พฤหัสฯ 25 ต.ค. '61

ข้อสอบค่ายฟิสิกส์โอลิมปิก พ.ศ. 2562 ครั้งที่ 1 - เทอร์โมไดนามิกส์

1. สมมติให้ตึกแห่งหนึ่งในขั้วโลกเหนือติดตั้งระบบทำความร้อนด้วยพลังงานไฟฟ้าที่ใช้กำลังไฟฟ้า P แต่เมื่ออุณหภูมิภายในตึกสูงขึ้นทำให้ตึกเกิดการสูญเสียความร้อนออกไปข้างนอกด้วยอัตราเท่ากับ $\alpha(T - T_0)$ เมื่อ α คือค่าคงตัวของการสูญเสียความร้อนซึ่งมีค่าเป็นบวก และ T คืออุณหภูมิภายในตึกขณะนั้น กำหนดให้
    a. T_0 คือ อุณหภูมินอกตึกหรือสิ่งแวดล้อม
    b. T_b คือ อุณหภูมิภายในตึกที่จุดสมดุล

    จงหา

    1. ตึกแห่งนี้ควรเลือกเครื่องทำความร้อนชนิดใดเพื่อให้ได้อุณหภูมิภายในตึกสูงสุดที่เป็นไปได้ตามหลักของเทอร์โมไดนามิกส์ และ นักเรียนทราบได้อย่างไรว่าคำตอบที่จะได้คือค่าสูงสุด
    2. จงหาอุณหภูมิภายในตึกสูงสุดที่เป็นไปได้ที่จุดสมดุล T_b (ในรูปของ T_0, P และ α)

2. มีแก๊สไดอะตอมมิคแบบอุดมคติ (diatomic gas) บรรจุอยู่ระหว่างกระบอกลูกสูบและลูกสูบที่เป็นฉนวนกันความร้อนไหลเข้าออก 100% โดยมีลูกสูบมวล m สอดเข้าไปในกระบอกสูบดังรูป กำหนดให้
    a. ไม่มีแรงเสียดทานระหว่างกระบอกสูบและลูกสูบ
    b. อุณหภูมิเริ่มต้นภายในและภายนอกเท่ากัน
    c. P_0 คือ แรงดันอากาศภายนอก
    d. g คือ ค่าแรงโน้มถ่วงของโลก
    e. A คือ พื้นที่หน้าตัดของกระบอกสูบ

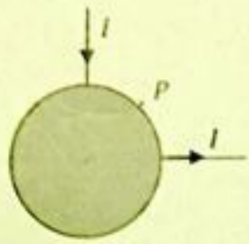
    จงหา

    1. ความดันอากาศภายในลูกสูบขณะสมดุล
    2. สมมติว่าเราออกแรงกดให้ลูกสูบยุบลงไปเล็กน้อยมากๆ แล้วปล่อยออกโดย ลูกสูบจะเกิดการสั่นขึ้นลง จงหาความถี่ของการสั่นแบบซิมเปิ้ลฮาโมนิค (Simple Harmonic Motion)

ข้อสอบปลายค่าย 1 สาขาฟิสิกส์ **ตุลาคม 2561**

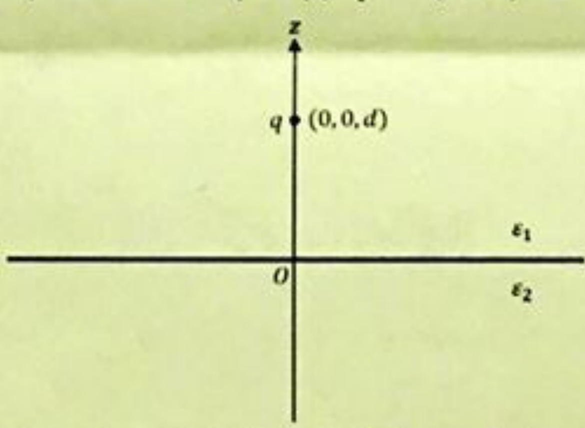
วิชา Electromagnetism **ข้อละ 10 คะแนน**

