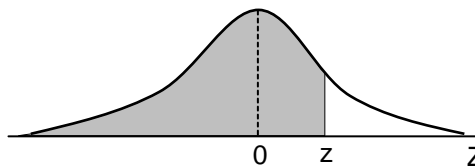


# Ensayo General 3 Matemáticas PREUSM

## INSTRUCCIONES ESPECÍFICAS

1. A continuación encontrará una serie de símbolos, los que puede consultar durante el desarrollo de los ejercicios.
2. Las figuras que aparecen en el modelo son solo indicativas.
3. Los gráficos que se presentan en este modelo están dibujados en un sistema de ejes perpendiculares.
4. Se entenderá por dado común, a aquel que posee 6 caras, donde al lanzarlo las caras son equiprobables de salir.
5. En esta prueba, las dos opciones de una moneda son equiprobables de salir, a menos que se indique lo contrario.
6.  $(f \circ g)(x) = f(g(x))$
7. Los números complejos  $i$  y  $-i$  son las soluciones de la ecuación  $x^2 + 1 = 0$ .
8. Si  $z$  es un número complejo, entonces  $\bar{z}$  es su conjugado y  $|z|$  es su módulo.
9. Si  $Z$  es una variable aleatoria continua, tal que  $Z \sim N(0, 1)$  y donde la parte sombreada de la figura representa a  $P(Z \leq z)$ , entonces se verifica que:

$z$	$P(Z \leq z)$
0,67	0,749
0,99	0,839
1,00	0,841
1,15	0,875
1,28	0,900
1,64	0,950
1,96	0,975
2,00	0,977
2,17	0,985
2,32	0,990
2,58	0,995



## INSTRUCCIONES PARA LAS PREGUNTAS DE SUFICIENCIA DE DATOS

En las preguntas de Suficiencia de Datos no se pide la solución al problema, sino que se decida si con los datos proporcionados tanto en el enunciado como en las afirmaciones (1) y (2) se pueda llegar a la solución del problema.

Es así, que se deberá marcar la opción:

- A) **(1) por sí sola**, si la afirmación (1) por sí sola es suficiente para responder a la pregunta, pero la afirmación (2) por sí sola no lo es,
- B) **(2) por sí sola**, si la afirmación (2) por sí sola es suficiente para responder a la pregunta, pero la afirmación (1) por sí sola no lo es,
- C) **Ambas juntas, (1) y (2)**, si ambas afirmaciones (1) y (2) juntas son suficientes para responder a la pregunta, pero ninguna de las afirmaciones por sí sola es suficiente,
- D) **Cada una por sí sola, (1) ó (2)**, si cada una por sí sola es suficiente para responder a la pregunta,
- E) **Se requiere información adicional**, si ambas afirmaciones juntas son insuficientes para responder a la pregunta y se requiere información adicional para llegar a la solución.

## SÍMBOLOS MATEMÁTICOS

$<$	es menor que	$\cong$	es congruente con
$>$	es mayor que	$\sim$	es semejante con
$\leq$	es menor o igual a	$\perp$	es perpendicular a
$\geq$	es mayor o igual a	$\neq$	es distinto de
$\perp$	ángulo recto	//	es paralelo a
$\sphericalangle$	ángulo	$\in$	pertenece a
log	logaritmo en base 10	$\overline{AB}$	trazo AB
$\phi$	conjunto vacío	$ x $	valor absoluto de x
ln	logaritmo en base e	x!	factorial de x
$\cup$	unión de conjuntos	$\cap$	intersección de conjuntos
$A^c$	complemento del conjunto A	$\vec{u}$	vector u

1. 
$$\frac{\left(\frac{1}{5}\right)^2 + \frac{1}{5}}{\left(\frac{1}{5}\right)^{-1}} =$$

A)  $\frac{1}{25}$

B) 2

C)  $\frac{6}{125}$

D)  $\frac{6}{5}$

E)  $-\frac{6}{5}$

2. ¿Cuál de los siguientes números está entre  $\frac{1}{4}$  y  $\frac{2}{3}$ ?

A)  $\frac{1}{9}$

B)  $\frac{1}{5}$

C)  $\frac{4}{5}$

D)  $\frac{3}{14}$

E)  $\frac{3}{10}$

3. ¿Cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) verdadera(s), con respecto a la expresión decimal de  $\frac{3}{11}$ ?

- I) El dígito de la milésima es un número par.
- II) Es un número decimal periódico.
- III) El número truncado al dígito de la cienmilésima es 0,27273.

- A) Solo I
- B) Solo I y II
- C) Solo I y III
- D) Solo II y III
- E) I, II y III

4. Las masas del Sol y de la Tierra, aproximadamente, son  $1,98 \cdot 10^{30}$  kg y  $5,98 \cdot 10^{24}$  kg, respectivamente. Con estos valores, ¿cuántas veces está contenida, aproximadamente, la masa de la Tierra en la masa del Sol?

- A)  $3,311 \cdot 10^5$  veces
- B)  $3,020 \cdot 10^6$  veces
- C)  $3,311 \cdot 10^6$  veces
- D)  $3,020 \cdot 10^{-6}$  veces
- E)  $4 \cdot 10^6$  veces

5. Una persona viaja desde La Serena a Los Vilos, ciudades que se encuentran a una distancia de 210 km. Si en los tres primeros días recorre  $\frac{3}{7}$ ,  $\frac{2}{21}$  y  $\frac{7}{30}$  de esa distancia, respectivamente, ¿a cuántos kilómetros de Los Vilos se encuentra al término del tercer día de iniciado el viaje?

- A) A 49 km
- B) A 51 km
- C) A 100 km
- D) A 110 km
- E) A 159 km

6. Se tiene un círculo de área  $64 \text{ cm}^2$ . Si el radio del círculo se duplica cada 2 minutos, entonces el área del círculo obtenido a los 50 minutos será

- A)  $2^{25} \cdot 64 \text{ cm}^2$
- B)  $2 \cdot 64 \cdot 50 \text{ cm}^2$
- C)  $2 \cdot 64 \cdot 25 \text{ cm}^2$
- D)  $2^{50} \cdot 64 \text{ cm}^2$
- E)  $64 \cdot 25 \text{ cm}^2$

7. Sea  $m$  un número entero. Para que la solución, en  $x$ , de la ecuación  $\frac{3(x+2)}{5} = m$  sea **siempre** un número entero, el valor de  $m$ , debe ser

- A) un múltiplo de 5.
- B) un múltiplo de 2.
- C) un múltiplo de 3.
- D) 1
- E) -1

8. Sea la ecuación  $px + q = r$ , en  $x$ , donde  $p$ ,  $q$  y  $r$  son números enteros, con  $p \neq 0$ . Se puede determinar que la solución de la ecuación es un número racional **NO** entero, si se sabe que:

- (1)  $(r - q)$  es mayor que  $p$ .
- (2)  $(r + q)$  es múltiplo de  $p$ .

- A) (1) por sí sola
- B) (2) por sí sola
- C) Ambas juntas, (1) y (2)
- D) Cada una por sí sola, (1) ó (2)
- E) Se requiere información adicional

9. ¿Cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) **siempre** verdadera(s)?

- I) Si  $P$  y  $Q$  son números irracionales, entonces  $P \cdot Q$  es un número irracional.
- II) Si  $P$  y  $Q$  son números irracionales, entonces  $(P + Q)$  es un número irracional.
- III) Si  $P$  es un número irracional y  $Q$  es un número entero positivo, entonces  $\frac{P}{Q}$  es un número irracional.

- A) Solo I
- B) Solo III
- C) Solo I y II
- D) I, II y III
- E) Ninguna de ellas.

