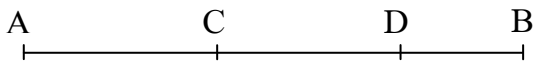


מאגר שאלות בסגנון בחינות הבגרות - שאלון 581

שאלות אלו נכתבו למהדורה החדשה 2019-2020 של ספר 581 של ארכימדס שיצא לאור בשבוע הבא. אנו מפיצים אותן כדי לסייע למורים המכינים את תלמידיהם למועד ב' וגם כדי להציג בפניכם המורים חלק מהתרגילים בסגנון בחינות הבגרות שהוספנו למהדורה החדשה. נשמח לקבל כל הארה והערה. תודה! לבקשתכם, צירפנו למייל פתרונות מוסרטים מאתר 'מתמטיקורס' לשאלות אלו.



1. אוטובוס ומשאית יצאו בשעה 9:00 מהנקודות A ו-B בהתאמה, האחד לקראת השנייה. מהירות האוטובוס היא $2v$ ומהירות המשאית $3v$. הם נפגשים לראשונה

בנקודה C וממנה האוטובוס ממשיך לנקודה B והמשאית ממשיכה לנקודה A. כאשר כל רכב מגיע ליעדו, הוא מסתובב וחוזר לנקודה ממנה יצא. השניים נפגשים שנית בנקודה D.

א. חשב את היחס בין אורכי הקטעים $\frac{AC}{BD}$.

ב. נתון שבין שתי הפגישות חלפו 36 דקות. מצא באיזו שעה הגיע כל רכב בחזרה לנקודת מוצאו.
ג. בזמן שחלף מאז פגישתם בנקודה C ועד הגעת האוטובוס לנקודה B, המרחק המקסימלי בין שני הרכבים היה 40 ק"מ. חשב את אורך הקטע AB.

2. בסדרה הכללית a_n , סכום n האיברים הראשונים נתון בנוסחה: $S_n = 3p \cdot 2^{n+1} - 6p$.

א. הוכח שהסדרה a_n היא הנדסית והבע באמצעות n ו- p את האיבר הכללי a_n .

ב. נתונה סדרה הנדסית נוספת שבה האיבר הכללי הוא $b_n = p \cdot 3^n$.

הגדירו סדרה חדשה: $C_n = 2^n \cdot b_n - 3^n \cdot a_n$.

1. קבע באם הסדרה C_n היא הנדסית או שאינה הנדסית.

2. S_k הוא סכום k האיברים הראשונים בסדרה C_n . הבע את S_k באמצעות p ו- k .

3. עבור כל טענה קבע האם היא נכונה או שגויה. נמק את תשובתך.

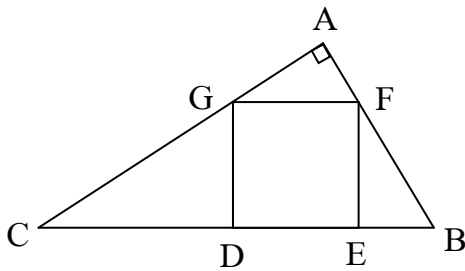
i. אם $0 < S_k$ אז $a_{n+1} < a_n$.

ii. יתכן שקיים מספר שהוא איבר בסדרה a_n וגם איבר בסדרה b_n .

3. בסקר שבוצע בבית הספר נשאלו התלמידים האם הם מעדיפים שוקו או מיץ. מספר הבנים שהשתתפו בסקר היה גדל פי m ממספר הבנות שהשתתפו.

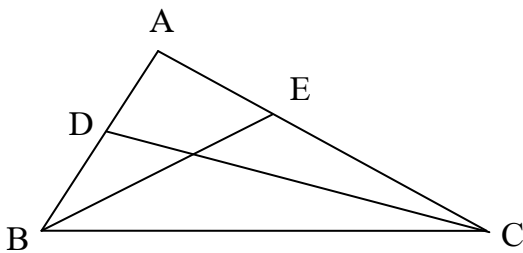
- א. הבע באמצעות m את שיעור הבנים שהשתתפו בסקר.
- ב. מספר הבנים שהשתתפו בסקר היה גדול פי 2 ממספר המשתתפים שהעדיפו שוקו. רק 28% מהמשתתפים בסקר היו בנות שהעדיפו מיץ. עורכי הסקר גילו שאין תלות בין האירוע "להיות בן" לבין האירוע "לבחור מיץ". מצא את m .
- ג. ניר השתתף בסקר. חשב את ההסתברות שהוא מעדיף מיץ.
- ד. לאחר פרסום תוצאות הסקר הסתבר שנעשתה טעות כך שאחת הבנות שהעדיפה שוקו, נספרה בטעות בתור בן שהעדיף שוקו. קבע איזו מהטענות הבאות נכונה לאחר תיקון התוצאות:
 - i. שיעור הבנים מבין מעדיפי השוקו יגדל.
 - ii. שיעור מעדיפות המיץ מבין הבנות יקטן.
 - iii. האירועים "להיות בת" ו- "לבחור מיץ" יישארו בלתי תלויים.

4. במשולש $\triangle ABC$ ישר הזווית כלוא הריבוע $DEFG$ כמתואר בשרטוט. א. הוכח: $FG^2 = CD \cdot BE$.



- ב. שטח הריבוע $DEFG$ הוא 144 סמ"ר.
- שטח המשולש $\triangle CDF$ גדול פי $\frac{16}{9}$ משטח המשולש $\triangle BEG$.
- חשב את היקף הטרפז $BCGF$.
- ג. עבור הטרפז $BCGF$ קבע האם ניתן:
 1. לחסום אותו במעגל. נמק.
 2. לחסום מעגל בתוכו. נמק.

