

Matematik A-niveau STX

11. august 2011

Eksamenstræning

www.matematikhjaelp.tk

Forord:
I opgaven benyttes . fremfor , således I ikke bliver forvirret.

▼ Opgave 7 - Trigonometri

restart
with(Gym) :

Opgaven løses v.h.a. Maple's trekantsberegner

▼ Delopgave a

Screenshot

TREKANTSBEREGNER																	
<table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 50%; padding: 2px;">Vinkel i grader</td> <td style="width: 50%; padding: 2px;">Sidelængde</td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px;">A ▾ 30</td> <td style="padding: 2px;">a 14.62</td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px;">B ▾ 130</td> <td style="padding: 2px;">b 22.40</td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px;">C ▾ 20.00</td> <td style="padding: 2px;">c 10</td> </tr> <tr> <td colspan="2" style="padding: 2px;">Indtast præcis 3 oplysninger</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center; padding: 2px;">Beregn</td> <td style="text-align: center; padding: 2px;">Rediger</td> </tr> <tr> <td colspan="2" style="text-align: center; padding: 2px;">Slet Alt</td> </tr> <tr> <td colspan="2" style="text-align: center; padding: 2px;">?</td> </tr> </table>	Vinkel i grader	Sidelængde	A ▾ 30	a 14.62	B ▾ 130	b 22.40	C ▾ 20.00	c 10	Indtast præcis 3 oplysninger		Beregn	Rediger	Slet Alt		?		
Vinkel i grader	Sidelængde																
A ▾ 30	a 14.62																
B ▾ 130	b 22.40																
C ▾ 20.00	c 10																
Indtast præcis 3 oplysninger																	
Beregn	Rediger																
Slet Alt																	
?																	

↳ Således blev $|AC|$ bestemt til 22.40

▼ Delopgave b

Det oplyses, at D placeres midt i mellem $|AC|$, altså må $|AD|$ og $|CD|$ være 11.20. Der tages udgangspunkt i trekant ABD

TREKANTSBEREGNER																	
<table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 50%; padding: 2px;">Vinkel i grader</td> <td style="width: 50%; padding: 2px;">Sidelængde</td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px;">A ▾ 30</td> <td style="padding: 2px;">a 5.608</td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px;">B ▾</td> <td style="padding: 2px;">b 11.20</td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px;">C ▾ 63.07</td> <td style="padding: 2px;">c 10</td> </tr> <tr> <td colspan="2" style="padding: 2px;">Indtast præcis 3 oplysninger</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center; padding: 2px;">Beregn</td> <td style="text-align: center; padding: 2px;">Rediger</td> </tr> <tr> <td colspan="2" style="text-align: center; padding: 2px;">Slet Alt</td> </tr> <tr> <td colspan="2" style="text-align: center; padding: 2px;">?</td> </tr> </table>	Vinkel i grader	Sidelængde	A ▾ 30	a 5.608	B ▾	b 11.20	C ▾ 63.07	c 10	Indtast præcis 3 oplysninger		Beregn	Rediger	Slet Alt		?		
Vinkel i grader	Sidelængde																
A ▾ 30	a 5.608																
B ▾	b 11.20																
C ▾ 63.07	c 10																
Indtast præcis 3 oplysninger																	
Beregn	Rediger																
Slet Alt																	
?																	

Dette kunne også gøres v.h.a. den anden side, trekant BCD, da der er tilstrækkelige oplysninger.
Længden $|BD|$ blev bestemt til 5.608

Opgave 8 - Statistik

restart

with(Gym) :

obs := [23, 25, 27, 27, 27, 28, 29, 29, 29, 30, 30, 32, 32, 33, 34, 34, 34, 35, 35, 38, 38, 39, 42, 45,
50]

[23, 25, 27, 27, 27, 28, 29, 29, 29, 30, 30, 32, 32, 33, 34, 34, 34, 35, 35, 38, 38, 39, 42, 45, 50] (2.1)

Delopgave a

Der undersøges for et kvartilsæt. Dette kan let gøres ved følgende kommando:

kvartiler(obs)