10. Si  $X$  es la mejor aproximación por defecto a la centésima de 2,64575131 e  $Y$  es la aproximación por redondeo a la décima de 3,16227766, entonces el valor de  $(X + Y)$  es

- A) 5,84
- B) 5,74
- C) 5,75
- D) 5,85
- E) 5,76

11. Si  $\log \sqrt{10} = p$ ,  $\log_q \left( \frac{27}{64} \right) = -3$  y  $\log_{\frac{1}{3}} r = -2$ , ¿cuál es el valor de  $(pqr)$ ?

A)  $\frac{1}{24}$

B) 12

C)  $-\frac{27}{8}$

D)  $\frac{1}{12}$

E) 6

12. Si  $x$  es un número real mayor que 1, entonces  $(\sqrt{x+1} - \sqrt{x-1})^2$  es igual a

A) 0

B) 2

C)  $2x - \sqrt{x^2 - 1}$

D)  $2x - 2\sqrt{x^2 - 1}$

E)  $2x$



13. Si  $a$ ,  $b$ ,  $n$  y  $p$  son números reales positivos, entonces  $\sqrt[b]{a^n} \cdot \sqrt[n]{p^b}$  es igual a

A)  $ap$

B)  $(ap)^{\frac{n^2+b^2}{nb}}$

C)  $\sqrt[b]{a^{n^2} p^{b^2}}$

D)  $\sqrt[b]{(ap)^{n+b}}$

E) ninguna de las expresiones anteriores.

14. En la recta numérica están ubicados los números negativos  $R$ ,  $S$  y  $T$ . Si entre ellos,  $S$  es el que está más cerca del cero,  $R$  el que está más lejos del cero y  $T$  está entre  $R$  y  $S$ , ¿cuál de las siguientes desigualdades **NO** se cumple?

A)  $S - R > 0$

B)  $-R - T < 0$

C)  $S - T > 0$

D)  $S - R > S - T$

E)  $R - T < 0$

15. Si  $a$  y  $c$  son números reales, ¿cuál(es) de las siguientes ecuaciones, en  $x$ , tiene(n) solución en el conjunto de los números reales?

I)  $-(ax^2 + c) = 0$ , con  $ac > 0$

II)  $-(x^2 - c) = 0$ , con  $c > 0$

III)  $-x^2 + \frac{a}{c} = 0$ , con  $ac > 0$

- A) Solo I
- B) Solo II
- C) Solo III
- D) Solo I y II
- E) Solo II y III

16. Si  $z_1$ ,  $z_2$  y  $z_3$  son números complejos, con  $z_1 = 2i$ ,  $z_2 = 3 - i$  y  $z_3 = 2 + 4i$ , entonces  $(z_1 + z_2 \cdot z_3)$  es igual a

- A)  $10 + 14i$
- B)  $10 + 12i$
- C)  $2 + 12i$
- D)  $10 + 2i$
- E)  $2 + 14i$

17. Se puede determinar el número complejo  $z$ , si se conoce:

(1)  $z^{-1}$

(2)  $z^2$

- A) (1) por sí sola
- B) (2) por sí sola
- C) Ambas juntas, (1) y (2)
- D) Cada una por sí sola, (1) ó (2)
- E) Se requiere información adicional

18. La fórmula para calcular la rapidez de un objeto con aceleración constante es  $V_f = V_i + gt$ , donde  $V_f$  corresponde a la rapidez final,  $g$  es la aceleración,  $V_i$  es la rapidez inicial y  $t$  es el tiempo transcurrido. ¿Cuál de las siguientes expresiones representa **siempre** la aceleración?

- A)  $\frac{V_f}{t} - V_i$
- B)  $V_f - V_i - t$
- C)  $\frac{V_f + V_i}{t}$
- D)  $\frac{V_i - V_f}{t}$
- E)  $\frac{V_f - V_i}{t}$

19. ¿Cuál de las siguientes expresiones **NO** es equivalente a la expresión  $3x^2 - 15x + 18$ ?

- A)  $18 - 3x(5 - x)$
- B)  $3(x^2 - 5x + 6)$
- C)  $3(x - 3)(x - 2)$
- D)  $3(3 - x)(x - 2)$
- E)  $3x(x - 5) + 18$

20. La expresión  $(x^2 - x - 6)$  representa el área, en unidades cuadradas, del rectángulo ABCD de la figura adjunta, cuyo largo es  $(x + 2)$  unidades. Si el largo se aumenta en 2 unidades y su ancho se mantiene, entonces una expresión que representa la variación del área del nuevo rectángulo con respecto del rectángulo original, en unidades cuadradas, es

- A)  $-18$
- B)  $x + 4$
- C)  $2x - 6$
- D)  $x - 11$
- E)  $-x - 18$



21. Si  $x$  es distinto de  $a$ , de  $-a$  y de  $0$ , entonces  $\frac{x^2 - a^2}{x^2 - ax} : \frac{x - a}{x + a}$  es igual a

A)  $\frac{x(x - a)}{(x + a)^2}$

B)  $-\frac{a}{x}$

C)  $\frac{x - a}{x}$

D)  $\frac{x + a}{x}$

E)  $\frac{(x + a)^2}{x(x - a)}$

22. En un cajón solo hay fichas blancas y rojas. De estas,  $m$  son blancas y  $4n$  son rojas. Si se saca la mitad de las fichas blancas, entonces el cajón queda con un total de 110 fichas. En cambio, si se agrega un 75% del total de fichas blancas y se quitan 10 fichas rojas, entonces el cajón queda con un total de 175 fichas. ¿Cuál es el total de fichas que había inicialmente en el cajón?

A) 80

B) 101

C) 73

D) 140

E) Ninguno de los valores anteriores.

23. Dado el sistema 
$$\begin{cases} mx + ny = 9 \\ 3mx - ny = 7 \end{cases}$$
, en  $x$  e  $y$ , con  $m$  y  $n$  distintos de 0 y distintos

entre sí, ¿cuál de las siguientes expresiones representa a  $(mn(x + y))$ ?

- A)  $5m + 4n$
- B)  $m + 8n$
- C)  $4m + 5n$
- D)  $10m - n$
- E)  $13m + 4n$

24. Un maestro tiene una cuerda de largo  $L$  cm y con la totalidad de ella construye los bordes de un rectángulo no cuadrado de área  $A$  cm<sup>2</sup>. ¿Cuál de las siguientes expresiones representa la longitud del lado menor de dicho rectángulo, en cm?

- A)  $\frac{L - \sqrt{L^2 - 4A}}{2}$
- B)  $\frac{L + \sqrt{L^2 - 4A}}{2}$
- C)  $\frac{L - \sqrt{L^2 - 16A}}{4}$
- D)  $\frac{L + \sqrt{L^2 - 16A}}{4}$
- E)  $\frac{L - \sqrt{L^2 - 16A}}{2}$

25. Dada la ecuación  $ax^2 + bx + c = 0$  tal que  $a$ ,  $b$  y  $c$  son números reales, con  $a \neq 0$  y  $a(2 - 3i)^2 + b(2 - 3i) + c = 0$ , donde  $(2 - 3i)$  es un número complejo. El producto de las soluciones de la ecuación es

- A) 13
- B)  $-5 - 12i$
- C)  $13 - 12i$
- D)  $-5$
- E) indeterminable con los datos dados.

26. Si  $p$  es un número real distinto de cero, entonces **siempre** se cumple que

- I)  $2p < 3p$
- II)  $2 - p < 3 - p$
- III)  $1 < 2p^2$

Es (son) verdadera(s)

- A) solo I.
- B) solo II.
- C) solo I y II.
- D) solo II y III.
- E) I, II y III.

27. El sistema de inecuaciones  $\begin{cases} ax + 1 \leq 0 \\ x + a \geq 0 \end{cases}$  tiene un conjunto solución **NO** vacío,

si se sabe que:

$$(1) \quad a^2 < 1$$

$$(2) \quad a < 0$$

- A) (1) por sí sola
- B) (2) por sí sola
- C) Ambas juntas, (1) y (2)
- D) Cada una por sí sola, (1) ó (2)
- E) Se requiere información adicional

28. ¿Cuál(es) de las siguientes relaciones se puede(n) escribir como una función de la forma  $f(x) = kx$ , con  $k$  una constante y con dominio el conjunto de los números reales positivos?