5. א. הוכח את הזהות: $\tan^2 \alpha + 1 = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$.



- ב. נתון: המשולש $\triangle ABC$ הוא ישר זווית $(AB \perp AC)$.
- בנקודה O נחתכים חוצי הזוויות של המשולש $\triangle ABC$.
- נסמן: $\angle ACB = 2\alpha$, $BC = 9b$.
1. הוכח: $CE = 9b \cdot \left(\frac{1 - \tan \alpha}{1 + \tan \alpha} \right)$.

פתור את הסעיפים הבאים מבלי למצוא את הזווית α או כל זווית אחרת:

2. נתון: $CE = b$. היעזר בסעיף א' וללא מחשבון, חשב את ערך הביטויים $\cos \alpha - \sin \alpha$.
3. הבע באמצעות b את שטח המשולש $\triangle BCE$.
4. קבע האם יתכן ששטח המשולש $\triangle ABE$ הוא $2.5b^2$. נמק את תשובתך.

6. לפונקציה: $f(x) = \frac{(x^2 - x + 4)(x - p)}{x^2(x^2 - x - 12)}$ יש שתי אסימפטוטות אנכיות שאחת מהן חותכת את ציר ה-x מימין לראשית הצירים. לפונקציה יש נקודת קיצון אחת ואין לה נקודות פיתול.

א. מצא את p ואת תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ב. מצא את האסימפטוטות של גרף הפונקציה $f(x)$.

ג. נתון שהישר $y = k$ משיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בנקודה שבה $x = 2$.

מצא את תחומי העליה והירידה של הפונקציה $f(x)$.

ד. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

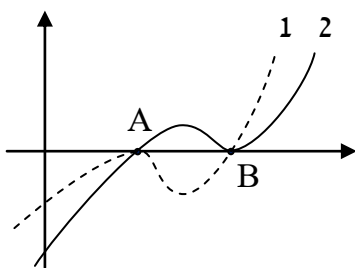
ה. הגדירו פונקציה חדשה: $g(x) = |f(x)|$.

1. מצא כמה פתרונות יש למשוואה $g(x) = -2k$ וקבע האם מכפלתם חיובית או שלילית. נמק.

2. למשוואה $g(x) = m$ יש פתרון אחד. קבע האם פתרון זה הוא חיובי או שלילי. נמק.

3. נתון: $\int_1^3 f(x) dx = b$. הבע באמצעות b את ערכי האינטגרלים הבאים:

$$\int_1^3 b \cdot \frac{f(x)}{g(x)} dx = \text{iii} \quad \int_1^3 g(x) + 2f(x) dx = \text{ii} \quad \int_1^3 g(x) dx = \text{i}$$



7. נתונים הגרפים של הפונקציות: $f(x) = (x - 3m) \cdot (x - 6m)^2$

$$g(x) = (x - 3m)^2 \cdot (x - 6m)$$

א. קבע איזה מהגרפים, 1 או 2, מתאים לפונקציה $g(x)$. נמק.

ב. הישר $y = 32$ משיק לנקודת המקסימום של גרף 2. מצא את m.

ג. הנקודה C, ששיעור ה-x שלה הוא t, נמצאת על גרף הפונקציה $f(x)$.

הנקודה D נמצאת על גרף $g(x)$ כך שהקטע CD מקביל לציר ה-y וחותך את ציר ה-x בין

הנקודות A ו-B.

1. הבע באמצעות t את אורך הקטע CD. פשט את הביטוי ככל הניתן.

2. חשב את האורך המקסימלי של הקטע CD.

ד. נתונה הפונקציה: $h(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$ שהגרף שלה חותך את ציר ה-y בנקודה E. ישר ששיפועו שלילי עובר

בנקודה E ואינו חותך את גרף הפונקציה $h(x)$ בנקודה נוספת. מצא את משוואת הישר.

תשובות:

1 א. 2 ב. האוטובוס ב- 10:30, המשאית ב- 10:00. ג. 60 ק"מ.

2 א. $a_n = 3p \cdot 2^n$ או $a_n = 6p \cdot 2^{n-1}$. ב. 1 הנדסית. 2 $S_k = -\frac{12p \cdot (6^k - 1)}{5}$. 3 i נכונה. ii שגויה.

3 א. $\frac{m}{m+1}$. ב. $m=1.5$. ג. 0.7. ד. ii.

4 ב. 84 ס"מ. ג. 1 לא. 2 לא.

5 ב. 2 $\cos \alpha = \frac{5}{\sqrt{41}}$, $\sin \alpha = \frac{4}{\sqrt{41}}$. 3 $\frac{180b^2}{41} = 4.39b^2$. 4 לא יתכן.

6 א. $p = -3$. תחום ההגדרה: $x \neq -3, 0, 4$.

ב. $y = 0, x = 0, x = 4$.

ג. עליה: $0 < x < 2$.

ירידה: $x < -3$ או $-3 < x < 0$ או $2 < x < 4$ או $4 < x$.

ד. השרטוט משמאל.

ה. 1 ארבעה פתרונות. מכפלתם שלילית. 2 חיובי.

3 i. -b. ii. b. iii. -2b.

7 א. 1. ב. $m=2$. ג. 1 $-6 \cdot (t-6) \cdot (t-12)$. 2 54 יח' אורך. ד. $y = -\frac{x}{6} + 2$.

