

مقرر الوحدة الأولى القضية المنطقية ونفيها

تمهيد:

تقسم الجمل في اللغة العربية إلى قسمين مختلفين:

القسم الأول:

الجمل الخبرية ويحمل معناها خبراً معيناً يمكن الحكم على مدلوله بالصحة عندئذ نقول: قيمة صوابه (ص).

أو نحكم عليه بالخطأ ونقول: قيمة صوابه (خ).
ولا يجوز الاثنان معاً.

أمثله:

(١) خلق الله الجن والأنس لعبادته.

جملة خبرية صائبة

∴ قيمة صوابها (ص).

(٢) أحل الله وحرم الربا.

جملة خبرية صائبة

∴ قيمة صوابها (ص).

(٣) ٥=٥ في مجموعة الأعداد الصحيحة.

جملة خبرية خاطئة

∴ قيمة صوابها (خ).

القسم الثاني:

الجمل الإنشائية مثل: (الاستفهامية - الأمرية - التعجبية)، لا تحمل أخباراً ولا يمكن

الحكم على مدلولها بالصح أو الخطأ.

أمثله:

١ - كم صورة حفظت؟ (استفهامية) (جملة إنشائية)

٢- حافظ على الصلوات الخمس (أمرية).

٣- ما أجمل عاصمة الثقافة! (تعجبية).

تعريف القضية المنطقية:

هي جملة خبرية مفيدة يحمل معناها الصواب أو الخطأ وليس كليهما.

| |
|---|
| أ |
| ص |
| خ |

* جدول قيم الصواب لقضية (أ):

نفي قضية: هي قضية جديدة تعاكس الأولى بقيمة صوابها إذا كانت (أ) قضية فإن نفيها نرمل له ب (ن أ).

توضيح: لون البحر الأحمر (قضية) \Leftarrow نفيها (ليس لون البحر أحمر)

| | |
|---|-----|
| أ | ن أ |
| ص | خ |
| خ | ص |

* جدول قيم الصواب لقضية ونفيها:

قاعدة هامة: نفي النفي إثبات أي ن (ن أ) = أ

مثال (١): خالد صادق (أ) \Leftarrow نفيها خالد كاذب (ن أ) \Leftarrow أنفيها خالد صادق (ن (ن أ))

مثال (٢): (أ) = أ متمم المتممة لمجموعة = المجموعة نفسها.

إجابة تمارين ومسائل (١/١)

[١] ميز القضايا في الجمل الآتية، مع ذكر السبب عندما لا تكون الجملة قضية:

| م | الجملة | نوعها | قيمة صوابها |
|----|--------------------------------------|--------------------------|-------------|
| ١ | صنعاء عاصمة اليمن. | قضية | ص |
| ٢ | مجموعة الأعداد الطبيعية منتهية. | قضية | خ |
| ٣ | متى أعيد بناء سد مأرب؟ | استفهامية .: ليست قضية | - |
| ٤ | اكتب الكسر (٠.٢) بصورة عدد نسبي | أمرية طلبية .: ليست قضية | - |
| ٥ | ما أجمل مناخ إب! | تعجبية .: ليست قضية. | - |
| ٦ | $\frac{1}{5}$ تنتمي \Rightarrow ص | قضية | خ |
| ٧ | يحتل الوطن العربي موقعاً استراتيجياً | قضية | ص |
| ٨ | لا يكلف الله نفساً إلا وسعها | قضية | ص |
| ٩ | أحل الله البيع وحرم الربا | قضية | ص |
| ١٠ | جده ميناء على البحر الأحمر | قضية | ص |

[٢] أنف كلاً من القضايا التالية وبين قيمة صواب كل قضية ونفيها:

| القضية | قيمة صوابها | نفي القضية | قيمة صوابها |
|----------------------------------|-------------|-----------------------------------|-------------|
| القاهرة عاصمة العراق | خ | القاهرة ليست عاصمة العراق | ص |
| عدد سكان اليمن أقل من ٢٠ مليون | خ | عدد سكان اليمن أكثر من ٢٠ مليون | ص |
| أضلاع المعين متساوية بالطول. | ص | أضلاع المعين مختلفة بالطول. | خ |
| لا يقبل العدد (٥) القسمة على (٢) | ص | يقبل العدد (٥) القسمة على (٢) | خ |
| قطراً متوازي الأضلاع متناصفان. | ص | قطراً متوازي الأضلاع غير متناصفين | خ |
| $٢ - \notin \text{ط}$ | ص | $٢ - \notin \text{ط}$ | خ |
| $٧ > ٣$ | ص | $٧ > ٣$ | خ |
| $٢٥ = ٢٥$ | ص | $٢٥ \neq ٢٥$ | خ |

ص

المثلث المتساوي الأضلاع قائم الزاوية

خ

المثلث المتساوي الأضلاع قائم الزاوية

القضايا المركبة وأدوات الربط

تعريف:

١- كل قضية تحمل خبراً واحداً فقط تدعى قضية (بسيطة).

٢- كل قضية تحمل أكثر من خبر تُدعى قضية مركبة.

أمثلة توضيحية:

ρ ميّز القضايا البسيطة من المركبة فيما يلي وبين أداة الربط المناسبة:

(أ) خالد طالب مجتهد.

(ب) الأرض كروية وتدور.

(ج) ذهب خالد إلى المسجد أو المكتبة.

(د) إذا كانت $5 < 7$ فإن القمر أكبر كوكب في المجموعة الشمسية.

(هـ) المثلث متساوي الزوايا إذاً أضلاعه متساوية.

الحل:

(أ) قضية بسيطة تحمل خبر واحد.

(ب) قضية مركبة وأداة الربط (و).

(ج) قضية مركبة وأداة الربط (أو).

(هـ) قضية مركبة تحمل خبرين وأداة الربط (إذا وفقط إذا) ويرمز لها بـ (\leftrightarrow)

ρ جدول قيم الصواب لقضيتين (أ ، ب)

| | |
|---|---|
| أ | ب |
| ص | ص |
| ص | خ |
| خ | ص |

| | |
|---|---|
| خ | خ |
|---|---|

ρ جدول قيم الصواب لثلاث قضايا (أ ، ب ، ج)

| | | |
|---|---|---|
| أ | ب | ج |
| ص | ص | ص |
| ص | ص | ص |
| ص | خ | ص |
| ص | خ | ص |
| خ | ص | ص |
| خ | ص | خ |
| خ | خ | ص |
| خ | خ | خ |

ملاحظة: عدد إمكانيات قيم الصواب (٢٢) هنا $2^3 = 8$

أدوات الربط للقضايا المركبة

- ١- حرف العطف (و) ونرمز له (∧).
 - ٢- حرف العطف (أو) ونرمز له (∨).
 - ٣- أداة الشرط (إذا كان... فإن) يرمز لها ب (→)
 - ٤- أداة الشرط (إذا فقط إذا) يرمز لها ب (↔)
- [١] القضية المركبة بأداة الربط (و):

جدول قيم صوابها:

| | | |
|---|---|-------|
| أ | ب | أ ∧ ب |
| ص | ص | ص |
| ص | خ | خ |
| خ | ص | خ |