- I) La longitud de una circunferencia en función de su radio.
- II) La hipotenusa de un triángulo rectángulo isósceles en función de su cateto.
- III) La medida de un lado de un triángulo equilátero en función de su área.

- A) Solo I
- B) Solo III
- C) Solo I y II
- D) Solo I y III
- E) I, II y III



29. Para el cobro de electricidad de un sector rural se ha establecido un modelo lineal de cálculo. En este cobro se debe pagar \$ a por un cargo fijo más un monto por kWh consumido. Si por un consumo de x kWh el cobro es de \$ M, ¿cuál de las siguientes expresiones corresponde al monto total, en pesos, a cobrar por un consumo de z kWh?

A)  $a + \left(\frac{M}{x}\right)z$

B)  $a + \left(\frac{M - a}{z}\right)x$

C)  $a + \frac{M - az}{x}$

D)  $a + \left(\frac{M - a}{x}\right)z$

E)  $a + Mz$

30. Sea la función f, cuyo dominio es el conjunto {1, 2, 3}, definida por  $f(x) = x - 1$ , sea la función g, con dominio el conjunto {0, 1, 2, 3}, definida por  $g(x) = x + 1$  y sea la función h con dominio el conjunto de los números enteros definida por  $h(x) = 3$ . ¿Para cuál de las siguientes funciones el 3 **NO** es parte del dominio?

A)  $h \circ (f \circ g)$

B)  $g \circ (h \circ f)$

C)  $f \circ (h \circ g)$

D)  $g \circ (f \circ h)$

E)  $h \circ (g \circ f)$

31. Con respecto a la función  $f(x) = \sqrt{x}$ , con dominio el conjunto de los números reales **NO** negativos, ¿cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) verdadera(s)?

- I) Si  $0 < a < b$ , entonces  $f(a) < f(b)$ .
- II) Todos los elementos del recorrido son números positivos.
- III) La imagen de 4 es 2.

- A) Solo I
- B) Solo II
- C) Solo III
- D) Solo I y II
- E) Solo I y III

32. Sea  $f$  una función cuyo dominio es el conjunto de los números reales, definida por  $f(x) = kx^2 + (k + 1)x + k + 2$ , con  $k$  un número real distinto de cero. ¿Cuál de las siguientes relaciones debe cumplir el número  $k$  para que la gráfica de  $f$  interseque al eje  $x$  en un solo punto?

- A)  $\frac{-(k + 1) + \sqrt{(k + 1)^2 - 4k(k + 2)}}{2k} = 0$
- B)  $3k^2 + 6k - 1 = 0$
- C)  $3k^2 + 6k - 1 > 0$
- D)  $k = -1$
- E) Ninguna de las anteriores.

33. La altura  $f(t)$  alcanzada, medida en metros, de un proyectil se modela mediante la función  $f(t) = 20t - t^2$ , donde  $t$  se mide en segundos desde que se lanza hasta que toca el suelo. ¿Cuál(es) de las siguientes afirmaciones se puede(n) deducir de esta información?

- I) El proyectil cae a 20 metros de distancia de donde fue lanzado.
- II) A los 10 segundos desde que el proyectil es lanzado, éste alcanza su altura máxima.
- III) La gráfica de  $f$  tiene un eje de simetría.

- A) Solo I
- B) Solo II
- C) Solo I y II
- D) Solo II y III
- E) I, II y III

34. Sean las funciones  $f(x) = ax^2$ ,  $g(x) = ax^3$  y  $h(x) = ax^4$ , con  $a > 0$ , tal que el dominio de cada una de ellas es el conjunto de los números reales. ¿Para cuántos valores de  $x$  se tiene que  $f(x) = g(x) = h(x)$ ?

- A) Para ningún valor.
- B) Para solo un valor.
- C) Para solo dos valores.
- D) Para solo tres valores.
- E) No se puede determinar, depende del valor de  $a$ .

35. Sea  $f: ]-\infty, 3] \rightarrow B$ , definida por  $f(x) = (x - 3)^2$ , ¿cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) verdadera(s)?

- I)  $f$  no es inyectiva.
- II) Si  $B$  es  $[0, \infty[$ , entonces  $f$  es epiyectiva.
- III) Si  $f$  es biyectiva, entonces su inversa es  $f^{-1}(x) = -\sqrt{x} + 3$ , con  $x$  en  $B$ .

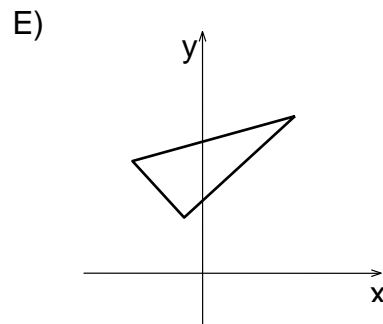
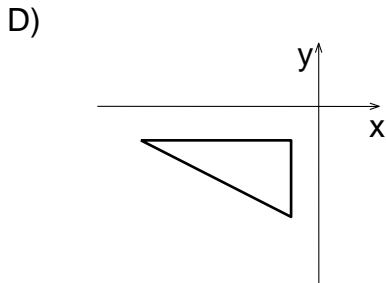
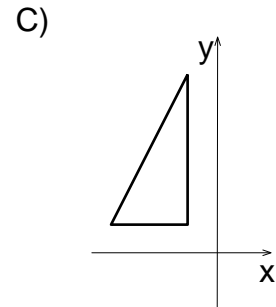
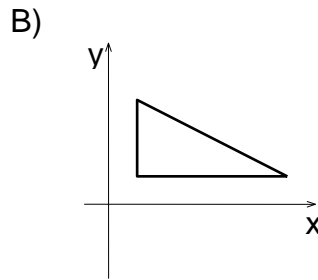
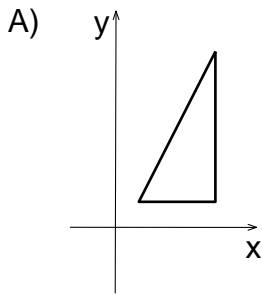
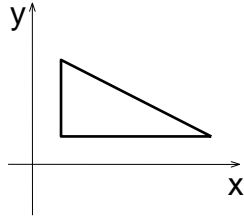
- A) Solo I
- B) Solo II
- C) Solo III
- D) Solo II y III
- E) I, II y III

36. Sea  $f$  una función tal que  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ . Se puede determinar que  $f$  es biyectiva, si se sabe que:

- (1) Todas las rectas paralelas al eje  $x$  intersectan a la gráfica de  $f$ , en exactamente un punto.
- (2) Todas las rectas paralelas al eje  $y$  intersectan a la gráfica de  $f$ , en exactamente un punto.

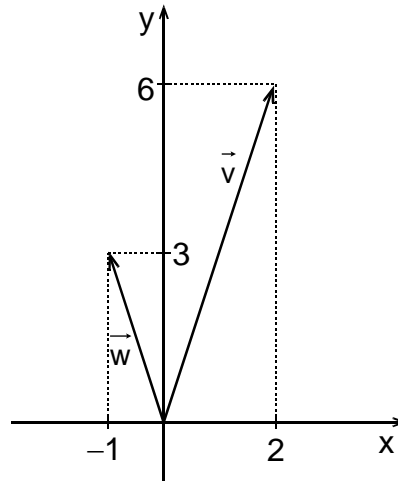
- A) (1) por sí sola
- B) (2) por sí sola
- C) Ambas juntas, (1) y (2)
- D) Cada una por sí sola, (1) ó (2)
- E) Se requiere información adicional

37. El triángulo rectángulo de la figura adjunta, se rota sucesivamente con centro en el origen del sistema de ejes coordenados, en  $60^\circ$  y en sentido antihorario. ¿En cuál de las opciones se muestra mejor la posición en que queda el triángulo después de 90 rotaciones?



