# Ortvay 1970

1. Egy kb. $0,2mm$ átmérőjű wolfram huzalon egyenáramot folyatunk keresztül vákuumban úgy, hogy a huzal $2800K$ körüli hőmérsékleten izzik. A huzal átmérője a huzal hossza mentén változik, az átmérőhöz képest kis mértékben. Ezen átmérőingadozások hőmérséklet-ingadozásokat hoznak létre a drótban. Hogyan függ az átmérőingadozások "hullámhosszától" a felmelegedés?

(II. évfolyam)

2. Két töltött tömegpont $(e_1, m_1, e_2, m_2)$ mozog homogén mágneses térben. Adjuk meg a feltételét annak, hogy a mozgásegyenletük két független egyenletre szeparálható legyen a tömegközépponti és relatív koordináták szerint!

(II. évfolyam)

3. Egy tökéletesen rugalmas labda pattog egy olyan liftben, melynek gyorsulása lassan növekszik. Hogyan változik a liftben a labda felpattanási magassága?

(II. évfolyam)

4. Egy repülőgép pályamenti sebessége állandó. Milyen görbén kell repülnie, hogy az általa kibocsájtott hang egy pontba egyszerre érkezzék? (hangrobbanás)

(II. évfolyam)

5. Hogyan mozog egy elektron egymásra merőleges homogén elektromos és mágneses térben?

(II. évfolyam)

6. Egy lineáris oszcillátorra $F(t) = F_0 e^{-\frac{|t|}{\tau}}$ erő hat. Mekkora az oszcillátor által felvett energia az erőhatás ideje alatt, ha

a./ $t = -\infty$-ben az oszcillátor nyugalomban volt

b./ $t = -\infty$-ben az oszcillátor $E$ energiával rezgéseket végzett?

(II. évfolyam)

7. Feltéve, hogy a Föld és a Nap abszolút fekete test, becsüljük meg a Nap felületi hőmérsékletét!

(II. évfolyam)

8.Alkalmazzunk a

$$H = \frac{p^2}{2m} + \frac{1}{2}m\omega^2 x^2 + \alpha x^3$$

anharmonikus Hamilton függvényre olyan kanonikus transzformációt, hogy az új Hamilton függvény a harmonikus oszcillátorétól csak negyed és annál magasabb rendben térjen el!

(III. évfolyam)

9. Mutassuk meg kvalitatíve, hogy mágneses térben levő plazma elektromos vezetőképessége a mágneses tér irányában nagyobb, mint rá merőleges irányban!

(III. évfolyam)

10. Hogyan hajlik el a fény a Nap gravitációs terében, ha a Newton axiómákon kívül feltételezzük az ekvivalencia elvet a következő pontatlan megfogalmazásban: a gravitációs tér ekvivalens egy megfelelő gyorsuló koordináta-rendszerrel?

(III. évfolyam)

11. Egy levegőben levő vezetőn hosszirányú inhomogenitás van. Két, azonos hőmérsékleten levő végpontja közé nanovoltmétert kapcsolunk. Egy $2a$ hosszúságú kályhát, melynek belseje $5C°$-kal melegebb a környezeténél, nagyon lassan húzunk végig a dróton. Milyen hullámhosszúságú inhomogenitásokat lehet így kimutatni?

(III.,IV. évfolyam)

12. Írjuk le a Fresnel zónalemeznek, mint optikai leképező eszköznek a tulajdonságait, különös tekintettel a leképezés korlátaira!

(III. évfolyam)

13. Mutassuk meg, hogy az olyan anyag fajlagos belső energiája, melynek egyik állapotegyenlete $p = T \cdot f(v)$ alakú, független a térfogattól, csak a hőmérséklettől függ! ($p$ a nyomás, $v$ a fajtérfogat, $T$ az abszolút hőmérséklet.)

(III. évfolyam)

14. Egy alkáli fémet úgy modellezünk, hogy az ionoknak határozott sugarat tulajdonítunk (merev gömb modell). Ez az anyag fázisátalakuláson megy keresztül, melynek során tércentrált köbösből lapcentrált köbös rácsba megy át. Feltéve, hogy mind a két struktúrában az atomok a lehető legszorosabban helyezkednek el, adjuk meg a relatív térfogatváltozást, és írjuk le a fázisátalakulást, mint homogén deformációt!

(III. évfolyam)

15. Szupravezető anyagra érvényesek a

$$c\lambda \cdot \mathrm{rot}\, \mathbf{j} = -\mathbf{B} \quad \text{és} \quad \lambda \frac{\partial \mathbf{j}}{\partial t} = \mathbf{E}$$

London egyenletek, ahol $\lambda$ egy állandó, ezen kívül érvényesek még a Maxwell egyenletek ($\epsilon = 1$ és $\mu = 1$). Tekintsünk egy $R$ sugarú, homogén, egyenes szupravezető drótot, melyen $I$ áram folyik. Számoljuk ki $\mathbf{B}$-t a dróton kívül és belül, és $\mathbf{j}$-t a dróton belül!

(IV. évfolyam)

16. Mutassuk meg, hogy fémeknél az állandó elektronszám mellett mért elektronfajhő, és az állandó kémiai potenciál mellett mért elektronfajhő nem különbözik lényegesen egymástól! Adjunk mindkettőre mérési utasítást!