ملاحظات:

- ١) صائبة لما كل من مركبتها صائبة.
- من (٢) ، (٣) ، (٤)
- خاطئة لما أحد مركبتها خاطئة.

| | | |
|---|---|---|
| خ | خ | خ |
|---|---|---|

٤

مثال:

- (١) الأرض كروية (ص) وتدور (ص)... الحكم الجملة صائبة.
 (٢) الأرض كروية (ص) ولا تدور (خ) هنا حجم الخطأ أدى إلى تخطي الخبر كله
 .: الحكم (خ)

[٢] القضية المركبة بأداة الربط (أو)

جدول قيم الصواب:

| أ | ب | أ ٧ ب |
|---|---|-------|
| ص | ص | ص |
| ص | خ | ص |
| خ | ص | ص |
| خ | خ | خ |

ملاحظات:

من (١) ، (٢) ، (٣)

لما إحدى مركبتيها (صائبة)

من (٤) خاطئة

لما كل من مركباتها (خاطئة)

مثال(١): سألت عن خالد قيل لك ذهب إلى المدرسة أو المسجد.

تحليل الخبر: ذهبت إلى المدرسة تفتش عنه ولم تجده (خ) ثم ذهبت إلى المسجد فوجدته (ص).

أما لو ذهبت إلى المدرسة ولم تجده (خ) وذهبت إلى المسجد ولم تجده (خ).

.: خُذت والخبر كان خاطئاً (خ).

مثال(٢):

أ تعني: العسل من النحل (قضية صائبة)

ب تعني: الجمل أسرع وسائل المواصلات (خاطئة).

ج تعني: الهواء ضروري للحياة (صائبة).

أوجد قيمة صواب ما يلي: (١) أ ٧ ب (٢) أ ٧ ج

الحل:

[١] أ ٧ ب (قضية صائبة)

[٢] أ ٧ ج (قضية صائبة)

[٣] القضية المركبة (إذا كان فإن) (←)

جدول قيم الصواب:

| أ ← ب | ب | أ |
|-------|---|---|
| ص | ص | ص |
| خ | خ | ص |
| ص | ص | خ |
| خ | خ | خ |

١
٢
٣
٤

أ ← ب
أ تدعى الشرط
ب تدعى جواب الشرط

ملاحظات:

من (٢) خاطئة فقط لما الشرط (ص) وجوابه (خ) التعليل: الصواب لا ينجم عنه الخطأ.

من (١) ص ← ص الحكم (ص) يستفاد منه لاحقاً في البرهان المباشر.

من (٤) خ ← خ الحكم (ص) يستفاد منه لاحقاً في البرهان المعاكس.

مثال:

$$٣ < ٧ < ١ = ٣ \quad (ص)$$

بمعنى لو قدرت أن تثبت $٧ < ٣$ فسأثبت لك أن: $٣ = ١$

مثال: عبّر عن القضية اللفظية التالية بالرموز مبيناً قيمة صوابها.

القضية: إذا أزداد طول بُعدي المستطيل زادت مساحته.

أ تعني: زيادة طول بعدي المستطيل (قضية صائبة)

ب تعني: زيادة مساحة المستطيل. (قضية صائبة)

القضية رمزياً: أ ← ب (قضية صائبة)

[٤] القضية المركبة ثنائية الشرط (إذاً فقط إذ) (\leftrightarrow) جدول قيم الصواب:

| أ | ب | أ ← ب | ب ← أ | ب ← أ ∨ أ ← ب = أ ↔ ب |
|---|---|-------|-------|-----------------------|
| ص | ص | ص | ص | ص |
| ص | خ | خ | ص | خ |
| خ | ص | ص | خ | خ |
| خ | خ | ص | ص | ص |

ملاحظات:

من ١ ، ٤ (أ ↔ ب) صائبة إذا كانت أ ، ب صائبتين معاً أو خاطئتين معاً.
 من ٢ ، ٣ (أ ↔ ب) خاطئة لما واحدة منهما فقط خاطئة.
 مثال:

أ: المثلث متساوي الأضلاع.

ب: زوايا المثلث (٦٠) درجة

أ ← ب (صائبة) ، ب ← أ (صائبة)

∴ (أ ↔ ب) صائبة.

مثال: ٢س = ٤ ← س = ٢ (ص)

س = ٢ ← ٢س = ٤ (ص)

٢س = ٤ ↔ س = ٢ (ص)

إجابة تمارين ومسائل (٢/١)

[١] بيّن مركبات كل من القضايا المركبة الآتية وأداة الربط في كل منها، وأكتبها بالصيغة الرمزية:

| م | القضية (أ) | أداة الربط | القضية (ب) | الصيغة الرمزية |
|---|--|--------------|--------------------------|----------------|
| ١ | الجو ليس حاراً | و | الرطوبة عالية | أ ٨ ب |
| ٢ | السودان دولة أفريقية | أو | سوريا دولة غير آسيوية | أ ٧ ب |
| ٣ | الدب حيوان آكل اللحوم | أو | آكل للنباتات | أ ٧ ب |
| ٤ | في الصباح تشرق الشمس | و | تتفتح الزهور | أ ٨ ب |
| ٥ | كان الخيام شاعراً | و | كان الخوارزمي طبيباً | أ ٨ ب |
| ٦ | تقع مدينة الخرطوم على نهر النيل | أو | $٨ > ٦$ | أ ٧ ب |
| ٧ | إذا كانت أضلاع المثلث متساوية في الطول | فإن | زواياه متساوية في القياس | أ ← ب |
| ٨ | تتقدم الأمم | إذا وفقط إذا | أخذت بالعلم | أ ↔ ب |

[٢] عبّر عن القضايا في التمرين [١] باستخدام الرموز.

الجواب: ورد في العمود الأخير من التمرين الأول.

[٣] إذا كانت (أ) ترمز للقضية (نزل المطر) ، ب ترمز للقضية (أخضرت الأرض) فاكتب

قضايا وصفية للقضايا الرمزية التالية:

| م | القضية (أ) | القضية (ب) | الصيغة الرمزية |
|---|------------|------------------------------------|----------------|
| ١ | أ ٨ ب | نزل المطر و أخضرت الأرض | أ ٨ ب |
| ٢ | أ ٧ ب | نزل المطر أو أخضرت الأرض | أ ٧ ب |
| ٣ | أ ٧ ن ب | نزل المطر أو لم تخضر الأرض | أ ٧ ن ب |
| ٤ | ن ٨ ن ب | نزل المطر ولم تخضر الأرض | ن ٨ ن ب |
| ٥ | أ ↔ ب | نزل المطر إذا وفقط إذا اخضرت الأرض | أ ↔ ب |