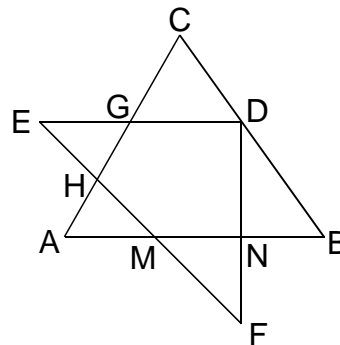
38. Si en el plano cartesiano de la figura adjunta se representan  $\vec{v}$  y  $\vec{w}$ , entonces  $(2\vec{v} - \vec{w})$  es

- A) (5, 9)
- B) (3, 9)
- C) (-4, 0)
- D) (9, 5)
- E) ninguno de los vectores anteriores.



39. Los puntos M, N, G y H están en los lados de los triángulos ABC y EDF a la vez, como se muestra en la figura adjunta. Si D pertenece a  $\overline{BC}$ ,  $AM = MN = NB$  y  $\overline{EF} \parallel \overline{BC}$ , entonces es **siempre** verdadero que

- A)  $\triangle AMH \cong \triangle MNF$
- B)  $\triangle BND \cong \triangle MNF$
- C)  $\triangle GDC \cong \triangle MNF$
- D)  $\triangle EGH \cong \triangle GCD$
- E)  $\triangle AMH \cong \triangle GDC$

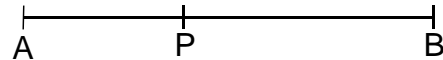


40. Si las coordenadas de los vértices de un triángulo son (4, 0), (12, 0) y (12, 8), ¿cuál es el área del triángulo, en unidades cuadradas?

- A) 32
- B) 48
- C) 96
- D) 64
- E)  $16\sqrt{2}$

41. ¿Con cuál de las siguientes condiciones el trazo AB de la figura adjunta **NO** es dividido interiormente por el punto P en la razón de 2 : 3, con  $AP < PB$ ?

- A)  $AP = 12 \text{ cm}$  y  $PB = 18 \text{ cm}$
- B)  $\frac{PB}{AB} = \frac{3}{5}$
- C)  $PB = 1,5AP$
- D)  $AP = 4b \text{ cm}$  y  $PB = 6b \text{ cm}$
- E)  $AP = 10 \text{ cm}$  y  $AB = 15 \text{ cm}$



42. ¿Cuál(es) de los siguientes conjuntos de condiciones, por separado, permite(n) determinar que un triángulo PQR es semejante a otro triángulo TUV?

- I)  $\sphericalangle RPQ = 80^\circ$ ,  $\sphericalangle QRP = 60^\circ$ ,  $\sphericalangle UVT = 60^\circ$  y el ángulo exterior al  $\sphericalangle TUV$  mide  $140^\circ$
- II)  $PR = 8$  cm,  $VT = 12$  cm,  $RQ = 10$  cm y  $VU = 15$  cm
- III)  $\overline{PQ} \parallel \overline{TU}$ ,  $\overline{RP} \parallel \overline{VT}$  y  $\overline{RQ} \parallel \overline{VU}$

- A) Solo I
- B) Solo III
- C) Solo I y II
- D) Solo I y III
- E) I, II y III

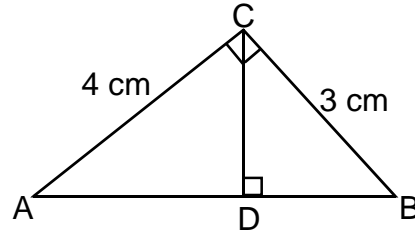
43. Si dos polígonos son semejantes, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es **siempre** verdadera?

- A) La razón entre sus áreas es igual que la razón entre las medidas de sus lados homólogos.
- B) La razón entre las medidas de sus ángulos es igual que la razón entre las medidas de sus lados homólogos.
- C) Los polígonos son congruentes.
- D) Los polígonos son regulares.
- E) La razón entre sus perímetros es igual que la razón entre las medidas de sus lados homólogos.



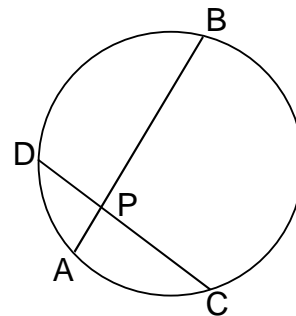
44. En el  $\triangle ABC$  de la figura adjunta, D pertenece a  $\overline{AB}$ . ¿Cuál es la medida del trazo CD?

- A)  $\frac{\sqrt{11}}{2}$  cm
- B)  $\frac{9}{5}$  cm
- C)  $\frac{12}{5}$  cm
- D)  $\frac{144}{25}$  cm
- E)  $\frac{5\sqrt{2}}{2}$  cm



45. En la circunferencia de la figura adjunta, las cuerdas  $\overline{AB}$  y  $\overline{CD}$  se intersectan en P,  $AP = \frac{1}{4}$  cm y  $PB = \frac{4}{3}$  cm. Si  $PC : PD = 4 : 3$ , entonces la medida de la cuerda  $\overline{CD}$  es

- A) 7 cm
- B)  $\frac{7}{12}$  cm
- C)  $\frac{7}{8}$  cm
- D)  $\frac{7}{6}$  cm
- E)  $\frac{13}{6}$  cm



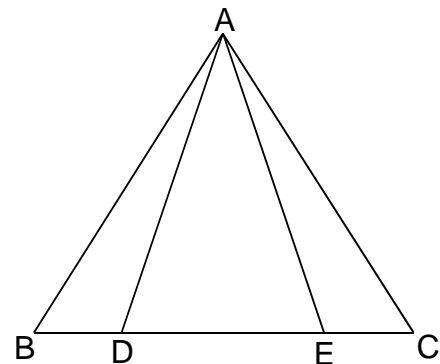
46. Desde un punto P del suelo se observan bajo el mismo ángulo el extremo superior de dos postes verticales al suelo, de 6 metros y 5 metros de altura. Si la distancia de P a la base del poste de 5 metros es de 3 metros, entonces la distancia de P a la base del otro poste es

- A)  $\frac{18}{5}$  metros.
- B) 6 metros.
- C) 4 metros.
- D) 10 metros.
- E) indeterminable con los datos dados.

47. En la figura adjunta el triángulo ABC es isósceles, D y E son puntos en la base  $\overline{BC}$ . Se puede determinar que  $\triangle ABD \cong \triangle ACE$ , si se sabe que:

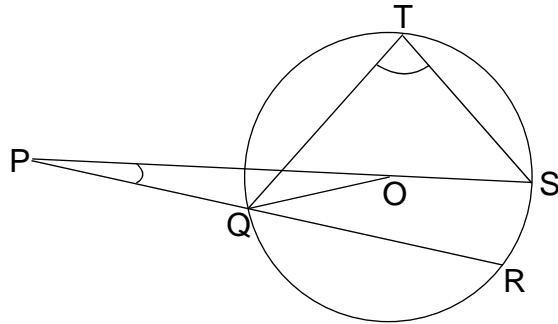
- (1) El triángulo ADE es isósceles.
- (2)  $\sphericalangle BAD = \sphericalangle EAC$

- A) (1) por sí sola
- B) (2) por sí sola
- C) Ambas juntas, (1) y (2)
- D) Cada una por sí sola, (1) ó (2)
- E) Se requiere información adicional