(IV. évfolyam)

17. Egy kis nyomású plazma $n$ szabad elektront tartalmaz térfogategységenként. Mutassuk meg, hogy a dielektromos állandó $\omega$ frekvenciánál

$$\epsilon = 1 - \frac{4\pi e^2 n}{m\omega^2}$$

(IV. évfolyam)

18. Legyen $S$ egy olyan térrész, melyben nincs töltés. Elképzelhető-e a töltések olyan elrendezése ($S$-en kívül), melynél egy, az $S$ tartományba helyezett töltésnek stabil egyensúlyi helyzete van?

(IV. évfolyam)

19. Az árapálykeltő erő deformálja a Hold gömb alakját. Milyen lesz a deformált alak? (A Hold rugalmassági állandói: $E$ Young-modulus, $\sigma$ a Poisson szám.)

(IV.,V. évfolyam)

20. Tömör, végtelen hosszú fémhenger $H = H_0 e^{i\omega t}$ külső mágneses térben van. $H$ merőleges a henger tengelyére. A henger sugara $R$, vezetőképessége $\sigma$, $\mu = 1$. Mennyi a henger felületén az áramsűrűség?

(IV. évfolyam)

21. Diagonalizáljuk a

$$\mathbf{H} = \omega \mathbf{a}^\dagger \mathbf{a} + \epsilon\big(\mathbf{a}^\dagger \mathbf{b} + \mathbf{b}^\dagger \mathbf{a}\big)$$

Hamilton operátort! ($\mathbf{a}$, $\mathbf{b}$ bozonoperátorok.)

(V. évfolyam)

22. Egy bozongáz Hamilton operátora

$$\mathbf{H} = \sum_k \alpha |\mathbf{k}|^{3/2} \mathbf{a}_k^\dagger \mathbf{a}_k$$

alakú. Vizsgáljuk meg a rendszer viselkedését a fázisátalakulási pont körül, és határozzuk meg a $c_p(T)$ függvényt! (Matematikai segédeszköz: J. E. Robinson, Phys. Rev. 83 678 /1951/.)

(V. évfolyam)

23. Két elektron, mely csak Coulomb kölcsönhatással hat kölcsön, homogén mágneses térben mozog. Írjuk le a mozgást!

(V. évfolyam)

24. Derékszögű potenciálvölgyben elektron van kötve (nem relativisztikusan). Írjuk le a fotoeffektust!

(V. évfolyam)

25. Egy rendszer $N$ darab egymástól független, szabad, 1 spinű részecskéből áll. (például $N$ atom 1 spinnel) Mennyi ennek a rendszernek a fajhője $\mathbf{B}$ mágneses térben?

(V. évfolyam)

26. Milyennek fényképezi a fényképezőgép azt a kockát, amely pontosan a fényképezőgép előtt repül el $v$ sebességgel? ($v$ a relativisztikus tartományba esik.)

(V. évfolyam)

# Ortvay 1971

1. Hogyan változik meg egy töltött részecske mozgása homogén mágneses térben, ha a térerősség lassan változik?

(II. évfolyam)

2. Adjuk meg bolygómozgás esetén $r(t)$ paraméteres egyenletrendszerét! Milyen görbe ez? ($r$ a bolygó és a Nap távolsága, $t$ az idő)

(II. évfolyam)

3. Egy gépkocsi rugózatának sajátfrekvenciája $\omega_0$, csillapodási tényezője pedig $\mu$. A gépkocsi olyan úton halad, ahol a szomszédos gödrök távolsága a következő eloszlást követi:
annak valószínűsége, hogy két szomszédos gödör távolsága az $(x, x+dx)$ intervallumban legyen

$$p(x)dx = \lambda^2 x \cdot e^{-\lambda x} dx.$$

Vizsgáljuk a gépkocsi mozgását, amint különböző, de állandónak tekinthető sebességgel halad végig az úton. A probléma összetettségére való tekintettel modellezzük a feladatot és használjunk egyszerűsítő feltételezéseket! Becsüljük meg, hogy a valóságos folyamatok milyen szempontból térhetnek el a modelltől!

(II. évfolyam)

4. Egy kerekeken guruló tartály maximálisan $p_{\max}$ nyomást bír ki. A tartályban víz, és a víz felett nagynyomású levegő helyezkedik el. Az edény falán egy nyílás van, amelyen keresztül kilövellt víz mozgathatja a kocsit. Mennyi vizet kell kezdetben beletölteni, hogy a végsebesség a legnagyobb legyen? (2. ábra)

Hiányzó kép

(II. évfolyam)

5. Milyen görbéket írhat le a műholdat a Föld középpontjával összekötő egyenes metszéspontja a Föld felszínén?

(II. évfolyam)

6. Tételezzük fel, hogy az erőhatás véges $c$ sebességgel terjed. Ebben az esetben az $m\ddot{\mathbf{r}}(t) = f\left[\mathbf{r}(t)\right]$ Newton egyenlet helyett az $m\ddot{\mathbf{r}}(t) = f\left[\mathbf{r}(t) - \frac{|\mathbf{r}|}{c}\right]$ egyenlet érvényes. Mekkora Merkur perihélium-precessziót lehet ezzel magyarázni? ($c = 3 \cdot 10^{10} cm/sec$)

(II. évfolyam)

7. Egy síkbeli négyzetrácsban egy részecske bolyong. Annak a valószínűsége, hogy a következő lépést az előző irányába teszi meg 50 százalék, hogy visszalép 0. Az előző

lépésre merőleges irányba lépés valószínűsége $25-25$ százalék. Mekkora az $\overline{x}$ (átlagos elmozdulás), és $\overline{x^2}$, $N$ lépés után? (Az első lépést jobbra teszi meg.)