[٤] عين قيمة صواب كل من القضايا المركبة الآتية:

| م | القضية أ | قيمة صوابها | أداة الربط | القضية ب | قيمة صوابها | قيمة صواب القضية المركبة |
|---|-------------------------------|-------------|------------|---------------------|-------------|--------------------------|
| ١ | الشمس كوكب | خ | و | $٧ = ٤ + ٣$ | ص | خ |
| ٢ | القمر كوكب | ص | أو | $٦ = ١ + ٢$ | خ | ص |
| ٣ | الصفير هو المحايد الجمعي | ص | أو | تعز عاصمة اليمن | خ | ص |
| ٤ | الأكسجين غاز | ص | و | $٥ > ٤$ | خ | خ |
| ٥ | إذا كانت زوايا المستطيل قائمة | ص | فإن | زوايا المربع حادة | خ | خ |
| ٦ | سلوى أخت أشرف | ص | إذا | كان أشرف أخاً لسلوى | ص | ص |

[٥] أكمل القضايا التالية بما يجعلها صائبة:

| م | القضية قبل الإكمال | الإكمال لتصبح صائبة |
|---|---|---------------------|
| ١ | ٥٤ عدد صحيح ويقبل القسمة على العدد..... | ٩ |
| ٢ | $٤ = ٧ + ٢$ أو $٧ \times ٢ = \dots\dots\dots$ | ١٤ |
| ٣ | $١٠ > ٨ < ٩ > \dots\dots\dots$ | ٥ |
| ٤ | $٥ \neq ٣ + ٢ \leftrightarrow ٢ + ٢ \neq \dots\dots\dots$ | ٤ |

[٦] أنشئ جداول صواب القضايا التالية:

| أ | ب | ن ب | أ ن ب |
|---|---|-----|-------|
| ص | ص | خ | خ |
| ص | خ | ص | ص |
| خ | ص | خ | خ |
| خ | خ | ص | خ |

[١] أ ن ب:

[٢] ن (أ ٧ ب):

| أ | ب | أ ٧ ب | ن (أ ٧ ب) |
|---|---|-------|-----------|
| ص | ص | ص | خ |
| ص | خ | ص | خ |
| خ | ص | ص | خ |
| خ | خ | خ | ص |

[٣] ن أ ← ب:

| أ | ب | ن أ | ن أ ← ب |
|---|---|-----|---------|
| ص | ص | خ | ص |
| ص | خ | خ | ص |
| خ | ص | ص | ص |
| خ | خ | ص | خ |

[٤] أ ← ن ب:

| أ | ب | ن ب | أ ← ن ب |
|---|---|-----|---------|
| ص | ص | خ | خ |
| ص | خ | ص | ص |
| خ | ص | خ | ص |
| خ | خ | ص | ص |

[٥] ن أ ٨ ن ب:

| أ | ب | ن أ | ن ب | ن أ ٨ ن ب |
|---|---|-----|-----|-----------|
| ص | ص | خ | خ | خ |
| ص | خ | خ | ص | خ |
| خ | ص | ص | خ | خ |
| خ | خ | ص | ص | ص |

[٧] أكمل الجدول التالي ثم قارن بين العمودين الخامس والسابع وماذا تستنتج؟

| أ | ب | ج | ب ٨ ج | أ ٨ (ب ٨ ج) | أ ٨ ب | (أ ٨ ب) ٨ ج |
|---|---|---|-------|-------------|-------|-------------|
| ص | ص | ص | ص | ص | ص | ص |
| ص | ص | خ | خ | خ | ص | خ |
| ص | خ | ص | خ | خ | خ | خ |
| ص | خ | خ | خ | خ | خ | خ |
| خ | ص | ص | خ | خ | خ | خ |
| خ | ص | خ | خ | خ | خ | خ |
| خ | خ | ص | خ | خ | خ | خ |
| خ | خ | خ | خ | خ | خ | خ |

نفس قيم

الاستنتاج: أداة الربط ٨ (تجميعية)

التكافؤ المنطقي للقضايا

تعريف: يقال عن قضيتين م ، ن أنهما متكافئتان منطقياً إذا كن لهما نفس قيم الصواب ونعبر عن ذلك: $m \equiv n$

قاعدة: $n \equiv (n \text{ أ})$

لإثبات أي تكافؤ أنشئ جدول وأنظر إلى قيم صواب القضايا فإذا كانت متساوية قلنا القضايا متكافئة.

| أ | ن أ | ن (ن أ) |
|---|-----|---------|
| ص | خ | ص |
| خ | ص | خ |

لهما نفس قيم الصواب \equiv

مبرهنة (١-١): لأي قضيتين أ ، ب

[١] $n \text{ (أ ب)} \equiv n \text{ أ } \vee n \text{ ب}$ [٢] $n \text{ (أ ب)} \equiv n \text{ أ } \wedge n \text{ ب}$

للإثبات: كوّن جدول

| أ | ب | ن أ | ن ب | أ ب | ن (أ ب) | ن أ \vee ن ب |
|---|---|-----|-----|-----|---------|----------------|
| ص | ص | خ | خ | ص | خ | خ |
| ص | خ | خ | ص | خ | ص | ص |
| خ | ص | ص | خ | خ | ص | ص |
| خ | خ | ص | ص | خ | ص | ص |

لاحظ
 $n \text{ (أ ب)} \equiv n \text{ أ } \vee n \text{ ب}$
 $n \text{ (أ ب)}$
 لهما نفس قيم الصواب
 وبالمثل الرقم (٢)

مبرهنة (٢-١): لأي قضيتين أ ، ب

• ١- $n \text{ (أ ب)} \equiv n \text{ أ } \wedge n \text{ ب} \leftarrow n \text{ أ}$

• ٢- $n \text{ (أ ب)} \equiv n \text{ أ } \wedge n \text{ ب}$

ما يهمني من النظرية إثبات: $n \text{ (أ ب)} \equiv n \text{ أ } \wedge n \text{ ب} \leftarrow ٢٠٠$ كالعادة كوّن الجدول:

| | | | | | |
|---|---|-----|-----|-------|-----------|
| أ | ب | ن أ | ن ب | أ ← ب | ن ب ← ن أ |
| ص | ص | خ | خ | ص | ص |
| ص | خ | خ | ص | خ | خ |
| خ | ص | ص | خ | ص | ص |
| خ | خ | ص | ص | ص | ص |

القضايا الصائبة منطقياً

تعريف: تكون القضية المركبة صائبة منطقياً إذا كانت صائبة دائماً مهما كانت قيم صواب مركباتها، أو خاطئة منطقياً إذا كانت خاطئة مهما كانت قيم مركباتها.

مثال توضيحي:

القضية أ: تعني أن سراج طالب في الجامعة.

القضية ب: تعني أن سراج نال الشهادة الثانوية.

فأي من العبارتين (أ ← ب) ، (ب ← أ) صائبة منطقياً.

الحل:

* مناقشة (أ ← ب): لاحظ أ قضية صائبة (طالب في الجامعة)

∴ ب قضية صائبة (أكيد حصل على الثانوية)

∴ نستطيع أن نقول (أ ← ب) صائبة منطقياً

* مناقشة (ب ← أ) إذا كانت ب محققة أي نال الثانوية فليس بالضرورة أن تكون أ محققة

(يدرس في الجامعة)

∴ (ب ← أ) ليست صائبة منطقياً.

