INFORMATION!

Før du anvender løsningerne, så husk at læs betingelserne for løsningerne, som du kan finde på hjemmesiden, eller her:
http://matematikhfsvar.page.tl/%26%238226%3B-Betingelser-matematik-B.htm

Matematik B STX august 2014
Løsningsforslag
www.matematikhfsvar.page.tl

De første 6 opgaver løses **uden** hjælpemidler

Opgave 1

Ligningen $3x+6=-2x+1$ løses.
$3x+6=-2x+1 \Leftrightarrow$
$3x+6-6+2x=-2x+1-6+2x \Leftrightarrow$
$\frac{5x}{5}=-\frac{5}{5} \Leftrightarrow$
$x=-1$
Altså er svaret $x=-1$.

Opgave 2

Toppunktet for $f(x)$ bestemmes.
$f'(x)=6x-6$, så løses ligningen $f'(x)=0$ og man får
$6x-6=0 \Leftrightarrow$
$6x=6 \Leftrightarrow$
$x=1$
Dernæst er $f(1)=3\cdot1^2-6\cdot1+12=9$, og koordinatsættet er derfor:
$T=(1;9)$.

Opgave 3

Forskriften er $f(x)=25\cdot1.05^x$, hvor $f(x)$ er omsætningen til tidspunktet x, målt efter år 2013.

Opgave 4

Den afledede er $f'(x)=15x^2+18x-7$.

Opgave 5

Arealet af det blå rektangel er
$T_{blå}=3\cdot4=12$.
Forholdet mellem rektanglerne er 2. Dermed er
$3\cdot2=6$, og arealet af den pinke rektangel er

$T_{pink} = 8 \cdot 6 + 3 \cdot 8 = 48.$
Det samlede areal er
$T = 12 + 72 = 84.$

Opgave 6

Gang $p(x)$ ud.
$3 \cdot (x+5) \cdot (x+7)$
$= 3 \cdot (x^2 + 7x + 5x + 35)$
$= 3x^2 + 36x + 105$
Dermed er
$a = 3$, $b = 36$ og $c = 105$.

De resterende opgaver løses **med** hjælpemidler

Opgave 7

restart :; *with*(*Gym*) :
$L1 := [0, 2, 4, 6, 8, 10]$:
$L2 := [121.2, 134.7, 157.6, 178.6, 187.4, 217.8]$:

Spgm. a

Tallene a og b bestemmes vha. lineær regression.
$f(x) := LinReg(L1, L2, x)$

$$f := x \mapsto LinReg(L1, L2, x) \tag{7.1.1}$$

$evalf[5](f(x))$

$$9.4586\,x + 118.92 \tag{7.1.2}$$

Dermed er tallene a og b givet ved:
$a = 9.4586$
$b = 118.92.$

Spgm. b

År 2007 svarer til $x = 13$ (undersøg det!)
$f(13)$

$$241.885238095238 \tag{7.2.1}$$

Så ifølge modellen vil der i år 2013 være 241.88mio passagerer.

Opgave 8

restart :; *with*(*Gym*) :

Spgm. a

Opgaven kan laves i hånden, og det overlades til læseren.