(II. évfolyam)

8. Egy $\Theta$ tehetetlenségi nyomatékú (súlypontra vonatkoztatva), $m$ tömegű kétkerekű kis kocsi súlypontja $s$ távol van a tengely felezőpontjától. A tengelyen a két kerék szabadon forog. A kocsi felbillenését a harmadik, önbeálló kerék akadályozza meg. Hogyan mozog a kocsi vízszintes talajon?

(III.,IV. évfolyam)

9. Egy $K$ direkciós erejű rugón függ egy $M$ tömeg, amelyet jobbra és balra egy-egy (hosszúságegységenként $\mu$ tömegű) igen hosszú fonál feszít $T$ feszítő erővel. Ha az $M$ tömeget rezgésbe hozzuk, akkor az a hozzákapcsolt fonalak miatt csillapított rezgőmozgást végez. Számoljuk ki a csillapítási állandót!

(III. évfolyam)

10. A feladat során lineáris szabályozó rendszerek tulajdonságait vizsgáljuk. Egy hőmérséklet-stabilizátor a következő felépítésű: egy $\ell$ hosszúságú, hosszegységenként $C$ hőkapacitású, $\kappa$ hővezető-képességű rúd egyik végén elhanyagolható hőkapacitású kályha van, amely nagyon jó termikus kontaktusban van a rúddal. A rúd közepén mérjük a stabilizálni kívánt $T$ hőmérsékletet, a rúd másik végét pedig hűtjük. A hűtés első közelítésben független a rúd hőmérsékletétől és $dt$ idő alatt $Qdt$ hőmennyiséget szállít el. A stabilizátorhoz tartozik még egy $T_r$ referencia-előállító és egy teljesítményerősítő, mely a kályha fűtését vezérli. A kályhára jutó fűtőteljesítményt a következő függvény írja le:

$$W = \begin{cases} W_0 & ,\text{ha} \quad (T_r - T) \geq \dfrac{W_0}{A} \\ A(T_r - T) & ,\text{ha} \quad 0 < (T_r - T) < \dfrac{W_0}{A} \\ 0 & \text{egyébként.} \end{cases}$$

Itt $A$ a teljesítményerősítőre jellemző mennyiség.

a./ Stabil működés esetén mennyire tér el a stabilizált $T$ hőmérséklet a referencia-hőmérséklettől? Milyen módszereket tudunk ajánlani a $Q$ hőterhelés változásától való függés csökkentésére?

b./ A rendszer bizonyos feltételek mellett instabillá válhat, begerjedhet. Mi a stabilitás feltétele?

(A feladat során szorítkozzunk egydimenziós tárgyalásra!)

(III. évfolyam)

11. Egy $2a$ széles folyó vizének sebességét $v(x) = v(-x)$ függvény határozza meg $(-a < x < a)$. Milyen módon kell a vízhez képest $c$ sebességgel mozgó csónakkal

haladni, hogy leghamarabb érjen át a csónak a kiindulási ponttal szemben lévő helyre? Hol lesz a csónak, mikor a folyó közepére ér? Hogy halad a csónak $v(x) = v_0\left(1 - \frac{x^2}{a^2}\right)$ esetben, ha $v_0 \gg c$ illetve $v_0 \ll c$?

(III. évfolyam)

12. Hogyan változik egy bolygó pályája és keringési ideje, ha a gravitációs állandó lassan csökken?

$$\frac{1}{\gamma}\frac{d\gamma}{dt} = -\beta$$

(III. évfolyam)

13. $2n$ pontból álló pontrendszerben az egyik $n$ pont mindegyikét $k$ direkciós erejű rugalmas, lineáris erő köti a másik $n$ pont mindegyikéhez. Melyek a rendszer lehetséges sajátfrekvenciái?

($a \gg b$ és a tömegpontok csak $a$-val párhuzamosan mozdulhatnak el.)

(III. évfolyam)

14. Egy részecske $U(x) = Ax^2 + Bx^4$ alakú potenciálgödörben mozog (egydimenziós probléma). Adjuk meg a mozgás periódusidejét, mint a részecske teljes energiájának függvényét! ($\beta > 0$)

(III. évfolyam)

15. Egy zárt edényben $\rho_1$ és $\rho_2$ sűrűségű folyadék helyezkedik el egyenlő mennyiségben. ($\rho_2 > \rho_1$) A határfelületen hullámokat gerjesztünk. Milyen az $\omega(k)$ függvény?

(IV. évfolyam)

16. $X$ irányban periodikus $\sigma(x) = \sigma(x+1)$ vezetőképességű féltérben áram folyik. Milyen az elektromos tér a vezető féltérben, és a másik féltérben, ahol vákuum van?

(IV. évfolyam)

17. Egyik irányban végtelen kiterjedésű négyzet alakú üreg falai között $1V$ a feszültségkülönbség. Határozzuk meg numerikusan a potenciált az üreg különböző helyein $0,2V$ pontossággal!