مثال توضيحي:

س = ٣ ← س = ٩ (صائبة منطقياً)

التعليل: إذا كان $s = 3$ فإن $s^2 = 3^2 = 9$

أما العكس

$s^2 = 9 \leftarrow s = 3$ (خاطئة)

التعليل: قد تكون $s = -3$

نعبّر $s^2 = 9 \leftarrow s = 3$ (ليست صائبة منطقياً)

توضيح أكثر:

كون $s^2 = 9$ لا يُجبرنا بالقول أن $s = 3$

إجابة تمارين ومسائل (٣/١)

[١] لأي قضيتين أ ، ب أثبت أن:

$$(١) (٧ أ ب) \equiv (أ \leftarrow ب) \leftarrow ب$$

| أ | ب | أ٧ ب | أ ← ب | (أ ← ب) ← ب |
|---|---|------|-------|-------------|
| ص | ص | ص | ص | ص |
| ص | خ | ص | خ | ص |
| خ | ص | ص | ص | ص |
| خ | خ | خ | ص | خ |

$$\boxed{\quad} \equiv \boxed{\quad}$$

(٢) ن (ن أ ٨ ن ب) ≡ أ ٧ ب

| أ | ب | ن أ | ن ب | ن أ ٨ ن ب | أ ٧ ب | ن (ن أ ٨ ن ب) |
|---|---|-----|-----|-----------|-------|---------------|
| ص | ص | خ | خ | خ | ص | ص |
| ص | خ | خ | ص | خ | ص | ص |
| خ | ص | ص | خ | خ | ص | ص |
| خ | خ | ص | ص | ص | خ | خ |

$$\boxed{\quad} \equiv \boxed{\quad}$$

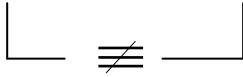
(٣) أ ← ب ≡ ب ← أ

| أ | ب | أ ← ب | ب ← أ |
|---|---|-------|-------|
| ص | ص | ص | ص |
| ص | خ | خ | ص |
| خ | ص | ص | خ |
| خ | خ | خ | ص |

$$\boxed{\quad} \equiv \boxed{\quad}$$

(٤) ن (أ ← ب) ≡ ن أ ← ب

| أ | ب | ن أ | ن ب | أ ← ب | ن (أ ← ب) | ن أ ← ب |
|---|---|-----|-----|-------|-----------|---------|
| ص | ص | خ | خ | ص | خ | ص |
| ص | خ | خ | ص | خ | ص | ص |
| خ | ص | ص | خ | ص | خ | خ |
| خ | خ | ص | ص | ص | خ | ص |



[٢] انف كل قضية مما يأتي وعين قيم الصواب قبل وبعد النفي

| م | القضية | قيم صواب | نفي القضية | قيم صواب |
|---|--|----------|--|----------|
| ١ | السعودية دولة نفطية والخرطوم عاصمة سوريا | خ | السعودية ليست دولة نفطية أو الخرطوم ليست عاصمة سوريا | ص |
| ٢ | يدور القمر حول الأرض أو يدور حول نفسه. | ص | لا يدور القمر حول الأرض ولا يدور حول نفسه. | خ |
| ٣ | إذا زاد علم الإنسان زاد تواضعه. | ص | زاد علم الإنسان وقل تواضعه | خ |

[٣] لأي قضيتين أ ، ب بين أن كلاً من القضايا المركبة التالية هي قضايا صائبة منطقياً.

(استخدم جداول الصواب)

| أ | ب | أب | أب ← أ |
|---|---|----|--------|
| ص | ص | ص | ص |
| ص | خ | خ | ص |
| خ | ص | ص | ص |
| خ | خ | خ | ص |

(١) (أ ٨ ب) ← أ

لاحظ مهما كانت قيم صواب مركباتها
النتيجة صائبة.
∴ صائبة منطقياً.



صائبة = منطقياً

| أ ← أ ٧ ب | أ ٧ ب | ب | أ |
|-----------|-------|---|---|
| ص | ص | ص | ص |
| ص | ص | خ | ص |
| ص | ص | ص | خ |
| ص | خ | خ | خ |

صائبة منطقياً

(٢) أ ← أ ٧ ب

| أ ٧ ن (أ ٨ ب) | ن (أ ٨ ب) | أ ٨ ب | ب | أ |
|---------------|-----------|-------|---|---|
| ص | خ | ص | ص | ص |
| ص | ص | خ | خ | ص |
| ص | ص | خ | ص | خ |
| ص | ص | خ | خ | خ |

(٣) أ ٧ ن (أ ٨ ب)

| أ ٨ ب ← أ ٧ ب | أ ٧ ب | أ ٨ ب | ب | أ |
|---------------|-------|-------|---|---|
| ص | ص | ص | ص | ص |
| ص | ص | خ | خ | ص |
| ص | ص | خ | ص | خ |
| ص | خ | خ | خ | خ |

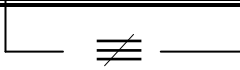
صائبة منطقياً

(٤) (أ ٨ ب) ← (أ ٧ ب)

[٤] إذا كانت أ ، ب ، ج ثلاث قضايا مختلفة فأثبت أن:

$$(١) \text{ أ } \vee \text{ ب } \vee \text{ ج } \equiv (\text{ أ } \vee \text{ ب }) \vee \text{ ج }$$

| أ | ب | ج | ب ∨ ج | أ ∨ ب | أ ∨ (ب ∨ ج) | (أ ∨ ب) ∨ ج |
|---|---|---|-------|-------|-------------|-------------|
| ص | ص | ص | ص | ص | ص | ص |
| ص | ص | خ | خ | ص | ص | ص |
| ص | خ | ص | ص | ص | ص | ص |
| ص | خ | خ | خ | ص | ص | ص |
| خ | ص | ص | ص | ص | ص | ص |
| خ | ص | خ | خ | ص | ص | ص |
| خ | خ | ص | ص | ص | ص | ص |
| خ | خ | خ | خ | خ | خ | خ |



نفس طريقة [١]

[٢]: أ ∨ (ب ∨ ج) ≡ (أ ∨ ب) ∨ ج

[٣]: أ ∨ (ب ∨ ج) ≡ (أ ∨ ب) ∨ ج

[٤]: (أ ← ب ← ج) ← (أ ← ج)

| أ | ب | ج | أ ← ب | ب ← ج | أ ← ج | أ ← (ب ← ج) | (أ ← ب) ← ج |
|---|---|---|-------|-------|-------|-------------|-------------|
| ص | ص | ص | ص | ص | ص | ص | ص |
| ص | ص | خ | ص | خ | خ | ص | ص |
| ص | خ | ص | خ | ص | ص | ص | ص |
| ص | خ | خ | خ | ص | خ | ص | ص |
| خ | ص | ص | ص | ص | ص | ص | ص |
| خ | ص | خ | ص | خ | خ | ص | ص |
| خ | خ | ص | ص | ص | ص | ص | ص |
| خ | خ | خ | خ | خ | خ | خ | خ |

↓ صائبة منطقياً

الاقترضاء المنطقي

تعريف: نقول أن أ تقتضي ب ونكتب (أ \Leftarrow ب) إذا كانت القضية (أ \Leftarrow ب) صائبة منطقياً.
مثال توضيحي:

[أ] القضية أن سراج في الجامعة.