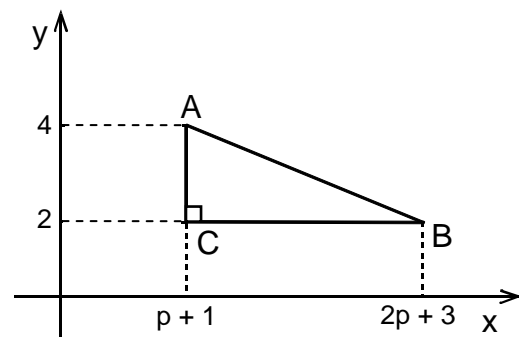
48. En la circunferencia de centro  $O$ ,  $\overline{PS}$  y  $\overline{PR}$  la intersectan en los puntos  $Q$ ,  $S$  y  $R$ , el punto  $O$  está en  $\overline{PS}$  y  $T$  está en la circunferencia, tal como se muestra en la figura adjunta. Si la medida de  $\overline{PQ}$  es igual al radio de la circunferencia y  $\sphericalangle SPR = 10^\circ$ , entonces la medida del  $\sphericalangle QTS$  es

- A)  $70^\circ$
- B)  $90^\circ$
- C)  $80^\circ$
- D)  $75^\circ$
- E)  $85^\circ$



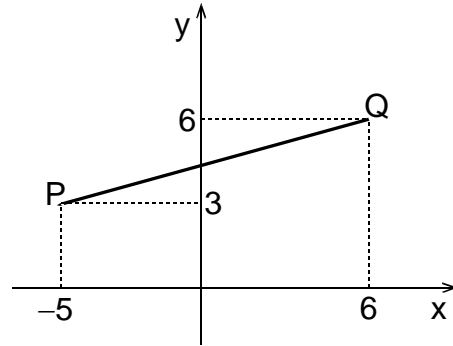
49. En la figura adjunta el triángulo  $ABC$  tiene sus catetos paralelos a los ejes coordenados. Si  $AB = 2\sqrt{10}$  unidades y  $p > 0$ , entonces las coordenadas del punto medio de  $\overline{AB}$  son

- A)  $(3, 1)$
- B)  $(8, 3)$
- C)  $(14, 3)$
- D)  $(3, 3)$
- E)  $(4, 3)$



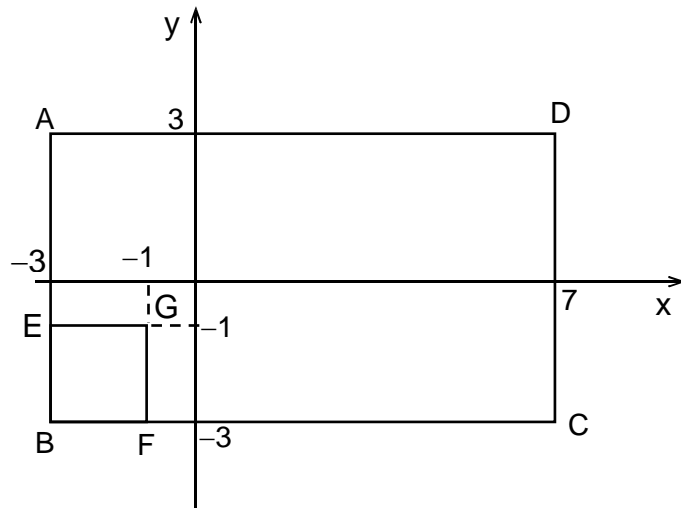
50. ¿Cuál de las siguientes ecuaciones corresponde a la recta que contiene a  $\overline{PQ}$  en la figura adjunta?

- A)  $x - 9y - 48 = 0$
- B)  $x - 9y + 48 = 0$
- C)  $3x - 11y + 48 = 0$
- D)  $11x - 3y - 46 = 0$
- E)  $9x - y - 48 = 0$



51. Al cuadrado EFGH de la figura adjunta, se le aplica una homotecia de modo que los vértices de la figura resultante no estén en el exterior del rectángulo ABCD. Si E pertenece al segmento AB, F pertenece al segmento BC y la figura resultante de la homotecia posee la mayor área bajo estas condiciones, ¿cuál de las siguientes opciones puede representar el centro y la razón de homotecia, respectivamente?

- A) G y 2
- B) G y 3
- C) D y -3
- D) B y -6
- E) B y 3



52. Sea la recta  $L$  de ecuación  $y = mx + n$ . Si  $m \neq 0$ , ¿cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) verdadera(s)?

- I) La recta de ecuación  $y = mx + p$ , con  $p \neq n$ , se puede obtener mediante una traslación de la recta  $L$ .
- II) La recta de ecuación  $y = tx + n$  se puede obtener mediante una rotación centrada en  $(0, n)$  de la recta  $L$ .
- III) La recta de ecuación  $y = 2mx + 2n$  se puede obtener mediante una traslación de la recta  $L$ .

- A) Solo I
- B) Solo II
- C) Solo I y II
- D) Solo I y III
- E) I, II y III

53. Sea la recta  $L_1$  de ecuación  $y = m_1x + p$  y la recta  $L_2$  de ecuación  $y = m_2x + q$ . Si  $m_1$  y  $p$  son números reales positivos, ¿con cuál de las siguientes condiciones la solución del sistema formado por  $L_1$  y  $L_2$  **siempre** pertenece al primer cuadrante?

- A)  $m_2 > 0$  y  $q > p$
- B)  $m_2 > 0$  y  $p > q$
- C)  $m_2 = 0$  y  $q < p$
- D)  $m_2 < m_1$  y  $q < 0$
- E)  $m_2 < 0$  y  $q > p$

54. Se obtiene un solo cono recto si se hace girar indefinidamente un

- I) triángulo isósceles en torno a su eje de simetría.
- II) triángulo rectángulo en torno a un determinado cateto.
- III) cuadrado en torno a una de sus diagonales.

Es (son) verdadera(s)

- A) solo II.
- B) solo III.
- C) solo I y II.
- D) solo II y III.
- E) I, II y III.

55. ¿Cuál es la distancia entre los puntos A(5, 1, 3) y B(8, -5, 1)?

- A) 11 unidades
- B)  $\sqrt{189}$  unidades
- C)  $\sqrt{11}$  unidades
- D)  $\sqrt{29}$  unidades
- E) 7 unidades

56. Se tiene un cuadrilátero de vértices  $(2, p)$ ,  $(2, 0)$ ,  $(10, 0)$  y  $(10, 5p)$ , con  $p$  un número real positivo. Si el volumen del cuerpo generado al rotar indefinidamente este cuadrilátero en torno al eje de las abscisas es  $\frac{8\pi}{3}$  unidades cúbicas, entonces  $p$  es

- A)  $\frac{1}{\sqrt{31}}$  unidades.
- B)  $\frac{1}{5}$  unidades.
- C)  $\frac{1}{\sqrt{19}}$  unidades.
- D)  $\frac{1}{\sqrt{28}}$  unidades.
- E) indeterminable con los datos dados.

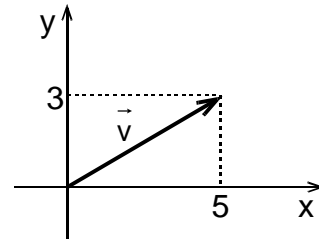
57. Se tienen dos rectas en el plano,  $L_1$  y  $L_2$ , cuyas ecuaciones son  $L_1: (x, y) = t(-3, a + 1) + (1, b)$  y  $L_2: (x, y) = s\left(\frac{1}{2}, b - 1\right) + (1, a)$ , con  $s$  y  $t$  números reales. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es **siempre** verdadera?

- A) Si  $a + 1 = b - 1$ , entonces  $L_1$  es paralela a  $L_2$ .
- B) Si  $ab = -1$ , entonces  $L_1$  es perpendicular a  $L_2$ .
- C)  $L_1$  intersecta al eje  $y$  en  $b$ .
- D) Si  $(a + 1)(b - 1) = \frac{3}{2}$ , entonces  $L_1$  es perpendicular a  $L_2$ .
- E) El punto  $\left(\frac{1}{2}, b - 1\right)$  pertenece a la recta  $L_2$ .