(IV. évfolyam)

18. Fajlagos ellenállást két lényegesen különböző módon mérhetünk:

a./ Hosszú vékony dróton áram, feszültség és geometria ismeretében.

b./ Örvényáramokat kelthetünk a próbatesten (pl. egy külső mágneses tér gyors ki- és bekapcsolásával) és mérjük az örvényáramok elhalását jellemző relaxációs időt. Mikor melyik módszert előnyös használni és mi a kétféle módon meghatározott átlagos ellenállás közötti összefüggés enyhén inhomogén anyagban?

(IV. évfolyam)

19. Határozzuk meg a $V(r) = \frac{1}{2}Dr^2$ potenciálban kötött elektron energiaszintjét mágneses térben!

(IV. évfolyam)

20. Vizsgáljuk meg egy részecske szóródását a stacionárius állapotok módszerével a következő potenciál esetén.

$$V(x, y, z) = V(x)$$
$$\lim_{x \to +\infty} V(x) = 0$$
$$\lim_{x \to -\infty} = a$$

Mutassuk meg, hogy azonos energia esetén a balról jobbra való áthaladás valószínűsége megegyezik a jobbról balra való áthaladás valószínűségével. (A fogalmak megtalálhatók: Marx: Kvantummechanika 28. pont)

(IV. évfolyam)

21. Becsüljük meg gömbszerű pórusok (gázzal töltött üregek) által okozott fajlagos ellenállás-növekedést fémekben, amikor a pórusok átmérője
a./ lényegesen nagyobb,
b./ lényegesen kisebb,
az elektron szabad úthosszánál!

(V. évfolyam)

22. Nagyenergiájú elektromágneses sugarak előállításának egyik módja az, hogy $\vartheta_0$ frekvenciájú, nagy fotonsűrűségű lézersugárral betatronban felgyorsított, jól kollimált elektronsugarat lövünk szembe. Az elektronok $v = \beta c$ sebességgel jönnek ki a gyorsítóból. Számoljuk végig a szóródási folyamatot, s határozzuk meg az így nyerhető sugárzás maximális energiáját!

(V. évfolyam)

23. Adott a
$$\mathbf{H} = \mathbf{H}_0 + \lambda \mathbf{H}_1$$
alakú Hamilton operátor $\lambda$ csatolási tényezővel. Mutassuk meg, hogy a
$$z = Sp\ e^{-\beta \mathbf{H}}$$
állapotösszegre fennáll a
$$\frac{\partial^2 \ln z}{\partial \lambda^2} \geq 0$$
egyenlőtlenség.

(V. évfolyam)

24. Egy $d$ mágneses dipól, irányára merőleges tengely körül $\omega$ szögsebességgel forog. Írjuk le az elektromágneses teret a sugárzási zónában!
(Vizsgáljuk az elektromágneses teret együtt forgó rendszerből.) (Pulzár modell)

(V. évfolyam)

25. A

$$\mathbf{H} = \omega_0 \sum_k \mathbf{a}_k^\dagger \mathbf{a}_k - \frac{\omega_0}{4} \sum_k \cos(kd) \mathbf{A}_k \mathbf{A}_{-k} = \mathbf{H}_0 + \mathbf{H}'$$

Hamilton operátor kölcsönható bozongázt ír le. ($\mathbf{A}_k = \mathbf{a}_k + \mathbf{a}_{-k}^\dagger$)
Tekintsük $\mathbf{H}'$-t perturbációnak, írjuk fel és oldjuk meg a megfelelő Dyson egyenletet a

$$G(k,\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} (-i) \langle 0 | T \ \mathbf{a}_k(t) \mathbf{a}_k^\dagger(0) | 0 \rangle e^{i\omega t} dt$$

Green függvény-Fourier transzformáltra.
(Irodalom: Abrikoszov, Gorkov, Dzsalisinszkij: Kvantumtérelméleti módszerek a statisztikus fizikában)

(V. évfolyam)

26. Relativisztikus $v$ sebességgel kiáramló gáz hajt egy rakétát. Írjuk le a rakéta mozgását!

(V. évfolyam)

27. Egy tömegpont (egydimenziós probléma) $V(x) = \frac{1}{2} m \omega^2 x^2$ potenciál hatása alatt mozog. Legyen a koordináta és impulzus operátora $\mathbf{x}$ és $\mathbf{p}$, és legyen

$$\mathbf{a} = k\big(\mathbf{x} + if\mathbf{p}\big)$$
$$\mathbf{a}^\dagger = k\big(\mathbf{x} - if\mathbf{p}\big)$$

ahol $f$ és $k$ állandók. Vezessük be az $\mathbf{a}$ operátor sajátállapotait (az ún. koherens állapotokat)

$$\mathbf{a}|\alpha\rangle = \alpha \cdot |\alpha\rangle .$$

Határozzuk meg az $|\alpha\rangle$ állapot hullámfüggvényeit

$$\psi_\alpha(x) = \langle x | \alpha \rangle \ \text{-t,}$$

és vizsgáljuk meg ennek időbeli változását

$$\psi_\alpha(x,t) \ \text{-t!}$$

(V. évfolyam)

# Ortvay 1972

1. Három azonos tömegű test egy egyenes mentén mozoghat, közülük kettő áll, egymással érintkezik. A harmadik $\mathbf{u}$ sebességgel közeledik feléjük, majd rugalmas ütközés játszódik le. Mekkora lehet az egyes testek sebessége az ütközés után? Mitől függ, hogy melyik megoldás valósul meg?