[ب] القضية أن سراج نال الثانوية.

مناقشة (أ \Leftarrow ب) إذا كان سراج في الجامعة فإنه أكيد حصل على الثانوية.

∴ القضية أ \Leftarrow ب صائبة منطقياً

∴ يحق لي أن أكتب

الاقترضاء (أ \Leftarrow ب)

بينما (ب \Leftarrow أ) خاطئة منطقياً لأنه إذا كان نال الثانوية فليس بالضرورة أنه يدرس

في الجامعة.

∴ (ب \Leftarrow أ)

مثال توضيحي:

∴ هذه القضية صائبة منطقياً $1 = 3 \leftarrow 7 < 5$

∴ يحق لي أن أقول $7 < 5 \Leftarrow 1 = 3$

نتيجة:

إذا كانت (أ \Leftarrow ب) \wedge (ب \Leftarrow أ) فإن (أ \Leftrightarrow ب)

وتقرأ (أ شرط لازم وكافي لـ(ب))

وقد يعبر عنها (≡)

مثال(١):

* س = ٣ \Leftarrow س = ٢٧ (صائبة منطقياً)

∴ (س = ٣ \Leftarrow س = ٢٧)

* س = ٢٧ \Leftarrow س = ٣ (صائبة منطقياً)

∴ (س = ٢٧ \Leftarrow س = ٣)

∴ يحق لي أن أكتب (س³ = 27 ⇔ س = 3)

مثال (2):

* س = 3 ← س² = 6 (صائبة منطقياً)

∴ س = 3 ⇐ س² = 6

العكس: س² = 6 ← س = 3 (صائبة منطقياً)

∴ س² = 6 ⇐ س = 3

نستنتج (س = 3 ⇔ س² = 6)

مثال (3): ناقش صحة العبارة:

س = 3 ⇔ س² = 9

الحل:

س = 3 ← س² = 9

∴ (س = 3) ⇐ س² = 9

بينما س² = 9 ← س = 3 (خاطئة منطقياً)

نستنتج: س = 3 ⇔ س² = 9

بعض طرق البرهان الرياضي:

* برهنا النظرية التالية:

أ ← ب ≡ ن ← أ

البرهان المباشر: أ ← ب قضية صائبة

أي إذا كانت أ صائبة فإن ب صائبة

∴ المسألة صحيحة.



البرهان المعاكس: ن ← ب ← أ قيمتها (ص)



∴ المسألة صحيحة.

أي: تخطئ المطلوب إذا أدى إلى تخطي المعطيات يعتبر حل المسألة صحيح.
ملاحظة: البرهان المباشر أو المعاكس يتناولان المسائل الشرطية.

مثال توضيحي: اثبت أنه إذا كان $س = ٣ \leftarrow س = ٢ = ٢٧$

س = ٣ \Leftarrow س = ٣ \Leftarrow س = ٣ \Leftarrow س = ٣ = ٢٧ ∴ القضية صحيحة.

الإثبات بطريقة البرهان المعاكس:

منطوقه: تخطئ المطلوب إذا أدى إلى تخطي المعطيات نكون قد وقعنا في (ن ب \leftarrow ن أ)

عندها نحكم على المسألة بأنها صحيحة.

التنفيذ: تخطئ المطلوب. أي: $س = ٢ \neq ٢٧$

\Leftarrow س \neq ٢٧ \Leftarrow س \neq ٣

لاحظ: أدى إلى تخطي المعطيات.

∴ بكل ثقة أقول المسألة صحيحة.

مثال: اثبت أنه: س زوجي \leftarrow س زوجي

الإثبات بطريقة البرهان المعاكس: س زوجي ∴ نفرض س = ٢ك

\Leftarrow س = ٢ = (٢ك) = ٢ك = ٢ = (٢ك) = ٢ = ٢ط

∴ زوجي. انتبه: فرضنا ٢ك = ط

مثال: س \equiv ص ، س زوجي \Leftarrow س يقبل القيمة على ٢.

الإثبات بطريقة البرهان المعاكس: (ن المطلوب) \leftarrow (ن المعطيات)

أي لنثبت (س لا يقبل القسمة على ٢) \leftarrow (س فردي) نفرض س لا يقبل القسمة على ٢

∴ س \neq ٢ك

∴ س = ٢ك + ١ \Leftarrow س فردي ∴ س غير زوجي ∴ المسألة صحيحة

إجابة تمارين ومسائل (٤/١)

[١] أكمل ما يلي بوضع أحد الرمزین (\Leftarrow) أو (\Leftarrow) في الفراغ المناسب:

| م | العبارة | الرمز المناسب |
|---|--|---------------|
| ١ | أ ب ج د مربع..... أ ب ج د مستطيل | ← |
| ٢ | س ∈ ط..... س ∈ ص | ← |
| ٣ | أ عدد زوجي..... أ يقبل القسمة على ٢ | ← |
| ٤ | أ ب ج د مثلث متساوي الساقين... أ ب ج مثلث متساوي الأضلاع | ← |
| ٥ | س ^٢ = ٤ س = ٢ - | ← |

[٢] بين ما إذا كان يمكننا كتابة ما يلي، وعلل إجابتك

| م | العبارة | قيمة الصواب | التعليل |
|---|----------------------------|-------------|--|
| ١ | س = ٢ ⇐ س ^٣ = ٨ | ص | س = ٢ ← س ^٣ = ٨ = ص صائبة |
| ٢ | س = ٢ ⇔ س ^٣ = ٨ | ص | س = ٢ ⇐ س ^٣ = ٨ = ص صائبة س ^٣ = ٨ ⇐ س = ٢ = ص صائبة |
| ٣ | س < ٠ ⇐ س ^٢ < ٠ | ص | س < ٠ ← س ^٢ < ٠ ص صائبة |
| ٤ | س < ٠ ⇔ س ^٢ < ٠ | خ | س < ٠ ⇐ س ^٢ < ٠ أما س ^٢ < ٠ ⇐ س < ٠ قد تكون س سالبة |

[٣] لأي قضيتين أ، ب بين أن:

(١) (أ ٨ ب) ⇐ ب

تعليق: أ ٨ ب ← ب صائبة منطقياً

∴ يحق لنا القول:

أ ٨ ب ⇐ ب

| أ | ب | أ ٨ ب | أ ٨ ب ← ب |
|---|---|-------|-----------|
| ص | ص | ص | ص |
| ص | خ | خ | ص |
| خ | ص | خ | ص |
| خ | خ | خ | ص |

↓ صائبة

(٢): (أ ٧ ب ٨ ن ب) ⇐ أ

| أ | ب | ن ب | أ ٧ ب | أ ٧ ب ٨ ن ب | أ ٧ ب ٨ ن ب] ← أ |
|---|---|-----|-------|-------------|------------------|
| ص | ص | خ | ص | خ | ص |
| ص | خ | ص | ص | ص | ص |
| خ | ص | خ | ص | خ | ص |
| خ | خ | ص | خ | خ | ص |

↓ صائبة

(٣) [(أ ٧ ب) ٨ ن أ] ← ب:

| أ | ب | أ ٧ ب | ن أ | أ ٧ ب ٨ ن أ | أ ٧ ب ٨ ن أ ← ب |
|---|---|-------|-----|-------------|-----------------|
| ص | ص | ص | خ | خ | ص |
| ص | خ | ص | خ | خ | ص |
| خ | ص | ص | ص | ص | ص |
| خ | خ | ص | ص | خ | ص |

صائبة منطقياً

∴ الاقتضاء صحيح.

