De første 6 opgaver løses **uden** hjælpemidler

Opgave 1

a) Vi giver os i kast med at reducere udtrykket:

$$(a+b)\cdot(a-b)+b\cdot(a+b)$$
$$=a^2-ab+ab-b^2+ab+b^2$$
$$=a^2+ab$$

Og vi fortsætter med at løse den simple førstegradsligning:

$$23+2x=15 \Leftrightarrow \frac{2x}{2}=-\frac{8}{2} \Leftrightarrow x=-4$$

Hvilket er det ønskede.

Opgave 2

a) Hvis man kigger på værdien $f(x)$, når $x=0$, så er $f(0)=5$. For at bestemme fordoblingskonstanten, så ses der på den y-værdi der er dobbelt af 5. Dvs. at når y-værdien er 10, så aflæses værdien på x-aksen til at være 3, dvs. at når $f(x)=10$, så er $x=3$. Altså er $T_2=3$.

Opgave 3

a) Der er oplyst to funktioner

$$f(x)=5x^2 \text{ og } g(x)=4\cdot\ln(x)+7$$

Vi ønsker at differentiere begge funktioner:

$$f'(x)=2\cdot 5x^{2-1}=10x$$
$$g'(x)=4\cdot\ln(x)+7=4\cdot\frac{1}{x}+0=\frac{4}{x}$$

Hermed er funktionerne differentieret som ønsket.

Opgave 4

a) Vi skal overbevise os selv om, at rødderne i andengradspolynomiet er $(3{,}0)$ og $(5{,}0)$. Vi kan løse den på to måder. Vi tager den første metode:

$$x^2-8x+15=0$$

Vi benytter os af diskriminantformlen:

$$d=(-8)^2-4\cdot 1\cdot 15=64-60=4, \qquad d>0$$

Så beregnes x:

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{d}}{2a}=\frac{-(-8)\pm\sqrt{4}}{2\cdot 1}=\frac{8\pm 2}{2}=\begin{cases}5\\3\end{cases}$$

Dermed er rødderne $x=3 \vee x=5$ som ønsket. Vi kunne også udnytte at rødderne er oplyst og dermed skrive andengradspolynomiet på faktoriseret form:

$$f(x)=(x-3)(x-5)$$

Vi prøver at gange parenteserne sammen:

$$(x-3)(x-5)=x^2-5x-3x+15=x^2-8x+15$$

Og da den er identisk med den givende funktion, er rødderne til funktionen $x=3 \vee x=5$

Førstekoordinaten til toppunktet kan også bestemmes på flere måder. Man kan differentiere funktionen, man kan udnytte, at rødderne er $x = 3$ og $x = 5$, og da toppunktet er det sted hvor funktionen er symmetrisk, så er det i $x = 4$. Man kan også bare bruge de klassiske formler for toppunktet. Da vi lige har argumenteret for den er symmetrisk, så er $x = 4$ førstekoordinaten. Vi viser dog alligevel de to andre metoder.

$$f'(x) = 0$$

Dvs.

$$2x - 8 = 0 \Leftrightarrow 2x = 8 \Leftrightarrow x = 4$$

Vi kunne også bruge T_x:

$$T_x = -\frac{b}{2a} = -\frac{-8}{2 \cdot 1} = \frac{8}{2} = 4$$

Dermed fik vi bestemt førstekoordinaten til toppunktet for $f(x)$.

Opgave 5

a) Vi bestemmer integralet.

$$\int (6x^2 - \mathrm{e}^x)dx = 6 \cdot \frac{1}{2+1} x^{2+1} - \frac{\mathrm{e}^x}{\ln(\mathrm{e})} + k = 2x^3 - \mathrm{e}^x + k$$

Som er det ønskede

Opgave 6

a) Tabellen er givet ved oplysninger. Der vælges for $x = 0$ og $x = 1$.

$$a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{7-4}{1-0} = \frac{3}{1} = 3$$

$$b = y_1 - ax_1 = 4 - 3 \cdot 0 = 4$$

Så funktionen er:

$$f(x) = 3x + 4$$

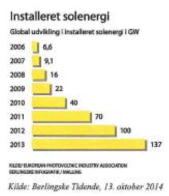
Vi gør prøve og ser om den går gennem alle punkter. Der indsættes i x-værdierne.

$$f(0) = 3 \cdot 0 + 4 = 4$$
$$f(1) = 3 \cdot 1 + 4 = 7$$
$$f(2) = 3 \cdot 2 + 4 = 10$$
$$f(3) = 3 \cdot 3 + 4 = 13$$

Og da $13 \neq 14$ så kan den lineære forskrift ikke bruges i denne sammenhæng.