(II. évfolyam)

2. Egy csúcsára állított $2\alpha$ nyílásszögű kúp belső felületén $\ell$ magasságban vízszintes $\mathbf{v}_0$ kezdősebességgel indítunk el egy $m$ tömegű testet. Mekkora legyen a $\mathbf{v}_0$ sebesség, hogy a test pályájának legmélyebb pontja $\ell/2$ legyen? Mennyi idő telik el a legmélyebb pont eléréséig?

(II. évfolyam)

3. Hol nagyobb a nehézségi gyorsulás: a Föld felszínén vagy egy mély bányaaknában? Becsüljük meg az eltérést! (A gömb alakúnak tekintett Föld átlagos sűrűsége $5,5 g/cm^3$, a kéregé kevesebb, mint $3 g/cm^3$. A Föld forgásáról nem veszünk tudomást.)

(II. évfolyam)

4. Egy töltött részecske mozog egy elektromos ponttöltés, és egy mágneses monopólus terében.

$$\mathbf{E} = e\frac{\mathbf{r}}{r^3}$$
$$\mathbf{B} = g\frac{\mathbf{r}}{r^3}$$

Mutassuk meg, hogy az $\mathbf{L} = \mathbf{r} \times \mathbf{p}$ impulzusmomentum nem mozgásállandó, és hogy létezik olyan $\mathbf{J} = \mathbf{L} + \mathbf{L}'$, amely mozgásállandó! Mi az $\mathbf{L}'$ fizikai jelentése?

(II. évfolyam)

5. Egy $M$ tömegű, $\Theta$ tehetetlenségi nyomatékú testre állandó $\mathbf{F}$ erő hat a súlyponttól $d$ távolságra, iránya a testhez rögzített. Írjuk le a mozgást!

(II. évfolyam)

6. Egy szolenoid tengelyén $\beta$-bomló atom elektronokat sugároz. Az elektronok impulzusmomentumot kapnak a Lorentz-erő miatt, tehát az impulzusmegmaradás miatt a tekercs forgásba jön. Az elektronon nem történt munkavégzés, honnan vette akkor a tekercs a forgási energiát?

(II. évfolyam)

7. Határozzuk meg a következő szappanhártya-felületeket:

a./ Egy kocka alakú dróthálóban síklapokkal határolt felületekből

b./ Két adott méretű szappanbuborék összeolvad egy rendszerré. Milyen lesz az elválasztó felület? Milyen adatok írják le a geometriát?

Megfogalmazás

(II. évfolyam)

8. Milyen feltétel mellett lesz a

$$Q_I = \sum_j A_{ij} q_j$$

$$P_i = \sum_j B_{ij} p_j$$

transzformáció kanonikus? Keressük meg ennek a kanonikus transzformációnak az alkotófüggvényét!

(III. évfolyam)

9. Egy $n$-tagú egyenlő tömegű pontokból álló tömegrendszerben a tagok egy kör mentén helyezkednek el, és mindegyik két szomszédjához rugalmas erővel kötött. Adjuk meg a rendszer normálkoordinátáit és normálmódusait!

(III. évfolyam)

10. Egy $2\ell$ hosszúságú, elhanyagolható tömegű rugalmas tengelyre a felezőpontban egy $m$ tömegű tárcsát ékeltünk, úgy, hogy tömegközéppontja a tengelytől $e$ távolságra van. Mekkora a tengely kihajlása a felezőpontban, ha a végein önbeálló csapággyal rögzített tengelyt $\omega$ szögsebességgel forgatjuk?

(III. évfolyam)

11. Egy $m$ tömegű tömegpont az $R$ sugarú homogén tömegeloszlású gömb belsejében, annak gravitációs erőterében kényszerpályán harmonikus rezgőmozgást végez. A pálya kezdeti és végpontja a gömb felszínén van. Adjuk meg a lehetséges pályák paraméteres egyenletét!

(III. évfolyam)

12. Egy folyadékgömböt (csillag) saját gravitációs tere tart össze. Határozzuk meg, hogyan módosul a gömb alakja, ha lassan, $\omega$ szögsebességgel forog!

(III.,IV. évfolyam)

13. A zafír $/Al_2O_3/$ kristály felépítése tetragonális. Milyen a hangsebesség irányfüggése a tetragonális ($c$) tengelyre merőleges síkban? (A sebesség rádiuszvektorait elég 5°-onként meghatározni.) Milyen hibákat vétünk, ha a $c_{14}$ rugalmassági állandót

elhanyagoljuk számításunkban?
A zafír adatai:

$$
\begin{aligned}
c_{11} &= 4,94 \cdot 10^{-12} din/cm^2 \quad ; \\
c_{33} &= 4,96 \cdot 10^{-12} din/cm^2 \quad ; \\
c_{44} &= 1,45 \cdot 10^{-12} din/cm^2 \quad ; \\
c_{12} &= 1,58 \cdot 10^{-12} din/cm^2 \quad ; \\
c_{13} &= 1,14 \cdot 10^{-12} din/cm^2 \quad ; \\
c_{14} &= -0,23 \cdot 10^{-12} din/cm^2 \quad ;
\end{aligned}
$$

sűrűsége: $\rho = 3,986 g/cm^3$.

