzünk a tér minden lehetséges ϕ_n konfigurációjára. Ez azt jelenti, hogy tulajdonképpen a téridő minden olyan ϕ tere mentén elvégezzük a vonalintegrált, amely a képzetes idő irányában β periódusúként azonosítható. Eszerint a ϕ tér T hőmérséklet mellett vett Planck-féle állapotösszegét az euklideszi téridőben található összes tér mentén vett vonalintegrál adja meg. Ez a téridő a képzetes időbeli irányban periodikus, periódusa $\beta = T^{-1}$.

Ha a β periódussal jellemzett, sík téridőben elvégezzük a képzetes idő szerint a vonalintegrálást, akkor nem meglepő módon a fekete test sugárzásának Planck-féle állapotösszegét kapjuk. Az euklideszi-Schwarzschild-megoldás azonban, mint korábban már láttuk, ugyancsak periodikus a $2\pi/\kappa$ periódusú képzetes időben. Ez azt jelenti, hogy a Schwarzschild-háttéren vett terek úgy viselkednek, mintha $\kappa/2\pi$ hőmérsékletű termikus egyensúlyban lennének.

A képzetes idő periodicitása megmagyarázza, miért eredményez a frekvenciák keveredésére vonatkozó, hozzávetőleges számítás pontosan termikus sugárzást. Ez a levezetés azonban elkerüli a frekvenciák keveredésében részt vevő nagyon nagy frekvenciák problémáját. A levezetés akkor is alkalmazható, amikor két, a háttéren értelmezett kvantumtér között kölcsönhatások lépnek fel. Minthogy a vonalintegrálást periodikus háttéren végezzük, ezért minden fizikai mennyiség, például a várható értékek is termikusak lesznek. Ezt a frekvenciakeveredéses megközelítés esetében nagyon nehéz lenne megvalósítani.

A kölcsönhatásokat kiterjeszthetjük oly módon, hogy figyelembe vesszük a magával a gravitációs térrel fellépő kölcsönhatást is. Kiindulásképpen válasszuk a háttér metrikáját g_0-nak, például a klasszikus téregyenletek megoldását jelentő euklideszi-Schwarzschild-metrikának. Ezután az I hatást a δg perturbációk szerint g_0 környékén hatványsorba fejthetjük, a következőképpen:

$$I[g] = I[g_0] + I_2(\delta g)^2 + I_3(\delta g)^3 + \cdots$$

A lineáris tag eltűnik, mert maga a háttér megoldása a téregyenletnek. A négyzetes tagot úgy tekinthetjük, mint amelyik leírja a háttéren létező gravitonokat, a köbös és a magasabb rendű tagok viszont a gravitonok közötti kölcsönhatásokat tartalmazzák. A négyzetes tagon elvégzett vonalintegrálás véges eredményt ad. Tiszta gravitáció esetén két hurkon renormálhatatlan divergenciák lépnek fel, amelyek viszont a szupergravitációs elméletekben szereplő fermionok segítségével eltüntethetők. Nem tudjuk, hogy a szupergravitációs elméletekben előfordulnak-e harmad- vagy magasabb rendű divergenciák, mert eddig még senki sem volt elég bátor vagy vakmerő ahhoz, hogy megpróbálja elvégezni a szükséges számításokat. Néhány, a közelmúltban elvégzett számítás azt jelzi, hogy ezek minden rendben végesek lehetnek. De még ha léteznek is magasabb rendű hurokdivergenciák, azok hatása rendkívül csekély lenne, kivéve, ha a háttér a Planck-hosszúság, azaz 10^{-33} cm nagyságrendjébe eső távolságon görbült.

A magasabb rendű tagoknál érdekesebb a nulladrendű tag, tehát a g_0 háttér metrika hatása:

$$I = -\frac{1}{16\pi}\int R\,(-g)^{\frac{1}{2}}d^4x + \frac{1}{8\pi}\int K\,(\pm)^{\frac{1}{2}}d^3x$$

A szokásos Einstein-Hilbert-hatás az általános relativitáselméletben az R skalár görbület térfogati integrálja. Ez a vákuumnak megfelelő megoldásokra nulla, ezért azt gondolhatnánk, hogy az euklideszi-Schwarzschild-megoldás hatása nulla. Szerepel azonban az eljárásban egy felületi tag, amely K integráljával arányos, ahol K a határfelület második alapvető formájának nyoma (spurja). Ha ezt is figyelembe vesszük és kivonjuk a sík térre vonatkozó felületi tagot, akkor azt találjuk, hogy az euklideszi-Schwarzschild-metrika hatása $\beta^2/16\pi$, ahol β a képzetes idő végtelenben vett periódusa. Emiatt a vonalintegrál domináns hozzájárulása a Z Planck-féle állapotösszeghez $e^{-\beta^2/16\pi}$:

$$Z = \Sigma \exp(-\beta E_n) = \exp\left(-\frac{\beta^2}{16\pi}\right)$$

Ha a log Z függvényt a β periódus szerint differenciáljuk, akkor megkapjuk az energia várható értékét, azaz más szóval a tömeget:

$$\langle E \rangle = -\frac{d}{d\beta}(\log Z) = \frac{\beta}{8\pi}.$$

Eszerint tehát a tömeg M = $\beta/8\pi$. Ez megerősíti a tömeg és a periódus, vagyis a hőmérséklet inverze közötti kapcsolatot, amelyet már megismertünk. Most azonban tovább is mehetünk. Szokásos termodinamikai érvelés értelmében a Planck-féle állapotösszeg logaritmusa egyenlő az F szabad energia és a T hőmérséklet hányadosának mínusz egyszeresével:

$$\log Z = -\frac{F}{T}.$$

A szabad energia viszont a tömeg (vagy az energia), valamint a hőmérséklet és az S entrópia szorzatának összege:

$$F = \langle E \rangle + TS.$$

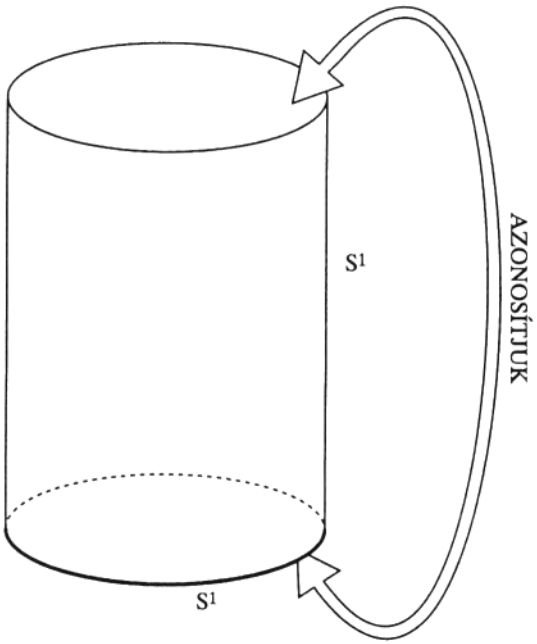
Mindezt egybevetve belátható, hogy a fekete lyuk hatása $4\pi M^2$ entrópiát szolgáltat:

$$S = -\frac{\beta^2}{16\pi} = 4\pi M^2 = \frac{1}{4}A.$$

Pontosan erre volt szükségünk ahhoz, hogy a fekete lyukak mechanikájának törvényei ugyanolyan alakúak legyenek, mint a termodinamika főtételei.

Miért kapjuk meg ezt a belső gravitációs entrópiát, amelynek nincs meg a megfelelője az egyéb kvantum-térelméletekben? Azért, mert a gravitáció különböző topológiákat enged meg a téridőbeli sokaságok számára. Az általunk tárgyalt esetben az euklideszi-Schwarzschild-megoldásnak van a végtelenben egy

olyan határa, amelynek a topológiája az $S^2 \times S^1$ formulával jellemezhető. Az S^2 tag egy nagy, kétdimenziós gömb a végtelenben, az S^1 viszont a periodikussá tett képzetes idő irányának felel meg (3.8. ábra).

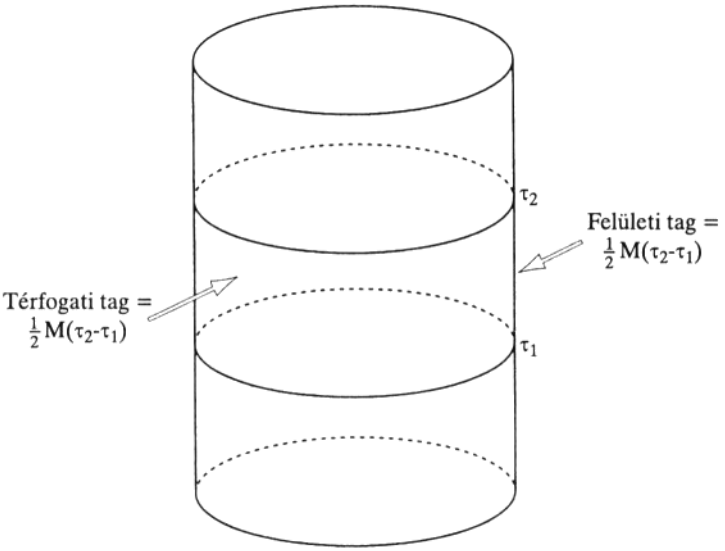


3.8. ÁBRA

A HATÁRFELÜLET A VÉGTELENBEN AZ EUKLIDESZI-SCHWARZSCHILD-FÉLE MEGOLDÁS ESETÉBEN

Ehhez a határfeltételhez legalább két különböző topológia segítségével rendelhetünk hozzá metrikát. Az egyik természetesen az euklideszi-Schwarzschild-metrika. Ennek topológiája $R^2 \times S^2$, vagyis az euklideszi kétdimenziós sík szorozva egy kétdimenziós gömbbel. A másik megoldás képlete $R^3 \times S^1$, ahol az euklideszi sík teret periodikusan azonosítjuk a képzetes idő irányával. E két topológiának különböző az Euler-száma. A periodikusan azonosított sík tér Euler-száma nulla, míg az euklideszi-Schwarzschild-megoldás esetében kettő. Ennek a következő a jelentősége: a periodikusan azonosított sík tér topológiáján található olyan τ periodikus időfüggvény,

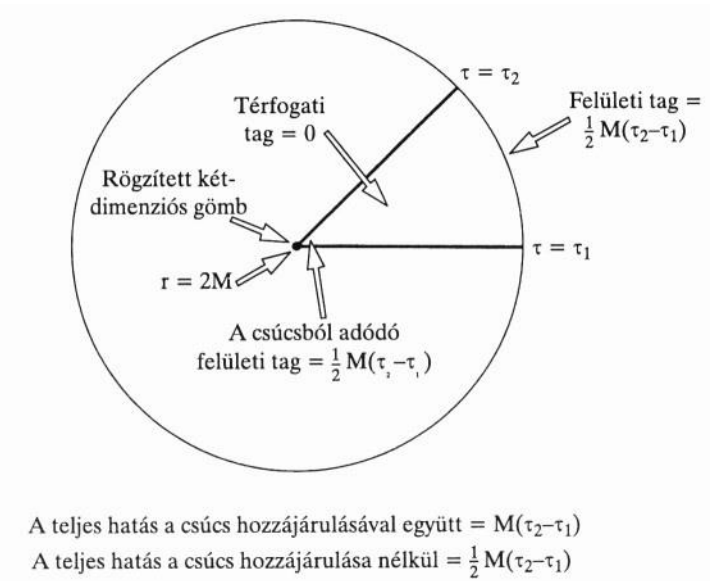
amelynek gradiense sehol sem nulla, és amely a végtelenben megegyezik a határfelületen vett képzetes időkoordinátával. Ezután értékelhetjük hatását a τ_1 és τ_2 két felülete közötti tartomány esetére. A hatáshoz két tényező járul hozzá, az anyagra vonatkozó Lagrange-függvény térfogati integrálja és az Einstein-Hilbert-féle Lagrange-függvény, továbbá egy térfogati tag. Ha a megoldás időfüggetlen, akkor a $\tau = \tau_1$-re és a $\tau = \tau_2$-re vonatkozó kifejezések kiejtik egymást. Ezért a felületi tag egyetlen nettó hozzájárulását a végtelenben lévő határfelület adja. Ez a járulék a tömeg felének és a $(\tau_2 - \tau_1)$ időintervallumnak a szorzata. Ha a tömeg nem nulla, akkor léteznie kell egy, a nem nulla tömeget létrehozó anyagtérnek. Kimutatható, hogy az anyagra vonatkozó Lagrange-függvény térfogati integrálja és az Einstein-Hilbert-féle Lagrange-függvény egyaránt $\frac{1}{2}M(\tau_2 - \tau_1)$-t ad eredményül. Eszerint a teljes hatás $M(\tau_2 - \tau_1)$ (3.9. ábra). Ha ezt a hozzájárulást behelyettesítjük a Planck-féle állapotösszeg logaritmusába a termodinamikai formulákban, akkor pontosan akkorának kapjuk az energia várható értékét, vagyis a tömeget, amekkorára számítottunk.



3.9. ÁBRA

A háttér mező hozzájárulásaként létrejövő entrópia azonban nulla lesz.

Az euklideszi-Schwarzschild-megoldás esetében azonban más a helyzet. Minthogy az Euler-szám ezúttal nem nulla, hanem kettő, ezért nem találunk olyan τ időfüggvényt, amelynek gradiense mindenütt nullától különböző. A legjobb amit tehetünk, hogy a Schwarzschild-megoldásban a képzetes időkoordinátát választjuk. Ez egy rögzített, kétdimenziós gömböt ad meg a horizonton, ahol τ szögkoordinátaként viselkedik. Ha most kiszámítjuk a két állandó τ értékhez tartozó felület közötti hatást, a térfogati integrál eltűnik, mert nincs anyagtér és a skalár görbület nulla. A K nyomú (spúrú) felületi tag a végtelenben ismét az $\frac{1}{2}M(\tau_2 - \tau_1)$ tagot adja eredményül. Most azonban a horizonton még egy felületi tag jelentkezik, ott, ahol a τ_1 és a τ_2 felületiek egy csúcsban találkoznak.



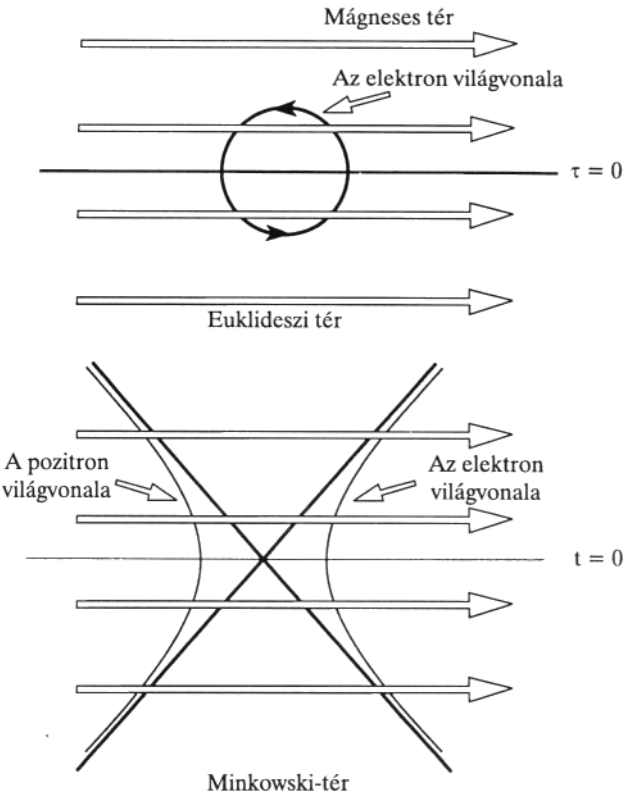
3.10. ÁBRA

Kifejezhetjük ezt a felületi tagot, és megállapíthatjuk, hogy ez is ½$M(\tau_2 - \tau_1)$-gyel egyenlő (3.10. ábra). Eszerint tehát a τ_1 és τ_2 közötti tartomány teljes hatása ½$M(\tau_2 - \tau_1)$. Ha ezt a hatást $\tau_2 - \tau_1 = \beta$ esetére vizsgáljuk, akkor azt kapjuk, hogy az entrópia nulla. Ha azonban az euklideszi-Schwarzschild-megoldás hatását 3+1 helyett négydimenziós szempontból vizsgáljuk, akkor nincs okunk figyelembe venni a horizonton a felületi tagot, mert ott a metrika szabályos. Elhagyva a horizonton a felületi tagot a hatás a horizont területének negyedére redukálódik, ami pontosan a fekete lyuk eredendő gravitációs entrópiája.

Az a tény, hogy a fekete lyukak entrópiája egy topologikus invariánssal, nevezetesen az Euler-számmal áll kapcsolatban, erős érv amellett, hogy az entrópia akkor is megmarad, ha át kell térnünk egy alapvetőbb elméletre. Ez az elképzelés a legtöbb részecskefizikus számára kárhozatos dolog, ők ugyanis egy felettébb konzervatív társaság, akik mindent olyanná akarnak gyúrni, mint a Yang-Mills-elmélet. Egyetértenek abban, hogy a fekete lyukak sugárzása termikusnak tűnik, továbbá független attól, hogyan jött létre a fekete lyuk, feltéve, hogy mérete jóval meghaladja a Planck-hosszúságot. Képesek azonban azt állítani, hogy ha a fekete lyukak tömeget veszítenek és méretük a Planck-méret alá csökken, akkor a kvantumos általános relativitáselmélet nem működik, előbbi kijelentéseink pedig érvényüket veszítik. Én azonban le fogok írni egy gondolatkísérletet a fekete lyukakkal, amelyben úgy tűnik, hogy az információ elvész, a horizonton kívüli görbület viszont mégis kicsiny marad.

Azt már egy ideje tudjuk, hogy erős elektromos térben pozitív és negatív töltésű részecske-párok keletkezhetnek. A jelenség egyik leírásmódja értelmében a sík euklideszi térben a q töltésű részecske, például egy elektron a H homogén mágneses térben körszerű pályán mozog. Ezt a mozgást analitikusan továbbvihetjük a τ képzetes időből a t valós időbe. Ekkor egy

pozitív és egy negatív töltésű részecskéből álló párt kapunk eredményül, a két részecske a mágneses térrel párhuzamos elektromos tér hatására gyorsulva távolodik egymástól (3.11. ábra).

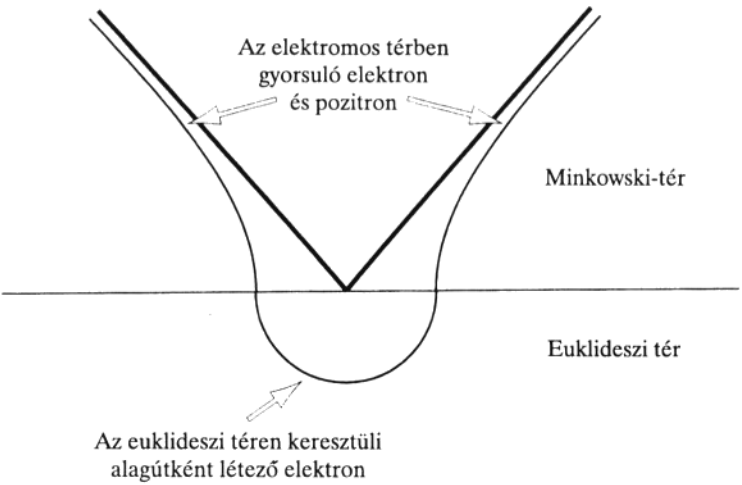


3.11. ÁBRA:

AZ EUKLIDESZI TÉRBEN MÁGNESES MEZŐBEN AZ ELEKTRON KÖR ALAKÚ PÁLYÁN MOZOG. A MINKOWSKI-TÉRBEN KÉT, ELLENTÉTES TÖLTÉSŰ RÉSZECSKÉT KAPUNK, AMELYEK AZ ELEKTROMOS TÉRREL PÁRHUZAMOS MÁGNESES TÉR HATÁSÁRA EGYMÁSTÓL TÁVOLODVA GYORSULNAK

A párkeltés folyamatát úgy írjuk le, hogy a két diagramot a t = 0, illetve a τ = 0 vonalak mentén kétfelé vágjuk. Ezután összekapcsoljuk a Minkowski-féle térdiagram felső részét az euklideszi térdiagram alsó részével (3.12. ábra). Ebben az

ábrázolásmódban a pozitív és a negatív elektromos töltésű részecske valójában egy és ugyanaz a részecske.



3.12. ÁBRA

A PÁRKELTÉS LEÍRHATÓ EGY FÉL EUKLIDESZI DIAGRAM ÉS EGY FÉL MINKOWSKI-DIAGRAM EGYMÁSHOZ ILLESZTÉSÉVEL

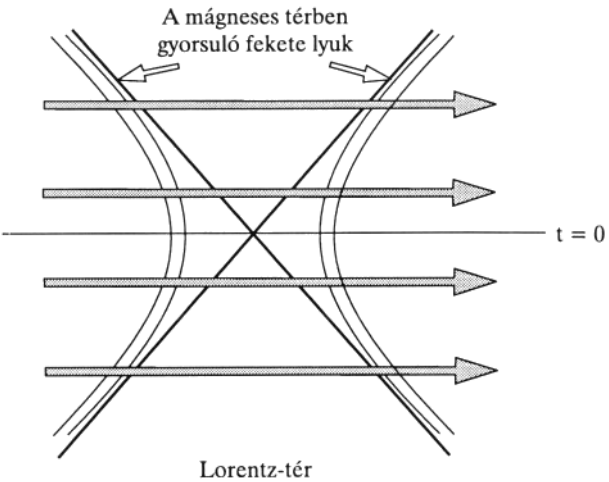
Ez az euklideszi téren, mint valami alagúton keresztülhaladva jut el az egyik Minkowski-térbeli világvonalról a másikra. Első közelítésben a párkeltés valószínűsége e^{-I}, ahol

az euklideszi hatás $I = \frac{2\pi m^2}{qE}$.

Az erős elektromos térben történő párkeltést kísérleti úton megfigyelték, eszerint a részecskék keletkezésének gyakorisága megfelel a fenti becslésnek.

A fekete lyukaknak is lehet elektromos töltése, ezért arra számíthatunk, hogy fekete lyukak is létrejöhetnek párkeltés útján. Keletkezésük üteme azonban roppant csekély lenne az elektron-pozitron párok keletkezési gyakoriságához képest, mert a tömeg/töltés arány esetükben 10^{20}-szor nagyobb. Ez azt jelenti, hogy az elektron-pozitron párok keletkezése bármely

elektromos teret semlegesítene, jóval azelőtt, hogy számottevő valószínűséggel fekete lyukak keletkezhetnének.

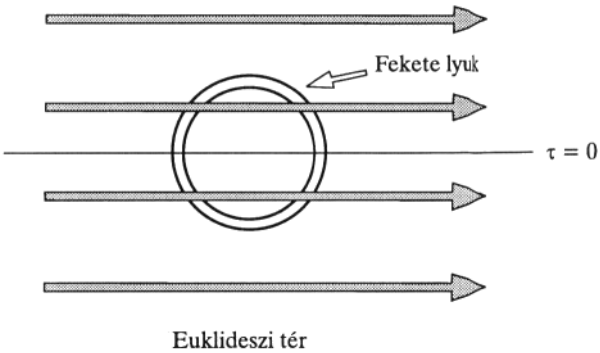


3.13. ÁBRA

MÁGNESES TÉRBEN EGYMÁSTÓL GYORSULVA TÁVOLODÓ, ELLENTÉTES TÖLTÉSŰ FEKETE LYUK PÁR

Léteznek azonban mágneses térrel bíró fekete lyukakra vonatkozó megoldások is. Ezek a fekete lyukak nem jöhettek létre gravitációs összeomlás útján, ugyanis nem léteznek mágneses töltésű elemi részecskék. Arra azonban számíthatunk, hogy erős mágneses tér jelenlétében mégiscsak keletkezhetnek ilyenek. Ebben az esetben a közönséges elemi részecskék keletkezése nem lehetne versenytársa ennek a folyamatnak, mert a közönséges részecskék nem hordoznak mágneses teret. A mágneses tér tehát elegendően erős lehet ahhoz, hogy számottevő esélyünk legyen mágneses töltésű fekete lyuk pár keletkezésére.

1976-ban Ernst talált egy olyan megoldást, amely szerint két, mágnesesen töltött fekete lyuk a mágneses térben egymástól gyorsulva távolodik (3.13. ábra). Ha ezt a megoldást analitikusan továbbvisszük a képzetes időbe, akkor az elektron párkeltéséhez felettébb hasonló képet kapunk (3.14. ábra).

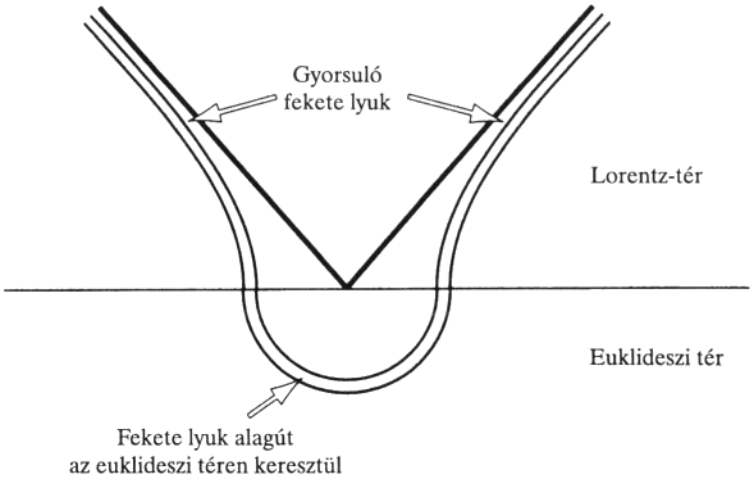


3.14. ÁBRA

AZ EUKLIDESZI TÉRBEN A TÖLTÖTT FEKETE LYUK KÖR ALAKÚ PÁLYÁN MOZOG

A fekete lyuk a görbült euklideszi térben körpályán mozog, csakúgy, mint ahogy az elektron tette a sík euklideszi térben. A fekete lyuk esete bizonyos szempontból bonyolultabb, mert a fekete lyuk eseményhorizontja környékén, valamint a fekete lyuk körpályája közepe táján a képzetes időkoordináta periodikus. A fekete lyuk tömeg/töltés arányát ezért úgy kell beállítanunk, hogy ez a két periódus megegyezzék egymással. Fizikailag ez azt jelenti, hogy a fekete lyuk paramétereit úgy kell megválasztanunk, hogy a fekete lyuk hőmérséklete egyenlő legyen azzal a hőmérséklettel, amelyet gyorsulása miatt érzékel. A mágneses töltésű fekete lyuk hőmérséklete a nulla felé tart, ha a Planck-egységekben mért töltés és tömeg hányadosa 1 felé tart. Eszerint gyenge mágneses tér, és ennek megfelelően kis gyorsulás esetén mindig található megfelelő periódus.

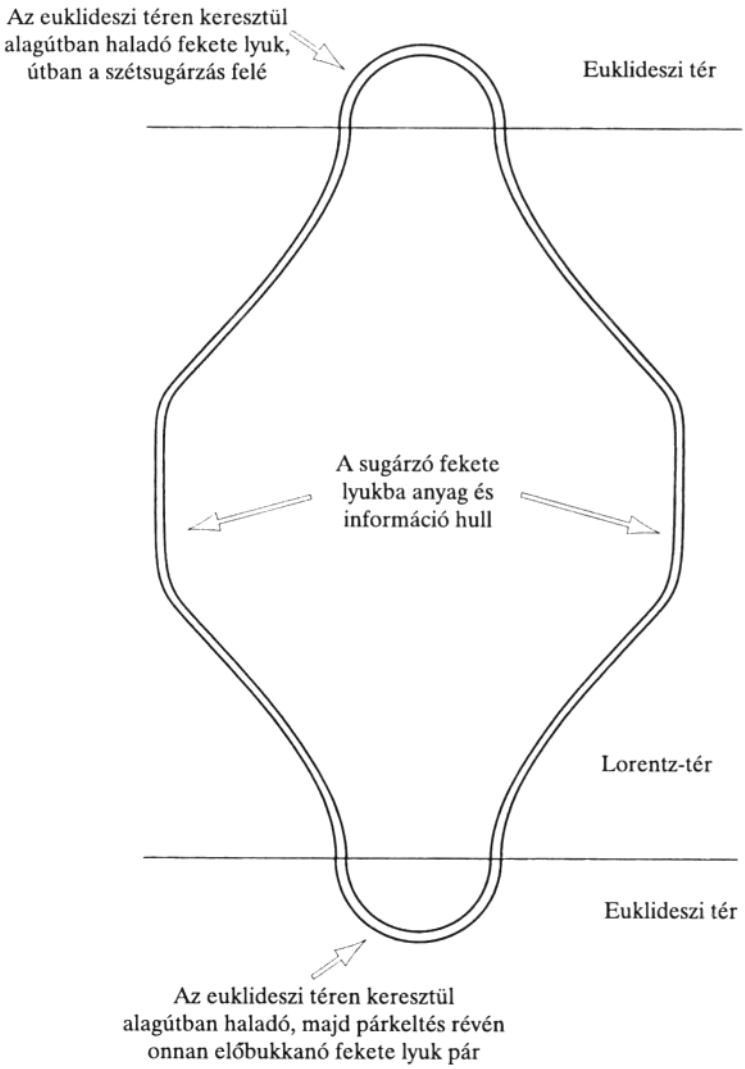
Az elektronok párkeltéséhez hasonlóan a fekete lyukak párkeltés útján való létrejötte is leírható úgy, hogy összekapcsoljuk a képzetes idejű euklideszi megoldás alsó felét a valós idejű Lorentz-megoldás felső felével (3.15. ábra). A fekete lyukat úgy képzelhetjük el, mint egy alagútszerű összeköttetés az euklideszi téren keresztül, amely két, ellentétes töltésű, a mágneses tér hatására egymástól gyorsulva távolodó fekete lyuk formájában bukkan elő.



3.15. ÁBRA

A FEKETE LYUK PÁRT LÉTREHOZÓ ALAGÚTHATÁS UGYANCSAK AZ EUKLIDESZI DIAGRAM FELÉNEK ÉS A LORENTZ-DIAGRAM FELÉNEK EGYMÁSHOZ ILLESZTÉSÉVEL ÍRHATÓ LE

A gyorsuló fekete lyuk megoldás nem aszimptotikusan sík, mert a végtelenben homogén mágneses tér felé tart. Mindamellett valamely lokális mágneses térben felhasználhatjuk a fekete lyukak párkeltési gyakoriságának megbecslésére. Elképzelhetjük, hogy keletkezésük után az egymástól messzire eltávolodó fekete lyukak mágneses tértől mentes tartományokba jutnak el. Ettől kezdve mindkét fekete lyukat a másiktól függetlenül, az aszimptotikusan sík térben magányosan létező objektumként kezelhetjük. Mindkét fekete lyukba tetszőlegesen nagy mennyiségű anyagot és információt dobálhatunk bele. Ezután a fekete lyukak sugároznak, és tömeget veszítenek. Mágneses töltésüket azonban nem veszíthetik el, mert nem léteznek mágnesesen töltött elemi részecskék. Ezért végül visszajutnak eredeti állapotukba, csak immár tömegük valamivel nagyobb lesz, mint a töltésük. Ekkor a két fekete lyukat ismét egymás közelébe vihetjük, lehetővé téve a pár szétsugárzását („annihilációjukat”).



3.16. ÁBRA

ALAGÚTHATÁS RÉVÉN LÉTREJÖTT MAJD VÉGÜL UGYANÍGY SZÉTSUGÁRZÓDÓ FEKETE LYUK PÁR

A pár-szétsugárzási folyamatot a párkeltés időbeli megfordítottjának tekinthetjük. Ezért azt az euklideszi megoldás felső részének és a Lorentz-féle megoldás alsó

részének egymáshoz illesztésével ábrázolhatjuk. A párkeltés és a pár szétsugárzása között létezhet egy hosszú, Lorentz-típusú időszak, amelyben a fekete lyukak eltávolodtak egymástól, anyagot gyűjtöttek magukba, sugároztak, majd ismét egymás közelébe jutottak. A gravitációs tér topológiája azonban az euklideszi-Ernst-megoldást követi, vagyis egy pont kivételével $S^2 \times S^2$ szerkezetű lesz (3.16. ábra).

Esetleg amiatt aggódhatunk, hogy a termodinamika általánosított második főtétele megsérülhet, amikor a megsemmisülő fekete lyukak eseményhorizontja eltűnik. Kiderül azonban, hogy az Ernst-megoldásban a gyorsulási horizont területe csökken ahhoz képest, mintha nem történne párkeltés. Ehhez kifinomultabb számításra van szükség, mert a gyorsulási horizont mindkét esetben végtelen. Mindamellett határozottan érzékelhető, hogy különbségük véges és egyenlő a fekete lyuk eseményhorizontja területének, valamint a párkeltéses és a párkeltés nélküli megoldások hatása közötti különbségnek az összegével. Ez akkor érthető meg, ha azt mondjuk, hogy a párkeltés nulla energiájú folyamat, a párkeltéses eset Hamilton-függvénye ugyanaz, mint a párkeltés nélküli eset Hamilton-függvénye. Nagyon hálás vagyok Simon Rossnak és Gary Horowitznak, akik kifejezetten a mostani előadásra kiszámították ezt a redukciót. Az ilyen és ehhez hasonló csodák – mármint az eredmény, és nem pusztán az, hogy elvégezték a számítást – győztek meg arról, hogy a fekete lyukak termodinamikája nem lehet csupán kis energiákra érvényes közelítés. Meggyőződésem, hogy a gravitációs entrópia akkor sem fog eltűnni, ha át kell térnünk a kvantumgravitáció sokkal alapvetőbb elméletére.