De resterende opgaver løses **med** hjælpemidler. Delprøve 2 løses af den **dygtige** kursist Michael Trans fra VUC i Slagelse. Hans opgave stammer fra en terminsprøve, så opgaven er løst som var det en rigtig eksamen.

Opgave 7



Den Globale udvikling i solenergianlæg kan beskrives ved modellen $f(x) = b \cdot a^x$
hvor f (x) er installeret solenergi (målt i GW), og x er antal år efter 2006.

a) Bestem tallene a og b.

0	6,6
1	9,1
2	16
3	22
4	40
5	70
6	100
7	137

Eksponentiel regression udført vha. CAS-værktøjet WordMat: $R^2 = 0{,}9938382$

$$f(x) = 6{,}260982 \cdot 1{,}576556^x$$

b) Hvad fortæller tallet a om udviklingen i installeret solenergi?

$a = fremskrivsfaktor$ så det vil siges at det stiger med 57,66% om året

c) I hvilket år kommer den installerede solenergi over 1000 GW, hvis udviklingen fortsætter?

Vi skal løse en ligning

$$f(x) = 6{,}260982 \cdot 1{,}576556^x$$
$$1000 = 6{,}260982 \cdot 1{,}576556^x$$

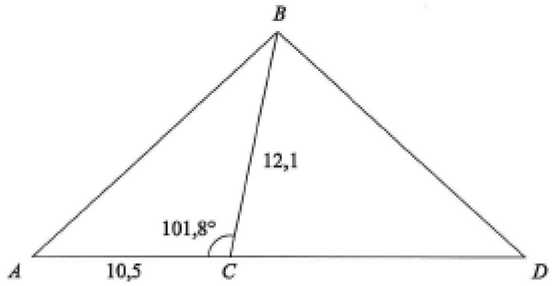
$\Updownarrow$ *Ligningen løses for x vha. CAS-værktøjet WordMat.*

$$x = 11{,}14442$$

det vil siges at i år $2006 + 11{,}14442 = 2017{,}14442$

Det vil siges at først i år 2017 vil GW komme op på 1000

Opgave 8



Figuren viser en trekant ABD. Punktet C ligger på siden AD

Nogle af målene fremgår af figuren.

a) Bestem længden af side AB

$$\sqrt{a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos(C)}$$

$$\sqrt{12{,}1^2 + 10{,}5^2 - 2 \cdot 12{,}1 \cdot 10{,}5 \cdot \cos(101{,}8)} = 17{,}5676$$

Trekant BCD har arealet 93

b) Bestem vinkel C i trekant BCD og bestem længden af side CD

Arealet af c i trekant BCD kan vi finde ved

$$Vinkel\ C\ i\ trekant\ BCD = 101{,}8 - 180 = 78{,}2$$

$$93 = \frac{1}{2} \cdot 12{,}1 \cdot CD \cdot \sin(78{,}2)$$

$$\Updownarrow$$ *Ligningen løses for CD vha. CAS-værktøjet WordMat.*

$$CD = 15{,}70376$$

Opgave 9.

I 2006 var der 460 000 medlemmer i de danske fitnesscentre. I perioden 2006-2010 voksende antallet af medlemmer med god tilnærmelse 43000 pr. år

a) Indfør passende variabel, og opstil en model til at beskrive udviklingen i antallet af medlemmer i fitnesscentrene

$y\ er\ antallet\ medlemmer\ i\ fitnesscentre$

$x\ antalt\ \text{år}\ efter\ 2006$

$f(x) = a \cdot x + b$

$f(x) = 43000 \cdot x + 460000$

b) Kommenter modellen, når det oplyses, at fitnesscentrene i 2014 havde 810 000 medlemmer.

For at tjekke om det passer vil jeg regne min regneforskrift ud

Jeg tager min begyndelse år

$2014 - 2006 = 8$

Så putter jeg det ind på x plads

$f(x) = 43000 \cdot 8 + 460000$

$f(x) = 804000$

Så modellen passer ikke helt da der er 6000 medlemmer i forskel.

Opgave 10

Undersøgelse af dybhavsfisken Zenopsis conchifera i havet syd for Brasilien har vist, at der gælder sammenhængen

$m = 0{,}025 \cdot l^{2{,}70}$

Mellem fiskens vægt m (målt i g) og dens længde L (målt i cm)

a) Bestem vægten af en 35 cm lang fisk.

