

DL - Calcul algébrique, nombres complexes

Exercice 1 : Soit $n \in \mathbb{N}^*$. Calculer la somme :

$$\sum_{k=1}^n \sqrt{1 + \frac{1}{k^2} + \frac{1}{(k+1)^2}}$$

Exercice 2 : Soit $n \in \mathbb{N}^*$. Calculer la somme :

$$\sum_{k=1}^n \frac{1}{(k+1)\sqrt{k} + k\sqrt{k+1}}$$

Exercice 3 : Soit $n \in \mathbb{N}$. Calculer le produit :

$$\prod_{k=1}^n \left(1 - \tan^2 \frac{2^k \pi}{2^n + 1} \right)$$

Exercice 4 : Factorielle sous Python :

Lorsqu'un nombre est assez grand, il est plus pratique de l'écrire sous la forme $x \times 10^n$ avec $x \in [0, 10[$ et $n \in \mathbb{N}$ (écriture scientifique).

Construire une fonction de paramètre un entier naturel n qui retourne un couple (x, n) avec $x \in [0, 10[$, $n \in \mathbb{N}$ et $n! = x \times 10^n$.

Exercice 5 : Équation du second degré sous Python :

Construire une fonction *Python* de paramètre $(a, b, c) \in \mathbb{C}$ avec $a \neq 0$ qui retourne les racines de l'équation :

$$az^2 + bz + c = 0$$

Exercice 6 : Théorème de Napoléon :

Soit ABC un triangle. Sur les cotés de ABC on construit 3 triangles ABC' , BCA' et CAB' directs et semblables entre eux.

1 : Montrer que ABC et $A'B'C'$ ont même centre de gravité.

2 : Si les triangles ABC' , BCA' et CAB' sont équilatéraux, montrer que leurs centres de gravité forment un triangle équilatéral (*théorème de Napoléon*).