Ebből a gondolatkísérletből megállapítható, hogy akkor is fellép a belső gravitációs entrópia és az információvesztés, ha a téridő topológiája eltér a sík Minkowski-térétől. Ha a párkeltés során keletkező fekete lyukak nagyok a Planck-hosszúsághoz képest, akkor az eseményhorizonton kívüli térgörbület mindenütt kicsi lesz a Planck-skálához viszonyítva. Ez azt jelenti, hogy jónak kell lennie annak a közelítésnek, amelynek során elhanyagoltam a köbös és a magasabb rendű tagokat a

perturbációkban. Ezért megbízhatónak kell lennie annak a feltételezésnek, hogy a fekete lyukakban információ veszhet el.

Amennyiben a makroszkopikus fekete lyukakban információ vész el, akkor ugyanez bekövetkezhet azokban a folyamatokban is, melyek során a metrika kvantumfluktuációi következtében mikroszkopikus, virtuális fekete lyukak jelennek meg. Könnyen elképzelhető, hogy ezekbe a lyukakba részecskék és információ hullhat, ami azután ott elvész. Még akár az is előfordulhat, hogy oda került az összes páratlan zoknink másik fele. Egyes fizikai mennyiségek, például a mértékterekhez csatolódó energia és elektromos töltés megmaradnak, míg az egyéb információ és a globális töltés elvész. Ennek messzire ható következményei lennének a kvantummechanikára nézve.

Ésszerű feltételezni, hogy a tiszta kvantumállapotban lévő rendszerek fejlődésük során egységes módon és egymás után következő, tiszta kvantumállapotokon keresztül vezető fejlődési utat járnak be.

3.17. ÁBRA

Ha azonban a fekete lyukak megjelenése és eltűnése következtében információ vész el, akkor nem valósulhat meg az egységes fejlődés. Az információ elvesztése következtében ugyanis a fekete lyukak eltűnése után kialakuló végállapot olyasvalami lesz, amit *kevert kvantumállapotnak* nevezünk. Ezt különböző, tiszta kvantumállapotok összességének tekinthetjük, melyek mindegyikének azonban saját valószínűsége van. Minthogy egyik állapotban való előfordulása sem bizonyos, ezért a végállapot bekövetkezésének valószínűségét nem tudjuk bármely más kvantumállapottal való kölcsönhatása révén nullára csökkenteni. Következő előadásomban (5. fejezet) meg fogom mutatni, hogy már sikerült megfigyelnünk ezt az extra bizonytalanságot. Ezzel befellegzett a tudományos determinizmus reményének, amelynek segítségével bizonyossággal előre jelezhettük volna a jövőt. Úgy tűnik, Isten még mindig tartogat néhány trükköt szolgái számára (3.17. ábra).

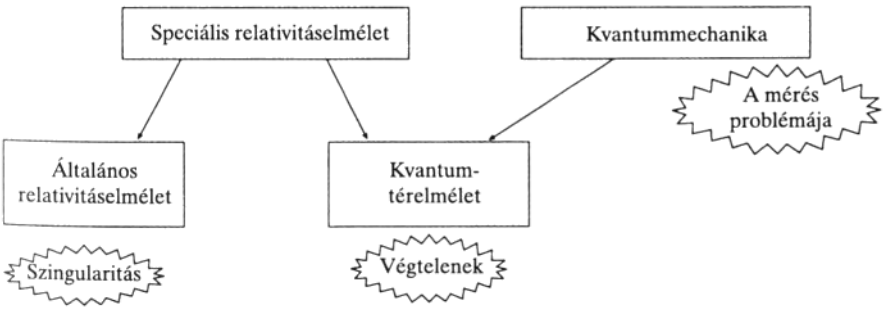
NEGYEDIK FEJEZET

A KVANTUMMECHANIKA ÉS A TÉRIDŐ

R. Penrose

A huszadik század nagy fizikai elméletei a kvantummechanika, a speciális relativitáselmélet, az általános relativitáselmélet és az erőterek kvantumelmélete. Ezek az elméletek korántsem függetlenek egymástól: az általános relativitáselmélet a speciálisra épül, az erőterek kvantumelmélete vagy a kvantum-térelmélet kiindulását pedig a speciális relativitáselmélet és a kvantummechanika alkotja (lásd a 4.1. ábrát).

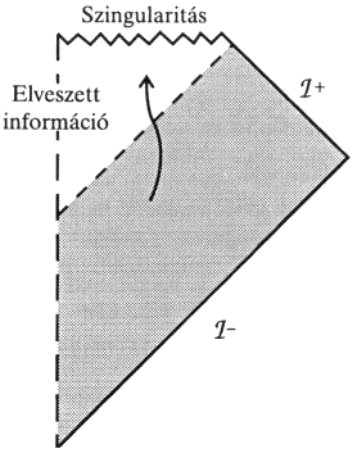
Azt tartják, hogy a kvantum-térelmélet minden idők legpontosabb fizikai elmélete, hiszen relatív pontossága nem kevesebb mint egy a 10^{11}-hez.



4.1. ÁBRA

A HUSZADIK SZÁZAD NAGY FIZIKAI ELMÉLETEI – ÉS ALAPVETŐ PROBLÉMÁIK

Szeretnék azonban rámutatni, hogy az általános relativitáselmélet helyességét egy bizonyos egyértelmű esetben immár egy a 10^{14}-hez relatív pontossággal sikerült ellenőrizni (és ezt a pontosságot is nyilvánvalóan csak a földi óráink pontatlansága korlátozta). A Hulse-Taylor-féle, PSR 1913+16 jelű kettőspulzárról van szó, két egymás körül keringő neutroncsillagról, melyek egyike pulzár. Az általános relativitáselmélet előrejelzése szerint a két csillag egymás körüli keringési pályája lassan zsugorodik (egyidejűleg keringési periódusuk csökken), mert a gravitációs hullámok kibocsátása révén energia távozik a rendszerből. Ezt valóban sikerült is megfigyelni. Megadták a mozgás teljes leírását, beleértve a Newton-törvényeknek megfelelő pályákat, figyelembe vették az általános relativitáselmélet szerinti korrekciókat és kiszámították a gravitációs sugárzás miatt fellépő pályamenti gyorsulás nagyságát. A húsz év alatt végzett megfigyelésekkel összehasonlítva az eredmények a fent említett figyelemre méltó pontossággal egyeznek azzal, amit megjósolt az általános relativitáselmélet (amelyet én úgy tekintek, mint ami határesetként tartalmazza a Newton-féle elméletet). E rendszer felfedezői munkájuk elismeréseképpen ma már joggal érdemelnék meg a Nobel-díjat. A kvantummechanika művelői mindig azt állították, hogy elméletük pontossága miatt az általános relativitáselmélet az, aminek meg kell változnia, hogy illeszkedjék az általuk felállított vázhoz, véleményem szerint azonban ma már a kvantum-térelméletnek kellene ehhez csipkednie magát. Bár az említett négy elmélet vitathatatlanul sikeres, azonban mindegyiknek megvannak a maga problémái. A kvantumtérelmélet legnagyobb gondja, hogy ha kiszámítjuk egy sokszorosan csatolt Feynman-diagram amplitúdóját, akkor végtelent kapunk eredményül. Ezeket a végteleneket az elmélet renormálásának nevezett folyamat részeként valahogy el kell távolítani. Az általános relativitáselmélet megjósolja a téridő szingularitásainak létezését. A kvantummechanikában a „mérés problémája” lép fel – erre később visszatérek. Esetleg a különféle problémák közös megoldása az a tény lehet, hogy önmagában egyik elmélet sem teljes.

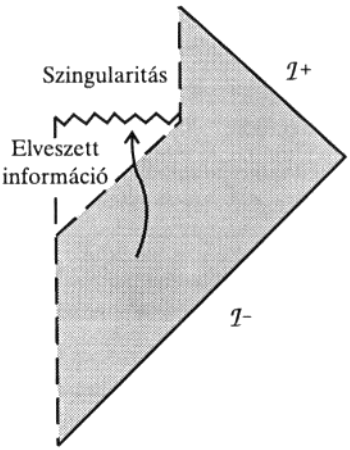


4.2. ÁBRA

FEKETE LYUK ÖSSZEOMLÁSÁNAK CARTER-DIAGRAMJA

Sokan például arra számítanak, hogy a kvantum-térelmélet valamiképpen „szét tudja kenni” az általános relativitáselmélet szingularitásait. A kvantum-térelmélet divergencia-problémáját részben az általános relativitáselméletből kölcsönzött ibolyántúli levágás oldhatná meg. Azt hiszem, hogy ehhez hasonlóan végső soron a mérési probléma is megoldható lenne, ha sikerülne az általános relativitáselméletet és a kvantummechanikát megfelelő módon valamilyen új elméletté egyesíteni.

Most pedig a fekete lyukakban történő információvesztésről szeretnék beszélni, ami véleményem szerint lényeges az előzőek szempontjából. Csaknem mindazzal egyetértek, amit Stephen erre vonatkozóan elmondott. Ám míg Stephen a fekete lyukakban történő információvesztést a kvantummechanikai határozatlanságon túl és azonfelül jelentkező további bizonytalanságnak tartja a fizikában, én ezt valamiféle „kiegészítő” bizonytalanságnak tartom. Szeretném megmagyarázni, mit értek ezen. Egy fekete lyukat tartalmazó téridőben az információvesztés folyamatát nyomon követhetjük, ha megalkotjuk a téridő Carter-diagramját (4.2. ábra).



4.3. ÁBRA

PÁROLGÓ FEKETE LYUK CARTER-DIAGRAMJA

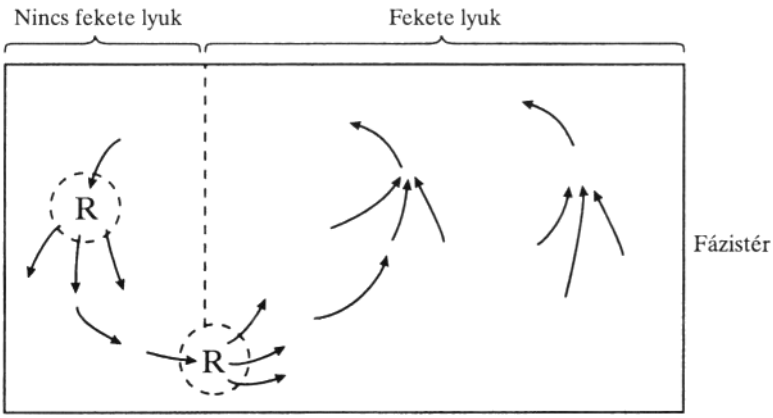
A „bejövő információt” az $\mathcal{I}^-$ múltbeli fényszerű végtelennel azonosítjuk, a „kimenő információt” pedig az $\mathcal{I}^+$ jövőbeli fényszerű végtelennel. Akár azt is mondhatjuk, hogy a hiányzó információ akkor vész el, amikor átesik a fekete lyuk eseményhorizontján, én azonban szívesebben fogalmazok úgy, hogy akkor vész el, amikor eléri a szingularitást. Vegyük most szemügyre egy test gravitációs összeomlását, a fekete lyuk kialakulását, amit a fekete lyuk Hawking-sugárzás útján történő párolgása követ. (Természetesen ennek a bekövetkezésére elég sokat kellene várnunk – talán többet, mint a Világegyetem egész élettartama!) Egyetértek Stephen elképzelésével, mely szerint az összeomlás és a párolgás folyamata során elvész az információ. Felrajzolhatjuk ennek a teljes téridőnek a Carter-diagramját is (4.3. ábra).

A fekete lyuk belsejében található szingularitás térszerű és nagy a Weyl-görbülete, összhangban az előző előadásomban elmondottakkal (2. fejezet). Nincs kizárva, hogy egy kevés információ meg tud szökni a fekete lyuk elpárolgásának pillanatában a szingularitás visszamaradó darabkájából (amely a jövőbeli külső megfigyelők számára a múltat fogja jelenteni,

ezért vagy egyáltalán nem lesz Weyl-görbülete, vagy ha lesz, akkor az kicsi marad), azonban ez a kicsiny információnyereség sokkal kisebb, mint amennyi információt elveszítünk az összeomlás során (amit a fekete lyuk eltűnése egyetlen ésszerű képének tartok). Ha ezt az egész rendszert gondolatkísérletként bezárjuk egy hatalmas dobozba, akkor megvizsgálhatjuk a dobozban lévő anyag fázistérbeli fejlődését. A fázistérnek azon tartományaiban, amelyek olyan helyzeteknek felelnek meg, amikor jelen van a fekete lyuk, a fizikai fejlődés pályái összetartóak lesznek és a pályák által meghatározott térfogat csökken. Ezt a fekete lyuk szingularitásában elvesző információ okozza. Ez a zsugorodás nyilvánvaló ellentmondásban áll a klasszikus mechanikából jól ismert, úgynevezett *Liouville-tétellel,* mely szerint a fázistérbeli térfogatok állandóak. (Ez egy klasszikus tétel. Szigorú értelemben viszont nekünk a Hilbert-térben végbemenő kvantummechanikai fejlődéssel kell foglalkoznunk. A Liouville-tétel sérülése tehát valamilyen nem unitér fejlődésnek felelne meg.) Eszerint tehát a fekete lyuk téridejе megsérti ezt a megmaradási tételt. Az általam felvázolt képben viszont a fázistér térfogatában bekövetkező ezen veszteséget kiegyenlíti valamilyen „spontán" kvantummechanikai mérési folyamat, amelyben információt nyerünk és a fázistér térfogata növekszik. Ezért nevezem a fekete lyukakban bekövetkező információvesztés miatti bizonytalanságot a kvantummechanikai határozatlanság „kiegészítőjének": az egyik az érem egyik oldala, a másik a másik (lásd a 4.4. ábrát).

Azt mondhatjuk, hogy a múltbeli szingularitások kevés információt hordoznak, a jövőbeliek viszont sokat. Ez a megállapítás rejtőzik a termodinamika második főtétele mélyén. A szingularitások aszimmetriája az, ami a mérési folyamat aszimmetriájában is megmutatkozik. Térjünk ezért vissza a kvantummechanikai mérés problémájához.

A kvantummechanika alapelveit a nevezetes, kétréses kísérlettel lehet jól szemléltetni. A kísérleti elrendezésben fénynyaláb esik egy átlátszatlan akadályra, melyen két rés található, A és B. Az akadály túloldalán elhelyezett ernyőn sötét és világos sávokból álló interferencia-kép jön létre.



4.4. ÁBRA

FEKETE LYUK JELENLÉTÉBEN CSÖKKEN A FÁZISTÉR TÉRFOGATA. EZT KIEGYENLÍTHETI EGY ELLENTÉTES **R** FOLYAMAT, AMIKOR A HULLÁMFÜGGVÉNY ÖSSZEOMLÁSA KÖVETKEZTÉBEN VISSZANYERJÜK A FÁZISTÉRBŐL ELVESZETT TÉRFOGATOT

Az egyes fotonok jól meghatározott pontokban érik el az ernyőt, az interferencia-kép azonban arra enged következtetni, hogy vannak a képernyőnek olyan pontjai, amelyeket soha nem ér el egyetlen foton sem. Jelöljük az egyik ilyen pontot *p*-vel, de ne felejtsük el, hogy ha az egyik vagy másik rést letakarjuk, akkor ebbe a pontba is eljuthatna a fény. Az ilyen természetű, úgynevezett kioltó interferencia, amikor az ellentétes lehetőségek megsemmisítik egymást, a kvantummechanika legnagyobb rejtélyei közé tartozik. A jelenséget a kvantummechanikai *szuperpozíciós elv* segítségével értelmezzük. Eszerint a foton számára két lehetséges útvonal, A és B áll rendelkezésre, ahol a fotonok ezeknek megfelelő állapotait $|A\rangle$ és $|B\rangle$ jelöli. Tegyük fel továbbá, hogy ezek a foton számára *p* eléréséhez bejárható utak, akár úgy, hogy az egyik, akár úgy, hogy a másik résen halad át először. Kijelenthetjük, hogy ebben az esetben $z|A\rangle + w|B\rangle$ is lehetséges, ahol *z* és *w* komplex számok.

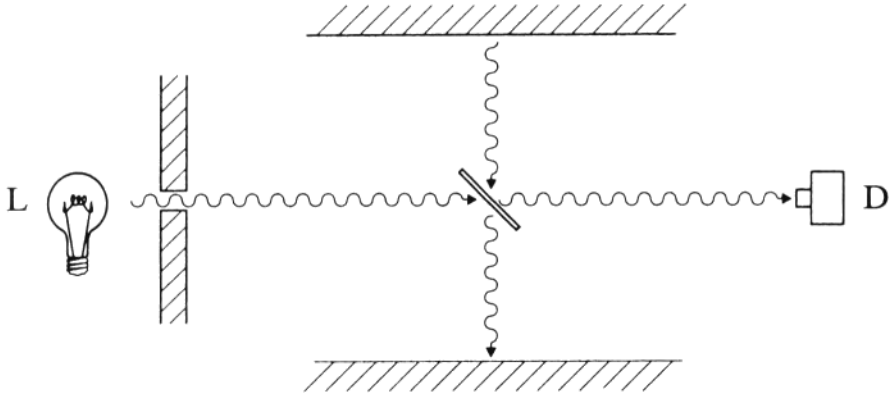
Nem helyes *w*-t és *z*-t bármiféle *valószínűségeknek* tekinteni, minthogy *komplex számokról* van szó! A foton állapota éppen

egy ilyen komplex szuperpozíció. Valamely (általam **U**-nak nevezett) kvantummechanikai rendszer unitér fejlődése megőrzi a szuperpozíciókat: ha $zA_0 + wB_0$ a $t = 0$ időpontban létrejövő szuperpozíció, akkor t idő elteltével a rendszer a $zA_t + wB_t$ állapotba jut, ahol A_t és B_t a két alternatíva önálló fejlődése eredményeképpen t idő múlva bekövetkező állapotokat jelöli. Ha olyan kvantummechanikai rendszeren végzünk méréseket, ahol a kvantummechanikai alternatívák felnagyítódnak és egymástól megkülönböztethető klasszikus eredményeket adnak, akkor úgy tűnik, mintha valamilyen eltérő típusú „fejlődés" következett volna be. Ezt a(z általam **R**-rel jelölt) folyamatot az állapotvektor *redukciójának* vagy „a hullámfüggvény összeomlásának" nevezzük. Valószínűségek csak akkor lépnek fel, ha a rendszert ebben az értelemben „megmérjük" és a bekövetkező események relatív valószínűségei $|z|^2 : |w|^2$.

Az **U** és **R** nagyon különböző folyamatok. **U** determinisztikus, lineáris, lokális (a konfigurációs térben) és időben szimmetrikus. Ezzel szemben **R** nem determinisztikus, határozottan nem lineáris, nem lokális és időben aszimmetrikus. A kvantummechanikában figyelemre méltó e két alapvető fejlődési folyamat között ez a különbség. Nagyon valószínűtlen, hogy **R** valaha is levezethető lesz **U** közelítéseként (bár egyesek gyakran folyamodnak ehhez a módszerhez). Ez az úgynevezett „mérési probléma" a kvantummechanikában.

Az **R** tehát az időben aszimmetrikus. Képzeljünk el egy fénysugarat, amely az L fényforrásból indul ki, majd egy 45°-os szögben lefelé billenő, félig áteresztő tükörre esik, amely mögött viszont a D detektort helyeztük el (4.5. ábra).

Minthogy a tükör félig áteresztő, ezért az átengedett és a visszavert sugár intenzitása pontosan azonos. Emiatt 50% a valószínűsége annak, hogy egy adott foton jelet vált ki a detektorban és ugyancsak 50% valószínűséggel elnyelődik a laboratórium padlójában. Ez az 50% a válasz az alábbi kérdésre: „Ha L egyetlen egy fotont bocsát ki, mi a valószínűsége annak, hogy D felfogja?" Az ilyen és ehhez hasonló kérdésekre az **R** szabály határozza meg a választ.



4.5. ÁBRA

EGYSZERŰ KÍSÉRLET ANNAK BEMUTATÁSÁRA, HOGY AZ **R** FOLYAMATTAL KAPCSOLATOS KVANTUMMECHANIKAI VALÓSZÍNŰSÉGEK NEM ALKALMAZHATÓK AZ ELLENTÉTES IRÁNYBAN FOLYÓ IDŐ ESETÉN

Feltehetjük azonban így is a kérdést: „Ha *D* felfog egy fotont, mi a valószínűsége annak, hogy azt *L* bocsátotta ki?" Azt hihetnénk, hogy ezt a valószínűséget is az előző gondolatmenethez hasonlóan következtethetjük ki. Az **U** időben szimmetrikus, miért ne alkalmazhatnánk hát ugyanezt az **R**-re is? A múltra alkalmazva azonban az (időben megfordítható) **R** szabály nem a megfelelő valószínűségeket adja. Valójában ebben az esetben egészen más megfontolások vezetnek el a helyes válaszhoz, nevezetesen a termodinamika második főtétele, amelyet most a falra kell alkalmazni. A válasz aszimmetriája végső soron a Világegyetem időbeli aszimmetriáját tükrözi. Aharonov, Bergmann és Liebowitz (1964) kimutatták, hogyan illeszthető bele a mérési folyamat egy időben szimmetrikus rendszerbe. Gondolatmenetük szerint **R** aszimmetriája a jövőbeli és a múltbeli határfeltételek aszimmetriájából fakad. Ezeket az általános meggondolásokat fogadta el azután Griffiths (1984), Omnés (1992), valamint Gell Mann és Hartle (1990) is. Minthogy a második főtétel aszimmetriája egészen a téridő szingularitás szerkezetének aszimmetriájáig visszavezethető, ez

a kapcsolat arra enged következtetni, hogy a kvantummechanika mérési problémája és az általános relativitáselmélet szingularitási problémája kapcsolatban áll egymással. Emlékezzünk vissza arra a legutóbbi előadásomban tett javaslatomra, hogy a kezdeti szingularitás nagyon kevés információt hordozott, Weyl-tenzora pedig eltűnt, míg a végső szingularitás (vagy szingularitások vagy a végtelen) rengeteg információt hordoz, Weyl-tenzora pedig (a szingularitások esetében) divergens.

Annak érdekében, hogy a kvantummechanika és az általános relativitáselmélet közötti kapcsolatról vallott álláspontomat világosabban kifejthessem, arról szeretnék most beszélni, amit *kvantummechanikai valóságnak* nevezek. Igaz-e az, hogy az állapotvektor „valóságos" vagy a sűrűségmátrix „valóságos"? A sűrűségmátrix az állapotokról szerzett hiányos ismereteinket írja le, ezért kétféle valószínűséget tartalmaz, a klasszikus bizonytalanságot és a kvantummechanikai határozatlanságot. A sűrűségmátrixot a következőképpen írhatjuk fel:

$$D = \sum_{i=1}^{N} p_i |\Psi_i\rangle\langle\Psi_i|.$$

ahol p_i-k a valószínűségeket jelölő valós számok, melyekre $\sum p_i = 1$, továbbá minden $|\Psi_i\rangle$-t egységre normálunk. Ez a különféle állapotok súlyozott valószínűségű keveréke. Itt a $|\Psi_i\rangle$-knek ortogonálisaknak kell lenniük, N pedig nagyobb lehet, mint a Hilbert-tér dimenzióinak száma. Példaképpen vizsgáljunk meg egy Einstein-Podolsky-Rosen-típusú kísérletet, amelyben a kísérleti berendezés közepén nyugalomban lévő, nulla spinű részecske két feles spinű részecskévé bomlik. Ez a két részecske egymással ellentétes irányban kirepül, majd „itt" és „ott" detektáljuk, ahol az „ott" nagyon távol lehet az „itt"-től, mondjuk akár a Holdon is. A valószínűségek szuperpozíciójának az állapotvektorát a következőképpen írhatjuk fel:

$$|\Psi\rangle = \{|\text{fel, itt}\rangle|\text{le, ott}\rangle - |\text{le, itt}\rangle|\text{fel, ott}\rangle\}/\sqrt{2}, \qquad (4.1.)$$

ahol |fel, itt⟩ azt az állapotot jelenti, amikor az „itt” lévő részecske spinje felfelé mutat és így tovább. Tételezzük most fel, hogy valaki a Holdon megméri az ott lévő részecske spinjének *z* irányú összetevőjét, anélkül hogy mi az eredményről tudomást szereznénk. Ezt az állapotot az alábbi sűrűségmátrixszal írhatjuk le:

$$D = \frac{1}{2}\,|\text{fel, itt}\rangle\langle\text{fel, itt}| + \frac{1}{2}\,|\text{le, itt}\rangle\langle\text{le, itt}|. \qquad (4.2.)$$

Lehetséges, hogy a spin *x* irányú összetevőjét is megmérték a Holdon. Ebben az esetben a (4.1.) állapotvektort a következőképpen kell átírni:

$$|\Psi\rangle = \{|\text{balra, itt}\rangle|\text{jobbra, ott}\rangle - |\text{jobbra, itt}\rangle|\text{balra, ott}\rangle\}/\sqrt{2},$$

így az ennek megfelelő sűrűségmátrixot az alábbi alakban kapjuk meg:

$$D = \frac{1}{2}\,|\text{balra, itt}\rangle\langle\text{balra, itt}| + \frac{1}{2}\,|\text{jobbra, itt}\rangle\langle\text{jobbra, itt}|,$$

amely valójában megegyezik (4.2.)-vel. Ha azonban az állapotvektor a valóságot írja le, a sűrűségmátrix nem mondja meg, mi történik. Csak az „itt” elvégzett mérés eredményét adja meg, feltéve, hogy nem tudjuk megmondani, mi történik „ott”. Nevezetesen, elképzelhető, hogy kapok egy levelet a Holdról, amelyben tájékoztatnak az ott elvégzett mérés jellegéről és eredményéről. Ha tehát (elvben) meg tudom szerezni ezt az információt, akkor le kell tudnom írni az egész (összekuszált) rendszert az állapotvektorral.

Általánosságban sok különböző módon írhatunk fel egy adott sűrűségmátrixot az állapotok valószínűségi keverékeként. Sőt Hughston, Jozsa és Wooters (1993) legújabb tétele szerint bármely sűrűségmátrix esetében, amely ily módon egy Einstein-Podolsky-Rosen-rendszer „itteni” múltjaként jelenik meg, valamint ezen sűrűségmátrix bármely, az állapotok valószínűségi keverékeként történő értelmezésére mindig

létezik egy olyan mérés „ott”, amely az „itteni” sűrűségmátrix valószínűségek keverékeként történő értelmezései közül pontosan ezt a konkrét értelmezést idézi elő.

Másrészt viszont azzal érvelhetünk, hogy a sűrűségmátrix olyan valóságot ír le, amelyik az én értelmezésem szerint közelebb áll Stephen nézetéhez, amikor fekete lyuk is jelen van.

John Bell alkalmanként az állapotvektor redukciója folyamatának standard leírását MGYC-nek nevezte, ami a „minden gyakorlati célra” rövidítése. Ezen standard eljárás szerint a teljes állapotvektort a következőképpen írhatjuk fel:

$$|\Psi_{\text{teljes}}\rangle = w|\text{fel, itt}\rangle|?\,\rangle + z|\text{le, itt}\rangle|?\,'\rangle,$$

ahol $|?\rangle$ a környezetben, a mérés hatókörén kívül eső dolgokat írja le. Ha a környezetben információ vész el, akkor a legjobb esetben is csak a sűrűségmátrixot írhatjuk fel, mégpedig a következőképp:

$$D = |w|^2|\text{fel, itt}\rangle\langle\text{fel, itt}| + |z|^2|\text{le, itt}\rangle\langle\text{le, itt}|.$$

Minthogy a környezetből nem lehet visszaszerezni az elveszett információt, nem marad más hátra, mint hogy a $|\text{fel, itt}\rangle$, illetve a $|\text{le, itt}\rangle$ állapotokat rendre $|w|^2$ és $|z|^2$ valószínűségűeknek tekintjük.

Szükségünk van azonban még egy további feltevésre is, hiszen a sűrűségmátrix nem árulja el, milyen állapotokból épül fel. Ennek a részletesebb magyarázatához vizsgáljuk meg a Schrödinger macskájáról szóló gondolatkísérletet. Itt egy olyan szorult helyzetben lévő állatról van szó, amelyet egy dobozba zártunk. A dobozban, mondjuk, kibocsátunk egy fotont, amely félig áteresztő tükörre esik. A foton hullámfüggvényének a tükrön átjutó része elér egy detektort, amely a foton érzékelésekor automatikusan elsüt egy puskát, s ez lelövi a macskát. Ha viszont a foton nem éri el a detektort, akkor a macska boldogan él, ameddig meg nem hal. (Tudom, hogy Stephen még a gondolatkísérletekben sem tudja elfogadni az ilyen komisz bánásmódot a macskákkal!) A rendszer

hullámfüggvénye a történet két lehetséges végkimenetelének szuperpozíciója:

$$w|\text{döglött macska}\rangle|\text{bumm}\rangle + z|\text{élő macska}\rangle|\text{nem bumm}\rangle,$$

ahol a $|\text{bumm}\rangle$ és a $|\text{nem bumm}\rangle$ a környezet lehetséges állapotait írja le.

A kvantummechanikai „sok-világ-szemlélet” szerint ez a következőképpen nézne ki (figyelmen kívül hagyva a környezetet):

$$w|\text{döglött macska}\rangle|\text{tudjuk, hogy a macska megdöglött}\rangle + \\ + z|\text{élő macska}\rangle|\text{tudjuk, hogy a macska él}\rangle, \qquad (4.3.)$$

ahol a $|\text{tudjuk, hogy}\ldots\rangle$ kezdetű állapotok a kísérletező tudatának állapotait írják le. De vajon miért nem teszik lehetővé az érzékszerveink a makroszkopikus *szuperpozíciók* érzékelését, vagyis miért nem érzékeljük az ezekhez hasonló állapotokat, és miért csak a „macska megdöglött” és a „macska él” makroszkopikus *alternatívákat* vagyunk képesek érzékelni. Abban az esetben például, ha $w = z = 1/\sqrt{2}$, akkor a (4.3.) összefüggést szuperpozícióként is felírhatjuk:

$$\{(|\text{döglött macska}\rangle + |\text{élő macska}\rangle) \times \\ (|\text{tudjuk, hogy a macska megdöglött}\rangle + \\ |\text{tudjuk, hogy a macska él}\rangle) + \\ (|\text{döglött macska}\rangle - |\text{élő macska}\rangle) \times \\ (|\text{tudjuk, hogy a macska megdöglött}\rangle - \\ |\text{tudjuk, hogy a macska él}\rangle)\}/2\sqrt{2}$$

,

így, ha csak nincs valamilyen okunk arra, hogy az „érzékelésre vonatkozó állapotokat”, így például a (|tudjuk, hogy a macska megdöglött⟩ + |tudjuk, hogy a macska él⟩)/$\sqrt{2}$ állapotot kizárjuk, akkor most sem jutunk közelebb a megoldáshoz, mint korábban.

Ugyanez vonatkozik a környezetre is, ezért (példának okáért ismét a $w = z = 1/\sqrt{2}$ esetben) a sűrűségmátrixot szuperpozícióként írhatjuk fel:

$$D = \frac{1}{4}(|\text{döglött macska}\rangle + |\text{élő macska}\rangle) \times (\langle\text{döglött macska}| + \langle\text{élő macska}|) + \frac{1}{4}(|\text{döglött macska}\rangle - |\text{élő macska}\rangle) \times (\langle\text{döglött macska}| - \langle\text{élő macska}|)$$

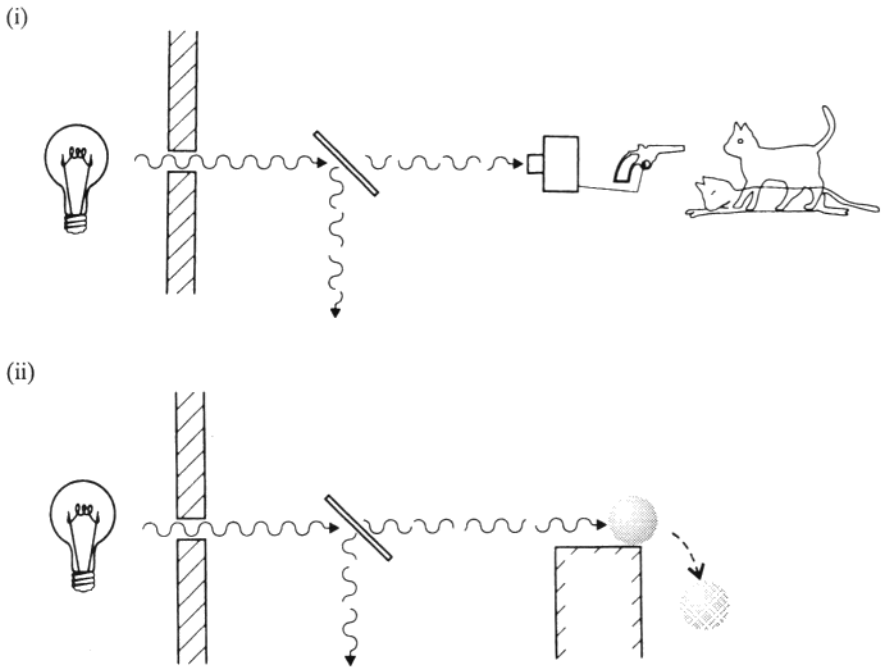
,

ami arra enged következtetni, hogy a „koherencia környezet által okozott eltűnésének” szemlélete nem ad magyarázatot arra, hogy a macska miért csak pontosan az élő vagy a döglött állapot közül valamelyikben lehet.