$0{,}025 \cdot 35^{2{,}70} \approx 368{,}9128 \text{ g}$

b) Hvor mange procent vokser fiskens vægt, når dens længde vokser 25 %

Så skal vi bruge formelen

$ry = ((1 + rx)^{a} - 1) \cdot 100$

$\frac{25}{100} = 0{,}25$

$ry((1 + 0{,}25)^{2{,}70} - 1) \cdot 100\%$

Når længde stiger med 25% vil vokse med 82,66 % i vægt.

Opgave 11

Der er givet en funktion

$f(x) = 0{,}125x^3 - 4{,}5x^2 + 48x - 151$

a) Løs ligning $f'(x) = 0$ og bestem de lokale ekstrema.

$definer: f(x) = 0{,}125x^3 - 4{,}5x^2 + 48x - 151$

$f'(x) = 0{,}375 \cdot x^2 - 9 \cdot x + 48 = -9 \cdot x + 0{,}375 \cdot x^2 + 48$

$0 = -9 \cdot x + 0{,}375 \cdot x^2 + 48$

$\Updownarrow$ *Ligningen løses for x vha. CAS-værktøjet WordMat.*

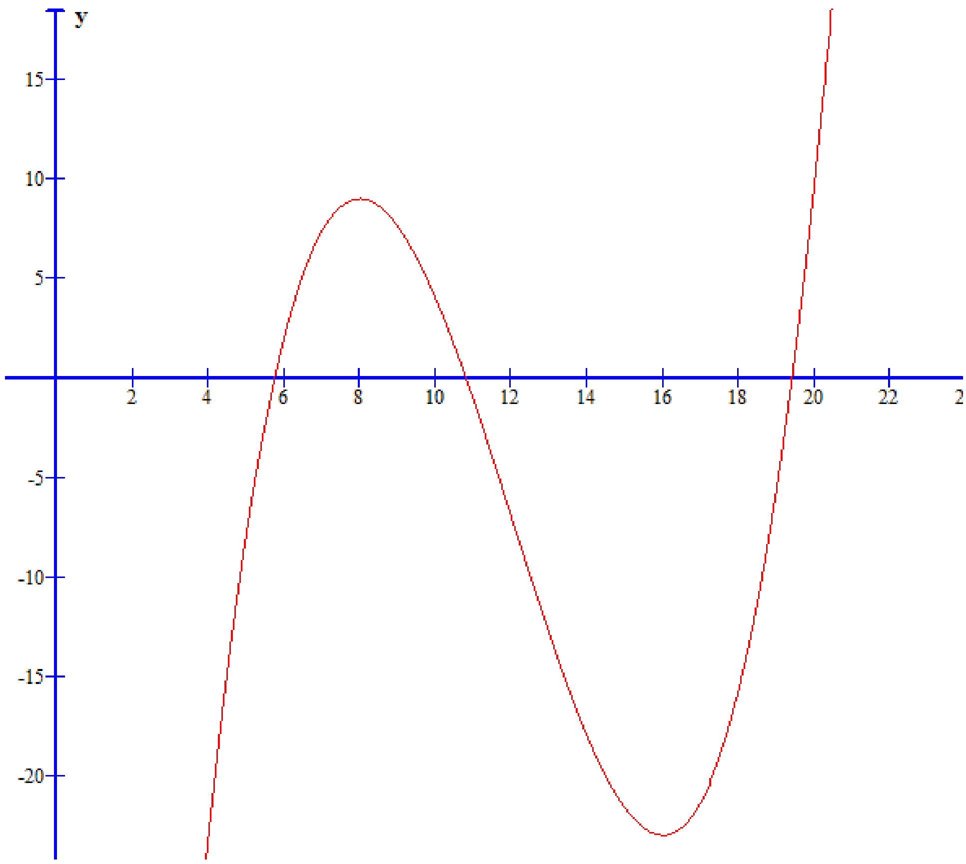
$x = 8 \quad \vee \quad x = 16$

De lokale ekstrema

Vi gå ud på grafen og finder vores $x = 8 \quad \vee \quad x = 16$

Lok. Maks. X=8 og y=9

Lok. Min x=16 og y =-23



Opgaven fortsættes næste side

b) Bestem en ligning for tangenten til grafen for f i punktet $(4, f(4))$

Tangent formlen $y = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$

$vi\ indsætter\ punktet\ p$: $y = f'(x_0)(x - 4) + f(4)$

$vi\ manger\ f'(x_0) men\ heri\ indsættes\ x_0 = 4\ i\ den\ afledede$

$f(4) = 0{,}125 \cdot 4^3 - 4{,}5 \cdot 4^2 + 48 \cdot 4 - 151 = -23$

$f'(4) = -9 \cdot 4 + 0{,}375 \cdot 4^2 + 48 = 18$

Dermed er tangent for f(x) som følger:

$y = 18 \cdot (x - 4) - 23 = 18 \cdot x - 95$

Grafen for f har to tangenter med hældningskoefficient -4,5

c) Bestem først koordinaten til røringspunktet for hver af disse to tangenter

$$f'(x) = -4{,}5$$

Altså

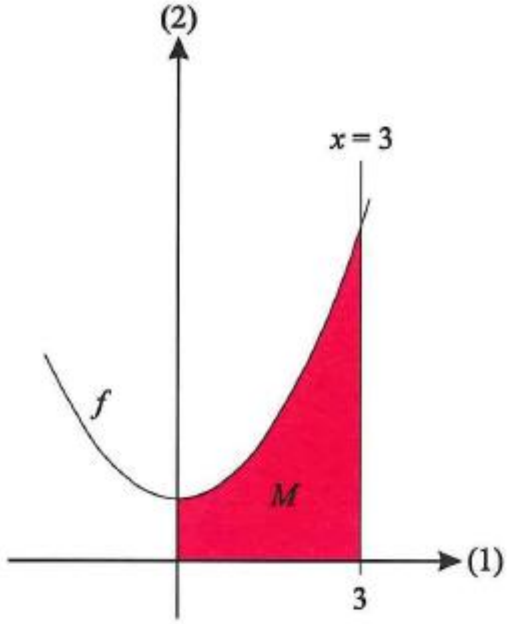
$$-9 \cdot x + 0{,}375 \cdot x^2 + 48 = -4{,}5$$

$\Updownarrow$ *Ligningen løses for x vha. CAS-værktøjet WordMat.*

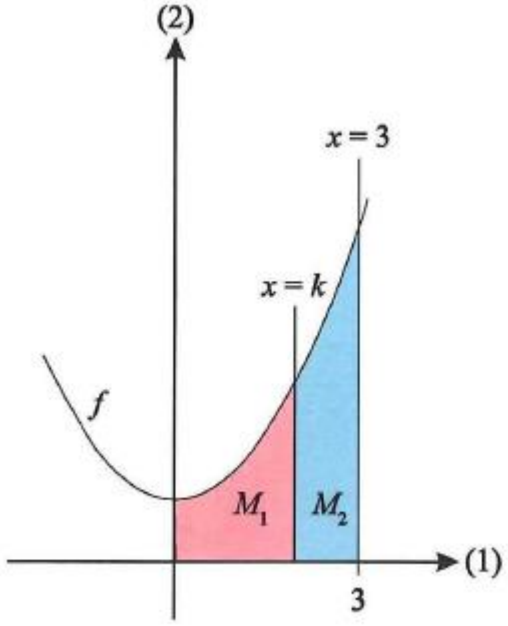
$$x = 10 \quad \vee \quad x = 14$$

Så røringspunkterne er x=10 og x=14

Opgave 12



Figur 1



Figur 2

Et område M i først kvadrant er afgrænset af grafen for funktion

$f(x) = 0{,}5x^2 + 1$

Den lodrette linje $x = 3$ og koordinatakserne. Se figur 1

a) Bestem arealet af område m

$f(x) = 0{,}5x^2 + 1$

Der findes en stamfunktion vha. CAS-værktøjet WordMat's 'Stamfunktion' funktion

$0{,}03125 \cdot x^4 - 1{,}5 \cdot x^3 + 24 \cdot x^2 - 151 \cdot x = 0{,}1666667 \cdot x^3 + x + c3$

$definer: F(x) = 0{,}1666667 \cdot x^3 + x$

$F'(x) = 0{,}5x^2 + 1$

$F(3) - F(0) \approx 7{,}500001$

Arealet er 7,5

Opgaven fortsættes næste side

En lodret linje $x = k$ deler området m i to områder $M_1 \ og \ M_2$ når 0 <k < 3. se figur 2

b) Bestem tallet k. så de to område $m_1 \ og \ m_2$ får sammen areal.

$$\frac{7,5}{2} = \int_0^k f(x)dx$$

$$3,75 = \frac{1}{4}k^3 + k$$

$$\Updownarrow$$

Ligningen løses for k vha. CAS-værktøjet WordMat.

$$k = 2,132874$$

Det vil siges at $k = 2,132874$ så bliver arealet af $M_1 \ og \ M_2$ er lige store.

Tak til Michael Trans fra VUC i Slagelse for hans vejledende besvarelse af opgavesættet: matematik B HF maj 2016 til vores hjemmeside.