(III.,V. évfolyam)

14. Hogyan változik meg egy anyag mért Young-modulusa, ha benne kicsi, gömb alakú üregek vannak? (lásd: Fizikus Diákkör problémamegoldó versenye 1971. évi 21. feladatát.)

(III.,IV. évfolyam)

15. Egy $m$ tömegű részecske energia sajátfüggvénye egy egydimenziós mozgás esetében

$$\psi = \frac{1}{\mathrm{ch}\lambda x}$$

a./ Ha $V(\pm\infty) = 0$, mi a részecske energiája ebben az állapotban?
b./ Mi a $V(x)$ potenciál?
c./ Van-e ennél alacsonyabb energiával rendelkező sajátfüggvény?

(IV. évfolyam)

16. Egy **v** sebességgel áramló gáz terében egy egyenes körkeresztmetszetű fémhuzalt $I$ árammal fűtünk. Hogyan függ a huzal hőmérséklete az áramlási sebességtől?

(IV. évfolyam)

17. Egy függőleges rúd tetején egyensúlyozó artistát a következőképpen modellezzük: alul csuklósan rögzített rúd tetején egy vízszintes tengelyű korong helyezkedik el, amit a rúdra szerelt motorral gyorsítani lehet. Milyen függvénye kell legyen a korong szöggyorsulása a rúd kitérésének, hogy a függőleges helyzet stabil legyen?

$$\ddot{\alpha} = f(\phi, \dot{\phi})$$

Mi a helyzet akkor, ha a motor "válasza" $\epsilon$ idővel késik az észlelt kitéréshez képest?

$$\ddot{\alpha} = f\left(\phi(t-\epsilon), \dot{\phi}(t-\epsilon)\right)$$

(IV. évfolyam)

18. Egy részecske $V(r) = V_0 r^k$ alakú, homogén potenciálvölgyben mozog. Hogyan függ az $n$-edik nívó energiája az $n$ kvantumszámtól?

(IV. évfolyam)

19. A levegő átlagos sűrűsége $2,6 \cdot 10^{19}$ $molekula/cm^3$. Becsüljük meg annak a valószínűségét, hogy $1cm^3$ nagyságú kockában nincs molekula.

Megfogalmazás

(IV. évfolyam)

20. Homogén mágneses térben a töltött részecske, a mágneses térrel merőleges síkban körpályán mozog. A kvantummechanika szerint a körmozgást végző elektron energiája kvantált lesz. Mutassuk meg algebrai módszerekkel, (a Schrödinger egyenlet megoldása nélkül, a felcserélési relációk felhasználásával), hogy mekkora a kvantált pályák energiája. Határozzuk meg az egyes energia sajátállapotokban a körpálya sugarának sajátértékeit.

(V. évfolyam)

21. Keressük meg azt az $\mathbf{U}$ operátort, amely segítségével az

$$\mathbf{a}_k = u_k \mathbf{b}_k - \nu_k \mathbf{b}^\dagger_{-k}$$

Bogolyubov transzformáció

$$\mathbf{a}_k = \mathbf{U}^{-1} \mathbf{b}_k \mathbf{U}$$

alakú! ($u_k$, $\nu_k$ valós, $k$-ban páros függvények, úgy, hogy $u_k^2 - \nu_k^2 = 1$.)

(V. évfolyam)

22. Oszcillátorokból álló $T$ hőmérsékletű rendszerben az oszcillátorok átlagenergiája

$$\bar{\epsilon} = \frac{\sum_n \epsilon_n \exp\big(-\epsilon_n/kT\big)}{\sum_n \exp\big(-\epsilon_n/kT\big)}$$

ahol $\epsilon_n = n\epsilon_0$. Klasszikus határátmenet esetén ($\epsilon_0 \to 0$) megkapjuk-e a klasszikus statisztikus fizikából jól ismert eredményt? Mekkora $\bar{\epsilon}$ a klasszikus határesetben, ha az energiaspektrum $\epsilon_n = n^\beta \epsilon_0$ és a nívó multiplicitása $g_n = n^\gamma g_0$?

(V. évfolyam)

23. Mutassuk meg, hogy a harmonikus oszcillátor, és csak annak Hamilton operátora fejleszti a koherens állapotokat koherens állapotokba. (lásd: Fizikus Diákkör problémamegoldó versenye 1971. évi 27. feladatát.)

(V. évfolyam)

24. Határozzuk meg a világűr 21$cm$-es sugárzásának (hidrogén hiperfinom-átmenetének) vonalszélességét, illetve élettartamát! (Az átmenet spontán mágneses dipólsugárzással történik.)

(V. évfolyam)

25. Mekkora gravitációs kvadropól-momentummal kellene rendelkeznie a Napnak, hogy a Merkúr perihélium-elfordulása a klasszikus mechanika alapján magyarázható legyen?

(V. évfolyam)

# Ortvay 1973

1. Egy súlypontján átmenő vízszintes tengely körül forgó labdát leejtünk a földre. Határozzuk meg a labda mozgását az ütközés után! (Az ütközés rugalmas, a súrlódást vegyük figyelembe.)

(II. évfolyam)

2. Vízszintes üvegcsőben keltett hullámok hullámhosszát megmérhetjük úgy, hogy az üvegcső aljára finom homokot szórunk (Kundt cső). Ha hangot keltünk a csőben, a homokban sávok jelennek meg. Magyarázzuk meg ennek az okát, és számítással is igazoljuk a jelenséget!