Nem akarok most jobban belemélyedni a tudatosság és a dekoherencia kérdésének taglalásába. Véleményem szerint ugyanis a mérési problémára másutt kell keresni a választ. Úgy gondolom, hogy valami nincs rendben az alternatív téridők geometriáinak szuperpozíciója körül, ami akkor következne be, amikor az általános relativitáselmélet is szerepet kap. Talán a két különböző geometria szuperpozíciója *instabil,* és mindig lebomlik a két lehetséges alternatíva *egyikére*. Így például a geometria vagy az élő macska térideje lehet, vagy a döglött macskáé. Ezt a folyamatot, amikor a lebomlás során vagy az egyik, **vagy** a másik lehetőséget érjük el, **objektív redukciónak** nevezem, amely elnevezést azért találom különösen szerencsésnek, mert találó a rövidítése (**OR**). Hogyan viszonyul ehhez a 10^{-33} cm-es Planck-hosszúság? A természet kritériuma annak eldöntésére, hogy két geometria lényegesen különbözik-e

egymástól, a Planck-léptéktől függ, egyúttal ez szabja meg azt az időskálát is, amelyen a különböző alternatívákra történő redukálódás végbemegy.

Egy szép napon feltámaszthatjuk a macskánkat, és újra végiggondolhatjuk a félig áteresztő tükör problémáját. Ezúttal azonban a foton detektálására használjunk egy, a helyéről kimozdulni képes nagy tömeget (4.6. ábra).



4.6. ÁBRA

SCHRÖDINGER MACSKÁJA (i), ÉS A KÍSÉRLET HUMÁNUSABB VÁLTOZATA (ii)

Nem kell aggódnunk amiatt, hogy a detektor esetleg visszanyerheti az eredeti állapotát, ha a nagy tömeget pontosan egy szakadék szélére helyezzük el úgy, hogy egyetlen foton hatására kimozdulva érzékeny egyensúlyából a mélybe zuhanjon. Mikor elegendően nagy a megmozdított tömeg ahhoz, hogy a két alternatíva instabil legyen? A választ a gravitáció

adhatja meg, amint arra azonnal rámutatok (vö. Penrose 1993, 1994; valamint Diósi 1989, Ghirardi, Grassi és Rimini 1990). Ha a felvázolt kép alapján ki akarjuk számítani a bomlás időtartamát, akkor tekintsük azt az E energiát, amelynek árán az eredetileg egymással egybeeső két tömeg közül az egyiket a másik gravitációs terében egyetlen pillanat alatt olyan távolra tudjuk húzni, hogy a két tömeg elhelyezkedése előállítsa a szóban forgó szuperpozíciót. Azt állítom, hogy e szuperpozíció állapotvektora összeomlásának időtartama

$$T \sim \frac{\hbar}{E} \tag{4.4}$$

nagyságrendjébe esik. Nukleonok esetében ez csaknem 10^8 év lenne, vagyis a jelenleg rendelkezésünkre álló kísérleti eszközökkel kimutathatatlan lenne az instabilitás. Egy 10^{-5} cm kiterjedésű vízcsepp esetében azonban az összeomláshoz mintegy 2 órára lenne szükség. Ha a csepp 10^{-4} cm-es lenne, akkor az összeomlás nagyjából 1/10 másodpercig tartana, míg 10^{-3} cm átmérő esetén az állapotvektor összeomlása mindössze 10^{-6} másodpercet venne igénybe. Ez a helyzet akkor, amikor az anyagcsomó el van szigetelve a környezetétől; a környezetben végbemenő tömegelmozdulások azonban gyorsítják a bomlás folyamatát. A kvantummechanika efféle mérési problémáinak megoldására történő próbálkozások ugyanakkor az energiamegmaradással és a lokalitással kapcsolatos problémákkal találják szembe magukat. Az általános relativitáselmélet azonban tartalmaz egy a gravitáció energiájára vonatkozó bizonytalanságot, nevezetesen arra vonatkozóan, hogyan járulna ez hozzá a szuperponált állapothoz. Az általános relativitáselméletben a gravitáció energiája nemlokális jellegű: a gravitációs helyzeti energia nem lokálisan (és negatív előjellel) hozzájárul a teljes energiához, miközben a gravitációs hullámok (pozitív) nemlokális energiát visznek ki a rendszerből. Meghatározott körülmények közt még a sík téridő is hozzájárulhat az összenergiához. Az energia bizonytalansága a két tömeg elhelyezkedésének szuperponált állapotában, amint azt megfigyeltük, a Heisenberg-féle

határozatlansági reláció értelmében összhangban van a (4.4.) képlet szerinti bomlási idővel.

KÉRDÉSEK ÉS VÁLASZOK:

Kérdés: Hawking professzor az előadásában említette, hogy a gravitációs tér bizonyos értelemben speciálisabb, mint a többi tér. Mi az Ön véleménye erről?

Válasz: A gravitációs tér valóban speciális. Van ebben valami irónia is. Newton a fizika felépítését a gravitáció elméletével kezdte. Később ez az elmélet volt minden más fizikai kölcsönhatás eredeti viszonyítási alapja. Most azonban kiderül, hogy valójában a gravitáció gyökeresen különbözik a többi kölcsönhatástól. A gravitáció az egyetlen kölcsönhatás, amely hatással van az okságra, és mélyreható kapcsolatban áll a fekete lyukakkal és az információvesztéssel.

ÖTÖDIK FEJEZET

KVANTUMKOZMOLÓGIA

S. W. Hawking

Harmadik előadásomban visszatérek a kozmológiához. A kozmológiát régebben egész egyszerűen áltudománynak tartották, és azon fizikusok kizárólagos szakterületének, akik korábban ugyan hasznos munkát végeztek, de azután öregkori szellemi gyengeség kerítette a hatalmába őket. Ennek két oka volt. Egyrészt csaknem teljesen hiányoztak a megbízható megfigyelések. Valóban, egészen az 1920-as évekig az egyetlen lényeges kozmológiai megfigyelés az volt, hogy éjszaka az égbolt sötét. Az emberek azonban egyáltalán nem értékelték ennek a megfigyelésnek a jelentőségét. Az utóbbi években azonban a technika fejlődésének köszönhetően a kozmológiai megfigyelések köre nagy mértékben kiszélesedett, minőségük pedig jelentősen javult. Ezért ma már nem áll meg a lábán az az érvelés, mely szerint a kozmológia azért nem lenne komoly tudomány, mert nem nyugszik szilárd megfigyelési alapokon. Létezik azonban egy másik, az előzőnél súlyosabb kifogás. A kozmológia nem képes megjósolni semmit a Világegyetem jövőjére vonatkozóan, hacsak nem tesz valamilyen feltevéseket a kiinduló állapotáról. Ilyen feltevések hiányában csupán annyit jelenthetünk ki, hogy a dolgok most azért olyanok, amilyeneknek látjuk őket, mert egy korábbi időszakban olyanok voltak, amilyenek voltak. Sok ember mégis azt gondolja, hogy a tudománynak csak a Világegyetem időbeli fejlődését irányító, helyi érvényességi körű törvényszerűségekkel kell foglalkoznia. Úgy érzik, hogy a Világegyetem kezdeteit meghatározó

határfeltételek nem a tudomány, hanem a metafizika vagy a vallás hatókörébe tartoznak.

A helyzeten csak rontottak azok a tételek, amelyeket Roger és én bebizonyítottunk. Ezek kimutatták, hogy a relativitáselmélet szerint a múltban léteznie kellett egy szingularitásnak. Márpedig a szingularitásban nem értelmezhetőek a téregyenletek. Eszerint tehát a klasszikus általános relativitáselmélet megássa a saját sírját: azt jósolja meg, hogy nem tudja megjósolni, milyen a Világegyetem.

Bár sokan örömmel fogadták ezt a következtetést, engem mindig is mélységesen zavart. Ha a fizika törvényei megsérülhetnek a Világegyetem kezdetekor, akkor miért ne sérülhetnének meg a későbbiekben is bármikor és bárhol? A kvantummechanika egyik alapelve szerint bármi megtörténhet, hacsak a fizikai törvények kifejezetten nem tiltják meg. Ha egyszer megengedjük, hogy szinguláris történések szerepet kapjanak a vonalintegrálban, akkor ezek bárhol másutt is előfordulhatnak, és teljes mértékben megszűnik az események előre jelezhetősége. Ha a fizika törvényei a szingularitásokban megsérülnek, akkor bárhol megsérülhetnek.

Csak akkor alkottunk jó fizikai elméletet, ha annak a törvényszerűségei minden körülmények között érvényesek, beleértve a Világegyetem kezdetét is. Ezt akár a demokrácia diadalának is tekinthetjük: miért ne vonatkoznának a Világegyetem kezdetére ugyanazok a törvények, amelyeknek minden más aláveti magát. Ha minden pont egyenértékű, akkor nem engedhetjük meg, hogy némelyek egyenlőbbek legyenek.

Ha érvényre akarjuk juttatni azt az alapelvet, hogy a fizika törvényei mindenütt fennállnak, akkor a vonalintegrált csak nemszinguláris metrikájú helyeken értelmezhetjük. Tudjuk a közönséges vonalintegrál esetéből: a mérték a nemdifferenciálható útvonalak mentén koncentrálódik. Egyes alkalmas topológiákban éppen ezek jelentik a jól meghatározott hatással (hatásfüggvénnyel) leírt, sima útvonalak csoportjának kiegészítéseit. Hasonlóképpen azt is várhatnánk, hogy a kvantumgravitációban a vonalintegrált a sima metrikájú tér kiegészítésén kell értelmezni. Amit a vonalintegrál nem

tartalmazhat, az a szingularitásos metrika, amelyen a hatás nincs definiálva.

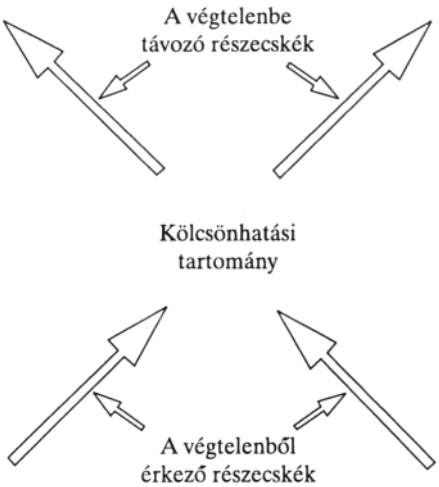
A fekete lyukak esetében láttuk, hogy a vonalintegrált euklideszi, azaz pozitív definit metrikán kell értelmezni. Ez azt jelentette, hogy a fekete lyukak szingularitásai, mint amilyen a Schwarzschild-megoldás, nem jelentek meg az euklideszi metrikán, amely nem hatolt be az eseményhorizonton belülre. Ezzel szemben az eseményhorizont olyan volt, mint a polárkoordináta-rendszer kezdőpontja. Ezáltal az euklideszi metrika működését pontosan definiáltuk. Ezt akár a kozmikus cenzúra kvantummechanikai változatának is tekinthetjük: a szerkezet szingularitásbeli összeomlása egyáltalán nem befolyásolja a fizikai méréseket.

Úgy tűnik tehát, hogy a kvantumgravitáció vonalintegrálját a nemszinguláris euklideszi metrikán kell értelmezni. De vajon mik lesznek a határfeltételek ezen a metrikán? Két, és csakis két természetes lehetőség közül választhatunk. Az első az a metrika, amely egy kompakt halmazon kívül megközelíti a sík euklideszi metrikát. A második lehetőség a kompakt és határok nélküli sokaságok metrikája.

Természetes választási lehetőségek a kvantumgravitáció vonalintegráljára

1. Aszimptotikusan euklideszi metrika.
2. Kompakt metrika határok nélkül.

Az első csoportba tartozó, aszimptotikusan euklideszi metrika nyilvánvalóan megfelel a szórásszámítás céljaira (5.1. ábra). Ilyenkor a végtelenből részecskéket küldünk valamely rendszerbe, majd ugyancsak a végtelenben megfigyeljük, mi hagyja el a rendszert. Minden mérést a végtelenben végzünk tehát, ahol a háttér metrikája sík, így a tér kicsiny fluktuációit a szokásos módon részecskékként értelmezhetjük. Fel sem merül a kérdés, hogy mi történik a rendszeren belül, vagyis ott, ahol a kölcsönhatás végbemegy.

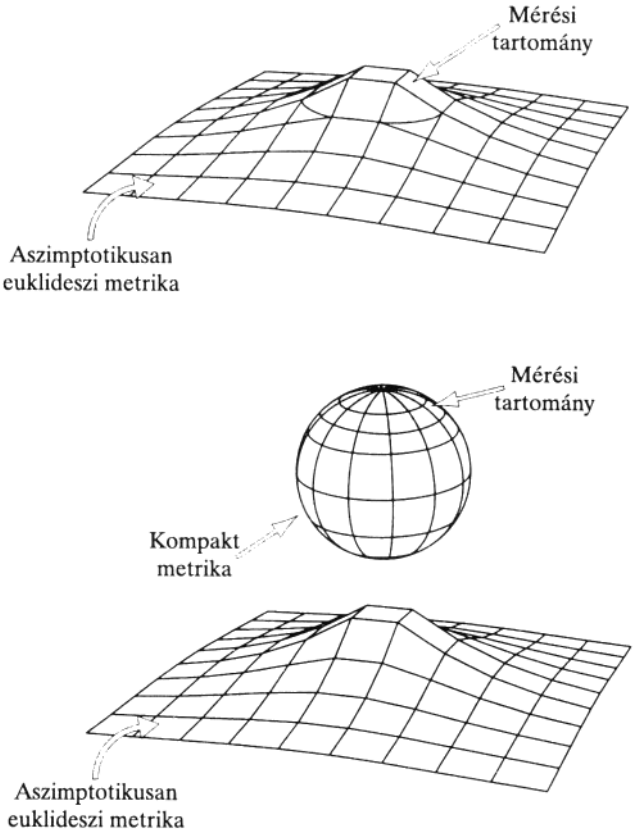


5.1. ÁBRA

SZÓRÁSSZÁMÍTÁSI FELADATOKBAN A BEMENŐ ÉS A KIJÖVŐ RÉSZECSKÉKRE VONATKOZÓ MÉRÉSEKET A KÖLCSÖNHATÁSI TARTOMÁNYTÓL VÉGTELENÜL MESSZE VÉGEZZÜK, VAGYIS ASZIMPTOTIKUSAN EUKLIDESZI METRIKA MELLETT VIZSGÁLÓDUNK

Ezért értelmezhetjük a vonalintegrált a kölcsönhatási tartomány minden lehetséges történésén, vagyis az összes aszimptotikusan euklideszi metrikán.

A kozmológiában azonban nem a végtelen, hanem a véges tartományon végzett mérések az érdekesek számunkra. A Világegyetem belsejében vagyunk, nem kívülről szemléljük. Ahhoz, hogy pontosan megértsük a két eset közötti különbséget, először tételezzük fel, hogy a kozmológiai vonalintegrált az összes aszimptotikusan euklideszi metrikára értelmezzük. Ebben az esetben két tagból állnának a valószínűségek a véges tartományon végzett mérésekre. Az első tag az egymással összekapcsolódó, aszimptotikusan euklideszi metrikákból származik. A második az elkülönülő metrikákból, amelyek egy a mérési tartományt magában foglaló kompakt téridőből és egy attól független, aszimptotikusan euklideszi metrikából állnak (5.2. ábra).



5.2. ÁBRA

A KOZMOLÓGIAI MÉRÉSEKET VÉGES TARTOMÁNYON VÉGEZZÜK, EZÉRT AZ ASZIMPTOTIKUSAN EUKLIDESZI METRIKA KÉT FAJTÁJÁT KELL TEKINTETBE VENNÜNK: A CSATOLTAT *(FENT)* ÉS A CSATOLATLANT *(LENT)*

Nem zárhatjuk ki a vonalintegrálból az elkülönülő metrikákat sem, mert ezeket olyan összekapcsolódó metrikákkal közelíthetjük, amelyekben az egyes összetevőket elhanyagolhatóan csekély hatású vékony csövek, az úgynevezett féreglyukak kötik össze.

A téridő elkülönülő, kompakt tartományai nem befolyásolják a szórásszámítások eredményét, hiszen nem állnak összeköttetésben a végtelennel, ahol a mérést végezzük. A véges tartományon végrehajtott kozmológiai méréseket azonban

befolyásolják. Sőt mi több, az ilyen szétcsatolt metrikák hozzájárulása felülmúlja az összekapcsolódó, aszimptotikusan euklideszi metrikákét. Ha tehát a kozmológiai vonalintegrált az összes aszimptotikusan euklideszi metrikán értelmezzük, akkor az eredmény csaknem ugyanaz lesz, mintha a vonalintegrált az összes kompakt metrikára értelmeztük volna. Ezért sokkal magától értetődőbbnek tűnik a kozmológiai vonalintegrált az összes, határ nélküli, kompakt metrikára értelmezni, amint azt Jim Hartle-lal együtt 1983-ban felvetettük (Hartle és Hawking, 1983)

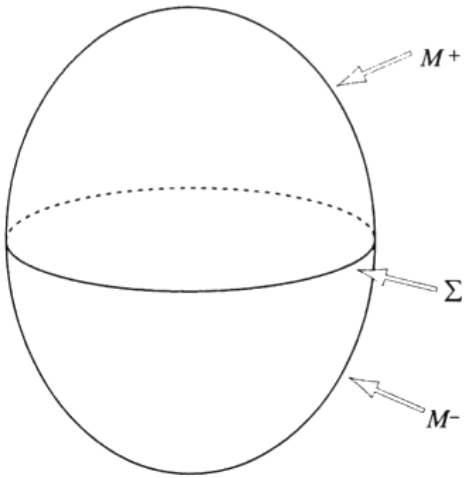
A határ nélküli elképzelés
(Hartle és Hawking)

A kvantumgravitáció vonalintegrálját az összes kompakt euklideszi metrikán kell értelmezni.

Ezt a következőképpen is összegezhetjük: „A Világegyetem határfeltétele az, hogy nincs határa."

Előadásom hátralévő részében azt fogom megmutatni, hogy ez a határ nélküli elképzelés számot látszik adni arról a Világegyetemről, amelyben élünk, vagyis egy izotróp és homogén Világegyetemről, kis perturbációkkal. Ezen perturbációk spektrumát és statisztikai eloszlását a mikrohullámú háttérsugárzás fluktuációin keresztül tanulmányozhatjuk. Az eddigi eredmények jól egyeznek a határ nélküli elképzelés előrejelzéseivel. Az elképzelés és az egész euklideszi kvantumgravitációs program tényleges próbáját azok a mérések fogják jelenteni, amelyek majd lehetővé teszik a mikrohullámú háttérsugárzás jobb szögfelbontású megfigyelését.

Ha a határ nélküli elképzelés segítségével előrejelzéseket akarunk készíteni, akkor hasznosnak bizonyul egy a Világegyetem állapotát egy időpontban leíró fogalom bevezetése.



5.3. ÁBRA

A Σ FELÜLET A KOMPAKT, EGYSZERŰEN CSATOLT *M* SOKASÁGOT KÉT RÉSZRE, M^+-RA ÉS M^--RA OSZTJA

Vizsgáljuk meg annak a valószínűségét, hogy a téridőbeli *M* sokaságban van egy Σ háromdimenziós, h_{ij} indukált metrikájú sokaság. Ezt a valószínűséget az *M*-en mindazon g_{ab} metrikákra vett vonalintegrál adja, amelyek Σ-n h_{ij}-t indukálják.

A h_{ij} indukált metrika valószínűsége

$$\text{a } \Sigma\text{-n} = \int_{\substack{az\ M-en\ vett\ metrikákra \\ amelyek\ \Sigma-n\ h_{ij}-t\ indukálják}} d[g]e^{-I}.$$

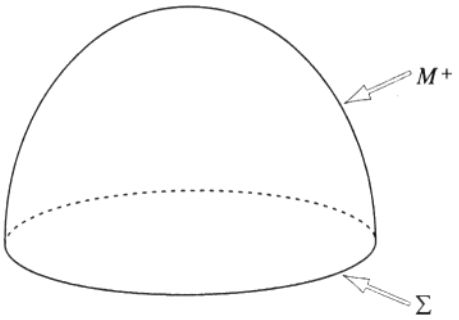
Ha *M* egyszerűen összefüggő, amint azt feltételezzük, akkor a Σ felület *M*-et két részre, M^+-ra és M^--ra osztja (5.3. ábra). Ebben az esetben annak a valószínűsége, hogy Σ rendelkezik a h_{ij} metrikával, két hullámfüggvény, Ψ^+ és Ψ^- szorzatára bontható. Ezeket rendre az M^+ és M^- metrikákon vett azon vonalintegrálok adják, amelyek Σ-n az adott, háromdimenziós h_{ij} metrikát indukálják.

h_{ij} valószínűsége = $\Psi^{+}(h_{ij}) \times \Psi^{-}(h_{ij})$, ahol

$$\Psi^{+}(h_{ij}) = \int_{\substack{az\ M^{+}-on\ vett\ metrikákra \\ amelyek\ \Sigma-n\ h_{ij}-t\ indukálják}} d[g]e^{-I}.$$

A legtöbb esetben a két hullámfüggvény egyenlő egymással, ezért elhagyhatjuk a + és – felső indexeket. A Ψ-t a Világegyetem hullámfüggvényének nevezzük. Ha léteznek ϕ anyagi terek, akkor a hullámfüggvénynek azok Σ-n vett ϕ_0 értékétől is függnie kell. Nem függ azonban explicit módon az időtől, mert a zárt Világegyetemben nincs kitüntetett időkoordináta. A határ nélküli elképzelésből következően a Világegyetem hullámfüggvényét az M^{+} kompakt sokaság terein vett vonalintegrál adja meg, ahol M^{+} egyetlen határa a Σ felület (5.4. ábra). A vonalintegrált M^{+}-on mindazon metrikákra és anyagi terekre kell venni, amelyek Σ-n egyeznek a h_{ij} metrikával és a ϕ_0 anyagi terekkel.

A Σ felület helyzetét a Σ-n értelmezett három x_i koordináta τ függvényeként írhatjuk le. A vonalintegrállal meghatározott hullámfüggvény azonban nem függhet sem τ-tól, sem pedig az x_i koordináták megválasztásától. Ebből következően a Ψ hullámfüggvénynek négy funkcionális differenciálegyenletnek kell engedelmeskednie. Ezen egyenletek közül hármat az *impulzus kényszerének* nevezünk.



5.4. ÁBRA

Az impulzuskényszer egyenletei:

$$\left(\frac{\partial \Psi}{\partial h_{ij}}\right)_{ij} = 0.$$

Az egyenletek azt a tényt fejezik ki, hogy a hullámfüggvénynek ugyanolyannak kell lennie mindazon különböző, háromdimenziós h_{ij} metrikákra, amelyeket az x_i koordináták transzformációi révén kapunk meg egymásból. A negyedik egyenlet az úgynevezett *Wheeler-DeWitt-egyenlet.*

A Wheeler-DeWitt-egyenlet:

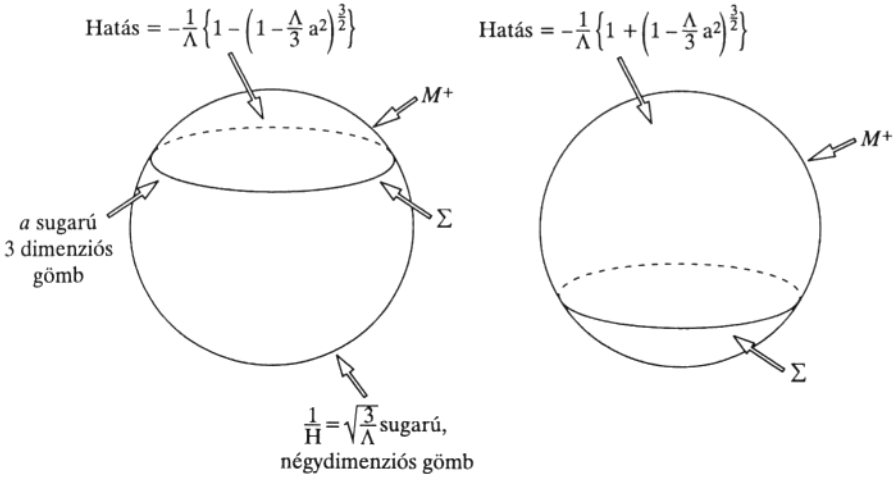
$$\left(G_{ijkl}\frac{\partial^2}{\partial h_{ij}\partial h_{kl}} - h^{\frac{1}{2}}\,{}^3R\right)_{\Psi} = 0.$$

Ez annak felel meg, hogy a hullámfüggvény független τ-tól. Ezt úgy tekinthetjük, mint Schrödinger egyenletét a Világegyetem leírására. Nem tartalmaz azonban idő szerinti derivált tagot, mert a hullámfüggvény nem függ explicit módon az időtől.

Ha meg akarjuk becsülni a Világegyetem hullámfüggvényét, akkor a vonalintegrál nyeregponti közelítését használhatjuk, akárcsak a fekete lyukak esetében tettük. Az M^+ sokaságon a g_0 euklideszi metrikát találjuk, ami kielégíti a téregyenleteket és a Σ határon a h_{ij} metrikát indukálja. Ezután kiterjeszthetjük ezt az eljárást, úgy, hogy hatványsorba fejtjük a háttér g_0 metrikája körül.

$$I[g] = I[g_0] + \frac{1}{2}\delta g I_2 \delta g + \cdots$$

Akárcsak korábban, a perturbációkban a lineáris tag most is eltűnik. A négyzetes tagokat úgy tekinthetjük, mint amelyek a gravitonok háttérhez való hozzájárulását írják le, a magasabb rendű tagok pedig a gravitonok egymás közti kölcsönhatásainak felelnek meg.



5.5. ÁBRA

A Σ HATÁRÚ M^+ KÉT LEHETSÉGES EUKLIDESZI MEGOLDÁSA, VALAMINT AZOK HATÁSA

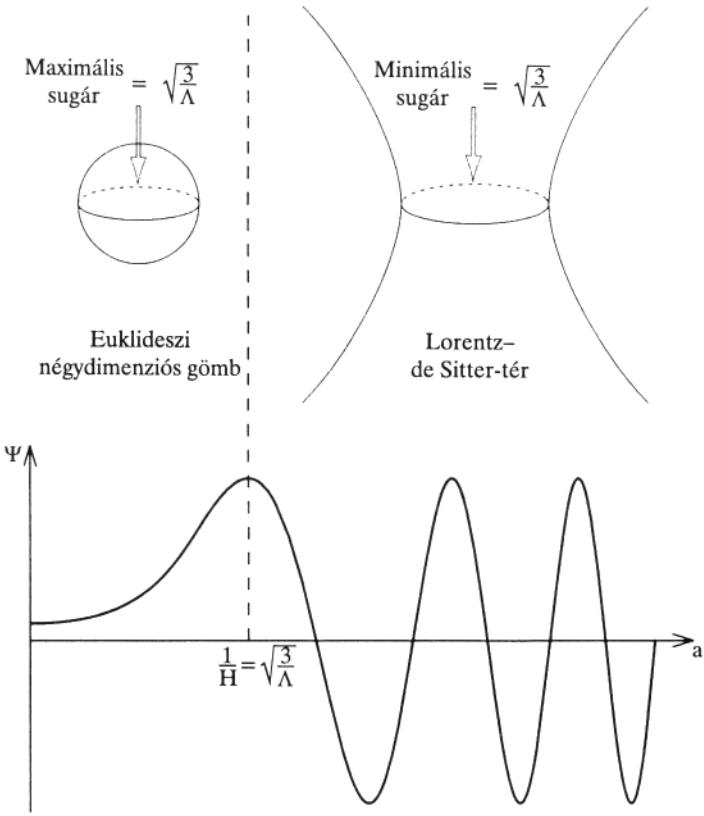
Utóbbiak elhanyagolhatóak, amennyiben a háttér görbületi sugara nagy a Planck-skálán. Eszerint:

$$\Psi \approx \frac{1}{(\det I_2)^{\frac{1}{2}}} e^{-I[g_0]}$$

Egy egyszerű példán az is bemutatható, milyen alakú a hullámfüggvény. Képzeljünk el egy olyan helyzetet, amelyben nincsenek jelen anyagi terek, a Λ kozmológiai állandó viszont pozitív. Legyen a Σ felület egy háromdimenziós gömb, h_{ij} pedig a sugarú, háromdimenziós gömbi metrika. A Σ által határolt M^+ sokaság ebben az esetben négydimenziós gömb lesz. A

téregyenleteket kielégítő metrika az $1/H$ sugarú, négydimenziós gömb része, ahol $H^2 = \Lambda/3$. A hatás a következő:

$$I = \frac{1}{16\pi}\int (R - 2\Lambda)\,(-g)^{\frac{1}{2}} d^4x + \frac{1}{8\pi}\int K(\pm h)^{\frac{1}{2}}\, d^3x.$$



5.6. ÁBRA

A HULLÁMFÜGGVÉNY Σ SUGARÁNAK FÜGGVÉNYÉBEN

Az $1/H$-nál kisebb sugarú, háromdimenziós Σ gömb esetében két euklideszi típusú megoldás lehetséges: M^+ vagy kisebb a félgömbnél, vagy pedig nagyobb annál (5.5. ábra). Vannak

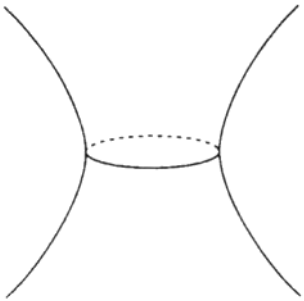
azonban olyan érvelések, melyek szerint a félgömbnél kisebb megoldást kell elfogadnunk.

A következő ábra (5.6.) bemutatja a g_0 metrika hozzájárulását a hullámfüggvényhez. Ha Σ sugara kisebb mint $1/H$, akkor a hullámfüggvény e^{a^2} szerint exponenciálisan nő. Amikor azonban a nagyobb mint $1/H$, akkor analitikusan továbbvihetjük az eredményt kisebb a értékekre, amikoris nagyon gyorsan oszcilláló hullámfüggvényt kapunk.

Ezt a hullámfüggvényt a következőképpen értelmezhetjük. Az Einstein-egyenletek valós idejű és maximális szimmetriájú megoldása a Λ tényező figyelembevételével a de Sitter-tér. Ez hiperboloidként beágyazódhat az ötdimenziós Minkowski-térbe (lásd az 5.A. keretet). Olyan zárt világegyetemnek képzelhetjük el, amely végtelen méretűről minimális sugarúra zsugorodik össze, majd exponenciálisan ismét kitágul. A metrika egy Friedmann-féle világegyetem formájában írható fel, ahol a skálatényező $\cosh(Ht)$. A $\tau = \mathrm{i}t$ választása esetén a cosinus hyperbolicus átalakul cosinus-szá, ami az euklideszi metrikára $1/H$ sugarú, négydimenziós gömböt eredményez (lásd az 5.B. keretet). Így tehát azt kapjuk, hogy a háromdimenziós h_{ij} metrika szerint exponenciálisan változó hullámfüggvény megfelel egy képzetes idejű, euklideszi metrikának. Másrészt, a gyorsan oszcilláló hullámfüggvény valós idejű, Lorentz-féle metrikának felel meg.

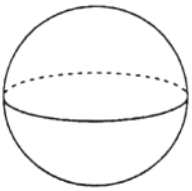
5.A. keret: A Lorentz-de Sitter-metrika

$$ds^2 = -dt^2 + \frac{1}{H^2}\cosh Ht\left(dr^2 + \sin^2 r(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2)\right)$$

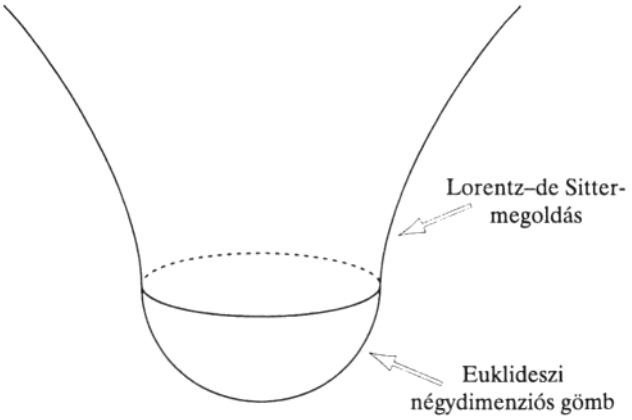


5.B. keret: Az euklideszi metrika

$$ds^2 = -d\tau^2 + \frac{1}{H^2}\cos H\tau\left(dr^2 + \sin^2 r(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2)\right)$$



A fekete lyukak párkeltéséhez hasonlóan leírhatjuk egy exponenciálisan táguló világegyetem spontán keletkezését is. Kapcsoljuk össze az euklideszi négydimenziós gömb alsó felét és a Lorentz-féle hiperboloid felső felét (5.7. ábra)! Ellentétben a fekete lyukak párkeltésével, ezúttal nem jelenthetjük ki, hogy a de Sitter-világegyetem egy korábban létező tér energiájából keletkezett.