طالما صائبة منطقياً.

(٤) [(أ ← ب) ٨ أ] ← ب

| أ | ب | أ ← ب | أ ← ب ٨ أ | [(أ ← ب) ٨ أ] ← ب |
|---|---|-------|-----------|-------------------|
| ص | ص | ص | ص | ص |
| ص | خ | خ | خ | ص |
| خ | ص | ص | خ | ص |
| خ | خ | ص | خ | ص |

صائبة منطقياً

(٥) (أ ↔ ب) ← (أ ← ب)

| أ | ب | أ ← ب | أ ↔ ب | (أ ↔ ب) ← (أ ← ب) |
|---|---|-------|-------|-------------------|
| ص | ص | ص | ص | ص |
| ص | خ | ص | خ | ص |
| خ | ص | ص | خ | ص |
| خ | خ | ص | ص | ص |

∴ الاقتضاء صحيح

صائبة منطقياً.

صائبة منطقياً

[٤] باستخدام طريقة البرهان المباشر اثبت أن:

$$(١) \quad ٣ = س \Leftarrow س^٢ = ١$$

الحل:

تذكر البرهان المباشر:

$$\therefore س = ٣ \Leftarrow س^٢ = ٩ = ٣^٢$$

$$(٢) \quad ٥ = س \Leftrightarrow س^٣ = ١٢٥$$

الإثبات: $س = ٥$

$$\Leftarrow س^٣ = ١٢٥ = ٥^٣$$

$$س = ١٢٥ = \sqrt[٣]{١٢٥} = ٥$$

$$\therefore س = ٥ \Leftrightarrow س^٣ = ١٢٥$$

[٥] اثبت بطريقة النقض:

$$س^٢ \text{ عدد فردي} \Leftarrow س = \text{ فردي}$$

الحل: تذكر البرهان المعاكس (نقض الفرض) $ن ب \Leftarrow ن أ$

نبدأ بالعكس:

سأبرهن: $ن (س فردي) \Leftarrow ن (س^٢ فردي)$

انطلق من $ن (فردي) \Leftarrow س زوجي$

$$\Leftarrow س = ٢ك$$

$$\Leftarrow س^٢ = ٤ك^٢ = ٢(٢ك^٢)$$

$$\Leftarrow س^٢ زوجي$$

$$\Leftarrow ن (س^٢ فردي)$$

\therefore القضية صائبة.

| | | |
|---|---|---|
| ب | ← | أ |
| ص | ← | ص |

(صائبة)

المسوّرات

تعريف الجملة المفتوحة: هي جملة خبرية تتضمن متغيراً أو أكثر تتحول إلى قضية عندما نعوض عن كل متغير بعنصر من مجموعة التعويض.

مثال: م (س): $s^2 - s - 6 = 0$ ، $s \in \mathbb{C}$

القضايا المسورة كلياً

تعريف: م (س) جملة مفتوحة، س مجموعة تعويضها تكون القضية مسورة كلياً إذا كان $\forall s \in S: M(s)$ صائبة وخاطئة إذا وجدنا على الأقل $s \in S: M(s)$ خاطئة.

مثال: م (س): $s \leq 0$ حيث $s \in \mathbb{P}$

لاحظ: $\forall s \in \mathbb{P}: M(s)$ صائبة. ∴ مسورة كلياً.

مثال: م (س): $s - 2 \leq 0$ حيث $s \in \mathbb{P}$

ليست مسورة كلياً لأنه يوجد $s = 1 \Leftarrow 1 - 2 = -1 \leq 0$ خاطئة

القضايا المسورة جزئياً

ه (س) جملة مفتوحة ، س مجموعة تعويضها

تكون الجملة المسورة جزئياً صائبة إذا كان $\exists s \in S: M(s)$ صائبة وخاطئة إذا كان من أجل كل $s \in S: M(s)$ خاطئة.

مثال: ه (س): $s^2 - s - 6 = 0$ ، $s \in \mathbb{C}$

مسورة جزئياً لأنه يوجد $s = 3$ يجعلها صائبة

لاحظ: $(3)^2 - 3 - 6 = 9 - 9 = 0$

نفي القضايا المسورة

ن $\forall s \in S: M(s) \equiv \exists s \in S: \neg M(s)$ ن م (س)]

لاحظ: عند النفي \forall يصبح \exists و م (س) تصبح ن م (س).

ن $\exists s \in S: M(s) \equiv \forall s \in S: \neg M(s)$ ن ق (س)]

مثال توضيحي:

س = {أبو بكر، عمر، عثمان، علي}

ق (س): حيث س خليفة راشدي

\forall س \in س: ق (س) قضية محققة

مثال: س = {عمر، علي، هارون، المعتصم}

ق (س): حيث س خليفة راشدي.

ليس \forall س \in س: ق (س) محققة

الصح: \exists س \in س: ن ق (س) \equiv ن [\forall س \in س: ق (س)]

مثال توضيحي: س = {1، 2، 3، 4}

ق (س): س - 1 > 2

لاحظ: \exists س \in س: ق (س) لفظياً توجد قيم من س تجعلها محققة.

نفيها: ن [\forall س \in س: ن ق (س)]

لفظياً: ليس [كل قيم: لا تحققها]

إجابة تمارين ومسائل (٥/١)

[١] لتكن $s = \{١, ٢, ٤, ٥, هـ\}$ و { فبَيِّنْ أَياً مما يلي قضية وأياً مفتوحة:

| م | العبارة | جملة مفتوحة | قضية |
|---|-------------------------|-------------|------|
| ١ | $s \in s$ حيث s متغير | ✓ | |
| ٢ | $s^2 \in s$ | ✓ | |
| ٣ | $٧ \in s$ | | |
| ٤ | $هـ \in s$ | | ✓ |

[٢] لتكن $s = \{١, ٢, ٣, ٤\}$ حُدِّدْ قيمة صواب كل من المسورة التالية:

| م | القضية | قيمة صوابها | التعليل |
|---|---------------------------------|-------------|---|
| ١ | $\forall s \in s: s + ٣ = ١٠$ | خ | لأنه يوجد $s = ١ \leq ٣ + ١ \neq ١٠$ |
| ٢ | $\forall s \in s: s + ٣ > ١٠$ | ص | كل قيم s تجعل $s + ٣ > ١٠$ |
| ٣ | $\exists s \in s: s + ٣ > ٥$ | ص | من أجل $s = ١ \leq ٣ + ١ > ٥$ صائبة |
| ٤ | $\forall s \in s: s + ٣ \geq ٧$ | خ | لأنه من أجل $s = ٥$ يكون $٧ \geq ٣ + ٥$ |