1. ทรงกลมกลวงรัศมี R ผิวบาง ทำมาจากวัสดุนำไฟฟ้า มีกระแสไฟฟ้า I คงที่ไหลเข้าไปที่ผิวทรงกลมผ่านเส้นลวดยาวตรงเส้นหนึ่ง และไหลออกจากผิวทรงกลมผ่านเส้นลวดยาวตรงอีกเส้นหนึ่งที่ตั้งฉากกันดังรูป จุด P อยู่เหนือจากผิวทรงกลมเล็กน้อยและอยู่กึ่งกลางระหว่างจุดที่กระแสไฟฟ้าเข้าและออก จงหาสูตรของสนามแม่เหล็กที่จุด P



2. ไดโพล $\vec{p}$ อยู่ห่างเป็นระยะ h ไกลจากตัวนำไฟฟ้าผิวราบขนาดใหญ่โดยที่เวกเตอร์ไดโพลทำมุม α (คงที่) กับเส้นตั้งฉากกับระนาบของตัวนำไฟฟ้า ให้ผิวของตัวนำไฟฟ้ามีศักย์ไฟฟ้าเป็นศูนย์ จงหาสูตรของขนาดของแรงไฟฟ้าที่กระทำต่อไดโพล [กำหนดให้ศักย์ไฟฟ้าจากไดโพล $\phi(r,\theta) = p\cos\theta/4\pi\varepsilon_0 r^2$]

3. จากรูป ระนาบ xy เป็นรอยต่อระหว่างตัวกลางไดอิเล็กตริกขนาดใหญ่ 2 ชนิดซึ่งมีค่าคงที่ไดอิเล็กตริก $\varepsilon_1(z > 0)$ ในตัวกลางที่หนึ่ง และ $\varepsilon_2(z < 0)$ ในตัวกลางที่สอง มีจุดประจุ q อยู่ที่พิกัด $(0,0,d)$ บนแกน z ในตัวกลางที่หนึ่ง



พิจารณาฟังก์ชันศักย์ไฟฟ้า $\phi_{1(z>0)}$ ในตัวกลางที่หนึ่ง และฟังก์ชัน $\phi_{2(z<0)}$ ในตัวกลางที่สอง จงหาศักย์ไฟฟ้าที่จุด O $(0,0,0)$ ที่รอยต่อระหว่างตัวกลาง

[Hint: มี bound charge ในทั้งสองตัวกลาง]

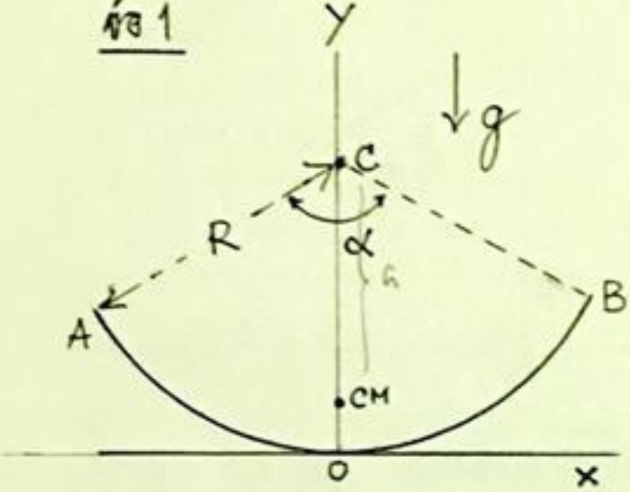
4. คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าระนาบมีความถี่เชิงมุม ω ตกกระทบตั้งฉากกับตัวกลางผิวราบขนาดใหญ่ที่มีสภาพนำไฟฟ้า σ มี permittivity $\varepsilon = \varepsilon_r\varepsilon_0$ และ permeability $\mu = \mu_r\mu_0$ แอมพลิจูดของสนามไฟฟ้าในตัวกลางนี้เปลี่ยนแปลงตามระยะทาง z โดยแฟคเตอร์ $e^{-z/\delta}$ โดยที่ δ คือ skin depth จงหาสูตรสำหรับ δ ในตัวกลางนี้ในกรณีที่ตัวกลางเป็นตัวนำไฟฟ้าที่ดี (good conductor) และในกรณีที่เป็นตัวนำไฟฟ้าที่แย่ (bad conductor)