5.7. ÁBRA

A TÁGULÓ VILÁGEGYETEMET LÉTREHOZÓ ALAGÚTHATÁS LEÍRHATÓ ÚGY HOGY ÖSSZEKAPCSOLJUK AZ EUKLIDESZI MEGOLDÁS FELÉT A LORENTZ-MEGOLDÁS FELÉVEL

Ehelyett azt kell mondanunk, hogy szó szerint a semmiből keletkezett: nem egyszerűen a vákuumból, hanem a tökéletes semmiből, hiszen semmi nem létezik a világegyetemen kívül. Az euklideszi korszakban a de Sitter-világegyetem csupán egy zárt tér, olyan, mint a Föld felszíne, csak éppen kettővel több dimenzióban. Ha a kozmológiai állandó kicsi a Planck-értékhez képest, akkor az euklideszi négydimenziós gömb görbületének kicsinek kell lennie. Ez azt jelentené, hogy a vonalintegrál nyeregponti közelítésének jónak kell lennie, így a Világegyetem hullámfüggvényének kiszámítását nem befolyásolja az, hogy elhanyagoltuk, mi történik nagy görbület esetén.

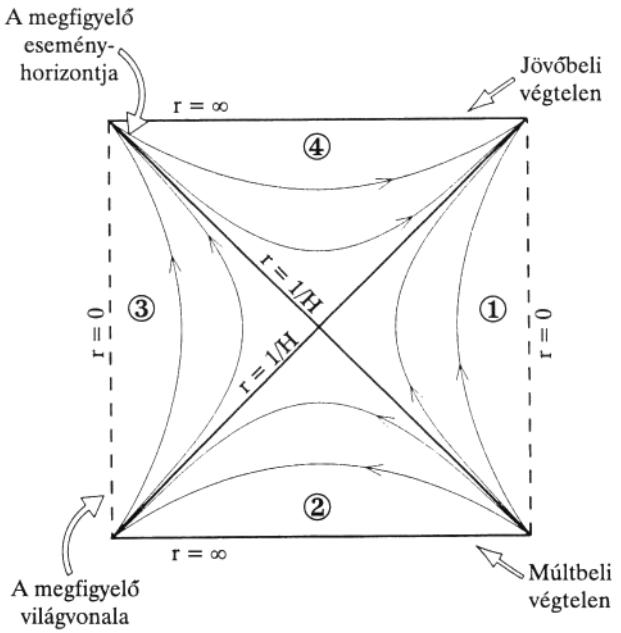
Megoldhatjuk a téregyenleteket a határfelület metrikájára is, ami nem pontosan ugyanaz, mint a háromdimenziós gömbi metrika. Ha a háromdimenziós gömb sugara kisebb mint $1/H$, akkor a megoldás a valódi euklideszi metrika. A hatás valós lesz, a hullámfüggvény pedig exponenciálisan csillapodik az ugyanolyan térfogatú háromdimenziós gömbhöz képest. Ha a háromdimenziós gömb sugara nagyobb a kritikus sugárnál, akkor két komplex konjugált megoldást kapunk, a hullámfüggvény pedig gyorsan oszcillál, miközben h_{ij} kissé változik.

A kozmológiában elvégzett bármely mérés kifejezhető a hullámfüggvény segítségével. Így a határ nélküli elképzelés természettudománnyá teszi a kozmológiát, minthogy ezáltal bármely megfigyelés eredményét képesek vagyunk előre jelezni. Azonban az eddigiekben tárgyalt eset, amelyben nincsenek anyagi terek, csak a kozmológiai állandó létezik, nem feleltethető meg annak a Világegyetemnek, amelyben élünk. Mindamellett, a példa hasznosnak bizonyult, egyrészt azért, mert viszonylag egyszerű és explicit módon is meglehetősen könnyen megoldható volt, másrészt pedig azért, mert amint később látni fogjuk, úgy tűnik, hogy a Világegyetem korai állapotának viszont megfelel.

Bár ez a hullámfüggvény alapján nem nyilvánvaló, a de Sitter-világegyetem termikus tulajdonságai nagyon hasonlóak a fekete lyukakéhoz. Ez akkor látható jól, ha a de Sitter-metrikát sztatikus formában írjuk fel, a Schwarzschild-megoldáshoz hasonló módon (lásd az 5.C. keretben).

5.C. keret: A de Sitter-metrika sztatikus alakja

$$ds^2 = -(1 - H^2r^2)dt^2 + (1 - H^2r^2)^{-1}dr^2 + r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2)$$



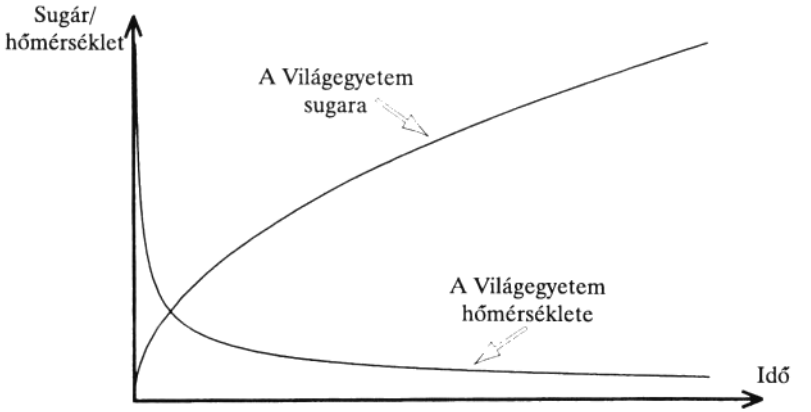
Az $r = 1/H$ sugárnál látszólagos szingularitás található. Ezt azonban, éppúgy, ahogy a Schwarzschild-megoldás esetében tettük, megfelelő koordináta-transzformációval eltüntethetjük, aminek következtében a szingularitás az eseményhorizontnak fog megfelelni. Ez a most négyzet alakú Carter-Penrose-diagramon is megfigyelhető. A bal oldali, szaggatott, függőleges vonal jelenti a gömbszimmetria középpontját, ahol a kétdimenziós gömbök sugara nullához tart. Egy további gömbszimmetria-középpontot jelöl a jobb oldali, szaggatott, függőleges vonal. A diagram tetején és alján fekvő vízszintes vonalak a múltbeli, illetve a jövőbeli végtelent ábrázolják, amelyek ebben az esetben térszerűek. A bal felső sarokból a jobb alsóba tartó átlós vonal a bal oldali szimmetria-középpontban elhelyezkedő megfigyelő múltjának határa.

Eszerint ezt a vonalat eseményhorizontnak nevezhetjük. Annak a megfigyelőnek azonban, akinek a világvonalai a jövőbeli végtelen más helyén érnek véget, ettől eltérő eseményhorizontja lesz. Eszerint tehát a de Sitter-térben az eseményhorizontok személyre szabottak.

Ha visszatérünk a de Sitter-metrika sztatikus formájához, továbbá megszabjuk, hogy $\tau = it$, akkor az euklideszi metrikát kapjuk. Ekkor az eseményhorizonton látszólagos szingularitást találunk. Ha azonban bevezetünk egy új, radiális koordinátát, valamint τ-t $2\pi/H$-val azonosítjuk, akkor szabályos euklideszi metrikát kapunk, amely pontosan a négydimenziós gömbnek felel meg. Minthogy a képzetes időkoordináta periodikus, a de Sitter-tér és a benne lévő összes kvantumtér úgy viselkedik, mintha a hőmérséklete $H/2\pi$ lenne. Amint a későbbiekben látni fogjuk, e hőmérséklet következményeit a mikrohullámú háttérsugárzás fluktuációiban fogjuk észlelni. A fekete lyukak esetéhez hasonló érveket sorakoztathatunk fel az euklideszi-de Sitter-megoldás hatására vonatkozóan is. Azt találjuk, hogy ennek a megoldásnak π/H^2 belső entrópiája van, ami az eseményhorizont területének negyede. Ez az entrópia is topológiai okok miatt lép fel, ugyanis a négydimenziós gömb Euler-száma kettő. Ez azt jelenti, hogy az Euler-de Sitter-téren nem értelmezhető globális időkoordináta. Ezt a kozmológiai entrópiát azon tény tükröződéseként értelmezhetjük, hogy a megfigyelőnek nincsenek ismeretei a Világegyetem rá vonatkozó eseményhorizonton túli részéről.

Periodikus euklideszi metrika, periódussal

$$\Rightarrow \begin{cases} \text{Hőmérséklet} = \dfrac{H}{2\pi} \\ \text{Az eseményhorizont területe} = \dfrac{4\pi}{H^2} \\ \text{Entrópia} = \dfrac{\pi}{H^2} \end{cases}$$



5.8. ÁBRA

A VILÁGEGYETEM SUGARA ÉS HŐMÉRSÉKLETE AZ IDŐ FÜGGVÉNYÉBEN A FORRÓ ŐSROBBANÁS MODELL SZERINT

A de Sitter-tér nem modellezi jól azt a Világegyetemet, amelyben élünk, mert üres és exponenciálisan tágul. Márpedig megfigyeléseink szerint a Világegyetem anyagot tartalmaz, a mikrohullámú háttérsugárzás megfigyeléséből és a könnyű elemek nagy gyakoriságából pedig arra következtetünk, hogy a múltban sokkal sűrűbbnek és forróbbnak kellett lennie. A megfigyeléseinkkel összhangban álló legegyszerűbb kép az úgynevezett „forró Ősrobbanás" modell (5.8. ábra). E kép szerint a Világegyetem története egy sugárzással teli és végtelenül magas hőmérsékletű szingularitással kezdődött. A szingularitás tágulásával együtt a sugárzás hűl és az energiasűrűség csökken. Végül a sugárzás energiasűrűsége kisebbé válik a nem relativisztikus anyag energiasűrűségénél, így ettől kezdve a táguláson az anyag uralkodik. Még ma is meg tudjuk azonban figyelni az ősi sugárzás maradványát a 3 K hőmérsékletű mikrohullámú háttérsugárzás formájában.

A forró Ősrobbanás modell problémája ugyanaz, mint a többi kozmológiáé, amelyek kezdeti feltételeire vonatkozóan az elmélet nem mond semmit, nevezetesen nincs előrejelző képessége. Minthogy az általános relativitáselmélet a szingularitásban érvényét veszíti, bármi kijöhet az Ősrobbanásból. Akkor vajon miért olyan homogén és izotróp

nagy léptékben a Világegyetem, és miért vannak ugyanakkor galaxisok és csillagok formájában jelentkező helyi irregularitásai? És vajon miért van a Világegyetem állapota olyan közel az összeomló és a végtelenségig táguló állapotok közötti elválasztó vonalhoz? Ahhoz, hogy olyan közel legyünk ehhez a határvonalhoz, amennyire azt ma érzékeljük, a tágulás kezdetén a tágulás ütemének hihetetlen pontossággal kellett beállítódnia. Ha a tágulás üteme egyetlen másodperccel az Ősrobbanás után 10^{-10} résszel kisebb lett volna, akkor a Világegyetem néhány millió év alatt összeomlott volna. Ha viszont 10^{-10} résszel nagyobb lett volna, akkor a Világegyetem néhány millió év alatt lényegében kiürült volna. Egyik esetben sem maradhatott volna fenn elegendően hosszú ideig ahhoz, hogy az élet kialakuljon. Ezért vagy az *antropikus elvhez* kell fordulnunk, vagy valamilyen fizikai magyarázatot kell találnunk arra, hogy miért éppen olyan a Világegyetem, amilyennek megfigyelhetjük.

Amit a forró Ősrobbanás modell nem tud megmagyarázni:

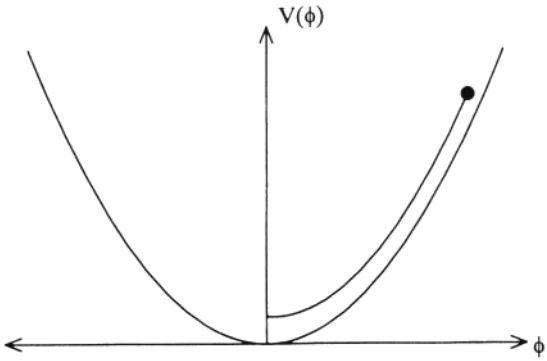
1. A Világegyetem csaknem pontosan homogén és izotróp, de kis perturbációkkal.
2. A Világegyetem csaknem pontosan a kritikus ütemben tágul ahhoz, hogy elkerülje az újabb összeomlást.

Egyesek szerint az úgynevezett *felfúvódás (infláció)* szükségtelenné teszi a kezdeti feltételekre vonatkozó elméletet. Az elképzelés szerint a Világegyetem története egy csaknem tetszés szerinti állapotú Ősrobbanással kezdődhetett. A Világegyetem azon részeiben, ahol a feltételek megfelelőek voltak, bekövetkezett a felfúvódás, vagyis egy exponenciális tágulással jellemzett szakasz. Ez a folyamat amellett, hogy óriási arányban, legalább 10^{30}-szorosára növelte a felfúvódó térrész méretét, teljesen homogénné és izotróppá tette annak belsejét, ráadásul tágulási sebességét is úgy állította be, hogy elkerülje az

újabb összeomlást. A hipotézis állítása szerint az értelmes élet csakis azokban a tartományokban alakulhatott ki, amelyek valamikor a múltban átestek a felfúvódáson. Ne legyünk tehát meglepve, amiért az általunk belátható Világegyetem nemcsak homogén és izotróp, hanem pontosan a kritikus sebességgel tágul.

Egymagában a felfúvódás azonban nem képes magyarázatot adni a Világegyetem jelen állapotára. Ezt egyszerűen beláthatjuk, ha kiszemeljük a Világegyetem bármely mostani állapotát, és azt az időben visszafelé követjük. Feltételezve, hogy elegendő anyagot tartalmaz, a szingularitási tételből az következik, hogy a múltban léteznie kellett egy szingularitásnak. A Világegyetem Ősrobbanáskor fennálló kezdeti feltételeit választhatjuk modellünk kezdeti feltételeinek. Ily módon bebizonyítható, hogy az Ősrobbanáskor felvett önkényes állapotok mostanra tetszés szerinti állapotot eredményezhetnek. Nem érvelhetünk tehát a továbbiakban azzal, hogy a legtöbb kezdeti állapot az általunk most megfigyelhető vagy ahhoz hasonló állapothoz vezet, beláttuk ugyanis, hogy a miénkhez hasonló Világegyetemet eredményező állapotok és a nem ilyen állapotok számossága egyaránt végtelen. Nem jelenthetjük ki tehát, hogy az egyikből több lenne, mint a másikból.

Másrészt viszont láttuk, hogy a kozmológiai állandót tartalmazó gravitációval, de anyagi terek nélkül a határ nélküli feltétel a kvantummechanika határain belül előre jelezhető világegyetemet eredményezhet. Ez a modell nem azt a Világegyetemet írja le, amelyben élünk, ez ugyanis tele van anyaggal, és a kozmológiai állandója nulla vagy nagyon kicsi. A valósághoz sokkal közelebb álló modellt kaphatunk azonban abban az esetben, ha elhagyjuk a kozmológiai állandót, viszont figyelembe vesszük az anyagi tereket. Nevezetesen úgy tűnik, hogy egy $V(\phi)$ potenciállal jellemezhető ϕ skalártérre van szükségünk.



5.9. ÁBRA

SKALÁRTÉR POTENCIÁLJA TÖMEG ESETÉN

A továbbiakban feltételezem, hogy V-nek a $\phi = 0$ helyen $V = 0$ függvényértékkel minimuma van. Egyszerű példaként egy tömeges skalárteret tekinthetünk, amelyben $V = ½m^2\phi^2$ (5.9. ábra).

Skalártér energia-impulzus-tenzora

$$T_{ab} = \phi_{,a}\phi_{,b} - \frac{1}{2}g_{ab}\phi_{,c}\phi^{,c} - g_{ab}V(\phi).$$

Az energia-impulzus-tenzorból látható, hogy ha ϕ gradiense kicsi, akkor $V(\phi)$ hatékony kozmológiai állandóként működik.

A hullámfüggvény ezúttal ϕ-nek a Σ felületen vett ϕ_0 értékétől, valamint az indukált h_{ij} metrikától függ. A téregyenleteket a kis, gömbi, háromdimenziós, gömbszimmetrikus metrikára és ϕ_0 nagy értékeire megoldhatjuk. Ezzel a határfeltétellel a megoldás jó közelítéssel egy négydimenziós gömb része lesz és csaknem konstans ϕ teret ad. Ez megfelel a de Sitter-esetnek, ahol ezúttal a $V(\phi_0)$ potenciál játssza a kozmológiai állandó szerepét. Hasonlóképpen, amennyiben a háromdimenziós gömb a sugara kicsit nagyobb az euklideszi négydimenziós gömb sugaránál, akkor két komplex konjugált megoldást kapunk. Olyan ez, mint

amikor az euklideszi négydimenziós gömb felét hozzáillesztettük a csaknem állandó ϕ-hez tartozó Lorentz-de Sitter-megoldáshoz. Így a határ nélküli elképzelés e modell szerint ugyanúgy előre jelzi egy exponenciálisan táguló világegyetem spontán létrejöttét, mint ahogyan azt a de Sitter-féle esetben tapasztaltuk.

Ezek után megvizsgálhatjuk e modell fejlődését. A de Sitter-esettel ellentétben most nem folytatódik a végtelenségig az exponenciális tágulás. A skalártér becsúszik a V potenciálgödörbe, egészen annak a $\phi = 0$ helyen található minimumáig. Ha azonban ϕ kezdeti értéke nagyobb a Planck-egységnél, akkor a lecsúszás sebessége kicsi lesz a tágulás időskálájához képest. Ennek következtében a Világegyetem csaknem exponenciális tágulásának aránya nagyon nagy lesz. Ha a skalártér az egységnyi nagyságrendig csökken, akkor a $\phi = 0$ helyzet körül oszcillálni kezd. A legtöbb V potenciál esetében az oszcillációk a tágulás időtartamához képest gyorsak lesznek. Ésszerű feltételezni, hogy a skalártér oszcillációi által képviselt energia más részecskék párjainak keltésére fordítódik, és felmelegíti a Világegyetemet. Ez azonban az idő irányára vonatkozó feltevésünktől függ. Erre még rövidesen visszatérek.

A nagyarányú exponenciális tágulás csaknem pontosan a kritikus sebességű tágulás állapotában hagyta volna a Világegyetemet. Ezért a határ nélküli elképzelés magyarázatot adhat arra, miért van a jelenlegi megfigyelések szerint a Világegyetem állapota olyan közel a kritikus tágulási sebességhez. Ha arra vagyunk kíváncsiak, mit jelent ez a Világegyetem homogenitása és izotrópiája szempontjából, akkor meg kell vizsgálnunk azokat a háromdimenziós h_{ij} metrikákat, amelyek a gömbi, háromdimenziós metrika perturbációi. Ezeket a szferikus harmonikusok szerint sorba fejthetjük. Utóbbiaknak három fajtája létezik: a skalár harmonikusok, a vektor harmonikusok és a tenzor harmonikusok. A vektor harmonikusok egyszerűen az x_i koordináták felcserélésének felelnek meg az egymást követő háromdimenziós gömbökben, ezért nem játszanak dinamikai szerepet. A tenzor-harmonikusok a táguló Világegyetemben megjelenő gravitációs hullámoknak felelnek meg, míg a skalár-

harmonikusok részben a koordináták szabadságát, részben pedig a sűrűségperturbációkat jelentik.

Tenzor-harmonikusok – gravitációs hullámok
Vektor-harmonikusok – mérték
Skalár-harmonikusok – sűrűségperturbációk

A Ψ hullámfüggvényt felírhatjuk a háromdimenziós, a sugarú, gömbi metrikára értelmezett Ψ_0 hullámfüggvény és a harmonikusok együtthatói hullámfüggvényeinek szorzataként:

$$\Psi\left[h_{ij}, \phi_0\right] = \Psi_0\left[a, \bar{\phi}\right]\Psi_a(a_n)\Psi_b(b_n)\Psi_c(c_n)\Psi_d(d_n).$$

Ezután a Wheeler-DeWitt-egyenletet kiterjeszthetjük az a sugáron belül a hullámfüggvény minden rendjére, valamint a ϕ átlagos skalártérre, de a perturbációk első rendjéig. Ekkor a Schrödinger-egyenletek sorozatát kapjuk, a perturbációs hullámfüggvényeknek a háttér metrika időkoordinátája szerinti változási sebességére.

A Schrödinger-egyenletek
$i\frac{\partial\Psi(dn)}{\partial t} = \frac{1}{2a^3}\left(-\frac{\partial^2}{\partial d_n^2} + n^2 d_n^2 a^4\right)\Psi(d_n)$ stb.

A határ nélküli feltételt felhasználhatjuk arra, hogy megkapjuk a perturbációs hullámfüggvények kezdeti állapotát. Egy kicsiny, de enyhén eltorzított, háromdimenziós gömbre megoldjuk a téregyenleteket. Ekkor a perturbációs hullámfüggvényt exponenciálisan táguló periódussal kapjuk meg. Ezután a Schrödinger-egyenlet felhasználásával az eredmény további fejlődését leírhatjuk.

A legegyszerűbb a gravitációs hullámoknak megfelelő tenzorharmonikusokat figyelembe venni. Ezek szabadsági fokának nincs mértéke és nincsenek közvetlen kölcsönhatásban az anyagi perturbációkkal. A határ nélküli feltétel felhasználásával megoldhatjuk a perturbált metrika esetén a tenzor-harmonikusok d_n együtthatóinak kezdeti hullámfüggvényét.

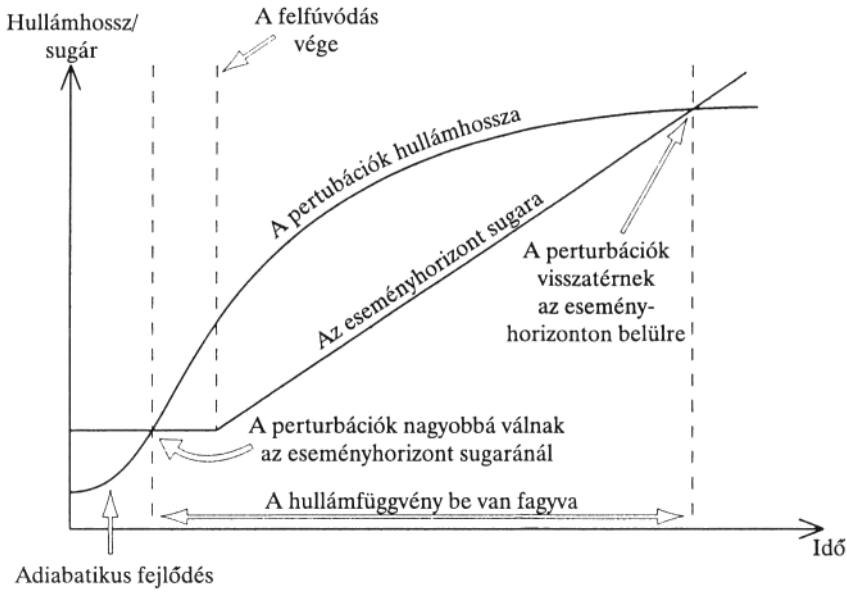
Alapállapot

$$\Psi(d_n)\alpha e^{-\frac{1}{2}na^2d_n^2} = e^{-\frac{1}{2}\omega x^2}.$$

ahol $x = a^{-\frac{3}{2}}d_n$ és $\omega = \frac{n}{a}$.

Megállapíthatjuk, hogy ez egy harmonikus oszcillátor alapállapotú hullámfüggvénye a gravitációs hullámok frekvenciájánál. Ahogy a Világegyetem tágul, ez a frekvencia csökken. Mivel a frekvencia nagyobb, mint a tágulás $\dot{a}/a$ sebessége, ezért a Schrödinger-egyenlet lehetővé teszi, hogy a hullámfüggvény adiabatikusan csillapodjék, és modusa alapállapotú maradjon. Végül azonban a frekvencia kisebbé válik a tágulás sebességénél, ami exponenciális tágulás esetén nagyjából állandó. Amikor ez bekövetkezik, akkor a Schrödinger-egyenlet többé már nem lesz képes elég gyorsan megváltoztatni a hullámfüggvényt ahhoz, hogy az a frekvencia változása ellenére alapállapotban maradjon. Ehelyett a továbbiakban megőrződik a hullámfüggvénynek azon alakja, amelyet abban a pillanatban vett fel, amikor a frekvencia a tágulási sebesség alá csökkent.

Miután véget ér az exponenciális tágulás szakasza, a tágulás sebessége gyorsabban csökken, mint a modus frekvenciája. Ez ugyanaz, mintha azt mondanánk, hogy valamely megfigyelő eseményhorizontja gyorsabban növekszik, mint a modus hullámhossza, mivel az eseményhorizont a tágulás sebességének reciproka.



5.10. ÁBRA

A HULLÁMHOSSZ ÉS AZ ESEMÉNYHORIZONT SUGARA AZ IDŐ FÜGGVÉNYÉBEN A FELFÚVÓDÁSKOR

Eszerint tehát a hullámhossz a felfúvódás időszakában nagyobbá válik az eseményhorizontnál, később azonban csökkenése miatt visszatér az eseményhorizonton belülre (5.10. ábra). Ez utóbbi pillanatban a hullámfüggvény még mindig pontosan olyan lesz, mint amilyen állapotban korábban befagyott, a frekvencia azonban már sokkal kisebb. A hullámfüggvény ezért magasan gerjesztett állapotnak felel meg, szemben a befagyáskor mutatott alapállapotával. A gravitációs hullám modusainak ez a kvantummechanikai gerjesztése olyan szögjellegű fluktuációkat kelt a mikrohullámú háttérsugárzásban, amelyek amplitúdója (Planck-egységekben) megegyezik a tágulás sebességével abban a pillanatban, amikor a hullámfüggvény befagyott. Eszerint tehát a COBE műhold által a mikrohullámú háttérsugárzásban megfigyelt 10^{-5} relatív nagyságú fluktuációk 10^{-10} Planck-egységben szabják meg a hullámfüggvény energiasűrűségének felső határát befagyása

pillanatában. Ez elegendően kicsi ahhoz, hogy az általam használt közelítés pontos legyen.

A gravitációs hullám tenzor-harmonikusai azonban csak felső határt adnak a sűrűségre a befagyás pillanatában. Ez azért van így, mert kiderül, hogy a skalár-harmonikusok nagyobb fluktuációkat keltenek a mikrohullámú háttérsugárzásban. A skalár-harmonikusoknak a háromdimenziós h_{ij} metrikában két, a skalártérben pedig egy szabadsági fokuk van. Ezen skaláris szabadsági fokok közül azonban kettő a koordináta-rendszer szabadságának felel meg. Így tehát egyetlenegy fizikai skaláris szabadsági fok marad, ami a sűrűségperturbációknak felel meg.

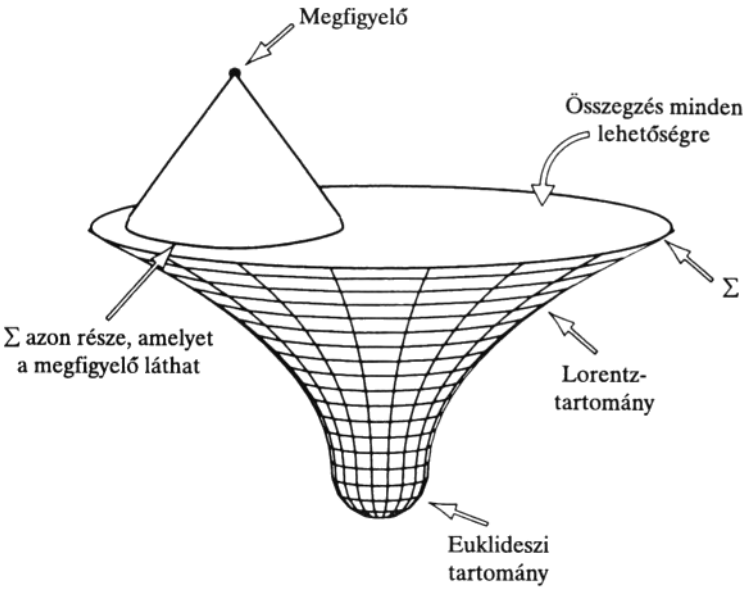
A skalár perturbációk elemzése nagyon hasonló a tenzorharmonikusokéhoz, ha a hullámfüggvény befagyása előtti időszakra egy bizonyos fajta koordinátákat választunk, az azt követő időszakra pedig másikat. Ha át akarunk térni az egyik fajta koordinátákról a másikra, akkor az amplitúdót meg kell szorozni a tágulás sebességének és ϕ átlagos változási sebességének a hányadosával. Ez a hányados a potenciálgödör oldalfala meredekségétől függ, de az ésszerű potenciálok esetén az értéke legalább tíz. Ez azt jelenti, hogy a mikrohullámú háttérsugárzás sűrűségperturbációk által keltett fluktuációi legalább tízszer akkorák lesznek, mint a gravitációs hullámok által keltettek. Eszerint a hullámfüggvény befagyásának pillanatában az energiasűrűség felső határa csupán a Planck-sűrűség 10^{-12}-szerese. Ez jóval az általam használt közelítések érvényességi körén belül van. Úgy tűnik tehát, hogy még a Világegyetem kezdeteinek megértéséhez sincs szükségünk a húrelméletre.

A forgás jellegű fluktuációk spektruma a jelenlegi megfigyelések pontosságán belül megegyezik azzal az előrejelzéssel, mely szerint ezeknek csaknem skálafüggetleneknek kell lenniük. A sűrűségperturbációk nagysága pedig pontosan akkora, amekkorát a galaxisok és a csillagok kialakulásának magyarázata megkövetel. Úgy tűnik tehát, hogy a határ nélküli elképzelés a Világegyetem minden szerkezetének létezésére magyarázatot tud adni, beleértve az olyan jelentéktelen inhomogenitásokat, mint amilyenek mi magunk vagyunk.

A COBE előrejelzések és a gravitációs hullámok perturbációi	⇒	az energiasűrűség felső határa 10^{-10} Planck-sűrűség
további sűrűségperturbációk	⇒	az energiasűrűség felső határa 10^{-12} Planck-sűrűség
a korai Világegyetem belső gravitációs hőmérséklete	≈	10^{-6} Planck-hőmérséklet = 10^{26} fok

A mikrohullámú háttérsugárzás perturbációit úgy képzelhetjük el, mint amelyek a ϕ skalártér termikus fluktuációiból keletkeznek. A felfúvódó szakasz hőmérséklete a tágulás sebességének 2π-ed része, mivel a jelenség a képzetes időben periodikus. Így tehát bizonyos értelemben nincs is szükségünk arra, hogy rátaláljunk egy ősi tűzgömbre, hiszen már megfigyeltünk egy belső gravitációs hőmérsékletet, amely 10^{26} fok, vagyis a 10^{-6} Planck-hőmérséklet nagyságrendjébe esik.

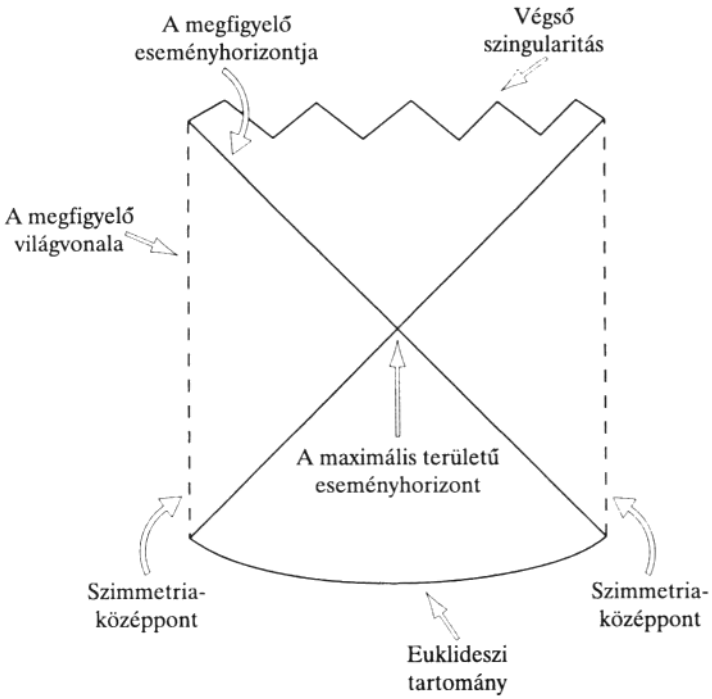
De mi a helyzet a kozmológiai eseményhorizonttal kapcsolatos belső entrópiával? Meg tudjuk-e ezt valahogy figyelni? Véleményem szerint igen, és azt hiszem, ez azért van így, mert egyes égitestek, például a csillagok és a galaxisok klasszikus mechanikai objektumok, bár kvantummechanikai fluktuációk hozták őket létre. Ha egy, az egész Világegyetemet egyetlen pillanat alatt átfogó, Σ térszerű felületként szemléljük a Világegyetemet, akkor ez egyetlen, a Ψ hullámfüggvény által leírt kvantumállapotban lesz. Soha nem láthatjuk azonban a Σ felület több mint a felét, és semmiféle információnk nincs arról, milyen lehet a Világegyetemnek a saját fénykúpunkon kívül eső része. Eszerint, ha ki akarjuk számítani a megfigyelések valószínűségét, akkor minden lehetőséget összegeznünk kell, még Σ azon részeire is, amelyeket nem tudunk megfigyelni (5.11. ábra).