[28.500, 32., 36.500] (2.1.1)

Dette er kvartilsættet, der angiver for hhv. 25, 50 og 75% af elevernes håndtryk i styrke.
Maple udregner ikke den mindste og største observation, korrekt set er kvartilsættet

Største = 50

Største = 50 (2.1.2)

Øvre kvartil = 36.500

Øvre kvartil = 36.500 (2.1.3)

Median = 32

Median = 32 (2.1.4)

Nedre kvartil = 28.500

Nedre kvartil = 28.500 (2.1.5)

Mindste = 23

Mindste = 23 (2.1.6)

Opgave 9 - Lineære funktioner

restart

with(Gym) :

L1 := [688, 795, 878, 999]

[688, 795, 878, 999] (3.1)

L2 := [50, 100, 150, 200]

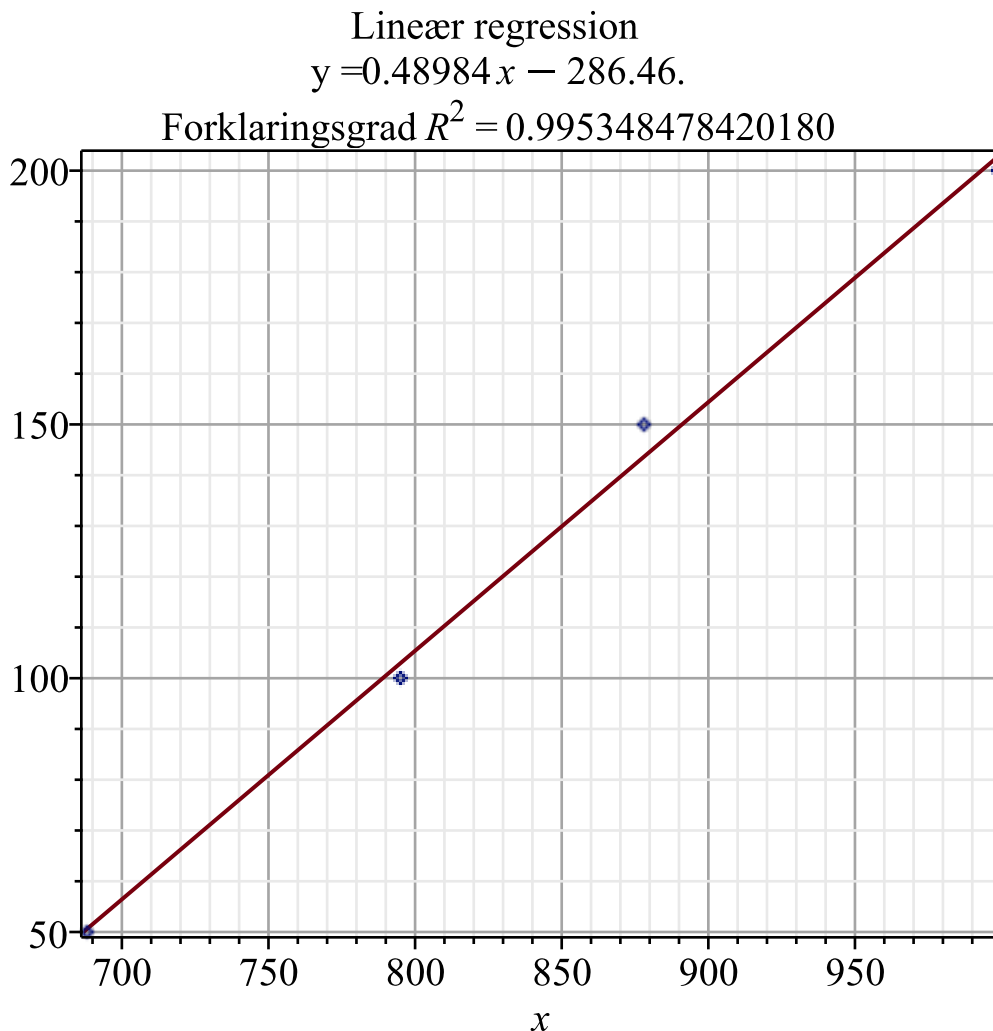
[50, 100, 150, 200] (3.2)

Der udføres regression (lineær)

Delopgave a

Konstanterne a og b kan bestemmes ud fra de definerede oplysninger v.h.a. lineær regression.