58. Se pueden determinar las coordenadas del extremo de un vector dado  $\vec{u}$ , que tiene la misma dirección y origen que  $\vec{v}$  de la figura adjunta, si se sabe que:

- (1)  $\vec{u}$  y  $\vec{v}$  tienen el mismo sentido.
- (2) El módulo de  $\vec{u}$  es igual al doble del módulo de  $\vec{v}$ .

- A) (1) por sí sola
- B) (2) por sí sola
- C) Ambas juntas, (1) y (2)
- D) Cada una por sí sola, (1) ó (2)
- E) Se requiere información adicional



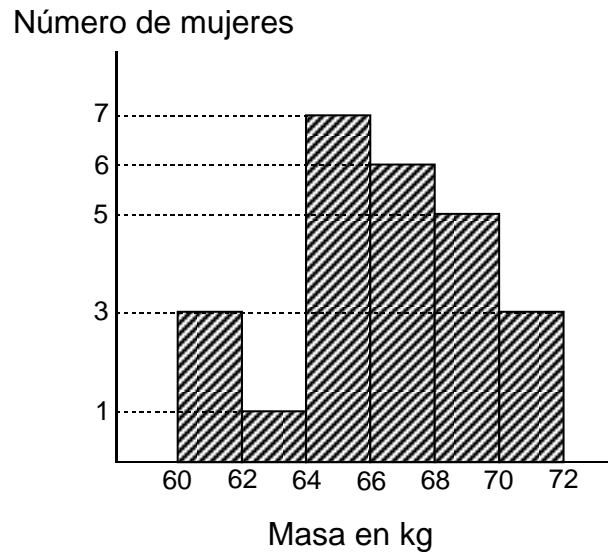
59. El número de todas las posibles muestras distintas, sin orden y sin reposición, de tamaño 3 que se pueden formar con un total de 9 elementos, es

- A) 9
- B) 729
- C) 27
- D) 84
- E) 504



60. A un grupo de mujeres se le preguntó acerca de su masa corporal. Sus respuestas se resumen en el histograma de la figura adjunta, donde los intervalos son de la forma  $[a, b[$  y el último de la forma  $[c, d]$ . Según la información del gráfico es verdadero que,

- A) 7 mujeres fueron entrevistadas en total.
- B) exactamente, un 50% de las mujeres entrevistadas tiene una masa corporal que está en el intervalo  $[64, 70[$ .
- C) la mediana de las masas corporales está en el intervalo  $[66, 68[$ .
- D) las modas de las masas corporales son 65 kg y 71 kg.
- E) solo una de las mujeres entrevistadas tiene una masa corporal menor que 64 kg.

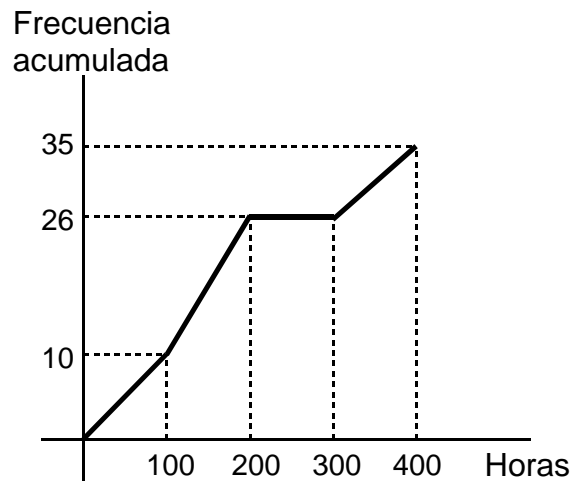


61. En un estudio se registró en una tabla de datos agrupados el tiempo de duración en horas de un lote de ampollas y con estos datos se construyó la ojiva de la figura adjunta. De acuerdo a este gráfico se puede deducir que

- I) 97 ampollas fueron registradas en el estudio.
- II) la mayor cantidad de ampollas duró entre 300 y 400 horas.
- III) la mediana del número de horas de duración de las ampollas se encuentra en el intervalo  $[200, 300[$ .

Es (son) verdadera(s)

- A) solo I.
- B) solo II.
- C) solo III.
- D) solo I y III.
- E) ninguna de ellas.

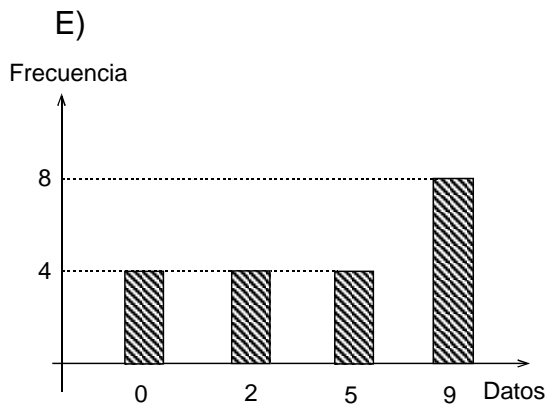
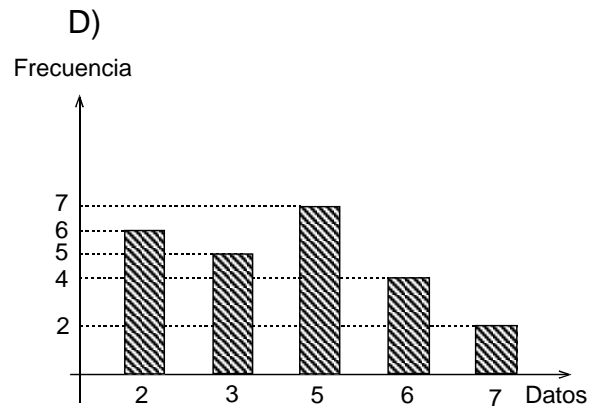
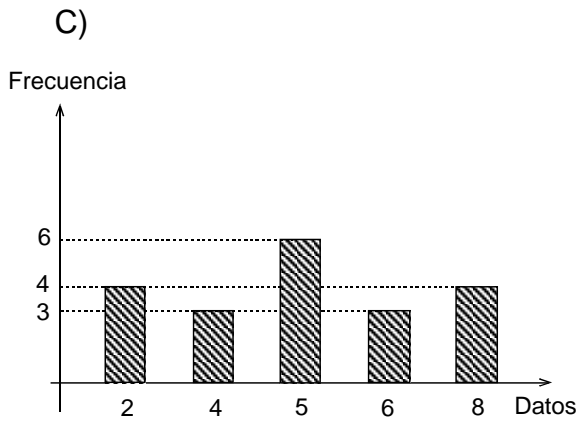
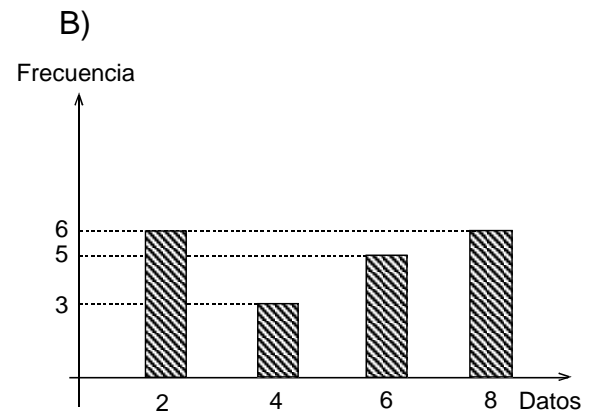
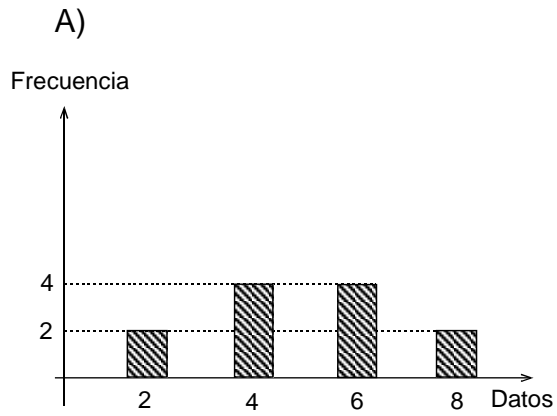


62. La tabla adjunta muestra algunos datos que corresponden a una encuesta sobre el porcentaje de satisfacción por un producto, que manifestó el total de personas encuestadas. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es **FALSA**?