5.11. ÁBRA

A MEGFIGYELŐ BÁRMELY Σ FELÜLETNEK CSAK EGY RÉSZÉT LÁTHATJA

Az összegezés hatására megváltozik a Világegyetemnek az általunk megfigyelt része, és az egyetlen kvantumállapot helyét a különböző lehetőségek statisztikai sokasága, az ún. *kevert állapot* veszi át. Az ilyen úgynevezett szétcsatolásra azért van szükség, hogy a rendszer ne a kvantummechanika, hanem a klasszikus fizika szabályai szerint viselkedjék. A szétcsatolást általában valamilyen külső rendszerrel, például egy hőtartállyal való kölcsönhatással próbáljuk megmagyarázni, melynek hatását nem mérjük. A Világegyetem esetében azonban nem létezik semmiféle külső rendszer. Véleményem szerint azért tudunk mégis klasszikus viselkedést megfigyelni, mert csak a Világegyetem egy részéről szerezhetünk információt. Azt hihetnénk, hogy nagyon sok idő elteltével majd megpillanthatjuk az egész Világegyetemet, az eseményhorizont pedig eltűnik.



5.12. ÁBRA

A VILÁGEGYETEM ÖSSZEOMLIK A VÉGSŐ SZINGULARITÁSBA, MÉG MIELŐTT A MEGFIGYELŐ LÁTHATNÁ AZ EGÉSZ VILÁGEGYETEMET

Ez azonban nem így van! A határ nélküli elképzelésből következően a Világegyetem térben zárt. A zárt Világegyetem viszont összeomlik, még mielőtt bármely megfigyelő számára elég idő telne el ahhoz, hogy belássa az egész Világegyetemet. Megpróbáltam megmutatni, hogy egy ilyen Világegyetem entrópiája negyedrésze a maximális kiterjedéskor elért eseményhorizont méretének (5.12. ábra). Azonban abban a pillanatban úgy tűnik, hogy számomra ez a tényező nem $^1/_4$, hanem csak $^3/_{16}$. Nyilvánvalóan vagy rossz úton járok, vagy pedig valamiről megfeledkeztem.

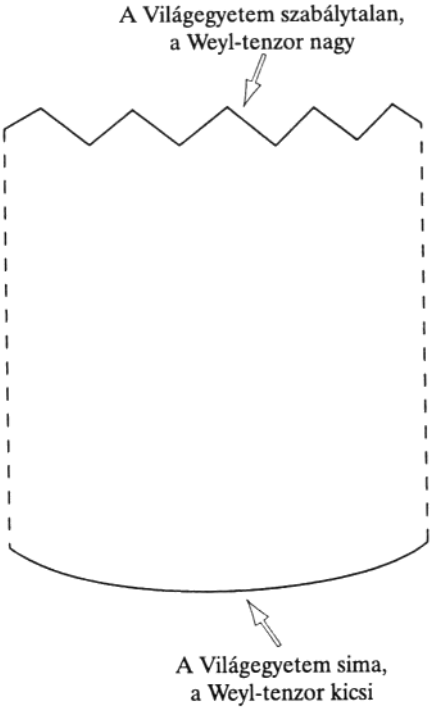
A mai előadást egy olyan témával szeretném befejezni, amelyről Roger és én nagyon különbözőképpen vélekedünk – ez az idő iránya. A Világegyetem általunk elérhető részében nagyon határozottan meg tudjuk különböztetni az idő előre,

illetve hátrafelé mutató irányát. Elég, ha megnézünk egy visszafelé lejátszott filmet, máris nyilvánvaló a különbség. Ahelyett, hogy a csészék leesnének az asztalról és összetörnének, darabjaikból egybeforrnak, és felugranak az asztalra. Bárcsak a valóságban is megtörténhetne ilyesmi!

Azok a helyi törvények, amelyeknek a fizikai terek engedelmeskednek, időben szimmetrikusak, pontosabban szólva CPT-invariánsok. Eszerint a múlt és a jövő között megfigyelt különbségnek a Világegyetem határfeltételeiből kell erednie. Fogadjuk el, hogy a Világegyetem térben zárt, tágulása során pedig elér egy maximális kiterjedést, majd összeomlik. Amint Roger hangsúlyozta, a történet két végén a Világegyetem állapota nagyon eltérő. A Világegyetem kezdetének nevezett időpontban nagyon simának és szabályosnak tűnik. Az összeomlását követően azonban arra kell számítanunk, hogy nagyon rendezetlen és szabálytalan lesz. Minthogy sokkal több rendezetlen állapot képzelhető el, mint ahány rendezett, ezért a kezdeti feltételeket hihetetlenül pontosan kellett volna megválasztani.

Ezért úgy látszik, hogy az idő két végén eltérő határfeltételeknek kell fennállniuk. Roger feltevése szerint az idő egyik végén el kell tűnnie a Weyl-tenzornak, a másik végén azonban nem. A Weyl-tenzor a téridő görbületének azt a részét írja le, amelyet nem az anyag helyi eloszlása határoz meg az Einstein-egyenleteknek megfelelően. Értékének kicsinek kellett volna lennie a sima, rendezett, korai állapotokban, azonban nagynak az összeomló Világegyetemben. Eszerint ez az elképzelés különbséget tesz az idő két végpontja között, ezért magyarázatot ad az idő irányára (5.13. ábra).

Szerintem Roger javaslata „ravasz" (a Weyl-tenzorra utaló szóvicc, Weiliness = ravaszság, fortély, alattomosság – *a fordító megjegyzése*), a szónak több értelmében is. Először is nem CPT-invariáns.



5.13. ÁBRA

A WEYL-TENZOR HIPOTÉZIS A VILÁGEGYETEM KÉT VÉGSŐ ÁLLAPOTÁNAK MEGKÜLÖNBÖZTETÉSÉRE

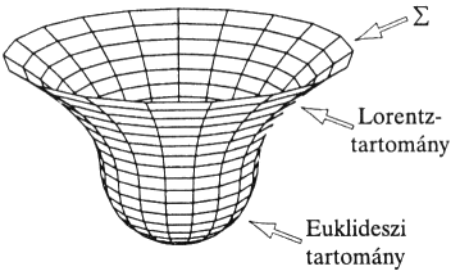
Roger ezt az elképzelés érdemének tekinti, de szerintem mindaddig ragaszkodnunk kell a szimmetriákhoz, amíg valamilyen érvek ennek feladására nem kényszerítenek. Az én érvelésem szerint nem kell feladni a CPT-invarianciát. Másodszor, ha a Weyl-tenzor a korai Világegyetemben pontosan nulla lett volna, akkor a Világegyetem pontosan homogén és izotróp lett volna, és mindvégig az is maradt volna. Roger Weyl-hipotézise nem képes megmagyarázni sem a háttérsugárzás fluktuációit, sem pedig azokat a perturbációkat, amelyek lehetővé teszik galaxisok, csillagok, sőt, a mi magunk létezését.

A Weyl-tenzor hipotézis nehézségei

1. Nem CPT-invariáns.
2. A Weyl-tenzor nem lehet pontosan nulla. Nem magyarázza meg a kis fluktuációkat.

Mindezek ellenére azt hiszem, Roger az idő két vége közötti nagyon fontos különbségre érzett rá. Azt a tényt azonban, hogy a Weyl-tenzor az idő egyik végén kicsi volt, nem szabad valamilyen *ad hoc* határfeltételként bevezetni, hanem egy sokkal alapvetőbb elvből, nevezetesen a határ nélküli elképzelésből kellene levezetni. Amint korábban láttuk, ebből az elképzelésből az következik, hogy a fél euklideszi, négydimenziós gömb és a fél Lorenz-de Sitter-megoldáson kialakuló perturbációk alapállapotúak. Eszerint tehát a perturbációk a lehetséges legkisebbek, összhangban a határozatlansági relációval. Ebből következően Roger Weyl-tenzorra adott feltételét az alábbiak szerint kell módosítani: a Weyl-tenzor ne legyen pontosan nulla, hanem csak a lehető legkisebb mértékben térjen el a nullától.

Eleinte azt gondoltam, hogy ezek az alapállapotú perturbációkra vonatkozó érvek a tágulási-összehúzódási ciklus mindkét végére érvényesek. A Világegyetem kezdetben sima és rendezett, majd tágulása során egyre rendezetlenebbé és szabálytalanabbá válik. Azt gondoltam azonban, hogy az összehúzódó szakaszban, ahogy egyre kisebbé válik, úgy fokozatosan visszatér a sima és rendezett állapotába. Ebből viszont az következett volna, hogy az idő termodinamikai értelemben vett irányának az összehúzódó fázisban meg kell fordulnia. A csészék tehát egybeforrnának és felugranának az asztalra. Az emberek nem öregednének, hanem egyre fiatalabbá válnának, ahogy csökkenne a Világegyetem mérete. Egyelőre nem érdemes azonban arra várnunk, hogy a Világegyetem elkezdjen összehúzódni és ezzel együtt visszatérjen az ifjúságunk, mert nem győznénk kivárni.



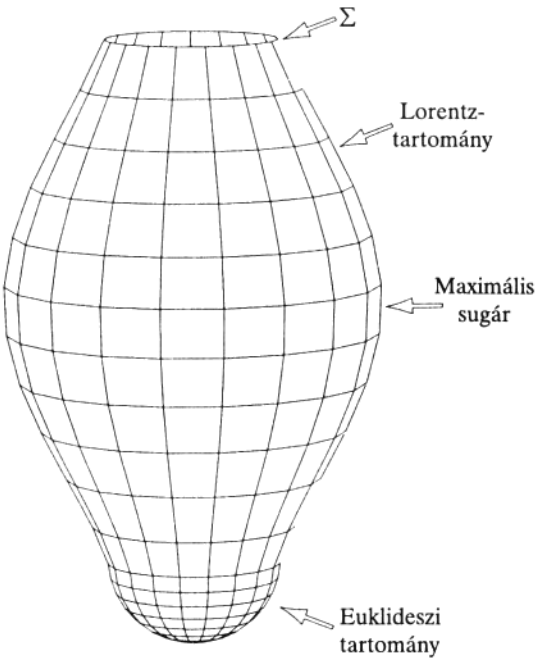
5.14. ÁBRA

AZ EUKLIDESZI NÉGYDIMENZIÓS GÖMB FELÉT HOZZÁKAPCSOLJUK A LORENTZ-DE SITTER-MEGOLDÁS KIS RÉSZÉHEZ

Azonban ha az idő iránya megfordul, amikor a Világegyetem elkezd összehúzódni, akkor ugyanennek meg kell történnie a fekete lyukak belsejében is. Mindamellett nem ajánlanám, hogy bárki is beleugorjon egy fekete lyukba, abban a reményben, hogy ezzel meghosszabbíthatja az életét.

Egy korábbi cikkemben azt állítottam, hogy az idő iránya megfordul, amikor a Világegyetem elkezd összehúzódni. Később azonban a Don Page-dzsel és Raymond Laflamme-mal folytatott viták meggyőztek arról, hogy életem legnagyobb tévedését követtem el, legalábbis ami a fizika területén elkövetett tévedéseket illeti: a Világegyetem ugyanis az összeomlás eredményeképpen nem fogja elérni a korábbi sima és rendezett állapotát. Márpedig ez azt jelenti, hogy az idő iránya akkor sem fordul meg, amikor a tágulás átcsap összehúzódásba. Az idő továbbra is ugyanúgy múlik, mint ahogy a táguló szakaszban tapasztaljuk.

Hogyan lehet az idő két vége mégis különböző? Miért kell az egyik végén kicsiknek lenni a perturbációknak, a másik végén viszont nem? A kérdés nyitja, hogy a téregyenleteknek két komplex megoldása lehetséges, amelyek egy kicsiny, háromdimenziós gömb határának felelnek meg. Az egyik megoldás az, amit korábban már leírtam: az euklideszi négydimenziós gömb körülbelül felét hozzákapcsoljuk a Lorentz-de Sitter-megoldás kis részéhez (5.14. ábra).



5.15. ÁBRA

AZ EUKLIDESZI NÉGYDIMENZIÓS GÖMB FELÉT EGY OLYAN LORENTZ-MEGOLDÁSHOZ KAPCSOLJUK HOZZÁ, AMELY EGY MAXIMÁLIS SUGÁRIG TÁGUL, MAJD ÖSSZEZSUGORODIK

A másik lehetséges megoldás az, amikor az euklideszi négydimenziós gömb ugyanezen felét egy olyan Lorentz-megoldáshoz kapcsoljuk hozzá, amely nagyon nagy méretűre tágul, majd ismét összehúzódik az adott határfeltételnek megfelelő kis sugarúra (5.15. ábra). Nyilvánvalóan az egyik megoldás az idő egyik végének, a másik pedig a másik végének felel meg. A két végpont közötti különbség abból a tényből adódik, hogy a h_{ij} háromdimenziós metrikában a perturbációk az első megoldásban rövid Lorentz-periódussal erőteljesen csillapodnak. Az előbb táguló, majd összehúzódó megoldásban ezzel szemben a perturbációk nagyon nagyok lehetnek, anélkül hogy számottevő mértékben csillapodnának. Ez okozza az idő két vége között azt a különbséget, amelyre Roger rámutatott. Az idő egyik végén a Világegyetem nagyon sima, a Weyl-tenzor

pedig nagyon kicsi volt. Nem lehetett azonban pontosan nulla, mert ez a határozatlansági elv megsértését jelentette volna. Ehelyett kicsiny fluktuációknak kellett létezniük, amelyek később galaxisokká és hozzánk hasonló testekké fejlődtek. Mindezzel ellentétben az idő másik végén a Világegyetemnek nagyon szabálytalannak és kaotikusnak kellett volna lennie, a Weyl-tenzor jellemzően nagy értéke mellett. Ez megmagyarázná az idő megfigyelt irányát, azzal együtt, hogy a csészék miért esnek le az asztalról és törnek össze, ahelyett hogy egybeforrnának és felugranának eredeti helyükre.

Minthogy tehát az idő iránya nem fordul meg, a számomra kijelölt idő viszont letelt, ezért legjobban teszem, ha befejezem az előadásomat. Megismétlem, hogy mi az a két legfigyelemreméltóbb jelenség, amelyeket a térre és az időre vonatkozó kutatásaim során megtanultam: (1) a gravitáció összecsavarja a téridőt, ezért annak kezdete és vége van; (2) mély kapcsolat van a gravitáció és a termodinamika között, méghozzá azért, mert maga a gravitáció határozza meg annak a sokaságnak a topológiáját, amelyre hat.

A téridő pozitív görbülete szingularitásokat hoz létre, amelyekben az általános relativitáselmélet érvényét veszíti. A kozmikus cenzúra megvédhet bennünket a fekete lyukak szingularitásaitól, az Ősrobbanást azonban továbbra is a maga meztelen valóságában látjuk. A klasszikus általános relativitáselmélet nem képes megmondani, hogyan kezdődött a Világegyetem története. Ezzel szemben a kvantumos általános relativitáselmélet és a határ nélküli elképzelés együttesen éppen olyan Világegyetemet jósol meg, amilyent megfigyelünk, sőt úgy tűnik, hogy még a mikrohullámú háttérsugárzás fluktuációinak spektrumát is helyesen jósolja meg. Bár a kvantummechanika visszaállítja azt az előrejelezhetőséget, amelyet a klasszikus fizika elveszít, ezt csak részben teszi meg. Minthogy a fekete lyukak eseményhorizontja és a kozmológiai eseményhorizont miatt nem láthatjuk az egész téridőt, ezért megfigyeléseinket kvantumállapotok sokasága írja le, nem pedig egyetlen állapot. Ez újabb bizonytalansági tényezőt hoz a képbe, viszont ennek köszönhetően érthetővé válik, miért tűnhet a Világegyetem a klasszikus fizikával leírhatónak. Ez

megmenti Schrödinger macskáját attól, hogy félig eleven és ugyanakkor félig holt állapotban létezzék.

Ahogy megfosztottuk a fizikát az előrejelezhetőség képességétől, majd valamilyen korlátozott értelemben sikerült ezt a lehetőséget visszacsempésznünk, ez valóban sikertörténet. Ennyit szerettem volna elmondani.

HATODIK FEJEZET

A TÉRIDŐ TVISZTOR KÉPE

R. Penrose

Engedjék meg, hogy először néhány megjegyzést fűzzek Stephen legutóbbi előadásához.

- **A macskák klasszikussága.** Stephen érvelése szerint, minthogy a téridő bizonyos tartományai elérhetetlenek a számunkra, ezért rákényszerülünk a sűrűségmátrix segítségével történő leírásra. Ez azonban nem elegendő a környezetünkben végezhető megfigyelések klasszikus természetének magyarázatához. Az a sűrűségmátrix, amely azt fejezi ki, hogy vagy egy élő (|élő⟩) vagy pedig egy holt (|holt⟩) macskát találunk, megegyezik a két szuperpozíció keverékét leíró sűrűségmátrixszal.

$$\frac{1}{\sqrt{2}}(|\text{élő}\rangle + |\text{holt}\rangle)$$

és

$$\frac{1}{\sqrt{2}}(|\text{élő}\rangle - |\text{holt}\rangle)$$

Eszerint a sűrűségmátrix egymagában nem árulja el, hogy élő vagy holt macskát látunk, vagy esetleg a fenti két szuperpozíció valamelyikét. A legutóbbi előadásom végén megpróbáltam amellett érvelni, hogy ezzel nem elégszünk meg.

- **A Weyl-görbület hipotézise.** Amennyire sikerült megértenem Stephen álláspontját, nem hiszem, hogy jelentős nézeteltérés lenne közöttünk ezzel kapcsolatban. Bármely kezdeti szingularitásra a Weyl-görbület közelítőleg nulla, míg a végső típusúak Weyl-görbülete nagy. Stephen érvelése szerint a kezdeti állapotban kis kvantumfluktuációknak kell jelen lenniük, ezért rámutatott, hogy nem ésszerű az a feltételezés, mely szerint a kezdeti Weyl-görbületnek pontosan nullának kellett lennie. Én azonban nem hiszem, hogy itt valódi véleménykülönbségről lenne szó. Az a kijelentés, hogy a kezdeti szingularitásban a Weyl-görbület nulla, klasszikus fizikai, ugyanakkor van bizonyos fokú rugalmasság a hipotézis pontos megfogalmazásában. Véleményem szerint a kis perturbációk elfogadhatók, természetesen a kvantummechanika érvényességi tartományában. Csupán olyasvalamire van szükségünk, ami nullához nagyon közeli értékűvé kényszeríti. Számítanunk kell a korai Világegyetemben (az anyag jelenléte miatt) a Ricci-tenzorban is termikus fluktuációkra, sőt az is elképzelhető, hogy végső soron ezek vezetnek a Jeans-instabilitás révén a $10^6 M_S$ tömegű fekete lyukak kialakulásához. A szingularitás közelében ezeknek a fekete lyukaknak nagy a Weyl-görbülete, de ezek nem kezdeti, hanem végső típusú fekete lyukak, így nem kerülünk ellentmondásba a Weyl-görbület hipotézisével.

  Egyetértek Stephennel abban, hogy a Weyl-görbület hipotézise „botanikai” típusú, azaz csupán fenomenológiai leírás, anélkül hogy magyarázatot adna a jelenségre. A magyarázathoz valamilyen alapvető elméletre lenne szükség. Talán Hartle és Hawking határ nélküli elképzelése jó jelölt lehet a *kezdeti* állapot szerkezetének magyarázatára. Úgy tűnik azonban, hogy valami egészen másra lenne szükségünk, ha a *végső* állapottal is meg akarunk birkózni. Arról van ugyanis szó, hogy a szingularitások szerkezetére magyarázatot adó elmélet megsértené a T-, a PT-, a CT- és a CPT-szimmetriát, csak azért, hogy a Weyl-görbület hipotézise vagy valami ahhoz

hasonló érvényes lehessen. Az időbeli szimmetriának ez a hibája meglehetősen csekélyke lehet; talán belefoglalható a kvantummechanikán túlmutató elmélet szabályaiba. Stephen érvelése szerint a kvantum-térelmélet egyik jól ismert tétele esetében arra kell számítanunk, hogy az elmélet CPT-invariáns. A tétel bizonyítása során azonban feltételezzük, hogy a kvantum-térelmélet szokásos szabályai alkalmazhatóak és a hátteret alkotó tér sík. Szerintem Stephen és én egyetértünk abban, hogy a második feltétel nem áll fenn, de a magam részéről azt hiszem, hogy az első feltevés is hibás.

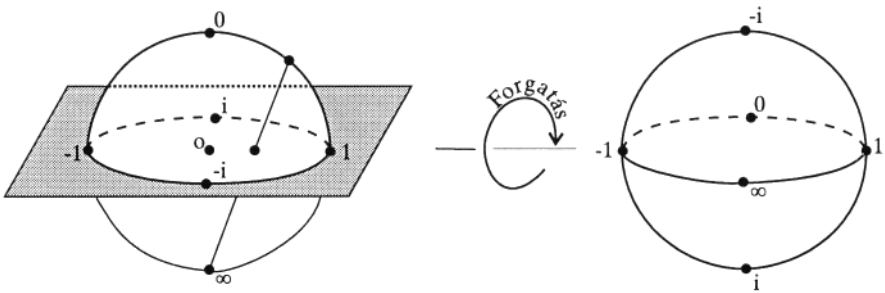
Számomra úgy tűnik továbbá, hogy a Stephen által a határ nélküli elképzeléssel kapcsolatban kifejtett álláspontból nem következik, hogy nem léteznek fehér lyukak. Ha helyesen értelmezem Stephen felfogását, akkor a határ nélküli elképzelésből az következik, hogy alapvetően kétféle megoldás létezik: egy olyan (A), ahol a perturbációk a szingularitástól távolodva növekednek, valamint egy olyan (B), ahol megszűnnek. Lényegében (A) az Ősrobbanásnak felel meg, miközben (B) a fekete lyukak szingularitásait és a Nagy Reccset írja le. Az idő iránya, amit a termodinamika második főtétele határoz meg, az (A) megoldás irányából a (B) felé mutat. Nem látom azonban, hogy a határ nélküli elképzelés milyen módon zárja ki a (B) típusú fehér lyukakat. Egy másik témával kapcsolatban, aggályaim vannak az „euklideszivé tétel folyamatát" illetően is. Stephen érvelése azon a tényen alapul, hogy képesek lehetünk összeragasztani egy euklideszi és egy Lorentz-féle megoldást. Nagyon kevés olyan tér létezik azonban, amelyek esetében ezt meg lehet tenni, minthogy ehhez meg kell követelni, hogy a megoldásnak egyaránt legyen euklideszi és Lorentz-féle metszete is. Az általános eset természetesen nagyon távol van ettől a helyzettől.

A TVISZTOROK ÉS A TVISZTORTÉR

Mi lehet az a mélyebb ok, ami miatt az euklideszivé tétel hasznos a kvantum-térelméletben? A kvantum-térelméletben a térmennyiségeket pozitív és negatív frekvenciájú részekre kell felbontani. Az előbbiek az időben előrefelé haladva terjednek, míg az utóbbiak visszafelé. Ahhoz, hogy megkapjuk az elmélethez tartozó propagátorokat (terjedési függvényeket), olyan módszerre van szükségünk, amellyel ki tudjuk válogatni a térmennyiségek pozitív frekvenciájú (azaz pozitív energiájú) részét. E szétválasztás végrehajtásának egy lehetséges (az eddigiektől eltérő) kerete a *tvisztorelmélet,* olyannyira, hogy eredetileg a tvisztorok kidolgozásának egyik legfőbb indítéka éppen e szétválasztás igénye volt (lásd Penrose 1986).

Az elmélet részletesebb magyarázata előtt vegyük szemügyre a kvantummechanikában alapvető jelentőségű komplex számokat, amelyekről nemsokára az is kiderül, hogy a téridő szerkezete szempontjából is rendkívül fontosak. Ezek a $z = x + iy$ alakú számok, ahol x és y valós számok, és i-t az $i^2 = -1$ egyenlettel definiáljuk. A komplex számok halmazát C-vel jelöljük. Ezeket a számokat egy síkon, az úgynevezett komplex számsíkon ábrázolhatjuk. Ha egy végtelenben fekvő pontot hozzáadunk a halmazhoz, akkor pontjai egy gömbfelületen is ábrázolhatóak, amelyet *Riemann-gömbnek* nevezünk. Ez a gömb nagyon hasznos fogalomnak bizonyul nemcsak a matematika sok területén, például az analízisben és a geometriában, hanem a fizikában is. Ezt a gömböt (a végtelenben fekvő ponttal együtt) leképezhetjük egy síkra. Vegyük fel a síkot úgy, hogy az a gömb egyenlítője síkjába essék, majd kössük össze a gömb minden pontját a déli pólusával. Az a pont, ahol ez az összekötő vonal metszi a síkot, megfelel a síkon a gömbfelület adott pontjának. Figyeljük meg, hogy ezen eljárás szerint az északi pólust a sík origójába képezzük le, a déli pólus a végtelenbe kerül, a valós tengely (a valós számoknak megfelelő koordinátatengely) pedig az északi és a déli póluson egyaránt keresztülhaladó, függőleges síkban fekvő körré képeződik le. A gömböt elforgathatjuk, úgy, hogy a valós számok az egyenlítőjének feleljenek meg. A továbbiakban megállapodás szerint ezt az elrendezést kívánom alkalmazni (6.1. ábra).

Tételezzük fel, hogy adott az x valós változó $f(x)$ függvénye, amely komplex függvényértékeket is felvehet.

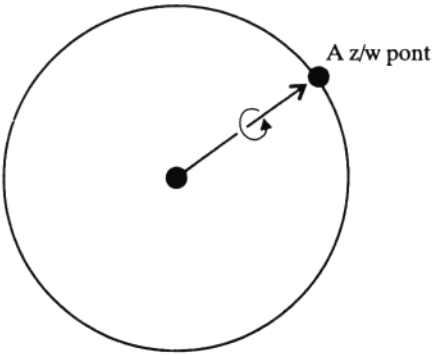


6.1. ÁBRA

AZ ÖSSZES KOMPLEX SZÁMOT A ∞-NEL EGYÜTT ÁBRÁZOLÓ RIEMANN-GÖMB

A fentiek értelmében f az egyenlítő mentén értelmezett függvényként képzelhető el. E szemléletmód előnyeinek köszönhetően egyszerűen el tudjuk dönteni, hogy f pozitív vagy negatív frekvenciájú. Eszerint $f(x)$ akkor pozitív frekvenciájú függvény, ha kiterjeszthető egy, az északi félgömbön haladó holomorf (komplex analitikus) függvénnyé, illetve hasonlóképpen, akkor negatív frekvenciájú, ha ugyanígy kiterjeszthető a déli félgömbön haladó függvénnyé. Az általános alakú függvények pozitív és negatív frekvenciájú részekre bonthatók. A tvisztorelmélet alapötlete szerint a fenti matematikai segédeszközt teljes általánosságában magára a téridőre alkalmazzuk. Ha adott valamilyen mező a Minkowski-féle téridőben, akkor azt hasonlóképpen pozitív és negatív frekvenciájú részekre akarjuk felbontani. Ahhoz, hogy ezt a felbontást könnyebben megértsük, megalkotjuk a tvisztorteret. (A tvisztorokra vonatkozó további információkat lásd Penrose és Rindler 1986, valamint Huggett és Tod 1985.)

Mielőtt azonban ezt a műveletet részletesen is elvégeznénk, figyeljük meg a Riemann-gömb két, a fizikában fontos tulajdonságát.



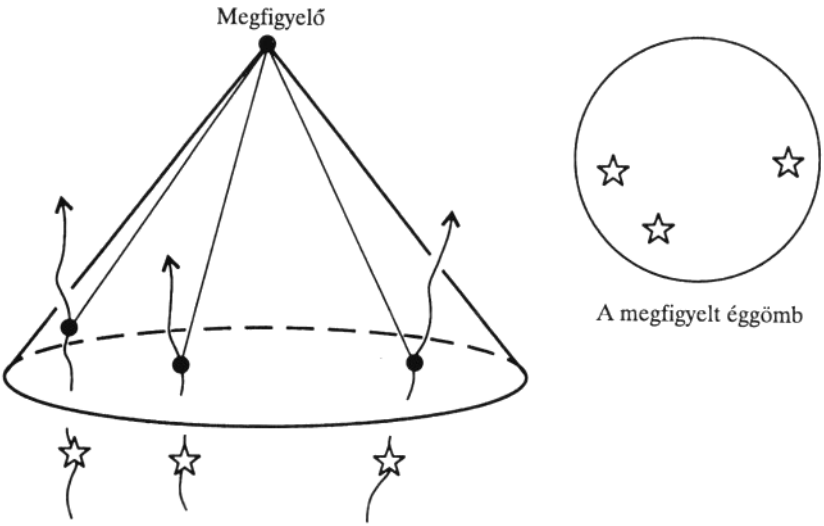
6.2. ÁBRA

A ½ SPINŰ RÉSZECSKE SPINJÉNEK IRÁNYÁT LEÍRÓ TÉR A *w* (SPIN FEL) ÉS *z* (SPIN LE) AMPLITÚDÓK *z*/*w* ARÁNYÁVAL JELLEMZETT RIEMANN-GÖMB

1. Valamely ½ spinű részecske hullámfüggvénye a „fel” és a „le” állapotok lineáris szuperpozíciójaként írható fel:

$$w|\uparrow\rangle + z|\downarrow\rangle.$$

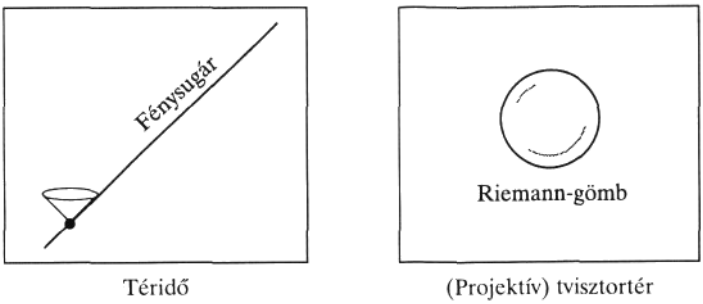
   Ezt az állapotot a Riemann-gömbön a z/w pont ábrázolja. Ez egyúttal annak a pontnak felel meg, ahol a spin pozitív tengelye – a középpontból kiindulva – metszi a gömb felületét. (Nagyobb spinek esetében a szerkezet bonyolultabb, lásd eredetileg Majorana 1932; vö. továbbá Penrose 1994, aki továbbra is a Riemann-gömböt használja.) Ezzel megfeleltethetjük egymásnak a kvantummechanikai komplex amplitúdókat, illetve a téridőbeli szerkezeteket (6.2. ábra).
2. Képzeljünk el a téridő valamely pontjában egy megfigyelőt, aki a csillagokat nézi. Tételezzük fel, hogy a megfigyelt csillagok szöghelyzetét felrajzolja egy gömbre. Ha ugyanazon a ponton ugyanabban a pillanatban, de az előzőtől eltérő sebességgel egy másik megfigyelő is áthalad, akkor az aberráció hatása következtében ő a gömbön másutt ábrázolja a csillagokat.



6.3. ÁBRA

A MEGFIGYELŐ ÁLTAL LÁTOTT ÉGGÖMB A RELATIVITÁSELMÉLET SZERINT TERMÉSZETSZERŰEN EGY RIEMANN-GÖMB

Mindebben az a figyelemre méltó, hogy a csillagok által a gömbön elfoglalt két különböző pozíció között egy speciális transzformáció, az úgynevezett *Möbius-transzformáció* teremt kapcsolatot. Ez a transzformáció pontosan olyan csoportot hoz létre, amely megőrzi a Riemann-gömb komplex szerkezetét. Eszerint tehát a téridő egy adott pontján áthaladó fénysugarak tere magától értetődően egy Riemann-gömb lesz. Ezt a magam részéről nemcsak egyszerűen gyönyörűnek találom, hanem azt is megállapítom, hogy a fizikában a különböző sebességgel haladó megfigyelőket összekapcsoló szimmetriacsoport, a (korlátozott) Lorentz-csoport a (komplex) egydimenziós sokaság legegyszerűbb automorf csoportjaként, vagyis a Riemann-gömb formájában valósítható meg (lásd a 6.3. ábrát, továbbá Penrose és Rindler 1984).



6.4. ÁBRA

AZ ALAPVETŐ TVISZTOR-MEGFELELTETÉS SZERINT A MINKOWSKI-FÉLE TÉRIDŐ FÉNYSUGARAINAK A (PROJEKTÍV) TVISZTORTÉR PONTJAI FELELNEK MEG, MÍG A TÉRIDŐ PONTJAIT RIEMANN-GÖMBÖK ÁBRÁZOLJÁK

A tvisztorelmélet alapötlete értelmében megpróbáljuk kihasználni a kvantummechanika és a téridőbeli szerkezetek közötti, fentebb vázolt és a Riemann-gömb formájában megtestesülő kapcsolatot oly módon, hogy azt ki akarjuk terjeszteni az egész téridőre. Teljes fénysugarak viselkedését fogjuk vizsgálni, mert ezeket alapvetőbbeknek tekintjük a téridő egyes pontjainál. Ily módon a téridőt csupán másodlagos fogalomnak tekintjük, ugyanakkor a tvisztorteret – amely eredetileg a fénysugarak tere volt – tartjuk az alapvetőbb térnek. E két tér közötti kapcsolatot olyan megfeleltetés biztosítja, amely a téridőbeli fénysugarakat a tvisztortér pontjaiba viszi át. A téridő valamely pontja a rajta keresztülhaladó fénysugarakkal jellemezhető. Eszerint tehát a téridő egy pontjának a tvisztortérben egy Riemann-gömb felel meg. A tvisztorteret olyan térnek képzelhetjük el, amelyben le tudjuk írni a fizikát (6.4. ábra).