(II. évfolyam)

3. Becsüljük meg, hogy egy homokórából mennyi idő alatt pereg le a homok!

(II. évfolyam)

4. Egy $N$ állapotú rendszer véletlenszerűen átmehet egyik állapotából a másikba, mégpedig úgy, hogy az $i \to j$ és $j \to i$ átmenetek valószínűsége egyenlő. Mutassuk meg, hogy elég hosszú idő múlva mindegyik állapot egyformán valószínű lesz!

(II. évfolyam)

5. A szilárd anyagot a következő állapotegyenlettel írhatjuk le:

$$V = V_0 - \frac{p}{D} + B \cdot T \qquad ,$$
$$U = C \cdot T + \frac{D}{2}(V - V_0)^2 \qquad .$$

Rajzoljuk fel a Carnot körfolyamatot a $p - V$ síkon, és mutassuk meg, hogy az állapotegyenletek teljesítik a második főtételt, azaz

$$\eta = \frac{T_2 - T_1}{T_2} \qquad !$$

(II. évfolyam)

6. Vizsgáljuk meg a következő végtelen lánc áramköri tulajdonságait!
Hiányzó kép

(II. évfolyam)

7. A szóráskísérletek egy speciális esetében a lövedék nem nyugvó targeten szóródik, hanem két nyaláb csap össze. Vezessünk le erre az esetre összefüggést az időegységenkénti ütközésszám és a hatáskeresztmetszet között! A nyalábok szükséges adatait vegyük fel önállóan.

(II. évfolyam)

8. Egy fémrúd a $t = 0$ időben olyan, hogy egyik felének hőmérséklete $T$, a másik feléé $T + \Delta$ ($\Delta \ll T$). Számoljuk ki, hogy hogyan egyenlítődik ki a hőmérséklet, és adjuk meg az entrópiát, mint az idő függvényét!

(III. évfolyam)

9. Keressük meg azt a Lagrange függvényt, amelyből leszármaztatható a csillapított rezgőmozgás egyenlete! Mutassuk meg, hogy a kanonikus impulzus nem tűnik el, ha $t \to \infty$.

(III. évfolyam)

10. Van egy készülékünk, amely az elektron mágneses momentumának $z$ tengely irányú vetületét méri. Mérjünk ezzel olyan elektronokat, amelyeket előzőleg a $z$ tengellyel $\vartheta$ szöget bezáró irányba polarizáltunk. Mik lesznek az egyes mérések eredményei?

(III. évfolyam)

11. Vizsgáljuk egy anyagi görbe $\left[\mathbf{r} = \mathbf{r}(\sigma, t);\ 0 \leq \sigma \leq 1;\ -\infty < t < +\infty\right]$ mechanikáját, ha hatásfüggvényét mozgása során a $[t_1, t_2]$ intervallumban súrolt felülettel arányosnak választjuk. Mi a probléma Euler-egyenleteinek szemléletes fizikai jelentése a kétdimenziós paraméter-térben? Adjuk meg a görbén áramló összimpulzust a lehető legáltalánosabb formában.

(III. évfolyam)

12. Pattogó labdáról véletlenszerű időpontokban pillanatfelvételeket készítünk. Ezekről a felvételekről leolvashatjuk a labda pillanatnyi magasságát. Értékeljük ki a pattogás magasságát, és adjuk meg a becslés pontosságát! (A pattogások egyforma magasak, az energiaveszteség elhanyagolható.)

(III. évfolyam)

13. Egyforma karácsonyfaizzókat kapcsolunk sorba. Az izzók ellenállása függ az izzószál hőmérsékletétől. Vizsgáljuk meg a rendszer stabilitását!

(III. évfolyam)

14. Tetszőleges alakú homogén izotrop testet két párhuzamos síkkal $\mathbf{F}$ erővel nyomunk össze. Az egyensúlyi állapotban a síkok egymástól való távolsága $h$. Határozzuk meg a térfogatváltozást!

(III. évfolyam)

15. Idealizált esetben a csúszó csapágy nem áll másból, mint két hengerből (a belső henger tömör fém, a csapágy tengelye) és a közéjük helyezett zsírozó folyadékból. A belső henger sugara $R$, a külső hengeré $R + \epsilon$. Általában $\epsilon \ll R$ és $\ell \gg R$, ahol $\ell$ a

hengerek hossza. Ilyen esetben a hengerek jó közelítéssel végtelennek tekinthetők. Terhelés hatására a hengerek excentrikussá válnak. A két henger tengelye közötti távolság legyen $\delta = \lambda \cdot \epsilon$ $(0 \leq \lambda \leq 1)$, forogjon továbbá a belső henger $\Omega$ szögsebességgel.

Mutassuk meg, hogy $\epsilon/R$ szerint első rendben, olyan geometriai viszonyok mellett, amikor az $R_c = \rho R \Omega \epsilon / \eta$ Reynolds szám olyan kicsi, hogy a Navier-Stokes egyenletben a nemlineáris tag elhanyagolható ($\eta$ a viszkozitás, $\rho$ a folyadék sűrűsége),

a./ a $p$ nyomás csak a $\phi$ polárszög függvénye,

b./ $\dfrac{dp}{d\phi} = \dfrac{6R^2\eta\Omega}{\epsilon^2} \cdot \dfrac{1 + \lambda\cos\phi - \lambda_0}{(1 + \lambda\cos\phi)^3}$.

$$\left(\lambda_0 = 2 \cdot \frac{1-\lambda^2}{2+\lambda^2}\right)$$

c./ Számítsuk ki a belső hengerre ható forgatónyomatékot ($\mathbf{M}$) és nyomóerőt ($\mathbf{F}$),

d./ diszkutáljuk az $\mathbf{M}/\mathbf{F}R$ hányadost!