- A) Un 50% de los encuestados tiene una satisfacción que pertenece al intervalo  $[75, 80[$ .
- B) Ninguna de las personas encuestadas tiene un 100% de satisfacción por el producto.
- C) 50 personas contestaron la encuesta.
- D) 18 personas expresaron menos del 75% de satisfacción por el producto.
- E) El intervalo modal es  $[80, 85[$ .

Porcentajes	Frecuencia	Frecuencia acumulada
$[0, 60[$	0	
$[60, 65[$	5	5
$[65, 70[$		
$[70, 75[$	8	18
$[75, 80[$	7	
$[80, 85[$		46
$[85, 90[$	4	
$[90, 100]$	0	

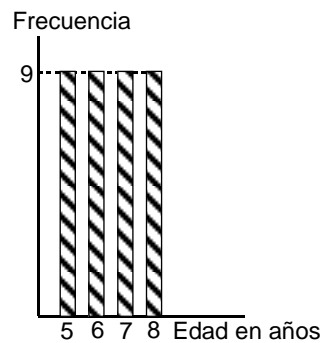
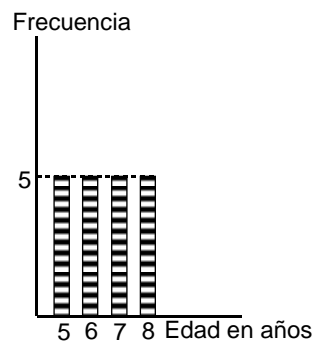
63. ¿Cuál de los siguientes gráficos representa a un conjunto de datos con media igual a 5 y primer cuartil igual a 2?



64. Sea la población  $P = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ . Si desde  $P$  se extraen todas las muestras posibles, sin reposición y sin orden, de tamaño 9, y a cada una de ellas se les calcula su promedio, ¿cuál es la suma de todos estos promedios?

- A) 55
- B)  $55 \cdot 5$
- C) 5
- D)  $5,5 \cdot 5$
- E) 50

65. El profesor de estadística muestra a sus alumnos los siguientes gráficos:



Les pide a Mariela, Roxana y Alejandro que saquen conclusiones de la información que contienen estos gráficos.

- Mariela dice: la edad promedio en cada gráfico es la misma.
- Roxana dice: la varianza de las edades es igual en ambos gráficos.
- Alejandro dice: en ambos gráficos la mediana de las edades es la misma.

¿Cuál(es) de los alumnos ha(n) dicho una conclusión verdadera?

- A) Solo Mariela
- B) Solo Roxana
- C) Solo Alejandro
- D) Solo Mariela y Roxana
- E) Mariela, Roxana y Alejandro

66. Si las edades, en años, de una población de 6 niños son 3, 5, 6, 7, 8 y 13, entonces su desviación estándar, en años, es

A) 10

B)  $\frac{14}{6}$

C)  $\sqrt{\frac{14}{6}}$

D)  $\sqrt{\frac{58}{6}}$

E)  $\frac{58}{6}$

67. Si una variable aleatoria  $X$  tiene distribución normal con media  $\mu$  igual a 1 y desviación estándar  $\sigma$  igual a 2, ¿cuál de las siguientes variables aleatorias tiene distribución normal de media 0 y varianza 1?

A)  $Y = \frac{X-1}{\sqrt{2}}$

B)  $W = \frac{X-1}{2}$

C)  $V = \frac{X-1}{4}$

D)  $K = \frac{X}{4}$

E)  $L = \frac{X}{2}$

68. Los datos de una población se modelan mediante una distribución normal, con media  $\mu$  y varianza 4. Se toma una muestra de esta población de tamaño 49, cuyo promedio es 57,5. Si de esta muestra se obtiene un intervalo de confianza para  $\mu$  igual a  $[56,94; 58,06]$ , ¿cuál de los siguientes valores es el coeficiente asociado al nivel de confianza de este intervalo?

- A) 13,72
- B) 0,98
- C) 1,96
- D) 0,56
- E) 0,28

69. Se puede determinar que la desviación estándar de los datos de un conjunto A es mayor que la desviación estándar de los datos de un conjunto B, si se sabe que:

- (1) El rango de A es mayor que el rango de B.
- (2) La media de los cuadrados de los datos de A es mayor que la media de los cuadrados de los datos de B.

- A) (1) por sí sola
- B) (2) por sí sola
- C) Ambas juntas, (1) y (2)
- D) Cada una por sí sola, (1) ó (2)
- E) Se requiere información adicional

70. En un curso de 50 estudiantes se sorteará al azar un MP3 entre los asistentes a clases. Si por cada 3 mujeres de este curso hay 7 hombres y el día del sorteo del total de los estudiantes faltan solo 2 mujeres, ¿cuál es la probabilidad de que el premio lo gane una mujer?

A)  $\frac{13}{48}$

B)  $\frac{1}{48}$

C)  $\frac{1}{50}$

D)  $\frac{13}{50}$

E)  $\frac{15}{50}$

71. Un programa computacional genera números de tres dígitos distintos entre sí y ningún dígito puede ser cero. ¿Cuántos de estos números están formados con exactamente dos números primos?

A)  $3 \cdot \binom{4}{2} \cdot \binom{5}{1}$

B)  $3 \cdot \binom{5}{2} \cdot \binom{4}{1}$

C)  $6 \cdot \binom{5}{2} \cdot \binom{4}{1}$

D)  $6 \cdot \binom{4}{2} \cdot \binom{5}{1}$

E)  $3 \cdot \binom{3}{2} \cdot \binom{3}{1}$



72. En una caja hay en total siete bolitas, de las cuales tres son blancas y cuatro son negras, todas del mismo tipo. Si se extraen al azar dos bolitas sin reposición, ¿cuál es la probabilidad de que la primera sea negra y la segunda sea blanca?

A)  $\frac{2}{7}$

B)  $\frac{1}{12}$

C)  $\frac{1}{42}$

D)  $\frac{7}{12}$

E)  $\frac{12}{49}$

73. Sea  $f(x) = k^2x^2$ , con  $k$  una constante, la función de probabilidad de una variable aleatoria discreta  $X$  que tiene como recorrido el conjunto  $\{1, 2, 4, 10\}$ . Si  $g$  es la función de distribución de probabilidad acumulada de  $X$ , entonces  $g(2)$  es

A)  $\frac{4}{121}$

B)  $\frac{5}{121}$

C)  $\frac{2}{11}$

D)  $\frac{\sqrt{5}}{11}$

E) indeterminable.

74. En el experimento de lanzar un dado, se define la variable aleatoria  $X$  como el número obtenido en el lanzamiento del dado. La tabla adjunta muestra la función de probabilidad  $f$  de  $X$ . Según esta información, ¿cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) verdadera(s)?

- I) El valor esperado de  $X$  es 3,8.
- II) La probabilidad de obtener un número par es 0,5.
- III) La probabilidad de obtener un número menor o igual que 2 es igual a la probabilidad de obtener un 6.

- A) Solo I
- B) Solo II
- C) Solo I y II
- D) Solo I y III
- E) I, II y III

$x$	$f(x)$
1	0,10
2	0,15
3	0,20
4	0,20
5	0,10
6	0,25

75. Un colegio ofrece a sus estudiantes varias actividades culturales, entre ellas teatro y danza. El 10% de los estudiantes del colegio participa en danza, el 8% participa en teatro y el 4% de los estudiantes del colegio participa en danza y teatro. Si se escoge al azar un estudiante del colegio, ¿cuál es la probabilidad de que éste participe en teatro si se sabe que participa en danza?