A tvisztortér eddigi bemutatása alapján kiderült, hogy öt (valós) dimenziós, ezért nem lehet komplex tér, ugyanis a komplex terek mindig páros (valós) dimenziósak. Ha a fénysugarakat, mint a fotonok történetét képzeljük el, akkor figyelembe kell vennünk a foton energiáját és helicitását is, mely utóbbi jobbra vagy balra csavarodó lehet. Ez valamivel bonyolultabb az egyszerű fénysugárnál, viszont megvan az az

előnye, hogy végeredményül egy komplex, projektív, háromdimenziós (hat valós dimenziós) teret kapunk, melyet $\mathbb{CP}_3$-mal jelölünk. Ez *egy projektív tvisztortér* ($\mathbb{PT}$). Ezen belül létezik egy ötdimenziós $\mathbb{P}N$ altér, amely a $\mathbb{PT}$ teret két részre osztja, a $\mathbb{PT}^-$ és a $\mathbb{PT}^+$, bal, illetve jobb sodrású részekre.

Nos, a téridő pontjait négy valós számmal adhatjuk meg, a projektív tvisztortér koordinátáit ezzel szemben négy komplex számhoz tartozó arányok jelentik. Ha a tvisztortérben a (Z^0, Z^1, Z^2, Z^3) koordinátákkal leírt fénysugár áthalad a téridő (r^0, r^1, r^2, r^3) pontján, akkor teljesül az úgynevezett *beesési* összefüggés:

$$\begin{pmatrix} Z^0 \\ Z^1 \end{pmatrix} = \frac{i}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} r^0 + r^3 & r^1 + ir^2 \\ r^1 - ir^2 & r^0 - r^3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Z^2 \\ Z^3 \end{pmatrix}. \qquad (6.1.)$$

A (6.1.) beesési összefüggés szolgál a tvisztorok megfeleltetésének alapjául.

Ezek után be kell még vezetnem néhány, a kétdimenziós spinorokkal kapcsolatos jelölést. Ez az a pont, ahol sokan összezavarodnak, de a részletes számításokhoz ez a fogalom roppant kényelmes. Bármely négydimenziós r^a vektorhoz definiálhatjuk az $r^{AA'}$ mennyiséget, amelynek mátrixösszetevőit az alábbi összefüggés adja meg:

$$r^{AA'} = \begin{pmatrix} r^{00'} & r^{01'} \\ r^{10'} & r^{11'} \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} r^0 + r^3 & r^1 + ir^2 \\ r^1 - ir^2 & r^0 - r^3 \end{pmatrix}.$$

Az a feltétel, mely szerint r^a-nak *valósnak* kell lennie, egyszerűen azt jelenti, hogy $r^{AA'}$ *Hermite-típusú* legyen. Bármely tvisztortérbeli pontot két spinor határoz meg, melyek komponensei

$$\omega^A \equiv \begin{pmatrix} \omega^1 \\ \omega^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Z^0 \\ Z^1 \end{pmatrix} \quad \pi_{A'} \equiv \begin{pmatrix} \pi_0' \\ \pi_1' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Z^2 \\ Z^3 \end{pmatrix}.$$

A (6.1.) beesési összefüggés ezeket figyelembe véve a következő alakú lesz:

$$\omega = \mathrm{i} r \pi.$$

Meg kell jegyeznünk, hogy az origó eltolása esetén az

$$r^a \longmapsto r^a - Q^a,$$

helyettesítést alkalmazva r^a-ra,

$$\omega^A \longmapsto \omega^A - \mathrm{i} Q^{AA'} \pi_{A'},$$

miközben π_A változatlan marad:

$$\pi_{A'} \longmapsto \pi_{A'}.$$

A tvisztor egy tömeg nélküli részecske p_a impulzusának négy összetevőjét (melyek közül három független) és M^{ab} impulzusmomentumának hat összetevőjét (melyek közül négy független) adja meg. A megfelelő kifejezések a következők:

$$P_{AA'} = \mathrm{i} \bar{\pi}_A \pi_{A'}, \quad M^{AA'BB'} = \mathrm{i} \omega^{(A} \bar{\pi}^{B)} \varepsilon^{A'B'} - \mathrm{i} \varepsilon^{AB} \bar{\omega}^{(A'} \pi^{B')}.$$

ahol a zárójelek a szimmetrikus részt jelölik, továbbá ε^{AB} és $\varepsilon^{AB'}$ az antiszimmetrikus Levi-Civitá-szimbólumok. Ezek a kifejezések magukban foglalják azt a tényt is, hogy a p_a impulzus nulla, és a jövő irányába mutat, valamint a Pauli-Lubanski-féle spinvektor az s helicitás és a négydimenziós impulzusvektor szorzata. Ezek a mennyiségek meghatározzák az (ω^A, $\pi_{A'}$) tvisztorváltozókat, egy általános tvisztorfázis szorzó erejéig. A helicitás a következőképpen írható fel:

$$s = \frac{1}{2} Z^\alpha \bar{Z}_\alpha,$$

ahol a Z^α = (ω^A, $\pi_{A'}$) tvisztor komplex konjugáltja a $\bar{Z}_\alpha = \left(\bar{\pi}^A, \bar{\omega}^{A'}\right)$ *duális* tvisztor. (Vegyük észre, hogy a komplex konjugálás felcseréli az első és a második tvisztorindexet,

valamint a tvisztort felcseréli a duálisával.) Ebben az esetben $s > 0$ a jobb sodrású részecskéknek felel meg, vagyis annak, amit a tvisztortér $\mathbb{P}T^+$ felső felének tekintünk, illetve $s < 0$ a bal sodrású részecskéknek, tehát a tvisztortér $\mathbb{P}T^-$ alsó felének felel meg. Az $s = 0$ esetben kapjuk a tényleges fénysugarakat. (A $\mathbb{P}N$-re, azaz a fénysugarak terére vonatkozó egyenlet ennek megfelelően $Z^\alpha \bar{Z}_\alpha = 0$, azaz $\omega^A \bar{\pi}_A + \pi_{A'} \bar{\omega}^{A'} = 0$.

KVANTÁLT TVISZTOROK

Meg akarjuk alkotni a tvisztorok kvantummechanikáját, ehhez viszont definiálnunk kell a tvisztor hullámfüggvényét, ami a tvisztortéren értelmezett komplex függvényértékű $f(Z^\alpha)$ függvény. Nem jelenthetjük ki *a priori bármely* $f(Z^\alpha)$ függvényről, hogy az hullámfüggvény, minthogy Z^α-nak helyváltozókat és impulzusváltozókat tartalmazó komponensei is vannak, márpedig mindezeket nem használhatjuk egy időben ugyanazon hullámfüggvényben. A hely és az impulzus nem cserélhető fel. A tvisztortérben a felcserélési összefüggések a következő alakúak:

$$[Z^\alpha, \bar{Z}_\beta] = \hbar \delta^\alpha_\beta \quad [Z^\alpha, Z^\beta] = 0 \quad [\bar{Z}_\alpha, \bar{Z}_\beta] = 0.$$

Eszerint Z^α és $\bar{Z}^\alpha$ konjugált változók, ezért a hullámfüggvény csakis egyikük függvénye lehet, a másiké nem. Ez azt jelenti, hogy a hullámfüggvénynek Z^α holomorf (vagy más esetben antiholomorf) függvényének kell lennie.

Ezután meg kell vizsgálnunk, hogyan függenek az előző kifejezések az operátorok sorrendjétől. Kiderül, hogy az impulzusra és az impulzusmomentumra vonatkozó kifejezések függetlenek a sorrendtől, ezért kanonikusan meghatározottak. Másrészt viszont, a helicitásra vonatkozó kifejezés nem független az operátorok sorrendjétől, ezért a pontos definíciót kell figyelembe vennünk. Ehhez elő kell állítanunk a szimmetrikus szorzatot, azaz

$$s = \frac{1}{4}(Z^\alpha \bar{Z}_\alpha + \bar{Z}_\alpha Z^\alpha),$$

amely a Z^α tér szerinti képben a következőképpen fejezhető ki:

$$s = \frac{\hbar}{2}\left(-2 - Z^\alpha \frac{\partial}{\partial Z^\alpha}\right)$$

$$= \frac{\hbar}{2}(-2 - \text{a homogenitás foka } Z^\alpha\text{-ban}).$$

A hullámfüggvényt felbonthatjuk az s sajátállapotokra. Ezek éppen a homogenitást definiáló hullámfüggvények. Így például a spin nélküli, nulla helicitású részecske tvisztor hullámfüggvényének homogenitása -2. A balsodrású, ½ spinű részecske helicitása $s = -\hbar/2$, ezért a tvisztor hullámfüggvény homogenitása -1, míg ugyanezen részecske jobb sodrású változata (melynek helicitása $s = \hbar/2$) tvisztor hullámfüggvényének homogenitása -3 lenne. Ha a spin 2, akkor a jobb, illetve bal sodrású tvisztor hullámfüggvények homogenitása rendre -6 és +2.

Mindez némileg aszimmetrikusnak tűnhet, minthogy az általános relativitáselmélet végső soron jobb-bal szimmetriát mutat. Ez azonban nem olyan nagy baj, hiszen maga a Természet is jobb-bal aszimmetrikus. Továbbá, az általános relativitáselméletben nagyon hatékony eszközt jelentő Ashtekar-féle „új változók" ugyancsak jobb-bal aszimmetriát mutatnak. Érdekes, hogy két különböző úton egyaránt eljutunk ehhez a jobb-bal aszimmetriához.

Azt gondolhatnánk, hogy a $Z^\alpha \leftrightarrow \bar{Z}_\alpha$ felcseréléssel helyreállíthatjuk a szimmetriát és megfordíthatjuk a homogenitások táblázatát, majd ezután Z^α-t használunk az egyik helicitásra és $\bar{Z}_\alpha$-t a másikra. Azonban éppen úgy, ahogy a közönséges kvantummechanikában sem alkalmazhatjuk a hely- és az impulzustéri képet egyidejűleg, ugyanígy a Z^α és $\bar{Z}_\alpha$ képek sem keverhetők. Vagy az egyiket, vagy a másikat kell választanunk. Azt, hogy az egyik vagy a másik-e az alapvetőbb, később fogjuk megnézni.

Szeretnénk megkapni $f(Z)$ téridőbeli leírását. Ezt a következő, görbe menti integrállal tehetjük meg:

$$\begin{Bmatrix} \phi_{A'\ldots G'}(r) \\ \text{vagy} \\ \phi_{A\ldots G}(r) \end{Bmatrix} = \int_{\omega=\mathrm{i}r\pi} \begin{Bmatrix} \pi_{A'} \ldots \pi_{G'} \\ \text{vagy} \\ \frac{\partial}{\partial\omega^A} \ldots \frac{\partial}{\partial\omega^G} \end{Bmatrix} f(\mathrm{Z}^\alpha)\, \pi_{E'} d\pi^{E'}.$$

ahol a görbe menti integrálást az r-ekkel egybeeső Z-k terére kell elvégezni (emlékezzünk vissza, hogy Z-nek két része van, ω és π), és ahol a π-k vagy a $\partial/\partial\omega$-k száma a tér spinjétől (és jobb- vagy balkezességétől) függ. Ez az egyenlet meghatároz egy téridőbeli $\phi\ldots(r)$ mezőt, amely automatikusan kielégíti a téregyenleteket a tömeg nélküli részecskékre. Eszerint tehát a tvisztortér holomorfitási kényszere magában rejti a tömeg nélküli részecske összes bonyolult téregyenletét, legalábbis a sík térben lévő lineáris mező vagy az Einstein-tér gyenge energiahatára esetében.

Geometriai értelemben a téridő r pontja a tvisztortérben $\mathbb{CP}_1$ vonalnak tekinthető (ami viszont nem más, mint egy Riemann-gömb). Ennek a vonalnak keresztül kell haladnia azon a tartományon, amelyen $f(Z)$-t értelmezzük. Általánosságban $f(Z)$-t nem értelmezzük ugyanis mindenütt, tehát vannak szinguláris helyei (bár valójában ezeket a szinguláris helyeket körülzárjuk, hogy végre tudjuk hajtani az integrálást). Ha matematikailag pontosabbak akarunk lenni, akkor a tvisztor hullámfüggvényt *kohomológia*-elemnek kell tekintenünk. Ennek megértéséhez tekintsünk a tvisztortér általunk érdekesnek vélt tartományában nyílt szomszédságok (környezetek) egy gyűjteményét. Ekkor a tvisztorfüggvényt ezen nyílt halmazok párjai *metszetén* kell definiálnunk. Ez azt jelenti, hogy a függvény az első kéve-kohomológia eleme lesz. Ezzel kapcsolatban nem szeretnék részletekbe bocsátkozni, elégedjünk meg azzal, hogy a „kéve-kohomológia” jól használható szósziporka a helyzet jellemzésére.

Térjünk most vissza eredeti célkitűzésünkhöz, hogy a kvantum-térelmélet analógiájára szét akartuk választani a téramplitúdók pozitív és negatív frekvenciájú részét. Ha a $\mathbb{P}$N-

en definiált tvisztorfüggvény (a kohomológia első elemeként) a tvisztortér $\mathbb{P}T^+$ felső részére terjed ki, akkor pozitív frekvenciájú lesz. Ha viszont a tvisztortér $\mathbb{P}T^-$ alsó részére terjed ki, akkor frekvenciája negatív. A tvisztortér tehát a pozitív és a negatív frekvencia fogalmát egyaránt tartalmazza.

Ez a szétválasztás lehetővé teszi a kvantummechanika művelését a tvisztortérben. Andrew Hodges (1982, 1985, 1990) kidolgozta a kvantum-térelmélet közelítését tvisztordiagramok használatával, ami a téridőben szokásos Feynman-diagramok megfelelője. Ezek segítségével rájött a kvantum-térelmélet regularizációjának néhány egészen újszerű módjára. Ezek a mesterkedések a közönséges téridőben elfogadhatatlanok lennének, a tvisztortérben viszont egészen természetesnek hatnak. Egy új szemléletmód kezdett kirajzolódni, eredetileg Michael Singer ötlete alapján (Hodges, Penrose és Singer 1989), amelyet ugyancsak a *konform térelmélet* ösztönzött. Stephen első előadásában néhány felettébb becsmérlő megjegyzést tett a húrelméletre vonatkozóan, de véleményem szerint a konform térelmélet, amely a húrelmélet világának térelmélete, nagyon szép (bár nem teljesen fizikai) elmélet. Ezt ugyanis önkényesen felvett Riemann-felületeken definiálják (melyek közül a Riemann-gömb a legegyszerűbb példa, de amelyek között az összes olyan egy komplex dimenziós sokaságot is megtaláljuk, mint például a különféle tóruszok és „perecek”). A tvisztorok esetében a konform térelméletet olyan három komplex dimenziójú sokaságokra is általánosítanunk kell, amelyek határai $\mathbb{P}N$ másolatai (azaz a fénysugarak téridőbeli helyei). Ezen a területen folyik a kutatás, de eddig még nem jutott túlságosan messzire.

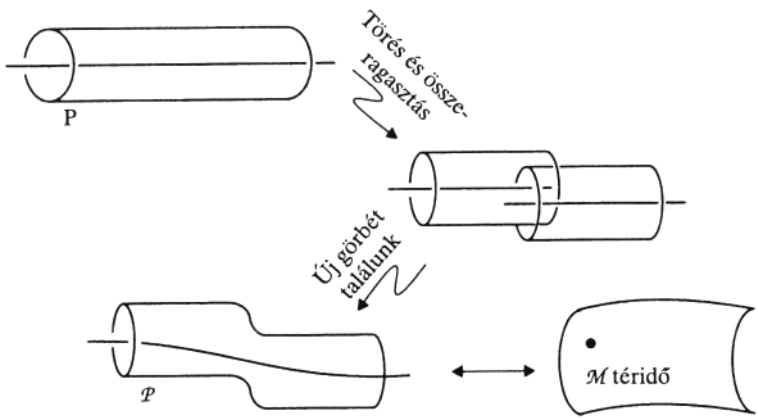
TVISZTOROK A GÖRBÜLT TÉRBEN

Mindaz, amit eddig csináltunk, sík téridőre vonatkozik. Tudjuk azonban, hogy a téridő görbült, ezért olyan tvisztorelméletre van szükségünk, amely a görbült téridőre is alkalmazható, és ott valamilyen természetes módon visszaadja az Einstein-egyenleteket.

Ha a téridőt alkotó sokaság konform módon sík (vagy más szavakkal olyan, hogy Weyl-tenzora nulla), akkor nem okoz problémát a tér tvisztorokkal történő leírása, minthogy a tvisztorelmélet alapvetően invariáns a konform leképezésekre vonatkozóan. Vannak olyan tvisztorötletek, amelyek különféle, nem konform módon sík téridők esetében is működnek, ilyen például a kvázi-lokális tömegek definiálása (Penrose 1982, vö. Tod 1990), valamint a Woodhouse-Mason-féle (1988; vö. még Fletcher és Woodhouse 1990) konstrukció stacionárius, tengelyszimmetrikus vákuumokra (Ward 1977 alapján, aki anti-önduális Yang-Mills-tereket szerkesztett a sík téridőn; vö. még Ward 1983), amely próbálkozások az integrálható rendszerek nagyon általános, tvisztorszemléletű megközelítésének részei (lásd Mason és Woodhouse 1996).

Szeretnénk azonban, ha sokkal általánosabb téridőket is kezelni tudnánk. A komplexszé (vagy euklideszivé) tett, anti-önduális Weyl-tenzorú $\mathcal{M}$ téridőre (vagyis amelyre a Weyl-tenzor önduális fele nulla) létezik olyan konstrukció – az úgynevezett nem lineáris graviton-konstrukció –, amely teljes mértékben nekifog ennek a problémának (Penrose 1976). Működésének megértéséhez tekintsük egy tvisztortér azon részét, amely egy vonal csőszerű környezetéből áll, vagy ahhoz hasonló (mondjuk a $\mathbb{P}T^+$ felső, pozitív frekvenciájú rész). Vágjuk ezt két vagy több darabra. Ragasszuk ezután ismét össze, de a darabokat egymáshoz képest kissé eltolva. Általánosságban azt mondhatjuk, hogy az eredeti P tér egyenes vonalai az új $\mathcal{P}$ térben megtörnek. Itt azonban olyan új, holomorf görbéket kereshetünk, amelyekkel helyettesíteni lehet az eredeti (és most megtört) egyeneseket, miáltal folytonosan (törésmentesen) egymáshoz kapcsolódó görbéket kapunk. Feltételezve, hogy a P-ből $\mathcal{P}$-t létrehozó deformáció nem túlságosan nagy, az ily módon kapott holomorf görbék – amelyek ugyanahhoz a topológiai családhoz tartoznak, mint az eredeti vonal – négydimenziós családot alkotnak. Amely tér pontjai ezeket a holomorf görbéket megjelenítik, az lesz az anti-önduális (komplex) $\mathcal{M}$ téridő (6.5. ábra). Ezután az Einstein-féle vákuumegyenleteket (a Ricci-síkságot) olyan feltételként csempészhetjük be a képbe, melynek értelmében (néhány

további, enyhe feltétellel együtt) $\mathcal{P}$-nek holomorf fibrációnak kell lennie a $\mathbb{CP}_1$ projektív vonalon. Mindez elérhető, ha a **P**-ből $\mathcal{P}$-t létrehozó deformációt *szabad* holomorf függvényekkel fejezzük ki. Elvben ezek a függvények az $\mathcal{M}$ görbült téridőre vonatkozó összes információt tartalmazzák (bár a megkívánt $\mathcal{P}$ holomorf görbét nem egyszerű feladat megtalálni).



6.5. ÁBRA

A NEMLINEÁRIS GRAVITON-SZERKEZET

Valójában az Einstein-egyenletek *teljes* rendszerét meg akarjuk oldani (mivel az utolsó konstrukció csak azt a redukált problémát oldja meg, amikor a Weyl-tenzor fele nulla), ám a probléma nyilvánvalóan nehéz, és az elmúlt húsz év során már számos próbálkozásnak sikeresen ellenállt. Az utóbbi néhány évben azonban új megközelítési móddal próbálkoztam (vö. Penrose 1992). Bár egyelőre nincs megoldásom a problémára, mind ez ideig ez tűnik a legígéretesebb előrevivő útnak. Valóban úgy tűnik, hogy valamilyen mély, tartalmi kapcsolat áll fenn a tvisztorok és az Einstein-egyenletek között. Erre két megfigyelés utal.

1. A vákuumra vonatkozó $R_{ab} = 0$ Einstein-egyenletek egyúttal az $s = 3/2$ helicitású, tömeg nélküli részecskékre

vonatkozó konzisztencia-feltételeket is jelentik (amikor a teret potenciálok segítségével fejezzük ki).

2. Az M sík téridőben a töltések tere egy $s = 3/2$ helicitású mezőben pontosan tvisztortér.

A végrehajtandó program tehát nagyjából a következő: adott egy Ricci-féle sík téridő (azaz $R_{ab} = 0$), meg kell találnunk a töltések terét az ezen téridőben található $s = 3/2$ helicitású mezőre (ami nem könnyű feladat). Ez lenne tehát a Ricci-féle sík téridő tvisztortere. Második lépésként meg kell találnunk, hogyan lehet szabad holomorf függvények felhasználásával ilyen tvisztortereket alkotni, majd végül ebből a tvisztortérből minden esetben rekonstruálni kell az eredeti téridőbeli sokaságot.

Nem számítunk arra, hogy ez a tvisztortér lineárisnak bizonyul, minthogy a téridő rekonstruálásakor görbült szerkezetet kell eredményeznie. A konstrukciónak bonyolult módon nagyon nem lokálisnak is kell lennie, mert egy $s = 3/2$ helicitású mező esetében sem a potenciál, sem pedig a töltés nem lokális. Ez várhatóan segítene megmagyarázni némely nem lokális fizikai jelenségeket, mint például az előző előadásomban (4. fejezet) tárgyalt Einstein-Podolsky-Rosen-kísérleteket. E kísérletek eredményéből ugyanis arra következtethetünk, hogy a téridő nagyon távoli tartományaiban található objektumok valamilyen módon „egymásba gabalyodhatnak”.

TVISZTORKOZMOLÓGIA

Befejezésül néhány megjegyzést szeretnék tenni a kozmológiával és a tvisztorokkal kapcsolatban, jóllehet ezen a területen inkább csak próbálkozásokról beszélhetünk. Említettem, hogy a Weyl-féle görbületi tenzornak a múltbeli szingularitások esetében nullának kell lennie, továbbá ezeken a helyeken a téridő megközelítőleg konform módon sík. Ez azt jelenti, hogy a kezdeti állapot tvisztorokkal történő leírása nagyon egyszerű képet ad. Ez a leírásmód az idő múlásával egyre bonyolultabbá válik, miközben a Weyl-görbület mind

meghatározóbb lesz. Ez a viselkedés összhangban van a Világegyetem geometriájában megfigyelhető időbeli aszimmetriával.

A tvisztorelmélet komplex-holomorf ideológiája szempontjából a $k < 0$-val jellemezhető, nyílt Világegyetemhez vezető Ősrobbanást részesítem előnyben (Stephen viszont a zárt Világegyetem pártján áll). Ennek az az oka, hogy csak $k < 0$ Világegyetem esetén lesz a kezdeti szingularitás szimmetriacsoportja holomorf csoport, nevezetesen pontosan a $\mathbb{CP}_1$ Riemann-gömb holomorf öntranszformációinak szimmetriacsoportja (vagyis a korlátozott Lorentz-csoport). Ez ugyanaz a csoport, amellyel az egész tvisztorelmélet elkezdődött, ezért természetesen tvisztorideológiai szempontból is a $k < 0$ esetet részesíteném előnyben. Minthogy azonban ez a kijelentés ideológiai alapon nyugszik, ha kiderül, hogy nincs igazam, akkor természetesen vissza fogom vonni, és kijelentem, hogy a Világegyetem valójában zártnak bizonyult.

KÉRDÉSEK ÉS VÁLASZOK

Kérdés: Mi a fizikai jelentősége a 3/2 helicitású állapotnak?

Válasz: A 3/2-es spin ebben a megközelítésben nem jelent semmilyen tényleges fizikai mezőt, sokkal inkább a tvisztorok definíciójához szükséges segédtérnek kell tekintenünk. Semmiképpen nem úgy kezelem, mint egy még felfedezésre váró részecske terét. Másrészt viszont, a szuperszimmetria szempontjából ez a részecske lehetne a graviton szuperpartnere.

Kérdés: Mikor jelenhet meg utoljára a tvisztor szemléletben az Ön által említett, időben aszimmetrikus **R**-folyamat?

Válasz: Be kell látnia, hogy a tvisztorelmélet egy roppant konzervatív elmélet, amely egyelőre még semmit nem mond erről a kérdésről. Nagyon szeretném megérni, hogy az időbeli aszimmetria megjelenik a tvisztorelméletben, jelenleg azonban

még nem tudom, miképpen lenne ez elérhető. Ha viszont valaki végrehajtja az egész eltervezett programot, akkor természetesen ennek is meg kell jelennie, talán némileg hasonló formában, mint ahogy a jobb-bal aszimmetria. Andrew Hodges megközelítése technikai értelemben behoz a regularizációba valamilyen időbeli aszimmetriát, de az eljárás még nem kristályosodott ki teljesen.

Kérdés: Melyik nem lineáris kvantum-térelmélet lehetne a leghasználhatóbb a tvisztorelméletben?

Válasz: Eddig főként csak a standard modellt elemeztük (a tvisztordiagramokkal kapcsolatban).

Kérdés: A húrelmélet kifejezetten megjósolja az elemi részecskék spektrumát. Hol jelenik meg ugyanez a tvisztorelméletben?

Válasz: Nem tudom, hogyan jelenhet meg végső soron a részecskék spektruma, bár léteznek erre vonatkozó elképzelések. Örömmel értesülök azonban arról, hogy „a húrelmélet kifejezetten megjósolja az elemi részecskék spektrumát". Véleményem szerint amíg nem értjük meg az általános relativitáselméletet a tvisztorelmélet keretében, addig nem leszünk képesek megoldani ezt a problémát, minthogy a tömegek az általános relativitáselmélethez kötődnek. Bizonyos értelemben azonban ugyanez a húrelmélet álláspontja is.

Kérdés: Mi a tvisztorelmélet álláspontja a kontinuitást és diszkontinuitást illetően?

Válasz: A tvisztorelmélet másik korai motivációja a spinhálózatok elmélete volt, ahol megpróbáljuk diszkrét, kombinatorikus kvantummechanika szabályokból felépíteni a teret. Megpróbálhatjuk a tvisztorelméletet diszkrét dolgokból is felépíteni. Az évek során azonban a próbálkozások a kombinatorikai módszerektől inkább a holomorf eljárások irányába tolódtak el, ez azonban nem jelenti azt, hogy a diszkrét

álláspont alacsonyabb rendű lenne. Lehetséges, hogy létezik valamilyen mély, tartalmi kapcsolat a diszkrét és a holomorf felfogás között, ez azonban mindeddig nem mutatkozott meg.

HETEDIK FEJEZET

A VITA

S. W. Hawking és R. Penrose

STEPHEN HAWKING

Előadásaink nagyon világosan megmutatták a kettőnk felfogása közötti különbséget. Roger platonista, én viszont pozitivista vagyok. Ő azért aggódik, mert Schrödinger macskája olyan kvantumállapotba kerülhet, ahol félig élő és félig holt egyszerre. Úgy érzi, hogy ezzel elszakad a valóságtól. Ez azonban engem cseppet sem zavar. Nem követelem meg, hogy valamely elmélet megfeleljen a valóságnak, mert nem tudom, mi az a valóság. A valóság nem olyan minőség, amit lakmuszpapírral meg lehet mérni. Engem az egészből csakis az érdekel, hogy az elméletnek meg kell jósolnia a kísérletek eredményeit. A kvantummechanika ezt sikeresen megteszi. Előrejelzése szerint a megfigyelés eredménye vagy az, hogy a macska él, vagy az, hogy már megdöglött. Olyan ez, mint ahogy nem lehetünk egy kicsit állapotosak: *vagy* azok vagyunk, *vagy* nem.

Roger és a hozzá hasonló emberek – eltekintve persze az állatvédőktől – azért választják példaként Schrödinger macskáját, mert képtelenségnek tűnik megvalósítani az $1/\sqrt{2}$(macska$_{élő}$ + macska$_{holt}$) állapotot. Miért nem $1/\sqrt{2}$(macska$_{élő}$ – macska$_{holt}$)? Másképpen úgy is jellemezhetjük a helyzetet, hogy a macska$_{élő}$ és a macska$_{holt}$ állapotok között nyilvánvalóan semmiféle kölcsönhatás nincs. A különböző réseken áthaladó részecskék között létrejöhet interferencia, mert a részecskéket ésszerű mértékben el tudjuk szigetelni a környezetüktől, amire vonatkozóan nem végzünk méréseket. De egy olyan nagy méretű testet, mint amekkora egy macska, nem

tudunk elszigetelni az elektromágneses tér által közvetített intermolekuláris erők hatásától. Schrödinger macskájának vagy az agy működésének magyarázatához nincs szükség a kvantumgravitációra. Ez fából vaskarika lenne.

Nem teljesen komoly formában, de azt az ötletet is felvetettem, hogy a kozmológiai eseményhorizont lehet az az ok, amely miatt Schrödinger macskája klasszikus fizikai képződménynek tűnik, vagyis egyértelműen eldönthető, hogy él-e avagy holt, és állapota nem lehet az előbbi két állapot kombinációja. Amint említettem, nagyon nehéz lenne a macskát a szoba többi részétől úgy elszigetelni, hogy ne kelljen figyelembe venni a Világegyetem nagyon távoli részeinek hatását sem. Csupán azt állítottam, hogy ha nagy pontossággal meg tudjuk figyelni a mikrohullámú háttérsugárzás fluktuációit, akkor azok várhatóan klasszikus statisztikus eloszlást fognak mutatni. Nem tudnánk kimutatni semmilyen, a kvantumállapotokra jellemző tulajdonságot, például a különböző módusokban tapasztalható fluktuációk közötti interferenciát vagy korrelációt. Amikor az egész Világegyetemről beszélünk, akkor nem létezik olyan külső környezet, mint Schrödinger macskája esetében, viszont mégis szétcsatolódást és klasszikus viselkedést tapasztalunk, mert nem tudjuk az egész Világegyetemet megfigyelni.

Roger megkérdőjelezi az eljárásomat, amikor az euklideszi módszert használom. Nevezetesen azt az általam felvázolt képet kifogásolja, amelyben összekapcsolom az euklideszi és a Lorentz-féle geometriát. Teljesen igaza van, amikor azt állítja, hogy ez csak nagyon speciális esetekben lehetséges: általános esetben a Lorentz-féle téridőnek nincs olyan metszete valamely komplex sokaságban, amelyen a metrika valós és pozitív definit, vagyis euklideszi. Ezzel azonban még a közönséges, nem gravitációs terek esetében is tévesen értelmezi az euklideszi vonalintegrállal történő megközelítést. Tekintsük például a világosan érthető Yang-Mills-esetet. Itt a Minkowski-térben létező összes Yang-Mills-kapcsolatra vett $e^{i\,hatás}$ vonalintegráljából indulunk ki. Ez az integrál oszcillál és nem konvergens. Ha kellemesebb viselkedésű vonalintegrált akarunk kapni, akkor a $\tau = -it$ képzetes időkoordináta

bevezetésével az euklideszi térre a Wick-forgatást alkalmazzuk. Az integrálandó függvény így $e^{-\text{euklideszi hatás}}$ alakú lesz, a vonalintegrálást pedig az euklideszi tér összes valós kapcsolatára kell elvégezni. Az euklideszi térben valós kapcsolat viszont általános esetben nem feltétlenül lesz a Minkowski-térben is valós. Ez azonban nem baj. Az elképzelésem szerint ugyanis az euklideszi térben az összes valós kapcsolaton értelmezett vonalintegrál a kontúrintegrálok szempontjából egyenértékű a Minkowski-térben az összes valós kapcsolaton vett vonalintegrállal. Akárcsak a kvantumgravitáció esetében, a Yang-Mills-vonalintegrált itt is értékelhetjük a nyeregpontok módszerével. A nyeregponti megoldásokat a Yang-Mills-féle instantonok jelentik, amelyek osztályozása érdekében Roger és tvisztor programja oly sokat tett. A Yang-Mills-féle instantonok az euklideszi térben valósak, a Minkowski-térben ezzel szemben komplexek. Ez sem baj. Így is meg tudják szabni bizonyos fizikai folyamatok, például az elektrogyenge barionkeltés sebességét.