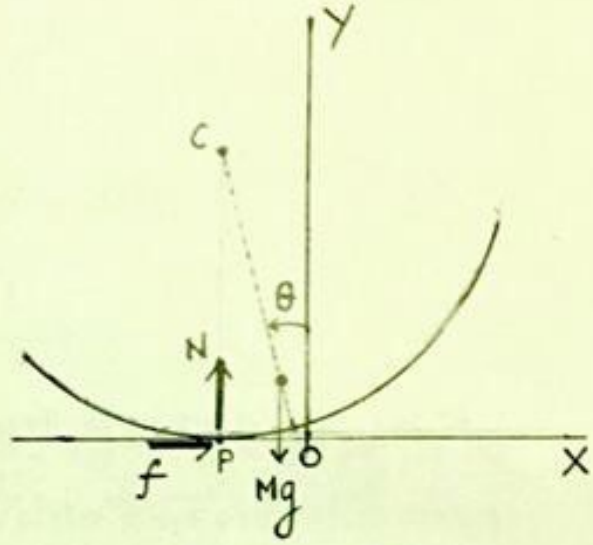
[กำหนดให้ $\nabla \times (\nabla \times \vec{A}) = \nabla(\nabla \cdot \vec{A}) - \nabla^2\vec{A}$]

กลศาสตร์ (เวลา $1\frac{1}{4}$ ชม.)

พฤหัสฯ 25 ต.ค. '61
(รอบ 30⁺ คน)

ข้อ 1





AOB เป็นส่วนโค้งของผิวทรงกระบอกบางๆ มีมวล M รัศมี R วางนิ่งในสภาวะสมดุลที่จุด O บนผิวราบที่ฝืด

รูปขวามือแสดงผิวนี้กำลังกลิ้งสั่นไปมาโดยไม่ไถล

คำถาม 1.1 จงวิเคราะห์หาระยะทางระหว่างตำแหน่งศูนย์กลางมวล (CM) กับตำแหน่งจุดศูนย์กลางความโค้ง (C) ของผิว เขียนแทนระยะทางนี้ด้วยสัญลักษณ์ a เพื่อใช้ในข้อ 1.2 ตอบค่า a ในรูปของ R และ α ซึ่งมีหน่วยเป็น *radians*

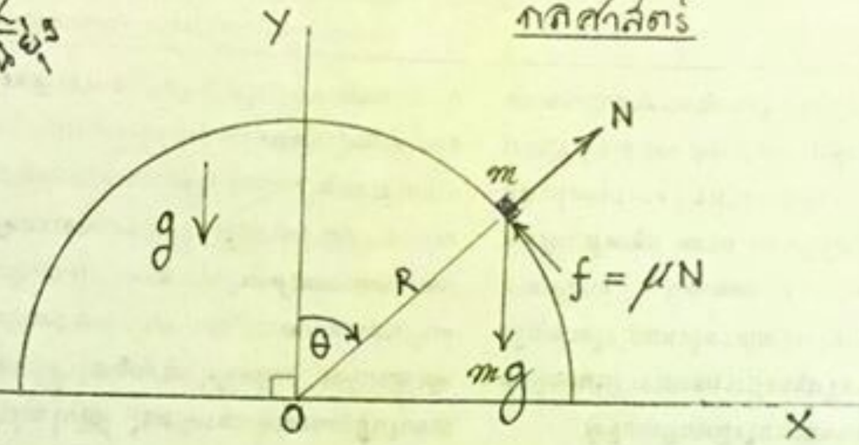
1.2 ความถี่ของการสั่น (ใช้สัญลักษณ์ ν) ด้วยแอมพลิจูดเล็กๆ มีค่าเป็นเท่าไร

คำแนะนำ ควรเลือกทำด้วยวิธีที่ยุ่งน้อยกว่า เช่นการใช้จุด "*instantaneous point of rest*".

ข้อ 2 ข้อนี้ยุ่ง

กลศาสตร์

Th 25.10.'61
(รอบ 30$^+$ คน)



m ไถลจากหยุดนิ่งบนผิวโค้งรัศมี R ซึ่งอยู่นิ่งใน *inertial frame* OXY สัมประสิทธิ์ความเสียดทานระหว่าง m กับผิวโค้งเป็น μ.