- A)  $\frac{2}{9}$
- B)  $\frac{2}{5}$
- C)  $\frac{4}{5}$
- D)  $\frac{2}{3}$
- E)  $\frac{1}{2}$

76. En el experimento de lanzar dos dados comunes 150 veces, se define la variable aleatoria  $X$  como el número de veces en los cuales la suma de los dos dados es mayor que 10. ¿Cuál de las siguientes expresiones representa a  $P(X > 1)$ ?

A)  $1 - \left( \left( \frac{11}{12} \right)^{150} + 150 \cdot \left( \frac{1}{12} \right) \cdot \left( \frac{11}{12} \right)^{149} \right)$

B)  $150 \cdot \left( \frac{11}{12} \right)^{150}$

C)  $1 - \left( \frac{11}{12} \right)^{150}$

D)  $1 - \left( \frac{2}{11} \right)^{150}$

E)  $1 - \left( \left( \frac{11}{12} \right)^{150} + \left( \frac{1}{12} \right) \cdot \left( \frac{11}{12} \right)^{149} \right)$

77. El gráfico de la figura adjunta representa la función de distribución acumulada de una variable aleatoria discreta  $X$ . Si el recorrido de  $X$  es  $\{a, b, c\}$  y  $P(X = b) = 0,2$ , ¿cuál es el valor de  $P(X = a)$ ?

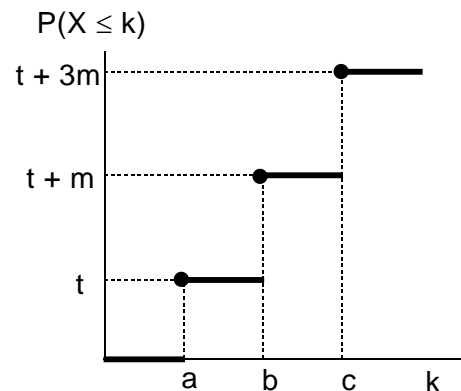
A)  $\frac{4}{10}$

B)  $\frac{3}{10}$

C)  $\frac{2}{10}$

D)  $\frac{2}{30}$

E) Indeterminable con los datos dados.



78. Sea  $X$  una variable aleatoria tal que  $X \sim B(40; 0,5)$ . Si la distribución de  $X$  es aproximada por una distribución normal con media  $\mu$  y desviación estándar  $\sigma$ , ¿cuáles de los siguientes valores corresponden a los valores de  $\mu$  y  $\sigma$ , respectivamente?

- A) 20,5 y  $\sqrt{10}$
- B) 20 y 10
- C) 20 y 0,5
- D) 20,5 y 0,5
- E) 20 y  $\sqrt{10}$

79. Sea  $X$  una variable aleatoria continua cuya función de densidad de probabilidad es

$$f(x) = \begin{cases} 2kx, & \text{si } 0 \leq x \leq 3 \\ 6k, & \text{si } 3 < x \leq 5 \\ 0, & \text{en cualquier otro caso} \end{cases}$$

Si  $k$  es un número real positivo, entonces  $k$  es

- A)  $\frac{1}{24}$
- B)  $\frac{1}{12}$
- C)  $\frac{1}{21}$
- D)  $\frac{1}{30}$
- E) ninguno de los valores anteriores.

80. En el experimento de lanzar  $n$  dados comunes se define una variable aleatoria como la suma de los números obtenidos. Se puede determinar  $n$ , si:

- (1) Se conoce el recorrido de la variable aleatoria.
- (2) Se sabe que la probabilidad de que la variable aleatoria tome el valor 30 es cero y la probabilidad de que la variable aleatoria tome el valor 24 no es cero.

- A) (1) por sí sola
- B) (2) por sí sola
- C) Ambas juntas (1) y (2)
- D) Cada una por sí sola (1) ó (2)
- E) Se requiere información adicional

<b>Nº</b>	<b>Clave</b>	<b>Contenido</b>	<b>Habilidad</b>
1	C	NUMEROS	APLICAR
2	E	NUMEROS	APLICAR
3	B	NUMEROS	ANÁLISIS
4	P	POTENCIAS	APLICAR
5	B	NUMEROS	APLICAR
6	D	POTENCIAS	COMPRENDER
7	C	ECUACIONES	ANALISIS
8	E	ECUACIONES	ANALISIS
9	B	NUMEROS	ANALISIS
10	A	NUMEROS	APLICAR
11	E	LOGARITMOS	APLICAR
12	D	RAICES	APLICAR
13	C	RAICES	APLICAR
14	B	INECUACIONES	ANALISIS
15	E	ECUACION CUADRATICA	ANALISIS
16	B	NUMEROS COMPLEJOS	APLICAR
17	A	NUMEROS COMPLEJOS	APLICAR
18	E	ECUACIONES	APLICAR
19	D	ALGEBRA	APLICAR
20	C	ECUACIONES	APLICAR
21	E	ALGEBRA	APLICAR
22	D	SISTEMAS DE ECUACIONES	COMPRENDER
23	A	SISTEMAS DE ECUACIONES	APLICAR
24	C	ECUACIONES	COMPRENDER
25	A	ECUACION CUADRATICA	APLICAR
26	B	INECUACIONES	ANALISIS
27	B	INECUACIONES	ANALISIS
28	C	FUNCIONES	ANALISIS
29	D	FUNCIONES	APLICAR
30	A	FUNCIONES	ANALISIS
31	E	FUNCIONES	ANALISIS
32	B	FUNCION CUADRATICA	ANALISIS
33	D	FUNCION CUADRATICA	APLICAR
34	C	FUNCION POTENCIA	ANALISIS
35	P	FUNCIONES	ANALISIS
36	A	FUNCIONES	ANALISIS
37	B	TRANSFORMACIONES ISOMETRICAS	APLICAR
38	A	VECTORES	APLICAR
39	B	CONGRUENCIA	ANALISIS
40	A	AREAS Y PERIMETROS	APLICAR
41	P	DIVISION DE SEGMENTOS	ANALISIS
42	D	SEMEJANZA	ANALISIS
43	E	SEMEJANZA	ANALISIS
44	C	TRIANGULOS	APLICAR
45	D	CIRCUNFERENCIA	APLICAR
46	A	SEMEJANZA	COMPRENDER
47	B	CONGRUENCIA	ANALISIS
48	E	CIRCUNFERENCIA	APLICAR

49	B	GEOMETRIA ANALITICA	APLICAR
50	C	ECUACION DE LA RECTA	APLICAR
51	E	SEMEJANZA	ANALISIS
52	C	ECUACION DE LA RECTA	ANALISIS
53	E	SISTEMAS DE ECUACIONES	ANALISIS
54	C	AREAS Y VOLUMENES	APLICAR
55	E	GEOMETRIA ANALITICA	APLICAR
56	P	AREAS Y VOLUMENES	APLICAR
57	D	ECUACION VECTORIAL DE LA RECTA	ANALISIS
58	C	VECTORES	ANALISIS
59	D	COMBINATORIA	APLICAR
60	C	ESTADISTICA	ANALISIS
61	E	ESTADISTICA	ANALISIS
62	A	ESTADISTICA	ANALISIS
63	E	ESTADISTICA	ANALISIS
64	B	COMBINATORIA	APLICAR
65	E	ESTADISTICA	ANALISIS
66	D	ESTADISTICA	APLICAR
67	B	VARIABLE ALEATORIA	APLICAR
68	C	INTERVALOS DE CONFIANZA	APLICAR
69	E	ESTADISTICA	ANALISIS
70	A	PROBABILIDADES	APLICAR
71	P	COMBINATORIA	APLICAR
72	A	PROBABILIDADES	APLICAR
73	B	VARIABLE ALEATORIA	APLICAR
74	D	VARIABLE ALEATORIA	APLICAR
75	B	PROBABILIDADES	APLICAR