LinReg(L1, L2)



Modellen med konstanterne a og b blev bestemt til

$$f(x) := 0.48984x - 286.46$$

$$x \rightarrow 0.48984x - 286.46$$

(3.1.1)

Delopgave b

Der løses en ligning for f .

$$f(950)$$

$$178.88800$$

(3.2.1)

Så den gennemsnitlige vægt af moderkagen er 178.888 gram.

Opgave 10 - Eksponentielle funktioner

restart
with(Gym) :

Funktionen

$$f(x) := 3600 \cdot 0.8544^x$$

$$x \rightarrow 3600 \cdot 0.8544^x \quad (4.1)$$

Delopgave a

Ved indsættelse af 0 fås

$$f(0)$$

$$3600.0 \quad (4.1.1)$$

Så i år 2002 er bestanden 3600 tigere.

$$a := 0.8544$$

$$0.8544 \quad (4.1.2)$$

$$T_{\frac{1}{2}} = \frac{\log_{10}\left(\frac{1}{2}\right)}{\log_{10}(a)}$$

$$T_{\frac{1}{2}} = \frac{14.63298420 \ln(2)}{\ln(10)} \quad (4.1.3)$$

at 5 digits
→

$$T_{\frac{1}{2}} = 4.4050 \quad (4.1.4)$$

Efter 4.40 eller i år 2006 april måned ca. vil bestanden være halveret.

Delopgave b

Den årlige vækstrate kan bestemmes ved

$a = 1 + r$, hvor a anvendes fra tidligere.

$$a = 1 + r$$

$$0.8544 = 1 + r \quad (4.2.1)$$

solve for r
→

$$[[r = -0.1456000000]] \quad (4.2.2)$$

$$-0.1456000000 \cdot 100$$

$$-14.56000000 \quad (4.2.3)$$

Så for hvert år der går, falder bestanden med 14.56%.

Delopgave c

$$f'(5)$$

$$-257.9238390 \quad (4.3.1)$$

Dvs. for hvert år der går, udgår 257 tigere efter år 2007 idet $2002+5=2007$.

▼ Opgave 11 - Differentialregning

restart
with(Gym) :

Funktionen

$$f(x) := x^4 - 8x^2 + 1$$

$$x \rightarrow x^4 - 8x^2 + 1 \quad (5.1)$$

Delopgave a

Den definerede funktion $f(x)$ sættes lig med 0.