2.1 ต้องปล่อย m จากตำแหน่ง $\theta \equiv \theta_0 = ?$ m จึงจะเริ่มไถลลงด้วยตัวเอง (ภายใต้แรงโน้มถ่วงกับแรงต้าน)

2.2 สำหรับกรณี $\theta \geqslant \theta_0$, จงเขียนสมการ *equations of motion* บรรยายการเคลื่อนที่ของ m

<u>คำแนะนำ</u> m เคลื่อนที่เป็นแนววงกลมรัศมี R ถ้า

$$m\dot{\theta}^2 R = mg\cos\theta - N \,, \quad \dot{\theta} \equiv \frac{d}{dt}\theta \,, \qquad (1)$$

จงเขียนสมการที่เหลือ (อีก 1 สมการ).

แล้วแก้สมการคู่นี้หา $\dot{\theta}^2$ ในเทอมของ θ, θ_0, μ.

<u>คำแนะนำอีก</u> ก) $\frac{d}{dx}y + ay = \phi(x)$, $\quad \frac{d}{dx}\{y e^{ax}\} = \phi(x)e^{ax}$.

ข) $$\int \sin\theta \, e^{-2\mu\theta} d\theta = \frac{-1}{1+4\mu^2}(\cos\theta + 2\mu\sin\theta)e^{-2\mu\theta} + \text{ค่าคงที่}$$

ค) $$\int \cos\theta \, e^{-2\mu\theta} d\theta = \frac{+1}{1+4\mu^2}(\sin\theta - 2\mu\cos\theta)e^{-2\mu\theta} + \text{ค่าคงที่}$$

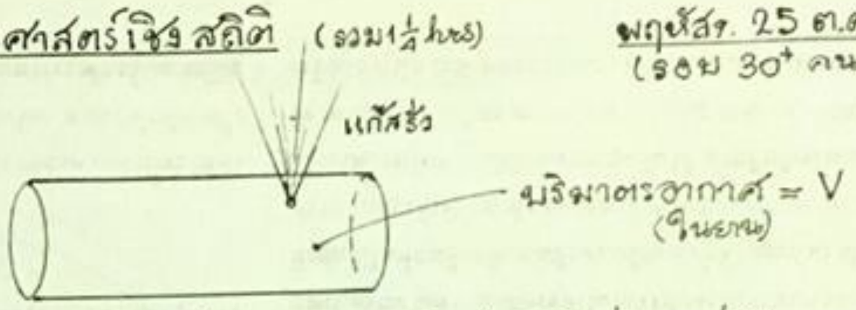
2.3 m หลุดจากผิวที่ตำแหน่ง $\theta = ?$ ตอบในเทอม μ, θ_0.

2.4 คำตอบของ 2.3 เป็นเท่าไรสำหรับกรณี $\mu = 0, \theta_0 = 0^+$.

กลศาสตร์เชิงสถิติ (รวม 1½ ชม.)

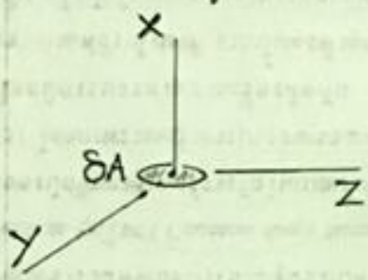
พฤหัสฯ. 25 ต.ค. '61
(รอบ 30^+ คน)

ข้อ 1



สถานีอวกาศมีรูรั่ว แก๊สในตัวสถานีจึงรั่วออกสู่สุญญากาศ

สมมติให้รูรั่วมีพื้นที่เล็กๆ δA ตั้งฉากกับแนวแกน OX.



ให้ระนาบ OYZ เป็นบริเวณในยาน

เหนือระนาบนี้เป็นอวกาศ (สุญญากาศ)

N เป็นความหนาแน่น (จำนวน/ปริมาตร) ของอากาศในสถานีที่อุณหภูมิ T K.