A kvantumgravitáció esetében hasonló a helyzet. Itt a vonalintegrált a Lorentz-féle metrika helyett a pozitív definit vagy euklideszi metrikán értelmezhetjük. Valójában ezt meg is kell tennünk, ha meg akarjuk engedni, hogy a gravitációs tér topológiái különfélék lehessenek. A Lorentz-féle metrika csak a nulla Euler-számú sokaságokon létezhet. Amint azonban korábban már láttuk, az érdekes kvantumgravitációs hatások, mint például az eredendő entrópia, csak éppen azokon a téridő sokaságokon fordulhatnak elő, amelyek Euler-száma nem nulla, vagyis amelyek nem engedik meg a Lorentz-metrikát. Olyan problémával találjuk tehát szembe magunkat, mely szerint a gravitáció euklideszi hatásfüggvénye nem lenne alulról korlátos, ezért úgy tűnik, mintha a vonalintegrál nem lenne konvergens. Orvosolhatjuk azonban a nehézséget, ha a konform tényezőt egy komplex felület mentén integráljuk. Ám ez ostobaság, de véleményem szerint ez a viselkedés a mérték-szabadsággal áll kapcsolatban, és azonnal eltűnik, ha pontosan tudjuk, miként kell a vonalintegrált kiszámítani. A problémának fizikai oka van: a gravitációs térben a potenciális energia negatív, mert a gravitáció vonzó kölcsönhatás. Emiatt valamilyen formában

bármely kvantumgravitációs elméletben megjelenik. Így történik majd a húrelméletben is, ha ez az elmélet valaha is eljut ilyen messzeségbe. Eddig azonban a megjelenése meglehetősen szánalmas volt: a húrelmélet mindeddig még a Nap szerkezetét sem tudta leírni, nem is beszélve a fekete lyukakról.

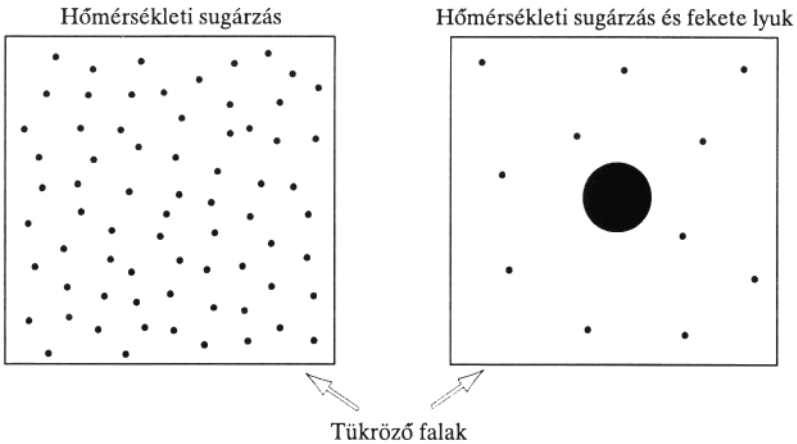
A húrelmélet irányába intézett erőteljes oldalvágás után most szeretnék visszatérni a határnélküliség feltételének euklideszi megközelítéséhez. Bár a vonalintegrált pozitív definit reális metrikán kell értelmezni, a nyeregpont nyugodtan lehet komplex metrikájú. Ez történik a kozmológiában is, amikor a háromdimenziós Σ felület nagyobb valamilyen nagyon kicsiny méretnél. Bár a metrikát a Lorentz-féle metrikához kapcsolódó, euklideszi, négydimenziós félgömbként írtam le, ez csupán közelítés. A tényleges nyeregponti metrika bonyolultabb lesz. Ez csalódást okozhat a Roger-féle platonisták számára, a hozzám hasonló pozitivistákat viszont örömmel tölti el. A nyeregponti metrikát nem tudjuk megfigyelni. Csupán a belőle számított hullámfüggvény figyelhető meg, ez viszont megfelel a valós Lorentz-féle metrikának. Némileg meglep, hogy Roger nem ért egyet azzal, hogy én az euklideszi és komplex téridőt használom. Elvégre tvisztor-programjában ő is komplex téridőt használ. Valójában Roger megjegyzései a pozitív frekvenciák holomorf voltáról vezettek el engem az euklideszi kvantumgravitációs program elindításához. Azt állítom, hogy ez a program két, megfigyelésekkel ellenőrizhető előrejelzést tett. Ezzel szemben hány előrejelzése van a húrelméletnek vagy a tvisztor-programnak?

Roger úgy érzi, hogy az **R** folyamat, vagyis a hullámfüggvény összeomlása során végzett megfigyelés vagy mérés CPT-sértést vezet be a fizikában. Véleménye szerint ezek a szimmetriasértések legalább két esetben fellépnek, nevezetesen a kozmológiában és a fekete lyukak fizikájában. Egyetértek azzal, hogy az időbeli aszimmetriát bevezethetjük oly módon, hogy kérdéseket teszünk fel a megfigyelésekkel kapcsolatban. Teljes mértékben visszautasítom viszont azt az elképzelést, mely szerint létezik olyan fizikai folyamat, amely megfelel a hullámfüggvény redukciójának, vagy hogy ennek bármiféle köze

lenne a kvantumgravitációhoz vagy a tudatossághoz. Ez számomra varázslatnak tűnik, nem pedig tudománynak.

Előadásaimban már kifejtettem, miért gondolom azt, hogy a határ nélküli elképzelés CPT-sértés nélkül képes magyarázatot adni az idő kozmológiában megfigyelt irányára. Most viszont azt is elmondom, hogy Rogerrel ellentétben miért nem hiszem, hogy a fekete lyukak bárminemű időbeli aszimmetriát hordoznának. A klasszikus általános relativitáselméletben a fekete lyukat olyan tartományként definiáljuk, amelybe a tárgyak belehullhatnak, onnan viszont semmi sem jöhet ki. Ugyanakkor valaki megkérdezheti, hogy miért nem léteznek fehér lyukak, vagyis olyan tartományok, ahonnan különféle tárgyak jöhetnek ki, viszont semmi sem hullhat beléjük. Erre az én válaszom úgy hangzik, hogy bár a fekete és a fehér lyukak a klasszikus elméletben nagyon különbözőek, a kvantummechanikában ugyanazt a dolgot jelentik. A kvantummechanika megszünteti a fekete és a fehér lyuk közötti különbséget, hiszen a fekete lyukak képesek sugározni, és így a fehér lyukak feltételezhetően képesek elnyelni. Elképzelésem szerint valamely tartományt akkor nevezhetünk mégis fekete lyuknak, ha nagy méretű és klasszikus fizikai képződményről van szó, amely nem túl sok sugárzást bocsát ki. Másrészt viszont arra kell számítanunk, hogy a nagy mennyiségű kvantumsugárzást kibocsátó kicsiny lyukak fehér lyukként viselkednek.

A következőkben a Roger által említett gondolatkísérlet segítségével bemutatom, miért tekinthetők azonosaknak a fekete és a fehér lyukak. Az egyik bevisz egy bizonyos energiamennyiséget egy nagyon nagy, belülről tökéletesen tükröző falú dobozba. Ez az energia különféleképpen oszolhat el a doboz belsejében megengedett állapotok között. Mindamellett az állapotok döntő többségének két lehetséges helyzet felel meg. Az egyik esetben a doboz belsejét hőmérsékleti sugárzás tölti ki, míg a másik esetben a dobozban egy fekete lyukat és vele egyensúlyban lévő hőmérsékleti sugárzást találunk.



7.1. ÁBRA

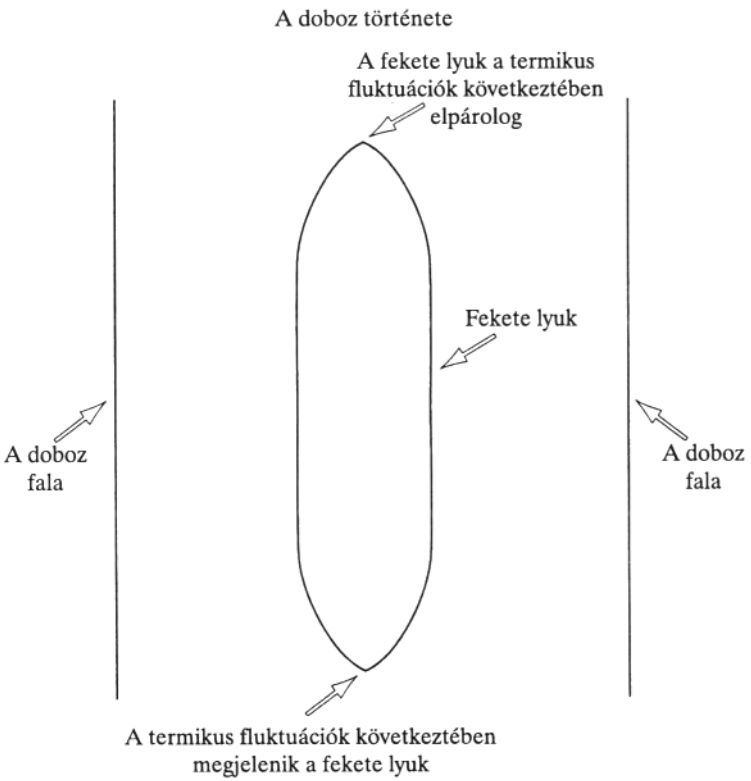
ADOTT MENNYISÉGŰ ENERGIÁT TARTALMAZÓ DOBOZ BELSEJÉT VAGY KIZÁRÓLAG HŐMÉRSÉKLETI SUGÁRZÁS TÖLTI KI, VAGY JELEN VAN EGY A SUGÁRZÁSSAL TERMIKUS EGYENSÚLYBAN LÉVŐ FEKETE LYUK

Az, hogy a két lehetőség közül melyiket valósítja meg nagyobb számú mikroállapot, a doboz méretétől és a belé zárt energia mennyiségétől függ. E két paramétert azonban meg lehet úgy is választani, hogy az említett két lehetőség mindegyikét nagyjából azonos számú mikroállapot valósítsa meg. Ebben az esetben arra számíthatunk, hogy a doboz tényleges fizikai állapota a két lehetséges állapot között fog fluktuálni. Bizonyos időszakokban a doboz kizárólag elektromágneses sugárzást tartalmaz. Máskor viszont a sugárzás termikus fluktuációi következtében egy kicsiny térrészen belül olyan sok részecske alakul ki, hogy fekete lyuk jön létre (7.1. ábra). Még később a fekete lyuk által kibocsátott sugárzás fluktuálva ugyan, de összességében növekszik, vagy elnyelőképessége ugyancsak ingadozások közepette összességében csökken, így a fekete lyuk végső soron elpárolog és eltűnik a dobozból. A doboz belsejében lévő rendszer tehát a rendelkezésére álló fázistérben ergodikusan elvándorol: bizonyos időszakokban jelen van a dobozban a fekete lyuk, máskor viszont nem (7.2. ábra).

Rogerrel egyetértünk abban, hogy a doboz a leírt módon viselkedik. Két dologban azonban eltérő a véleményünk. Először

is, Roger úgy gondolja, hogy a fázistér térfogata és a benne található információ a fekete lyuk kialakulását és eltűnését tartalmazó ciklus során elvész. Másrészt, szerinte a folyamat időben nem szimmetrikus. Úgy tűnik, hogy az első kérdéssel kapcsolatban Roger nézete szerint a fekete lyukakra vonatkozó kopaszsági elv következményeképpen a fázistér térfogatának egy része elvész, minthogy az összeomló részecske-rendszer sok különböző elrendeződése ugyanazt a fekete lyukat eredményezi. Szerinte az **R** folyamat, tehát a hullámfüggvény összeomlása, kiváltja a fázistér térfogatának az említett csökkenést kompenzáló gyarapodását. Számomra azonban nem világos, miképpen tud ez az **R** folyamat bekövetkezni. A doboz belsejében nincsenek megfigyelők, és számomra egyáltalán nem szimpatikus az a feltevés, hogy a folyamat spontán módon következik be, hacsak valaki nem tudja megadni kiszámításának módját. Máskülönben csodának kellene tekintenünk. Akármi is a helyzet, nem értek egyet azzal, hogy a fázistér térfogata csökken. Ha kijelentjük, hogy a fekete lyukak lehetséges állapotainak száma $e^{¼A}$-val egyenlő, akkor nem veszhet el semmi a fázistér térfogatából. Ráadásul a dobozhoz hasonló rendszerek nem tartalmaznak olyan információt, ami bármely állapotukban jelen lehet. Így információ sem veszhet el.

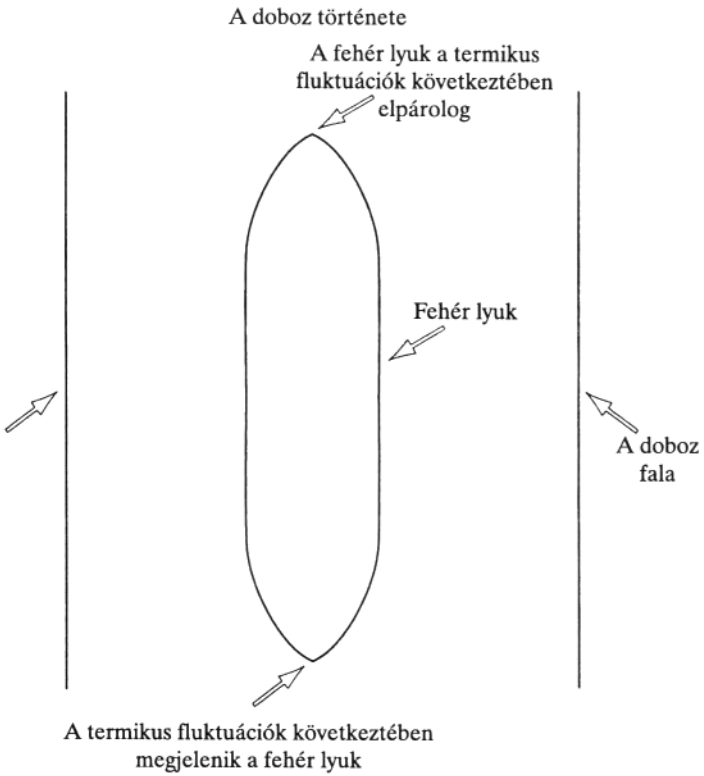
Áttérve a második ellenvetésre, azt hiszem, hogy a fekete lyukak megjelenése és eltűnése időben szimmetrikus folyamat. Eszerint ha a dobozban lejátszódó eseményekről filmet készítünk, akkor azt előre és visszafelé lejátszva ugyanazt látjuk. Az idő egyik irányában haladva előbb megjelennek, majd eltűnnek a fekete lyukak. Időben az ellenkező irányban haladva viszont fehér lyukakat látunk – a fekete lyukak időbeli megfordítottjait –, amelyek ugyancsak előbb megjelennek, majd eltűnnek. A két eseménysor akkor egyezik meg pontosan egymással, ha a fekete lyukak azonosak a fehér lyukakkal. Eszerint tehát a doboz viselkedése miatt egyáltalán nincs szükség CPT-sértés bevezetésére (7.3. ábra).



7.2. ÁBRA

A TERMIKUS FLUKTUÁCIÓK KÖVETKEZTÉBEN MEGJELENŐ MAJD ELTŰNŐ FEKETE LYUK TÖRTÉNETE

Kezdetben Roger és Don Page egyaránt elutasította elképzelésemet, mely szerint a doboz belsejében a fekete lyukak keletkezése és elpárolgása időben szimmetrikus folyamat. Újabban azonban Don már kezdi elfogadni az álláspontomat. Most már csak arra várok, mikor teszi meg Roger is ugyanezt.



7.3. ÁBRA

A TERMIKUS FLUKTUÁCIÓK KÖVETKEZTÉBEN MEGJELENŐ MAJD ELTŰNŐ FEHÉR LYUK TÖRTÉNETE

ROGER PENROSE VÁLASZA

Mindenekelőtt szeretném kijelenteni, hogy sokkal több kérdésben egyezik meg kettőnk véleménye, mint ahányban nem értünk egyet. Kétségtelenül léteznek azonban bizonyos (alapvető) kérdések, ahol nem értünk egyet. A következőkben elsősorban ez utóbbiakkal szeretnék foglalkozni.

A MACSKÁK ÉS A HOZZÁJUK HASONLÓK

Bármi legyen is a „valóság”, magyarázatot kell adnunk arra, hogyan fogjuk fel, milyen a világ. Ezt a kvantummechanika nem teszi meg, ezért valamivel ki kell egészítenünk a kvantummechanikát, valami olyasmivel, amit annak alapvető szabályai nem tartalmaznak. Nevezetesen, úgy tűnik, Stephen nem fogadta meg teljes mértékben a macska problémájával kapcsolatban tett megjegyzéseimet. Nem az a probléma, hogy az információ elveszéséből következően a rendszert egy sűrűségmátrixnak kell leírnia, hanem az, hogy a két sűrűségmátrix, vagyis a

$$D = \frac{1}{4}(|\text{él}\rangle + |\text{holt}\rangle)(\langle\text{él}| + \langle\text{holt}|) + \\ + \frac{1}{4}(|\text{él}\rangle - |\text{holt}\rangle)(\langle\text{él}| - \langle\text{holt}|) \qquad (7.1.)$$

és a

$$D = \frac{1}{2}|\text{él}\rangle\langle\text{él}| + \frac{1}{2}|\text{holt}\rangle\langle\text{holt}|, \qquad (7.2.)$$

például egyenlő egymással. Meg kell tehát oldanunk azt a problémát, hogy miért mindig csak vagy egy élő, vagy egy döglött macskát látunk, miközben soha nem tapasztaljuk ezen két állapot szuperpozícióját. Meggyőződésem szerint a filozófia fontos szerepet játszik ezekben az ügyekben, de nem képes megválaszolni a feltett kérdést.

Számomra úgy tűnik, hogy ha a kvantummechanika keretein belül meg akarjuk magyarázni, hogy milyennek fogjuk fel a világot, akkor el kell fogadnunk az alábbi lehetőségek valamelyikét (vagy mindkettőt):

(A) Tapasztalatokon alapuló elmélet
(B) Valóságos fizikai viselkedésen alapuló elmélet.

Valójában ha a megfigyelő is szerephez jut, akkor a fenti (7.1.) összefüggéssel leírt esetben az állapotvektorok a következőképpen módosulnak:

$$\frac{1}{2}(|\text{él}\rangle \pm |\text{holt}\rangle)(|\text{a megfigyelő élő macskát lát}\rangle \pm$$

$$\pm|\text{a megfigyelő holt macskát lát}\rangle). \qquad (7.3.)$$

Ekkor az első alternatívának (A) ki kellene zárnia a szuperpozíciót a második tényező esetében, mert az ilyen állapot megfigyelését nem engednénk meg. A (B) feltétel viszont az első tényezőben zárná ki a szuperpozíció lehetőségét. Az én elképzelésem szerint ezek a nagy léptékű szuperpozíciók instabilak, ezért (spontán módon) nagyon gyorsan le kell bomlaniuk az egyik vagy a másik stabil állapotba (|él> vagy |holt>). Szerintem Stephen az (A) változatot támogatja (S. W. H. közbeszólása: „Nem!”), mivel nem támogatja a (B) változatot. A magam részéről viszont erőteljesen támogatom a (B) lehetőséget, mert azt hiszem, hogy veszedelmes lenne (A)-t elfogadni, az ugyanis számos problémát okozna. Nevezetesen az (A) változat támogatóinak fel kellene állítaniuk valamilyen elméletet az elme, illetve az agy működésére vonatkozóan. Nagyon meglep, hogy Stephen sem az (A), sem pedig a (B) változatot nem támogatja; kíváncsian várom erre vonatkozó megjegyzéseit.

A WICK-FORGATÁS

Ez a kvantum-térelmélet egyik hasznos segédeszköze. Alkalmazásakor a t változót az időtengely elforgatása útján it-vel helyettesítjük. Ez a transzformáció a Minkowski-teret euklideszi térbe viszi át. Az eljárás annak a ténynek köszönheti használhatóságát, hogy bizonyos kifejezések (mint például a vonalintegrálok) az euklideszi elméletben jobban meghatározottak. A Wick-forgatás szigorúan kipróbált eszköz a

kvantum-térelméletben, legalábbis amíg a sík (vagy stacionárius) téridőben alkalmazzuk.

Stephen elképzelése, mely szerint a „Wick-forgatást” Lorentz-metrikájú térben akarja alkalmazni (annak érdekében, hogy euklideszi metrikát kapjon), természetesen roppant érdekes és briliáns ötlet, az eljárás azonban nagyon különbözik attól, mint amikor a Wick-forgatást egyszerűen a kvantum-térelméletben alkalmazzuk. Valójában ez egy minőségileg egészen más szinten végrehajtott „Wick-forgatás” lenne.

A határ nélküli elképzelés nagyon szép ötlet, és természetesen úgy tűnik, hogy összefügg a Weyl-görbület hipotézisével. Az én álláspontom szerint azonban a határ nélküli elképzelés nagyon távol van attól, hogy magyarázatot tudjon adni arra, miért kicsi a múltbeli szingularitások Weyl-görbülete, miközben a jövőbeli szingularitások esetében a Weyl-görbület nagy. Márpedig ez az, amit a Világegyetemben megfigyelünk, ezért remélem, hogy a megfigyelés oldaláról vizsgálva a problémát Stephen egyetért velem.

A FÁZISTÉR CSÖKKENÉSE

Azt hiszem, Stephen és én egyetértünk abban, hogy a fekete lyukakban információ vész el, azonban eltérő nézeteket vallunk arról, hogy a fázistér is elvész-e a fekete lyukban. Stephen azt állította, hogy az **R** folyamat egyszerűen csoda, nem pedig fizika. Ezzel a magam részéről nyilvánvalóan nem értek egyet; azt hiszem a második előadásomban megmagyaráztam, miért ésszerű ez, továbbá egyértelmű javaslatot tettem arra vonatkozóan, milyen sebességgel megy végbe az állapotnak ez a redukciója, nevezetesen az ehhez szükséges idő

$$T \sim \frac{\hbar}{E}. \tag{7.4}$$

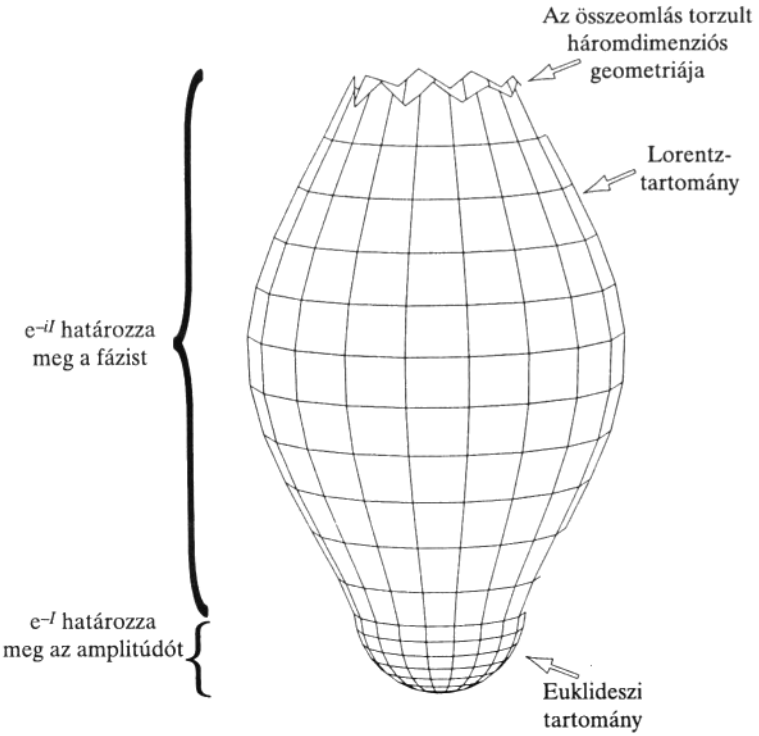
Úgy gondolom továbbá, hogy Stephen fekete lyukakra vonatkozó diagramja roppant félrevezető. A Carter-diagramot kellett volna felrajzolnia, márpedig az nyilvánvalóan nem

szimmetrikus az időben. Mindketten egyetértünk abban, hogy az információ elvész, én azonban azt hiszem, hogy ezen túlmenően a fázistér térfogata is csökken. Továbbá, ha az egész folyamat időben szimmetrikus lenne, akkor megengedett lenne a fehér lyukak létezése, vagyis olyan tartományoké, amelyekből sok minden kijöhet. Ez ellentmondásban lenne legalábbis a Weyl-görbület hipotézisével, a termodinamika második főtételével és valószínűleg a megfigyelésekkel is. Ez a kérdés nagyon szoros kapcsolatban áll azzal, hogy a szingularitások miféle típusainak létezését engedi meg a „kvantumgravitáció". Véleményem szerint az elméletnek alkalmazásait illetően feltétlenül időben szimmetrikusnak kell lennie.

STEPHEN HAWKING

Roger aggódott Schrödinger szegény macskájának sorsa miatt. Manapság persze egy ilyen kísérletet nem tekintenénk „politikailag korrekt"-nek. Roger azért aggódik, mert ha a sűrűségmátrixban a macska$_{él}$ és a macska$_{holt}$ állapotok azonos valószínűségűek, akkor a macska$_{él}$ + macska$_{holt}$ és a macska$_{él}$ – macska$_{holt}$ állapotok valószínűsége is azonos lesz. Miért figyeljük meg akkor mégis csak a macska$_{él}$ vagy a macska$_{holt}$ állapotok közül az egyiket? Miért nem figyelhetjük meg akár a macska$_{él}$ + macska$_{holt}$ vagy a macska$_{él}$ – macska$_{holt}$ állapotok valamelyikét? Mi lehet az, ami az *él* és a *holt* tengelyeket kitünteti számunkra az *él+holt,* illetve az *él-holt* tengelyekkel szemben? Először is szeretném megjegyezni, hogy a sűrűségmátrix sajátállapotaiban csak akkor található meg ez a kétértelműség, ha a sajátértékek pontosan egyenlőek egymással. Ha az *élő* és a *holt* állapotok valószínűsége legalább kismértékben eltérne egymástól, akkor nem állna fenn a sajátállapotok kétértelműsége. Az egyiket kitüntetett helyzetűvé tenné az a tény, hogy a sűrűségmátrix sajátvektora. Miért éppen az *élő/holt* irányban teszi a természet diagonálissá a sűrűségmátrixot, miért nem az *élő+holt/élő-holt* irányban? Azért, mert a macska$_{él}$ és a macska$_{holt}$ állapotok *makroszkopikus szinten* különböznek egymástól, például a macskát megsebesítő lövedék pontos helyzete miatt. Ha

nyomon követjük azokat a részleteket is, amelyeket egyébként nem figyeltünk meg, mint például a levegőmolekulák mozgásában fellépő egyenetlenségeket, akkor a macska$_{él}$ és a macska$_{holt}$ állapotok között megfigyelhető bármely állapothoz tartozó mátrixelemek átlaga nulla lesz.



7.4. ÁBRA

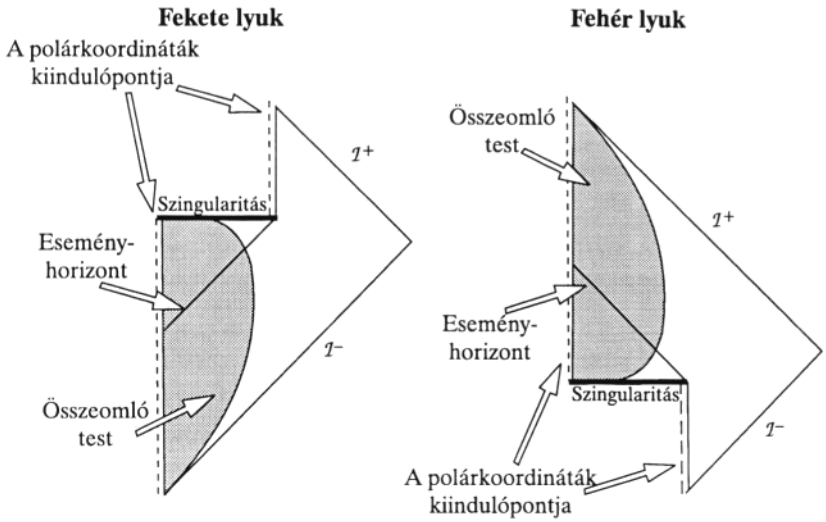
AZ ÖSSZEOMLÓ HÁROMDIMENZIÓS GEOMETRIA ALAGÚTJELENSÉGGEL TÖRTÉNŐ ELÉRÉSE SORÁN AZ EUKLIDESZI TARTOMÁNY HATÁROZZA MEG A HÁROMDIMENZIÓS SZAKASZON A HULLÁMFÜGGVÉNY AMPLITÚDÓJÁT, MÍG A LORENTZ-TARTOMÁNY A FÁZISÁT SZABJA MEG

Ezért lehet a macskát vagy élve, *vagy* holtan látni, viszont soha nem láthatjuk e két állapot lineáris kombinációjában. Ezt a közönséges kvantummechanika törvényei határozzák meg.

Nincs szükség új mérési elméletre, pláne nem a kvantumgravitációra.

Térjünk most vissza mégis a kvantumgravitációhoz. Úgy tűnik, Roger elfogadja, hogy a határ nélküli elképzelés magyarázatot tud adni arra, miért kicsi a Világegyetem korai állapotában a Weyl-tenzor. Kétségbe vonja azonban, hogy számot tud-e adni a Weyl-tenzor nagy értékéről, amire a fekete lyukak létrejöttét kísérő gravitációs összeomlás, illetve az egész Világegyetem összeomlása esetén számítunk. Szerintem e kételkedés alapja ismét csak a határ nélküli elképzeléssel kapcsolatos félreértés. Roger feltételezhetően egyetértene azzal, léteznek olyan Lorentz-féle megoldások, amelyek a korai Világegyetemben csaknem simán kezdődnek, később azonban a gravitációs összeomlás során rendkívül szabálytalan metrikájúvá fejlődnek. Ezeket a Lorentz-metrikákat összekapcsolhatjuk a korai Világegyetem négydimenziós euklideszi gömbjének felével. Ezáltal megközelítően egy nyeregponti metrikát kapunk az összeomlás során rendkívül mértékben torzuló háromdimenziós geometria hullámfüggvényére (7.4. ábra). Természetesen, amint korábban már említettem, a pontos nyeregponti metrika komplex, így sem nem euklideszi, sem pedig nem Lorentz-féle. Mindamellett jó közelítéssel felbontható az általam leírt módon egy közelítőleg euklideszi és egy közelítőleg Lorentz-féle tartományra. Az euklideszi tartomány csak csekély mértékben különbözik a négydimenziós gömb felétől. Ezért a hatás itt csak alig valamivel lesz nagyobb, mint a homogén és izotróp Világegyetemnek megfelelő négydimenziós gömb felének esetén adódó hatásnál. A megoldás Lorentz-féle része viszont nagyon különbözik a homogén és izotróp megoldástól. E Lorentz-féle rész hatása azonban csak a hullámfüggvény fázisát változtatja meg, az amplitúdóját nem befolyásolja. Az amplitúdót az euklideszi rész hatása szabja meg, és csaknem független attól, miképpen torzul a háromdimenziós geometria. Ezért a gravitációs összeomlás során valószínűleg minden háromdimenziós geometria azonos valószínűségűvé válik, miközben a metrika nagyon szabálytalan lesz, amit sok különféle Weyl-görbület jellemez. Remélem ez meggyőzi Rogert és mindenki mást arról, hogy a határ nélküli

elképzelés nemcsak azt magyarázza meg, miért volt a korai Világegyetem nagyon sima, hanem azt is, miért lesz szabálytalan a gravitációs összeomlás.



7.5. ÁBRA

A FEKETE ÉS A FEHÉR LYUKAK CARTER-PENROSE-DIAGRAMJA

Végül a dobozba zárt fekete lyukkal kapcsolatos gondolatkísérlethez fűznék néhány megjegyzést. Úgy tűnik, Roger kitart amellett, hogy a fázistér térfogata csökken, minthogy sok különböző elrendeződés képes ugyanazon fekete lyukká összeomlani. A fekete lyukak termodinamikájának kulcskérdése azonban éppen az volt, hogy el akartuk kerülni a fázistér ilyen csökkenését. Pontosan azért tulajdonítunk entrópiát a fekete lyukaknak, mert azok e^S féle módon jöhetnek létre. Ha időben szimmetrikus módon elpárolognak, akkor e^S féleképpen bocsáthatnak ki sugárzást. Ennek értelmében tehát nem veszítünk el semmit a fázistér térfogatából, így arra sincs szükségünk, hogy a veszteség kiegyenlítésére bevezessük az **R**-folyamatot. Nem is baj: én a gravitációs összeomlásban hiszek, nem pedig a hullámfüggvény összeomlásában.

Befejezésül visszatérnék ahhoz az állításomhoz, hogy a fekete és a fehér lyukak azonosak. Roger ellenvetése értelmében Carter-Penrose-diagramjaik nagyon különbözőek (7.5. ábra). Egyetértek azzal, hogy különbözőek, de hozzátenném, hogy ez csupán egy klasszikus kép. A kvantummechanikában állításom szerint a külső megfigyelő számára a fekete és a fehér lyukak azonosak. Roger azonban közbevetheti, hogy mi a helyzet akkor, ha valaki belezuhan a fekete lyukba. Nem látja-e ilyenkor a fekete lyuk Carter-Penrose-diagramját? Azt hiszem ez az érvelés csapdába esett, mert feltételezi, hogy a téridőnek egyetlen, egységes metrikája van, akárcsak a klasszikus elméletben. A kvantummechanikában viszont a vonalintegrálást az összes lehetséges metrikán el kell végezni. A különböző problémák esetében különféle nyeregponti metrikákkal találkozunk. Nevezetesen, a külső megfigyelők által feltett kérdésekhez tartozó nyeregponti metrika egészen más lesz, mint a fekete lyukba belehulló megfigyelő nyeregponti metrikája. Akár azt is elképzelhetjük, hogy a fekete lyuk kibocsáthat magából egy megfigyelőt. Ennek a valószínűsége roppant kicsi, de mindamellett lehetséges. Feltételezhetően az ilyen megfigyelő nyeregponti metrikája a fehér lyuk Carter-Penrose-diagramjának felel meg. Eszerint tehát nem tartalmaz ellentmondást az az állításom, mely szerint a fekete és a fehér lyukak azonosaknak tekintendők. Ez az egyetlen természetes módja annak, hogy a kvantumgravitációt CPT-invariánssá tegyük.