$$f(x) = 0$$

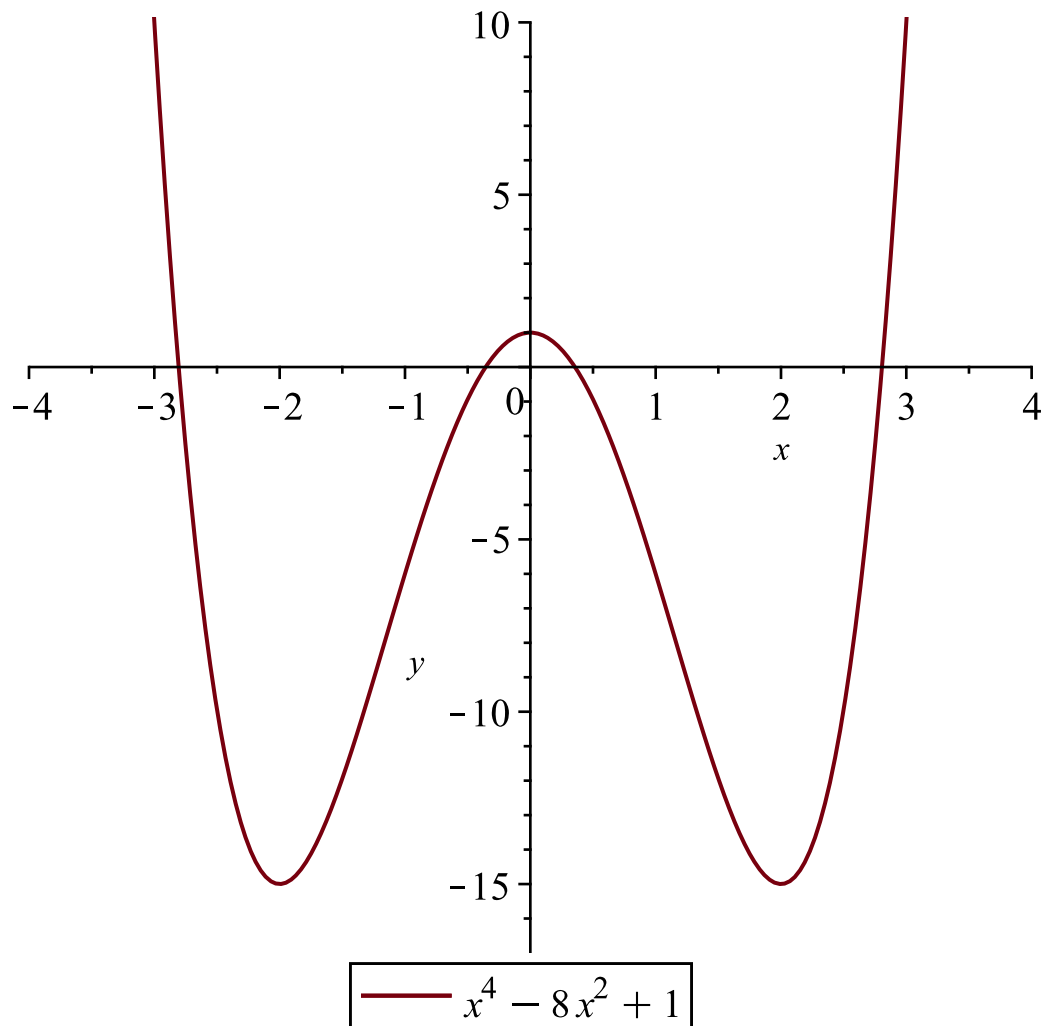
$$x^4 - 8x^2 + 1 = 0 \quad (5.1.1)$$

$\xrightarrow{\text{solve for x}}$

$$\left[\left[x = \frac{1}{2} \sqrt{10} - \frac{1}{2} \sqrt{6} \right], \left[x = -\frac{1}{2} \sqrt{10} + \frac{1}{2} \sqrt{6} \right], \left[x = \frac{1}{2} \sqrt{10} + \frac{1}{2} \sqrt{6} \right], \left[x = -\frac{1}{2} \sqrt{10} - \frac{1}{2} \sqrt{6} \right] \right] \quad (5.1.2)$$

Den kan plottes v.h.a. følgende kommando:

`plot([f(x)], x=-4..4, y=-17..10, legend=[f(x)])`



Dvs. 4 reelle rødder. (Som man også kunne se over grafen).

Delopgave b

Tangentligningen til f undersøges, punktet $P(3, f(3))$ er angivet.

$$y = f'(3) \cdot (x - 3) + f(3)$$

$$y = 60x - 170 \quad (5.2.1)$$

Dette er tangenthældningen, udført i Maple.

Delopgave c

Monotoniforholdene bestemmes v.h.a. differentiering

$$f'(x) = 0$$

$$4x^3 - 16x = 0 \quad (5.3.1)$$

→ solve for x

$$[[x=0], [x=2], [x=-2]] \quad (5.3.2)$$

Man kan aflæse på grafen ovenfor hvordan den afledede vil forløbe sig, men der udregnes for om

hvornår f er voksende og aftagende. Der vælges x -værdier der er forskelligt fra rødderne til førsteaksen.