คำถาม 1.1

จำนวนโมเลกุลของอากาศที่หนีจากสถานี จากรู δA ต่อหน่วยเวลาเป็นเท่าไร

คำแนะนำ $f(v_x) = \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{\frac{1}{2}} e^{-\frac{mv_x^2}{2kT}}$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(v_x)\,dv_x = 1.$$

1.2 การรั่วทำให้ค่าความหนาแน่น N ลดลงๆ เมื่อเวลาผ่านไป และสำหรับรูรั่วเล็กๆ (ไม่ใช่รูเปิดขนาดยักษ์เนื่องผนังสถานีระเบิดออกทั้งแถบ) เราสามารถแสดงได้ว่า N ซึ่งเป็นฟังก์ชัน N(t) ของเวลา (t) นั้น เปลี่ยนแปลงดังสมการ

$$\frac{d}{dt}N = -(\ ?\ )\left\{\frac{\delta A}{V}\right\}N$$

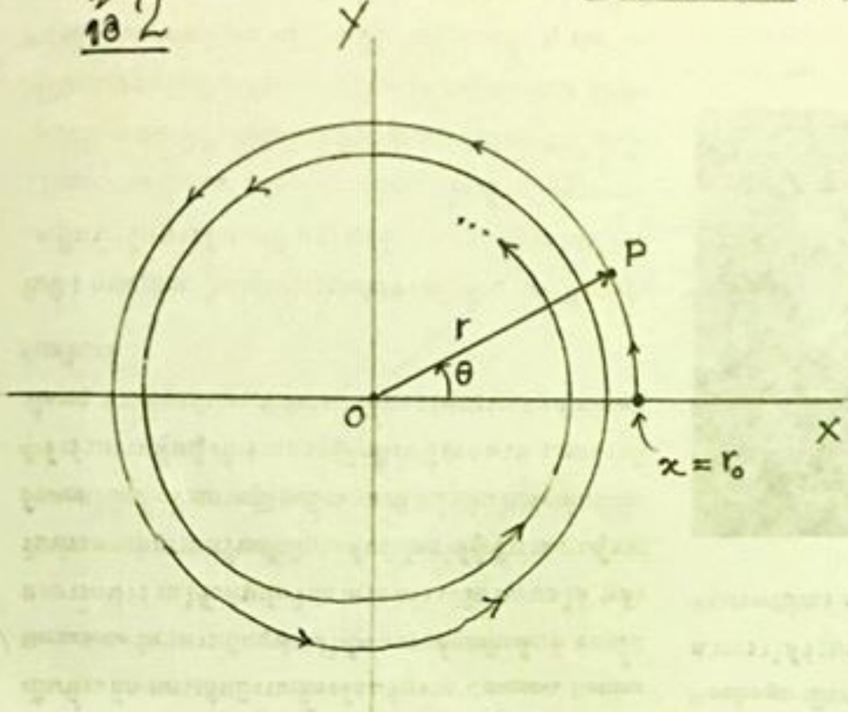
จงหาปริมาณในวงเล็บ (?)

1.3 'เวลาครึ่งชีวิต' $T_{\frac{1}{2}}$ ของการลดลงของความดันในสถานีอวกาศเป็นเท่าไร

คณิตศาสตร์ (ประยุกต์)

Th25.10.'61
(รอบ 30+ คน)

ข้อ 2



จุด P ตั้งต้นจากตำแหน่ง $(r_0, 0)$ บนแกน OX แล้ววนเป็นรูปก้นหอย (*spiral*) $r = r(\theta) = r_0 e^{-\lambda\theta}$ ซึ่ง λ เป็นค่าบวก P วนทวนเข็มนาฬิกาไปจนถึงจุด O

<u>คำถาม 2.1</u> จงหาความยาวของระยะทางรวมที่ P เดิน

<u>คำแนะนำ</u> พิจารณาระยะทางระหว่างจุด (r, θ) กับจุด $(r+\delta r, \theta+\delta\theta)$ แล้วหาทาง "Sum"

<u>2.2</u> กำหนดว่ามีสนามแม่เหล็ก B ขนาดคงที่ เท่ากันทุกจุด บนระนาบ OXY และชี้ในทิศ OZ