ROGER PENROSE VÁLASZA

Hadd térjek vissza Stephen megjegyzésére a macska problémájával kapcsolatban. Valójában a sajátértékek egyenlősége nem játszik szerepet. A közelmúltban sikerült kimutatni (Hughston et al. 1993), hogy bármely sűrűségmátrix esetében (még akkor is, ha a sajátértékek teljességgel eltérőek) és mindazon sok különböző módra, ahogyan az felírható (nem feltétlenül ortogonális) állapotok valószínűségi keverékeként, létezik egy olyan mérték, amelyet „az állapotvektor ismeretlen

részére” alkalmazhatunk. Ez az ismeretlen rész megadja a valószínűségeknek azt az egy bizonyos keverékét, amely az „ismert rész”-re vonatkozó sűrűségmátrix értelmezése. Sőt mi több, amennyiben a környezet hatását is figyelembe vesszük, akkor megállapítható, hogy bár a nem diagonális tagok kicsik lehetnek, a sajátvektorra gyakorolt hatásuk mégis számottevő lehet. Továbbá Stephen mindenféle puskagolyókról meg ehhez hasonlókról is beszélt. Ezzel azonban lényegében nem jut közelebb a probléma megoldásához, mert ezúttal a „macska + lövedék” rendszerre mindazon probléma fennáll, amit korábban a magányos „macska” esetében azonosítottunk. Úgy gondolom, hogy a „valóság” kérdése az egyetlen lényeges felfogásbeli különbség Stephen és köztem. Ez viszont további problémákkal áll kapcsolatban, így például azzal, hogy azonosak-e a fekete lyukak a fehér lyukakkal. Mindezen problémák lényege végső soron az a tény, hogy makroszkopikus szinten csak egyetlen egy téridőt vagyunk képesek felfogni. Ezért szerintem vagy az (A), vagy pedig a (B) változatot kell támogatnunk – úgy érzem Stephen adósunk maradt ezen a ponton.

A nagyon kis lyukak esetében a fekete és a fehér lyukak nagyon hasonlóak lehetnek egymáshoz. A kicsiny fekete lyuk sok sugárzást bocsát ki, ezért erősen emlékeztet egy fehér lyukra. Feltételezhetően a kis fehér lyuk viszont sok sugárzást képes elnyelni. Makroszkopikus szinten azonban ez az azonosítás számomra elfogadhatatlannak tűnik; véleményem szerint valahol másutt kell a megoldást keresni.

A kvantummechanika még csak alig hetvenöt esztendős. Ez nem túl hosszú idő, ha például Newton gravitációelméletének korával hasonlítjuk össze. Ezért számomra egyáltalán nem lenne meglepő, ha valamikor a jövőben a kvantummechanikát módosítani kellene a nagyon nagy méretű, makroszkopikus testek leírásához.

Mai vitánk kezdetén Stephen azt állította, hogy szerinte ő pozitivista, én viszont platonista vagyok. Nagyon örülök neki, hogy ő pozitivista, de azt hiszem ezúttal az a lényeg, hogy én viszont inkább realista vagyok. Ha pedig a vitánkat Einstein és Bohr mintegy hetven évvel ezelőtti híres vitájához hasonlítjuk, akkor nézetem szerint inkább Stephen játssza Bohr szerepét, én

pedig Einsteinét! Azért gondolom így, mert Einstein érvelt azzal, hogy léteznie kell valami olyasminek, mint a való világ, amit nem szükségszerűen kell valamilyen hullámfüggvénnyel megjeleníteni, míg Bohr azt hangsúlyozta, hogy a hullámfüggvény nem írja le a „valóságos" mikrovilágot, csupán azt a „tudást", amit az előrejelzések készítéséhez felhasználhatunk.

A vitából egyértelműen Bohr került ki győztesen. Valójában Einstein legújabb, Pais (1994) által írott életrajza szerint Einstein 1925 után már nem sok vizet zavart a kvantummechanikában. Igaz, hogy nem ért el jelentős felfedezéseket, bár kíméletlen bírálata felettébb hasznosnak bizonyult. A magam részéről úgy sejtem, Einstein azért nem tett a későbbiekben jelentős felfedezéseket a kvantummechanika területén, mert valami nagyon alapvető összetevő hiányzott a kvantummechanikából. Nevezetesen Stephen ötven évvel későbbi felfedezése, a fekete lyukak sugárzása. Az új fordulatot éppen a fekete lyukak sugárzásával kapcsolatban fellépő információvesztés jelenti.

KÉRDÉSEK ÉS VÁLASZOK

Gary Horowitz (megjegyzés): A vita során néhány becsmérlő megjegyzés hangzott el a húrelméletet illetően. Bár a megjegyzések becsmérlőek voltak, nagy számuk arra enged következtetni, hogy a húrelmélet mégiscsak meglehetősen fontos! A megjegyzések némelyike egyszerűen csak félrevezető, mások kifejezetten tévesek voltak. Először is a húrelmélet az általános relativitáselmélet gyenge terekre vonatkozó határesetében működik, ezért mindaz következik belőle, ami az általános relativitáselméletből következik. Segítségével ezenkívül jobban megérthetjük, mi történik a szingularitásban. Ugyanakkor úgy látszik, hogy a húrelméleten belül jelentkező ellentmondások némelyikét már sikerült megoldani. Természetesen nem állítom, hogy a húrelmélet minden problémánkra megoldást jelent, mindazonáltal továbbra is roppant ígéretes útnak látszik.

Kérdés: Zavaros kérdés, ugyancsak a macskáról.

Válasz: Roger Penrose újra elmagyarázza a macska problémáját.

Kérdés: Volna szíves Roger Penrose néhány megjegyzést fűzni a dekoherens történetek szerinti megközelítéshez? Kimutatták, hogy a külső környezet hatása miatt eltűnik a kvantummechanikai koherencia, azonban (egyelőre) nem teljesen értjük a folyamat belső működését. A koherencia eltűnése talán azzal a ténnyel áll kapcsolatban, hogy a szétcsatolódás esetleg a téridő tulajdonságaival áll összefüggésben?

Válasz (Penrose): A szétcsatolt történések programjában a folyamat része valami, ami az **R**-művelettel egyenértékű. Ez tehát eltér a szokásos kvantummechanikától, de mindamellett különbözik az én megközelítésemtől is. Érdekes azonban arról hallani, hogy létezhet valamilyen kapcsolat a téridő szerkezetével. Szerintem az idő aszimmetriájának kérdésében az én megközelítésem kevésbé tér el a konzisztens történeti megközelítéstől, mint Stephen nézetétől.

Kérdés: Mi a helyzet az entrópiával a dobozba zárt fekete lyukról szóló gondolatkísérletben? Az időtükrözött folyamat nem sértené a második főtételt?

Válasz (Hawking): A doboz maximális entrópiájú állapotban van. A rendszer ergodikusan elmozdul az összes lehetséges állapotok között, ezért nem sérül a második főtétel.

Kérdés: Lehetséges-e kísérletileg ellenőrizni a kvantummechanikai mérési eljárást?

Válasz (Penrose): Elvben legalábbis lehetségesnek kell lennie, hogy kísérletileg ellenőrizni tudjuk. Lehet, hogy valaki megpróbálkozik egy Leggett-típusú kísérlettel, ahol valamilyen nagy léptékű szuperpozíció lép fel. Az efféle kísérletekkel az a

gond, hogy a koherencia környezet hatása miatti eltűnése rendszerint sokkal nagyobb, mint a megmérni kívánt hatás. Ezért a rendszert tényleg nagyon jól el kell szigetelni. Amennyire tudomásom van róla, eddig nem merültek fel részletekbe menő elképzelések, de ez tényleg roppant érdekes lenne.

Kérdés: A Világegyetem felfúvódó modelljében a Világegyetem tömege nagyon pontosan a táguló és az összehúzódó Világegyetem lehetőségének határán egyensúlyoz. Mindeddig azonban csak az ezen egyensúlyhoz szükséges tömeg 10%-át sikerült megfigyelni. A hiányzó tömeg utáni kutatás engem arra emlékeztet, amikor a századfordulón a fizikusok az „étert" keresték. Kérem, fűzzenek megjegyzést ehhez!

Válasz (Penrose): Én meglehetősen boldog vagyok a Hubble-állandó mostani értékétől. A kritikus tömeg 10%-a nekem tökéletesen megfelel. Soha nem szerettem különösebben a felfúvódó modelleket. De azt hiszem, Stephen azt szeretné, ha a határ nélküli elképzelés részeként a Világegyetem zártnak bizonyulna. (S. W. H. közbevetése: „Úgy van!")

Válasz (Hawking): A Hubble-állandó kisebb lehet annál, mint amekkorának ma tartják. Az elmúlt ötven évben értéke a tizedrészére csökkent, és semmilyen okot nem látok rá, hogy miért ne csökkenhetne még a felére. Ezáltal csökkenne a még megtalálandó tömeg mennyisége.

IRODALOMJEGYZÉK

Aharonov, Y., Bergmann, P., and Lebowitz, J. L. 1964. Time symmetry in the quantum process of measurement. In *Quantum Theory and Measurement,* ed. J. A. Wheeler and W. H. Zurek. Princeton University Press, Princeton, 1983. Originally in *Phys. Rev.* **134B,** 1410-16.

Bekenstein, J. 1973. Black holes and entropy. *Phys. Rev.* ***D7****, 2333-46.*

Carter, B. 1971. Axisymmetric black hole has only two degrees of freedom. *Phys. Rev. Lett.* **26**, 331-333.

Diósi, L. 1989. Models for universal reduction of macroscopic quantum fluctuations. *Phys. Rev.* **A40,** 1165-74.

Fletcher, J., and Woodhouse, N. M. J. 1990. Twistor characterization of stationary axisymmetric solutions of Einstein's equations. In *Twistors in Mathematics and Physics,* ed. T. N. Bailey and R. J. Baston. LMS Lecture Notes Series 156. Cambridge University Press, Cambridge, U.K.

Gell-Mann, M., and Hartle, J. B. 1990. In *Complexity, Entropy, and the Physics of Information.* SFI Studies in the Science of Complexity, vol. 8, ed. W. Zurek. Addison-Wesley, Reading, Mass.

Geroch, R. 1970. Domain of dependence. *J. Math. Phys.* **11,** 437-449.

Geroch, R., Kronheimer, E. H., and Penrose, R. 1972. Ideal points in spacetime. *Proc. Roy. Soc. London* **A347,** 545-567.

Ghirardi, G. C., Grassi, R., and Rimini, A. 1990. Continuous-spontaneousreduction model involving gravity. *Phys. Rev.* **A42,** 1057-64.

Gibbons, G. W. 1972. The time-symmetric initial value problem for black holes. *Comm. Math. Phys.* **27,** 87-102.

Griffiths, R. 1984. Consistent histories and the interpretation of quantum mechanics. *J. Stat. Phys.* **36**, 219-272.

Hartle, J. B., and Hawking, S. W. 1983. Wave function of the universe. *Phys. Rev.* **D28,** 2960-2975.

Hawking, S. W. 1965. Occurrence of singularities in open universes. *Phys. Rev. Lett.* **15**, 689-690.

Hawking, S. W. 1972. Black holes in general relativity. *Comm. Math. Phys.* **25**, 152-166.

Hawking, S. W. 1975. Particle creation by black holes. *Comm. Math. Phys.* **43,** 199-220.

Hawking, S. W, and Penrose, R. 1970. The singularities of gravitational collapse and cosmology. *Proc. Roy. Soc. London* **A314,** 529-48.

Hodges, A. P. 1982. Twistor diagrams. *Physica* **114A,** 157-75.

Hodges, A. P. 1985. A twistor approach to the regularization of divergences. *Proc. Roy. Soc. London* **A397,** 341-74. Also, Mass eigenstates in twistor theory, ibid., 375-96.

Hodges, A. P. 1990. Twistor diagrams and Feynman diagrams. In *Twistors in Mathematics and Physics,* ed. T. N. Bailey and R. J. Baston. LMS Lecture Notes Series 156. Cambridge University Press, Cambridge, U.K.

Hodges, A. P., Penrose, R., and Singer, M. A. 1989. A twistor conformal field theory for four space-time dimensions. *Phys. Lett.* **B216,** 48-52.

Huggett, S. A., and Tod, K. P. 1985. *An Introduction to Twistor Theory.* London Math. Soc. student texts. LMS publication, Cambridge University Press, New York.

Hughston, L. P., Jozsa, R., and Wooters, W. K. 1993. A complete classification of quantum ensembles having a given density matrix. *Phys. Lett.* **A183,** 14-18.

Israel, W. 1967. Event horizons in static vacuum space-times. *Phys. Rev.* **164**, 1776-1779.

Majorana, E. 1932. Atomi orientati in campo magnetico variabile. *Nuovo Cimento* **9**, 43-50.

Mason, L. J., and Woodhouse, N. M. J. 1996. *Integrable Systems and Twistor Theory* (tentative). Oxford University Press, Oxford (forthcoming).

Newman, R. P. A. C. 1993. On the structure of conformal singularities in classical general relativity. *Proc. Roy. Soc. London* **A443,** 473-92; **II**, Evolution equations and a conjecture of K. P. Tod, ibid., 493-515.

Omnès, R. 1992. Consistent interpretations of quantum mechanics. *Rev. Mod. Phys.* **64,** 339-82.

Oppenheimer, J. R., and Snyder, H. 1939. On continued gravitational contraction. *Phys. Rev.* **56**, 455-59.

Pais, A. 1994. *Einstein Lived Here.* Oxford University Press, Oxford.

Penrose, R. 1965. Gravitional collapse and space-time singularities. *Phys. Rev. Lett.* **14,** 57-59.

Penrose, R. 1973. Naked singularities. *Ann. N.Y. Acad. Sci.* **22h,** 125-134.

Penrose, R. 1976. Non-Linear gravitons and curved twistor theory. *Gen. Rev. Grav.* **7**, 31-52.

Penrose, R. 1978. Singularities of space-time. In *Theoretical Principles in Astrophysics and Relativity,* ed. N. R. Liebowitz, W. H. Reid, and P. O. Vandervoort. University of Chicago Press, Chicago.

Penrose, R. 1979. Singularities and time-asymmetry. In *General Relativity: An Einstein Centenary,* ed. S. W. Hawking and W. Israel. Cambridge University Press, Cambridge, U.K.

Penrose, R. 1982. Quasi-local mass and angular momentum in general relativity. *Proc. Roy. Soc. London* **A381,** 53-63.

Penrose, R. 1986. On the origins of twistor theory. In *Gravitation and Geometry* (I. Robinson Festschrift volume), ed. W. Rindler and A. Trautman. Bibliopolis, Naples.

Penrose, R. 1992. Twistors as spin 3/2 charges. In *Gravitation and Modern Cosmology* (P. G. Bergmann's 75th Birthday volume), ed. A. Zichichi, N. de Sabbata, and N. Sánchez. Plenum Press, New York.

Penrose, R. 1993. Gravity and quantum mechanics. In *General Relativity and Gravitation 1992.* Proceedings of the Thirteenth International Conference on General Relativity and Gravitation held at Cordoba, Argentina, 28 June – 4 July 1992. Part 1, Plenary Lectures, ed. R. J. Gleiser, C. N. Kozameh, and O. M. Moreschi. Institute of Physics Publication, Bristol and Philadelphia.

Penrose, R. 1994. Shadows of the Mind: An Approach to the Missing Science of Consciousness. Oxford University Press, Oxford.

Penrose, R., and Rindler, W. 1984. *Spinors and Space-Time,* vol. 1: *Two-Spinor Calculus and Relativistic Fields.* Cambridge University Press, Cambridge.

Penrose, R., and Rindler, W. 1986. *Spinors and space-time,* vol. 2: *Spinor and Twistor Methods in Space-Time Geometry.* Cambridge University Press, Cambridge.

Rindler, W. 1977. *Essential Relativity.* Springer-Verlag, New York.

Robinson, D. C. 1975. Uniqueness of the Kerr black hole. *Phys. Rev. Lett.* **34**, 905-906.

Seifert, H.-J. 1971. The causal boundary of space-times. *J. Gen. Rel. and Grav.* **1**, 247-259.

Tod, K. P. 1990. Penrose's quasi-local mass. In *Twistors in Mathematics and Physics,* ed. T. N. Bailey and R. J. Baston. LMS Lecture Notes Series 156. Cambridge University Press, Cambridge, U.K.

Ward, R. S. 1977. On self-dual gauge fields. *Phys. Lett.* **61A,** 81-82.

Ward, R. S. 1983. Stationary and axi-symmetric spacetimes. *Gen. Rel. Grav.* **15**, 105-9.

Woodhouse, N. M. J., and Mason, L. J. 1988. The Geroch group and non-Hausdorff twistor spaces. *Nonlinearity* **1**, 73-114.

MAGYAR NYELVŰ IRODALOM

S. W. Hawking: Az idő rövid története, Maecenas, Bp. 1989; Talentum, Bp. 1999.

S. W. Hawking: Einstein álma, Vince Kiadó, Bp. 1999.

Hraskó Péter: Bevezetés az általános relativitáselméletbe, Műegyetemi Kiadó, Bp. 1997.

R. Penrose: A twistor-algebra + A kvantumgeometria természetéről + A twistor-elmélet céljai és eredményei, Magyar Fizikai Folyóirat, Klasszikus sorozat XIII. A twistor-elmélet, Akadémiai Kiadó, Bp. 1980.

MUTATÓ

A
aberráció 144
affin paraméter 28
Aharonov, Y. 94
alagútszerű összeköttetés 82
állapotösszeg 68, 69, 70, 71, 72
állapotvektor 96, 175
állapotvektor összeomlása 101
állapotvektor redukciója 93
általános energiatétel 27, 32
általános relativitáselmélet 13, 15, 16, 35, 49, 87, 88, 89, 120, 136, 150, 156, 157
általánosított második főtétel 41
annihiláció 82
antropikus elv 120
Ashtekar-változók 150
aszimmetria 157
aszimptotikus euklideszi metrika 106, 107, 108

B
Bekenstein, J. 40, 54
Bekenstein-Hawking-formula 54
Bell, J. 97
belső entrópia 36, 57, 128
Bergmann, P. 94
Bohr, N. 7, 176, 177

C
Carter, B. 46, 60, 62
Carter-diagram 62, 90, 170
Carter-Penrose-diagram 62, 63, 64, 66, 117, 174, 175
Cauchy-horizont 31, 32, 33
Cauchy-felület 21, 22, 49
Cauchy-folytatás 31, 33, 34, 35
COBE-műhold 127, 128
CPT-invariancia 131, 132, 140, 141, 175
CPT-sértés 162, 166
csapdába ejtett felületek 29, 30, 44, 59
csillag 59
csillagok összeomlása 29, 37
csupasz szingularitás 36, 48, 51
csupasz VMFR 48

D
de Sitter-metrika 114, 115, 116, 118, 123
de Sitter-világegyetem 115, 116, 117

de Sitter-tér 114, 119
Déli-sark 24
Diósi, L. 160
divergencia-probléma 89
duális tvisztor 148

E

Einstein, A. 38, 42, 95, 176, 177
Einstein-egyenlet 25, 43, 44, 114, 131, 152, 154, 155
Einstein-féle vákuumegyenletek 46
Einstein-Hilbert-hatás 71
Einstein-Podolski-Rosen-kísérlet 95, 96, 155
Einstein-Yang-Mills-fekete lyuk 61
elemi részecske 78
elektromágneses sugárzás 164
elektromágneses tér 26, 60
elektromos töltés 60, 78, 84
elkülönítő metrikák 107
energia 85
energia-impulzus-tenzor 25, 26, 122
energiasűrűség 25
entrópia 36, 39, 40, 65, 72, 118, 130, 174, 178
ergodikus vándorlás 165, 178
Ernst, F. J. 79, 83
erős energiafeltétel 26, 27, 30
erős kozmikus cenzúra 48, 51
erőterek kvantumelmélete 87
eseményhalmaz határfelülete 18, 19
eseményhalmaz jövője 17, 18, 20
eseményhalmaz múltja 20
eseményhorizont 37, 38, 39, 40, 41, 43, 44, 58, 59, 61, 63, 65, 66, 80, 83, 90, 130, 160
Északi-sark 24
euklideszi-Ernst-megoldás 83
euklideszi metrika 67, 105, 115, 118, 164
euklideszi de Sitter-megoldás 118
euklideszi-Schwarzschild-metrika 67, 68, 70, 71, 72, 73
euklideszi tér 80, 161
euklideszi tér-idő 69
Euler-szám 73, 161
exponenciális tágulás 125

F

fázistér 91, 92, 93, 170
fázistérfogat 165
fehér lyuk 51, 53, 163, 165, 167, 175, 176
fehér törpe 58
fekete lyuk 8, 14, 16, 17, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 45, 51, 53, 54, 57, 58, 59, 60, 61, 62, 64, 65, 72, 78, 79, 81, 85, 90, 97, 102, 134, 136, 140, 165, 170, 174, 175, 176, 177
fekete lyukak mechanikájának
  első főtétele 39, 40
  második főtétele 39
  nulladik főtétele 40
fekete lyukak párkeltése 81, 82
fekete lyukak sugárzása 65, 177
fekete lyukak termodinamikája 174
feles spinű részecskék 95
felcserélési összefüggések 49
felfúvódás 120, 121, 126, 129
felfúvódási szakasz 128
felfúvódó világegyetem 114, 179
felszíni gravitáció 40, 65
fermionok 71
Feynman, R. 13
Feynman-diagram 88, 152
fénykúp 29, 58
fényszerű felület 46, 59, 67
fényszerű görbe 22, 23, 46
fényvonal 16, 18, 19, 25, 26, 29, 39,46

fényvonal jövőbeli végpontja 18, 26
fényvonal múltbeli végpontja 19
féreglyuk 107
fibráció 54
FJR (felbonthatatlan jövőbeli rendszer) 47
Fletcher, J. 153
FLRW-világegyetem (Friedmann-Lemaître-Robertson-Walker-világegyetem) 52
fluktuációk 126, 127, 167
FMR (felbonthatatlan múltbeli rendszer) 47
fókuszálás 27
foton 97, 146
foton hullámfüggvénye 97
forró ősrobbanás 119
frekvenciakeveredés 70
Friedmann, L. A. 52

H

Hamilton-függvény 87
harmonikus oszcillátor 125
Hartle, J. 65, 94, 108, 140
határfeltételek 94
határfelület 18, 20
határ-geodetikus vonal 34
határ nélküli elképzelés 108, 110, 123, 128, 133, 136, 140, 41, 173, 179
határozatlansági elv 62, 101
hatás 105
hatásfüggvény 104, 112, 113
Hawking, S. 43, 45, 46, 49, 54, 89, 90, 96, 97, 102, 103, 108, 139, 140, 141, 142, 170, 171, 176
Hawking-Penrose-elmélet 63
háttér 70, 71
háttérsugárzás 15, 118, 152
Heisenberg, W. 62
Heisenberg-féle határozatlansági elv, 62, 101
helicitás 146, 148, 149, 153, 156
Hermite-típus 147
hiányzó tömeg 179
Hilbert-tér 91, 95
hiperboloid 114, 115
Hodges, A. 152
holomorfitás 154, 158
holomorfitási kényszer 151
holomorf görbe 153
Horowitz, G. 50, 83, 177
hőmérséklet 80
hőmérsékleti sugárzás 65, 164
Hugget, S. A. 143
Hubble-állandó 179
Hughston, L. P. 96
hullámfüggvény 110, 112, 113, 124, 125, 173
hullámfüggvény összeomlása 93, 165
hullámfüggvény redukciója 163
Hulse, R. A. 88
húrelmélet 15, 16, 127, 152, 157, 162

I

ibolyántúli levágás 89
idő (kezdete és vége) 36
idő iránya 131, 133, 134, 136, 141, 179
időszerű geodetikus 28
időszerű vonal (görbe) 16, 17, 22
IFMR (igazi FMR) 47, 48, 49
igazi FJR 48
impulzuskényszer 110, 111
impulzusmomentum 60, 61
indukált metrika 109
infláció 120
információ 57, 61, 84, 86, 96, 165, 165
információvesztés 89, 91, 102
interferencia 159, 160
interferenciakép 92
intermolekuláris erők 160

instabilitás 101
instanton 161
Israel, W. 46, 60
Isten mint kockajátékos 42, 85

J
Jeans-instabilitás 140
Jozsa, R. 95
jövő 103
jövőbeli fényszerű végtelen 45

K
Kerr-megoldás 46, 60
Kerr-metrika 46
Kerr-téridő 46
kettőspulzár 88
kevert kvantumállapot 85
kezdet (világegyetemé) 104, 140
kezdeti feltétel 120
kezdeti szingularitás 156
kékeltolódás 64
képzetes idő 67, 68, 69
kétréses kísérlet 91
koherencia eltűnése 178
kohomológia 151
kompaktmetrika 105
komplex számok 92, 93
konform tényező 161
konform térelmélet 152
konjugált pont 23, 24, 26, 27, 32
konjugált pontpárok 28, 34, 35
konjugált változók 140
kopaszsági elv 60, 165
koppenhágai iskola 7
korai világegyetem 140
korreláció 160
kozmikus cenzúra 36, 43, 45, 46, 49, 50, 51, 58
kozmológia 103, 162, 163
kozmológiai állandó 50, 112, 116, 121
kozmológiai eseményhorizont 128, 137
kozmológiai entrópia 118
kozmológiai mérés 158
kritikus sebesség 121, 123
kritikus tömeg 179
Kronheimer, E. H. 46
kronológikus jövő 16
kvantált tvisztor 149
kvantumállapot 85
kvantumelmélet 36, 42, 61
kvantumfluktuáció 85
kvantumgravitáció 8, 14, 16, 17, 35, 55, 57, 83, 105, 160, 162, 163, 172, 173
kvantumkozmológia 103
kvantummechanika 7, 8, 13, 14, 29, 57, 87, 89, 104, 121, 136, 149, 159, 172, 176, 178
kvantummechanikai fluktuációk 128
kvantummechanikai határozatlanság 91
kvantummechanikai valóság 95
kvantumos fekete lyuk 72
kvantumtérelmélet 7, 62, 72, 87, 88, 141
kvázilokális tömegek 153

L
Laflamme, R. 134
Lemaître, G. 52
Levi-Civitá, T. 148
Lorentz, H. A. 24
Lorentz-csoport 145, 156
Lorentz-de Sitter-tér 113, 123, 133, 135
Lorentz-geometria 160
Lorentz-megoldás 80, 83, 135, 141, 173
Lorentz-metrika 24, 114, 161, 162, 169
Lorentz-periódus 135

Lebowitz, J. L. 92

M
Majorana, E. 144
makroszkopikus alternatívák 98
Mason, L. J. 153
mágneses tér 79
mágneses töltés 81
mágnesesen töltött fekete lyuk 79
megfigyelő 168
metafizika 104
metrika 20, 24, 64, 70, 162
metrika kvantumfluktuációi 85
mérés problémája 88, 89, 101
mérték 104, 124
mikroállapot 164
mikrohullámú háttérsugárzás 15, 108, 119, 126, 128, 160
Minkowski-téridő 19, 20, 29, 62, 63, 78, 83, 114, 143, 146, 160, 161
monopólus 60
Möbius-transzformáció 145

N
Nagy Reccs 43, 51, 53
Nap 58, 65
nem szinguláris metrika 104
neutron 58
neutroncsillag 58, 88
Newmann, R. P. A. C. 52, 53
Newmann-Penrose-egyenlet 24, 25, 26
Newton, I. 102
Newton-elmélet 58
Newton gravitációelmélete 176
Newton-törvények 88
nukleonok 101
nulla-geodetikus 19
nyeregpont 162
nyeregponti metrika 173, 175
nyílt világegyetem 54

O
objektív redukció 99
oksági kapcsolat 50, 51
oksági szerkezet 20, 29, 102
operátorok 149
Oppenheimer, R. 43, 44
O-S-modell (Oppenheimer-Snyder-m.) 44, 45, 46
oszcilláló hullámfüggvény 114

Ö
ősrobbanás 35, 43, 48, 51, 52, 54, 55
ősrobbanás-modell 119, 120, 136, 156
összeomlás 59
összeomló csillagok 36, 64
összeomló porfelhő 43

P
Page, D. 134, 165, 166
Pais, A. 177
partíciós függvény 68
Pauli-Lubanski-féle spinvektor 148
párkeltés 78, 82, 83, 123
Penrose, R. 20, 36, 37, 45, 46, 48, 49, 62, 100, 105, 131, 133, 136, 142, 143, 144, 145, 152, 153, 154, 160, 165, 173, 178
Penrose-diagram 62
Penrose-tétel 58
perturbáció 84, 108, 111, 132
Planck-egységek 65, 81, 123, 126
Planck-érték 116
Planck-állapotösszeg 68, 69, 71, 72
Planck-hosszúság 71, 83, 99
Planck-lépték 99
Planck-skála 14, 84, 112
Planck-sűrűség 127
Podolski, B. 95

pozitív definit metrika 67, 75
pozitív metrika 24
pozitron 78
projektív tvisztortér 147
propagátor 142

R
Raychaudhuri-egyenlet 24, 25
relativitáselmélet 13
részecskefizika 57
részecskekeltés 65
részecskekibocsátás 65
Ricci-síkság 154, 155
Ricci-tenzor 52
Riemann-gömb 142, 143, 144, 145, 146, 152
Riemann-tenzor 52
Rimini, A. 100
Rindler, W. 143, 145
Robertson, H. P. 52
Robinson, S. C. 46, 60
Rosen, N. 95
Ross, S. 83

S
sajátállapot 150
Schrödinger-egyenlet 111, 124, 125
Schrödinger macskája 97, 98, 99, 137, 139, 150, 168, 171, 175, 176
Schwarzschild-fekete lyuk 66
Schwarzschild-háttér 70
Schwarzschild-megoldás 46, 116
Schwarzschild-metrika 66, 67, 105
Schwarzschild-sugár 66
Seifert, H. J. 46
simaság 36
Singer, M. A. 52
skarlátgörbület 70
skalártér 25, 64, 122, 123, 127
skálatényező 114
Snyder, H. 43, 44
speciális relativitás 87
spin 150, 156
spinor 147
sugárzó fekete lyuk 61
sűrűségmátrix 95, 97, 139, 168, 171, 175, 176
sűrűségperturbáció 124, 127
szabad energia 72
szétcsatolás 129
szétsugárzás 82, 83
szférikus harmonikusok 123
szimmetriasértés 162
szingularitás 14, 17, 18, 28, 35, 37, 38, 44, 47, 49, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 58, 64, 66, 67, 87, 88, 104, 105, 119, 136, 140
szingularitás aszimmetriája 91, 95
szingularitásmentes téridő 24
szingularitástétel 14, 29, 30
szinguláris pontok 47
szórásszámítás 105
szupergravitáció 14, 15
szuperpozíció 98, 139, 168, 169
szuperpozíciós elv 92
szuperszimmetria 156

T
Taylor, E. F. 88
tágulási-összehúzódási ciklus 133
termikus fluktuáció 164, 167
termikus nyomás 58
termikus sugárzás 41, 70
termodinamika 39, 40, 52, 55, 72, 136
termodinamika
- első főtétele 39
- második főtétele 39, 52, 55, 91, 94, 178
- nulladik főtétele 40

téregyenletek 35
téridő 16, 28, 31, 38, 144, 153
téridő kezdete és vége 16

téridő szerkezete 144
térszerű vonal 17
Tod, K. P. 143, 153
topológia 72, 83
topológiai család 153
tömeg 72
tömeg/töltés arány 78
tudomány 104
tvisztor 139, 141, 146, 152, 153
tvisztorelmélet 143, 152, 156, 157, 158
tvisztor fázisa 148
tvisztor-ideológia 156

U
unitér fejlődés 93

V
vallás 52
végső FJR 48
végső FMR 47, 48, 49, 51
végső szingularitás 53
végtelen VFJR 48, 51, 87
végtelen VFMR 49
végtelenben lévő pontok 47
világegyetem 29, 35, 52, 54, 103, 104, 108, 118, 119, 130, 134, 173
világegyetem tágulása 35, 120
„villámcsapás” 49
vízcsepp 101
vonalintegrál 104, 106, 162

W
Walker, J. M. 52
Ward, R. S. 153
Weyl-görbület 53, 54, 90, 91, 139, 140, 156, 170, 173
Weyl-tenzor 52, 53, 131, 133, 136, 153, 154, 155, 173
Wheeler-de Witt-egyenlet 111, 124
Wick-forgatás 161, 169, 170
Woodhouse, N. M. J. 153

Y
Yang-Mills-tér 60, 153, 160

Z
zárt világegyetem 54