[٣] انف كل من القضايا الواردة في [٢] وبيِّنْ قيمة صوابها:

| م | القضية | قيمة صوابها | نفي القضية | قيم صوابها |
|---|---------------------------------|-------------|----------------------------------|------------|
| ١ | $\forall s \in s: s + ٣ = ١٠$ | خ | $\exists s \in s: s + ٣ \neq ١٠$ | ص |
| ٢ | $\forall s \in s: s + ٣ > ١٠$ | ص | $\exists s \in s: s + ٣ < ١٠$ | خ |
| ٣ | $\exists s \in s: s + ٣ > ٥$ | ص | $\forall s \in s: s + ٣ \leq ٥$ | خ |
| ٤ | $\forall s \in s: s + ٣ \geq ٧$ | خ | $\exists s \in s: s + ٣ < ٧$ | ص |

[٤+٥] نعلم أن الصفر هو العنصر المحايد في مجموعة الأعداد الطبيعية ونعبر عن ذلك رمزياً: $\forall s \in \mathbb{N} : s + ٠ = s$ و $s + ٠ = s$ استخدم الفكرة السابقة وعبر عن الخواص الآتية رمزياً ثم أنف القضايا وبيِّنْ أي كلاً منها قضية خاطئة.

| م | القضية الكلامية | القضية بالرموز | قيم | نفي القضية | قيم |
|---|-----------------|----------------|-----|------------|-----|
| | | | | | |

| | | | | |
|---|--|---|--|--|
| ص | | ص | | |
| خ | $\exists s \in \mathbb{N}$ $1 \times s \neq s \times 1$ | ص | $\forall s \in \mathbb{N}$ $1 \times s = s \times 1$ | ١ (١) عنصر محايد ضربي في مجموعة الأعداد الصحيحة |
| خ | $\exists s \in \mathbb{N}$ بحيث $s > 0$ | ص | $\forall s, t \in \mathbb{N}$ $s + t = t + s$ | ٢ عملية جمع الأعداد الطبيعية إبدالية. |
| خ | $\exists s \in \mathbb{N}$ بحيث $s > 0$ | ص | $\forall s \in \mathbb{N}$: $s \geq 0$ | ٣ مربع أي عدد حقيقي هو عدد غير سالب |
| خ | $\forall s, t \in \mathbb{N}$ $s - t \in \mathbb{N}$ | ص | $\exists s, t \in \mathbb{N}$: $s - t \notin \mathbb{N}$ | ٤ يوجد على الأقل عدنان طبيعيان الفرق بينهما ليس عدد طبيعي |

إجابة تمارين عامة ومساائل

[١] أي من العبارات الآتية صائبة وأي منها خاطئة مع الخطأ أينما وجد:

(أ) لأي قضيتين أ ، ب يكون ن (أ ٨ ب) \equiv ن أ ٧ ب ن

الجواب: (مبرهنة) إذا صائبة.

(ب) نفي القضية (بعض الطلاب غائبون) هو القضية "كل الطلاب غائبون"

الجواب: النفي خطأ... التصويب (كل الطلاب حاضرون)

(ج) إذا كانت أ قضية صائبة ، ب قضية خاطئة فإن القضية (أ ← ب) خاطئة.

| | | |
|---|---|---|
| ب | ← | أ |
| خ | ← | ص |

(صواب)

الجواب: خاطئة لأن

(د) لأي قضيتين أ ، ب يكون:

أ ↔ ب \equiv (أ ← ب) ٨ (ب ← أ)

الجواب: قضية صائبة.

(هـ) لأي قضيتين م ، ن

(م \equiv ن) \Leftarrow (م ← ن)

الجواب: قضية صائبة.

[٢] القضيتان التاليتان صائبتان:

الأولى: س = ٢ جذر للمعادلة (س - ٢) (س - ٣) = ٠

الثانية: س = ٣ جذر للمعادلة (س - ٢) (س - ٣) = ٠

بيّن أي القضايا التالية صائبة وأيها خاطئة.

| م | القضية | قيمة صوابها |
|----|---|-------------|
| أ | جذر المعادلة (س-٢) (س-٣) = ٠ هما ٢ ، ٣ | ص |
| ب | أحد جذري المعادلة (س-٢) (س-٣) = ٠ هو ٢ أو ٣ | ص |
| ج | أحد جذري المعادلة (س-٢) (س-٣) = ٠ هو ١ أو ٣ | ص |
| د | جذر المعادلة (س-٢) (س-٣) = ٠ هما ١ ، ٤ | خ |
| هـ | أحد جذري المعادلة (س-٢) (س-٣) = ٠ هو ١ أو ٤ | خ |

[٣] هل القضيتان أ ← ب ، ب ← أ متكافئتان؟ علل إجابتك.

الجواب: كلا لأنه لو فرضنا أ صائبة أ صائبة ب خاطئة.

فإن: أ ← ب (خاطئة وقيمة صوابها خ) في حين:

ب ← أ (صائبة وقيمة صوابها ص) ∴ غير متكافئة

[٤] أعط مثلاً توضح فيه أن صواب الاقتضاء $A \Rightarrow B$ لا يؤدي بالضرورة إلى صواب

الاقتضاء $B \Rightarrow A$.

المثال: أ : المثلث متساوي الأضلاع.

ب: زوايا القاعدة متساوية.

$A \Rightarrow B$ (صائبة) لكن $B \not\Rightarrow A$

[٥] لأي ثلاث قضايا أ ، ب ، ج بيّن أن كلاً من القضايا التالية صائبة منطقياً:

| أ | ب | أ ٨ ب | أ ٨ ب ← ب |
|---|---|-------|-----------|
| ص | ص | ص | ص |
| ص | خ | خ | ص |
| خ | ص | خ | ص |

(أ) (أ ٨ ب) ← ب

| | | | | |
|---|---|---|---|-------------|
| | | | | (ب) نفس (أ) |
| ص | خ | خ | خ | |

(ج) [أ ← ب ← ج] ← (أ ← ج)

| [أ ← ب ← ج] ← (أ ← ج) | أ ← ب ← ج | أ ← ج | ب ← ج | أ ← ب | ج | ب | أ |
|-----------------------|-----------|-------|-------|-------|---|---|---|
| ص | ص | ص | ص | ص | ص | ص | ص |
| ص | خ | خ | خ | ص | خ | ص | ص |
| ص | خ | ص | ص | خ | ص | خ | ص |
| ص | خ | خ | ص | خ | خ | خ | ص |
| ص | ص | ص | ص | ص | ص | ص | خ |
| ص | ص | ص | خ | ص | خ | ص | خ |
| ص | ص | ص | ص | ص | ص | خ | خ |
| ص | ص | ص | ص | ص | خ | خ | خ |

صائبة منطقياً.