และกำหนดด้วยว่า λ มีค่าเล็กๆ

จงทำการประมาณค่าของ *magnetic flux* ที่สอดอยู่ในวงล้อมของเส้นลวดที่วนจากจุด $(r_0, 0)$ ถึงจุด O ตามแนวที่ P เดิน

<u>คำตอบ</u> ทห 25/10/61

Mechanics

1.1 $a = R \cdot \frac{2}{\alpha} \sin\frac{\alpha}{2}$

1.2 $2(MR^2 - MRa\cos\theta)\ddot{\theta} = -Mga\sin\theta$

$\ddot{\theta} \approx -\left(\frac{g}{R}\right)\left(\frac{\sin\frac{\alpha}{2}}{\alpha - 2\sin\frac{\alpha}{2}}\right)\theta \quad , \quad \nu = \frac{1}{2\pi}\left\{\left(\frac{g}{R}\right)\left(\frac{\sin\frac{\alpha}{2}}{\alpha - 2\sin\frac{\alpha}{2}}\right)\right\}^{\frac{1}{2}}$

2.1 $\sin\theta_0 = \mu\cos\theta_0 \quad , \quad \theta_0 = \arctan\mu$

2.2 $\dot{\theta}^2 = 2\left(\frac{g}{R}\right)\left(\frac{1}{1+4\mu^2}\right)\left[\left\{-\cos\theta - 3\mu\sin\theta + 2\mu^2\cos\theta\right\} + (1+\mu^2)(\cos\theta_0)e^{2\mu(\theta-\theta_0)}\right]$

2.3 $\dot{\theta}^2 = \frac{g}{R}\cos\theta$

$\cos\theta = \left(\frac{2}{3}\right)\left[(1+\mu^2)(\cos\theta_0)e^{2\mu(\theta-\theta_0)} - 3\mu\sin\theta\right]$

2.4 $\mu = 0 \rightarrow \theta_0 = 0^+$

$\cos\theta = \frac{2}{3} \quad , \quad \theta = \arccos\left(\frac{2}{3}\right)$

Statistical Mechanics & Applied Mathematics

1.1 $\text{จำนวน} = N \cdot \left(\frac{kT}{2\pi m}\right)^{\frac{1}{2}} \cdot \delta A$

1.2 $(\ldots ? \ldots) = \sqrt{\frac{kT}{2\pi m}}$

1.3 $T_{\frac{1}{2}} = \left(\frac{2\pi m}{kT}\right)^{\frac{1}{2}} \cdot \left(\frac{V}{\delta A}\right) \cdot \ln 2$

2.1 ความยาวจาก P วนไปหา O คือ $\int_{\text{ตลอดทาง}} \sqrt{r^2 + \left(\frac{dr}{d\theta}\right)^2} \cdot d\theta = r_0 \cdot \left(1 + \frac{1}{\lambda^2}\right)^{\frac{1}{2}}$

2.2 magnetic flux $\Phi \approx (\pi r_0^2 B)\left\{1 + e^{-4\pi\lambda} + e^{-8\pi\lambda} + e^{-12\pi\lambda} + \cdots\right\}$

$\approx (\pi r_0^2 B)\left\{1 + x + x^2 + x^3 + \cdots\right\} \quad , \quad x \equiv e^{-4\pi\lambda}$

$\approx (\pi r_0^2 B)\left\{\frac{1}{1-x}\right\} \approx (\pi r_0^2 B)\left\{\frac{e^{4\pi\lambda}}{e^{4\pi\lambda} - 1}\right\} \xrightarrow{4\pi\lambda \text{ เล็ก}} \frac{r_0^2 B}{4\lambda}$

เมื่อคิดว่าวงแรกรัศมี r_0, วงที่สอง $r_0 e^{-2\pi\lambda}$, วงที่สาม $r_0 e^{-4\pi\lambda}$, ...
แต่ใช้ค่าเฉลี่ยจะดีกว่านี้ เพียงแต่ยุ่งกว่าหน่อย

<u>หมายเหตุ</u> ข้อ Mechanics 2.3 กรณี μ มีค่าเล็กๆ นั้นเราอาจทิ้ง μ^2, และ $\theta_0 \approx 0$.
ก็ได้ $\cos\theta \approx \left(\frac{2}{3}\right)\left[e^{2\mu(\theta-0)} - 3\mu\sqrt{1-\cos^2\theta}\right] \approx \left(\frac{2}{3}\right)\left[1 + 2\mu\theta - 3\mu\sqrt{1-\left(\frac{2}{3}\right)^2}\right]$