(IV.,V. évfolyam)

16. $M$ tömegű test olyan térben mozog, amely $m \ll M$ tömegű, kezdetben nyugvó részecskékkel van tele (pl. makroszkopikus test gázban). Ismerjük az $m$ tömegű részecskék szórási hatáskeresztmetszetét az $M$ tömegű testen: $d\sigma = f(\vartheta)d\Omega$. Az ütközés rugalmas.

a./ Mekkora súrlódási erő hat az $M$ tömegű testre?

b./ Számítsuk ki az $M$ tömegű test elhajlási szögének négyzetátlagát!

(IV.,V. évfolyam)

17. Molekulakristályban a molekula súlypontja körül merev-test mozgást végezhet (rotátor). Természetesen érzi a kristályteret, amit az egyszerűség kedvéért tengelyszimmetrikusnak tételezünk fel, melynek potenciálja:

$$V = V_0 \cdot (1 - \cos 2\vartheta).$$

Írjuk le az alacsony-energiás spektrumot az

$$\frac{IV_0}{\hbar^2} \ll 1 \quad \text{és az} \quad \frac{IV_0}{\hbar^2} \gg 1$$

közelítésben! ($I$ a rotátor tehetetlenségi nyomatéka.)

(IV. évfolyam)

18. Egy $M$ tömegű oszcillátort véletlenszerű impulzusokkal gerjesztünk úgy, hogy egy $m \ll M$ tömegű, kb. $\mathbf{v}$ sebességű részecskékből álló ritka "gázba" helyezzük. Newton-egyenlet felhasználásával számítsuk ki az oszcillátor rezgéseinek átlagenergiáját! (Vizsgáljuk a feladatot egy dimenzióban.)

(IV. évfolyam)

19. Egy kondenzátort $\epsilon$ dielektromos állandójú anyag tölt ki. Ha a dielektrikum helyébe $\sigma$ vezetőképességű anyagot teszünk, a rendszer ellenállása $R$. Mennyi a kondenzátor kapacitása?

(IV. évfolyam)

20. Egy elasztikusan izotrop bikristály szemcsehatárán rendezetlen eloszlásban gömb alakú gázbuborékok vannak $p$ belső nyomással. A szemcsehatárral párhuzamos irányban tiszta húzásnak vetjük alá az anyagot. Milyen a szemcsehatárban a tangenciális és a normális feszültség eloszlása, ha a buborékok átlagos távolsága nagy az átmérőjükhöz képest?

(IV. évfolyam)

21. Becsüljük meg a $V(r) = e^{-\alpha r}$ gömbszimmetrikus potenciálon való szórás teljes hatáskeresztmetszetét klasszikus mechanikában és kvantummechanikában!

(IV. évfolyam)

22. Az elektron $\mathbf{H}$ anomális mágneses momentumát úgy vehetjük figyelembe, hogy az elektromágneses térrel való kölcsönhatás Lagrange-függvényét kiegészítjük egy

$$\frac{2ie_k}{m}\overline{\psi}\sigma^{\mu\nu}\psi F_{\mu\nu}$$

taggal, ahol $\sigma^{\mu\nu} = \frac{i}{2}[\gamma^\mu, \gamma^\nu]$; $F_{\mu\nu} = \dfrac{\partial A_\nu}{\partial x^\mu} - \dfrac{\partial A_\mu}{\partial x^\nu}$.
Határozzuk meg a Compton amplitúdót nem-relativisztikus közelítésben $\mathbf{H}$-ban első rendig!

(V. évfolyam)

23. Hány $MHz$ korrekciót kaphatunk a Lamb-féle eltolódáshoz, ha figyelembe vesszük, hogy a proton nem pontszerű, hanem kb. $1 fermi$ kiterjedésű objektum?

(V. évfolyam)

24. Egy hologram eredeti méretének 90%-a megsemmisült. Milyen veszteséggel állítható vissza a kép a megmaradt darabból? Igazoljuk állításunkat valamilyen egyszerű tárgy kiszámolható hologramján!

(V. évfolyam)

25. Zérus spinű részecskék relativisztikus mozgásegyenlete a Klein-Gordon egyenlet. Vezessünk be elektromágneses kölcsönhatást

$$\partial_\mu \to \partial_\mu - ieA_\mu$$

helyettesítéssel, és tekintsük a részecske- és fotonteret egyaránt kvantáltnak. Milyen gráfszabályok érvényesek? Határozzuk meg a Compton-amplitúdót $e^2$ rendben!

(V. évfolyam)

26. Mutassuk meg, hogy a kétdimenziós ideális Bose-gáz esetében
a./ ha állandó térfogat mellett csökkentjük a hőmérsékletet, akkor nem lép fel;
b./ ha viszont a nyomást tartjuk állandónak, akkor fellép fázisátalakulás!

(V. évfolyam)