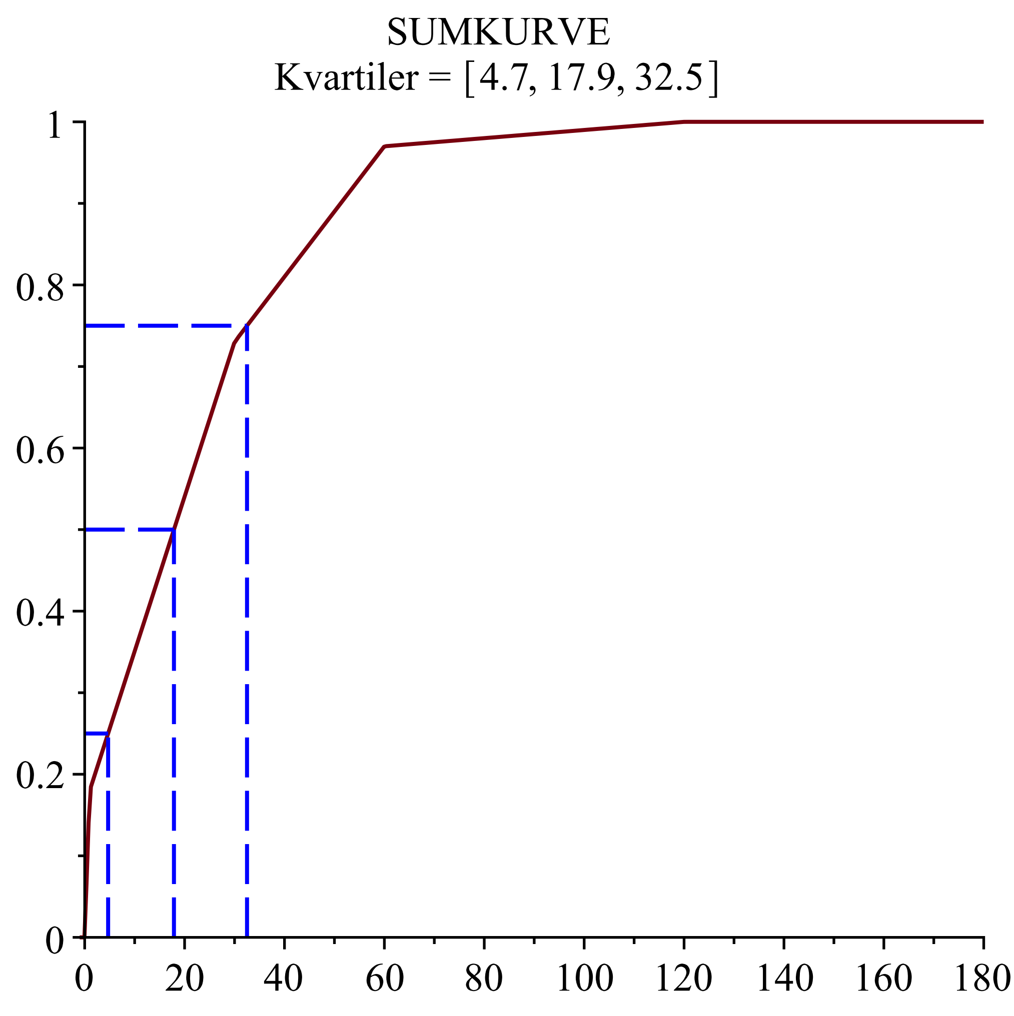
$$A := \begin{bmatrix} 0..1 & 18 \\ 1..30 & 55 \\ 30..60 & 24 \\ 60..120 & 3 \end{bmatrix}:$$

frekvensTabel(A)

observation	hyppighed	frekvens(%)	kumuleret(%)
0 .. 1	18	18	18
1 .. 30	55	55	73
30 .. 60	24	24	97
60 .. 120	3	3	100

Ifølge frekvenstabellen er de kumulerede frekvenser hhv. 18 %, 73 %, 97 % og 100 %.
Sumkurven kan tegnes.

plotSumkurve(A)



Spgm. b

Når man tegner en sumkurve i Maple, så bestemmes kvartilsættet også. Den kan også findes her:

kvartiler(A)

$$[4.6909, 17.873, 32.500] \quad \textbf{(8.2.1)}$$

Dernæst anvendes kommandoen:
$evalf[5](\,sumkurve(A, t)\,)$

$$\begin{cases} 0. & t < 0. \\ 0.18000\,t & 0. \le t < 1. \\ 0.018966\,t + 0.16103 & 1. \le t < 30. \\ 0.0080000\,t + 0.49000 & 30. \le t < 60. \\ 0.00050000\,t + 0.94000 & 60. \le t < 120. \\ 1. & 120. \le t \end{cases} \quad \textbf{(8.2.2)}$$

Da vi søger $t = 45$, så anvendes
$0.008\,t + 0.49$
Hvor $30 \le t < 60$
Dermed er:
$45\,dage = 0.008 \cdot 45 + 0.49$

$$45\,dage = 0.850 \quad \textbf{(8.2.3)}$$

Så andelen af kommuner der har en gns. ventetid på 45 dage eller mindre er 85%.

Opgave 9

$restart ::\; with(Gym) :$

Spgm. a

Konstanten a bestemmes vha. formlen

$$a = \sqrt[T_{\frac{1}{2}}]{\frac{1}{2}}$$

Og dermed er forskriften

$$f(x) := 17.5 \cdot \left(\sqrt[30.17]{\frac{1}{2}}\right)^x$$

$$f := x \mapsto 17.5\;0.9772871932^x \quad \textbf{(9.1.1)}$$

Hvor konstanten a er
$a = 0.9772871932$.

Spgm. b

Her løses ligningen
$f(x) = 10$

$$17.5\;0.9772871932^x = 10 \quad \textbf{(9.2.1)}$$

$\xrightarrow{\text{solve for x}}$

$$[\,[x = 24.35789797]\,] \quad \textbf{(9.2.2)}$$

Der vil - ifølge modellen - gå 24.35år før der er 10g af det bestemte radioaktive stof.