$\therefore \cos\theta \approx \left(\frac{2}{3}\right)\left[1 - \left(\sqrt{5} - 2\arccos\frac{2}{3}\right)\mu\right]$

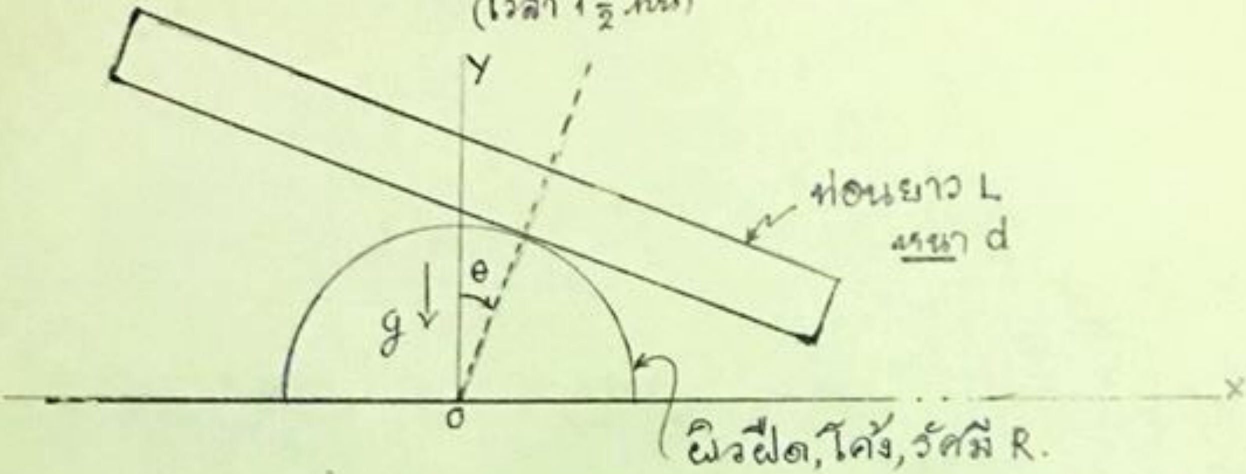
แรงเสียดทานทำให้หลุดช้าลง

ใครมีอะไรโต้แย้ง รีบบอก

ศุกร์ 26 ต.ค. '61
(สอบ 30+ คน)

ข้อสอบภาคปฏิบัติจริง

(เวลา $1\frac{1}{2}$ ชั่วโมง)



เราสามารถแสดงได้ว่าท่อนมวลนี้สามารถแกว่งสั้น ๆ ขึ้นลงตรงยอดเนินโค้งรัศมี R และการแกว่งนี้เป็นไปตามสมการ

$$\left\{\frac{1}{12}\left(L^2+4d^2\right)+(R\theta)^2\right\}\ddot{\theta} = -g\cdot\left(R\theta\cos\theta-\frac{d}{2}\sin\theta\right)$$

<u>คำแนะนำ</u> จงหาคาบ (T) ของการสั่นภายใต้เงื่อนไข $\sin\theta \approx \theta$, $\cos\theta \approx 1$, θ^2 เล็กมาก ทิ้งได้.

แล้วใช้อุปกรณ์ที่จัดให้ [ซึ่งมีผิวโค้งแปะบนแผ่นไม้ ไม้บรรทัดอลูมิเนียมเป็นท่อนมวล นาฬิกาจับเวลา] ทำการทดลองตามทฤษฎีข้างต้น เพื่อหาค่ารัศมีความโค้ง R ของผิวพลาสติกสีฟ้าที่แปะบนแผ่นไม้

ตอบในรูป R = ..?.. ± ..?.. cm.

<u>หมายเหตุ</u> สิ่งที่ต้องนำเสนอ ก. ทฤษฎีย่อของการหาสูตรคาบ T
ข. data แสดงการวัดค่า T, และการคำนวณหา R = ? ± ? cm.