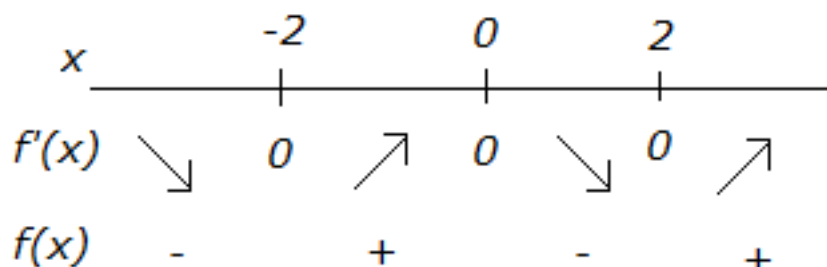
$$f'(-3) = -60 \quad (5.3.3)$$

$$f'(-1) = 12 \quad (5.3.4)$$

$$f'(1) = -12 \quad (5.3.5)$$

$$f'(3) = 60 \quad (5.3.6)$$

Dette danner et overblik over, hvornår f er voksende og aftagende. En monotonilinje tegnes.



Det passer godt med grafen fra delopgave a.

Derfor er f :

aftagende i intervallet $]-\infty; -2]$

voksende i intervallet $[-2; 0]$

aftagende i intervallet $[0; 2]$

voksende i intervallet $[2; \infty[$

▼ Opgave 12 - Integralregning

restart

with(Gym) :

Funktionen

$$f(x) := x^3 :$$

Linjen

$$g(x) := 8 :$$

▼ Delopgave a

Arealet M bestemmes ved:

$$M = \int_0^2 g(x) - f(x) \, dx$$

$$M = 12 \quad (6.1.1)$$

Fordi 0 og 2 er grænseområderne og $g(x)$ ligger øverst på førstekvadrant. Derved er arealet 12.

▼ Opgave 13 - Optimering

restart

with(Gym) :

Modellen

$$V(x) := \frac{2}{1} \cdot (16 - x^2)x$$

$$x \rightarrow (32 - 2x^2)x \quad (7.1)$$

▼ Delopgave a

Overfladearealet udtrykt ved x og y udføres således:

Der er 2 bredder, 2 længder og 2 højder. Derfor:

$$O = 2 \cdot x \cdot x + 2 \cdot x \cdot y + 2 \cdot x \cdot y$$

$$O = 2x^2 + 4xy \quad (7.1.1)$$

└ Dette er udtrykket, både med x og y .

▼ Delopgave b

Der skal bestemmes for den værdi, der giver den størst mulige rumfang.

$$V'(x) = 0$$

$$-6x^2 + 32 = 0 \quad (7.2.1)$$

$\xrightarrow{\text{solve for } x}$

$$\left[\left[x = -\frac{4}{3} \sqrt{3} \right], \left[x = \frac{4}{3} \sqrt{3} \right] \right] \quad (7.2.2)$$

$$x = \frac{4}{3} \sqrt{3}$$

$$x = \frac{4}{3} \sqrt{3} \quad (7.2.3)$$

$\xrightarrow{\text{at 5 digits}}$

$$x = 2.3094 \quad (7.2.4)$$

Den anden rod forkastes pga. begrænsningen $0 < x < 4$

Der vælges tal der ikke er det samme som rodden.

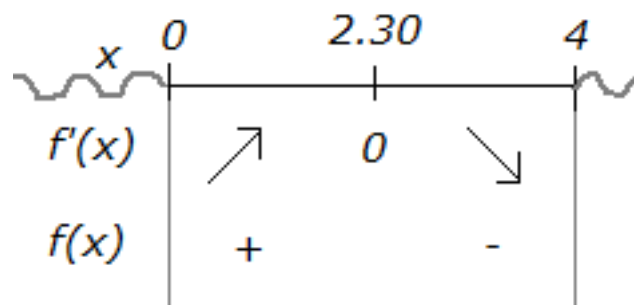
$$V'(2)$$

$$8 \quad (7.2.5)$$

$$V'(3)$$

$$-22 \quad (7.2.6)$$

Dvs. dette giver et billede af, hvornår det er muligt at have den største rumfang.



I GeoGebra tegnes dette.