[٦] لأي قضيتين أ ، ب اثبت أن:

أ ↔ ب ≡ (ن أ ب) (ن ب أ) ≡ ب ↔ أ

| أ | ب | ن أ | ن ب | ن أ ب | ن ب أ | أ ← ب | ب ← أ | أ ↔ ب | (ن أ ب) (ن ب أ) |
|---|---|-----|-----|-------|-------|-------|-------|-------|-----------------|
| ص | ص | خ | خ | ص | ص | ص | ص | ص | ص |
| ص | خ | ص | ص | ص | خ | خ | خ | خ | خ |
| خ | ص | ص | ص | ص | ص | ص | ص | ص | ص |
| خ | خ | ص | ص | ص | ص | ص | ص | ص | ص |

$$\lfloor \quad \rceil \equiv \lfloor \quad \rfloor$$

أنتبه: أ \leftrightarrow ب هي نفسها ب \leftrightarrow أ

[٧،٨] لتكن $s = \{1, 2, 3, 4\}$ عيّن قيم الصواب لكل من القضايا الآتية وانفيها وبين

قيم صوابها:

| م | القضية | قيمة صوابها | نفي القضية | قيم صوابها |
|---|---------------------------------|-------------|-----------------------------------|------------|
| أ | $\forall s \in s: s + 3 > 6$ | خ | $\exists s \in s: s + 3 < 6$ | ص |
| ب | $\exists s \in s: s + 3 > 6$ | ص | $\forall s \in s: s + 3 < 6$ | خ |
| ج | $\forall s \in s: s - 2 \geq 8$ | ص | $\exists s \in s: s - 2 < 8$ | خ |
| د | $\exists s \in s: 2s + s = 15$ | خ | $\forall s \in s: 2s + s \neq 15$ | ص |

إجابة اختبار الوحدة

[السؤال الثاني]:

في كلٍ من الأسئلة الفرعية التالية حوِّط الرقم الذي يرمز للإجابة الصحيحة:

(بعض الأسئلة لها أكثر من إجابة صحيحة):

[١] أي من القضايا التالية هي نفي للقضية "كل الناس أغنياء"

الخيارات: (أ) بعض الناس أغنياء.

(ب) بعض الناس فقراء.

(ج) بعض الناس ليسوا أغنياء.

(د) لا أحد غني.

الجواب: (ب أو ج)

[٢] في أي من الحالات الآتية تكون القضية (أ ٨ ن ب) صائبة.

الخيارات: (أ) أ صائبة ، ب خاطئة.

(ب) كل من أ ، ب صائبة.

(ج) أ صائبة ، (ن ب) صائبة.

(د) كل من أ ، ب خاطئة.

الجواب: (أ أو ج)

[٣] في أي من الحالات الآتية تكون القضية (ن أ ← ب) خاطئة.

الخيارات: (أ) كل من أ ، ب خاطئة.

(ب) أ صائبة ب خاطئة.

(ج) أ خاطئة ، ب صائبة.

(د) كل من أ ، ب صائبة

الجواب: (أ)

[٤] أي من القضايا التالية تكافئ منطقياً القضية (أ ٧ ن ب)

(أ) ن أ ٧ ب

(ج) ن أ ٨ ب

(ب) ب ← أ

(د) ن (أ ٨ ب)

(ب)

| أ | ب | ن ب | أ ٧ ن ب | ب ← أ |
|---|---|-----|---------|-------|
| ص | ص | خ | ص | ص |
| ص | خ | ص | ص | ص |
| خ | ص | خ | خ | خ |
| خ | خ | ص | ص | ص |

(أ)

| أ | ب | ن أ | ن أ ٧ ب | ن ب | ن ن ب |
|---|---|-----|---------|-----|-------|
| ص | ص | خ | ص | خ | ص |
| ص | خ | خ | خ | ص | ص |
| خ | ص | ص | ص | خ | خ |
| خ | خ | ص | ص | ص | ص |

(د)

| أ | ب | ن ب | أ ٧ ن ب | أ ٨ ب | ن أ (أ ٨ ب) |
|---|---|-----|---------|-------|-------------|
| ص | ص | خ | ص | ص | خ |
| ص | خ | ص | ص | خ | ص |
| خ | ص | خ | خ | خ | ص |
| خ | خ | ص | ص | خ | ص |

(ج)

| أ | ب | أ ٧ | ن ب | ن أ ٨ ب | أ ٧ ن ب |
|---|---|-----|-----|---------|---------|
| ص | ص | خ | خ | خ | ص |
| ص | خ | خ | ص | خ | ص |
| خ | ص | ص | خ | ص | خ |
| خ | خ | ص | ص | خ | ص |

الإجابة الصحيحة فقط (ب)

[٥] إذا كانت $s = \{2, 3, 5, 7\}$ فأَي من القضايا التالية هي قضية صائبة:

| م | القضية | قيمة صوابها |
|---|---------------------------------|-------------|
| أ | $\forall s \in s: s$ عدد فردي. | خ |
| ب | $\forall s \in s: s$ عدد أولي. | ص |
| ج | $\exists s \in s: s$ عدد زوجي. | ص |
| د | $\exists s \in s: s$ ليس أولياً | خ |

السؤال الثاني:

أكمل القضايا الآتية بحيث تُصبح القضايا من (١ ← ٣) والقضايا من (٤ ← ٦) خاطئة.

| م | القضية | الإكمال |
|---|--|--|
| ١ | العدد ١٢ عدد زوجي ويقبل القسمة على..... | ٣ |
| ٢ | العدد (٥٠) عدد طبيعي أو عدد..... | عدد صحيح |
| ٣ | $٥ > ٧ \leftarrow$ القمر يدور حول | الأرض |
| ٤ | تدور الأرض حول..... أو حول..... | المريخ / المشتري |
| ٥ | $١٥ = ٣ \times ٥$ و $١٥ = \dots + \dots$ | $٧ + (١٠)$ |
| ٦ | $\dots \in$ ص: س = $٢ + ٢ = ٤$ س = ٠ | \forall س \in ص: $٢ + ٢ = ٤$ س = ٠ |

السؤال الثالث:

أكمل الجدول التالي ثم استخدم في الإجابة على الأسئلة التالية له:

| أ | ب | ن أ | ن ب | أ ب | أ ن ب | ن (أ ن ب) | ن أ ب | أ ← (أ ب) |
|---|---|-----|-----|-----|-------|-----------|-------|-----------|
| ص | ص | خ | خ | ص | ص | خ | خ | ص |
| ص | خ | ص | ص | ص | ص | خ | خ | ص |
| خ | ص | ص | ص | ص | ص | ص | ص | ص |
| خ | خ | ص | ص | خ | ص | خ | خ | ص |

صائبة منطقياً \equiv \square

[١] استنتج من الجدول قضية مركبة صائبة منطقياً.

الجواب: أ ← (أ ب)

[٢] بين أن ن أ ب \equiv ن (أ ن ب) الجواب: لهما نفس قيم الصواب.

[٣] هل أ ن ب صائبة منطقياً. الجواب: كلا يوجد بها (خ)