Spgm. c

Man udregner først mængden efter 50 år, og deler med mængden som man begyndte med.

$$\left(\frac{f(50)}{f(0)}\right) \cdot 100$$

$$31.70373149 \quad \textbf{(9.3.1)}$$

Så efter 50 år vil der være 31.7% af det oprindelige radioaktive stof.

Opgave 10

$restart :; with(Gym) :$

Spgm. a

Vi betegner $\angle BAD$ med A_1, $\angle CAE$ med A_2 og $\angle BAC$ med A

$A_1 := 53.1 :; A_2 := 46.5 :; A := A_1 - A_2 : BC := 398 :$

Vinkel C er identisk med A_2, dermed er

$C := A_2$

$$C := 46.5 \quad \textbf{(10.1.1)}$$

Vi ser, at sinusrelationerne kan anvendes.

$\frac{Sin(A)}{BC} = \frac{Sin(C)}{AB}$

$$0.0002887868106 = \frac{0.7253743710}{AB} \quad \textbf{(10.1.2)}$$

$\xrightarrow{\text{solve for AB}}$

$$[[AB = 2511.798823]] \quad \textbf{(10.1.3)}$$

Så længden AB er 2511.798. Denne defineres.

$AB := 2511.798823 :$

Dermed kan man bestemme afstanden fra kysten til siden af skibet, så

$BD := AB \cdot Sin(A_1)$

$$BD := 2008.646984 \quad \textbf{(10.1.4)}$$

Så afstanden fra skibet og kysten må være ca. 2km.

Opgave 11

$restart :; with(Gym) :$

$f(x) := \ln(x) + \frac{20}{x}$

$$f := x \mapsto \ln(x) + \frac{20}{x} \quad \textbf{(11.1)}$$

Her er $x > 0$.

Spgm. a

Ligningen for tangenten bestemmes.

$f(1)$

$$20 \quad \textbf{(11.1.1)}$$

$f'(1)$

$$-19 \quad \textbf{(11.1.2)}$$

Så er

$y = -19 \cdot (x-1) + 20$

$$y = -19\,x + 39 \quad \textbf{(11.1.3)}$$

ELLER:

$y = f'(1) \cdot (x - 1) + f(1)$

$$y = -19\,x + 39 \tag{11.1.4}$$

Spgm. b

Den afledede bestemmes og sættes lig 0.

$f'(x) = 0$

$$\frac{1}{x} - \frac{20}{x^2} = 0 \tag{11.2.1}$$

$\xrightarrow{\text{solve for x}}$

$$[[x = 20]] \tag{11.2.2}$$

Her er $x > 0$ og $20 > 0$ er sandt. Der vælges 19 og 21.

$f'(19)$

$$-\frac{1}{361} \tag{11.2.3}$$

$f'(21)$

$$\frac{1}{441} \tag{11.2.4}$$

Dermed er monotoniskemaet:

$x > 0$		20	
$f'(x)$	$-$	0	$+$
$f(x)$	$\searrow$	$\rightarrow$	$\nearrow$

Og man kan slutte, at $f(x)$ er:
- Aftagende i $x \in (0; 20]$
- Voksende i $x \in [20; \infty)$

Alternativt kan man finde den dobbelte afledede.

$f''(20)$

$$\frac{1}{400} \tag{11.2.5}$$

Da tallet er positivt, dvs. $f''(20) > 0$, så følger det, at der er minimum. Dermed er
Og man kan slutte, at $f(x)$ er:
- Aftagende i $x \in (0; 20]$
- Voksende i $x \in [20; \infty)$

Opgave 12

restart :; *with*(*Gym*) :

$f(x) := -x + 8 :; g(x) := -x^2 + 6x + 2 :$

Spgm. a

Ligningen $f(x) = g(x)$ løses.
$f(x) = g(x)$

$$-x + 8 = -x^2 + 6x + 2 \tag{12.1.1}$$

$\xrightarrow{\text{solve for x}}$

$$[[x = 6], [x = 1]] \tag{12.1.2}$$

Der er to løsninger.

Spgm. b

Løsningerne fra før anvendes her til at finde M. Da $g(x)$ er konkav, og $f(x)$ er aftagende, må $g(x)$ ligge over $f(x)$, og dermed er

$M = \int_1^6 (g(x) - f(x))\, dx$

$$M = \frac{125}{6} \tag{12.2.1}$$

Som er arealet.

Opgave 13

restart :; *with*(*Gym*) :

Spgm. a

Længden af hegnet er
$\mathrm{O} = x + y + (x - 1)$

$$\mathrm{O} = 2x + y - 1 \tag{13.1.1}$$

Arealet af gården er
$A = x \cdot y - 1 \cdot 1.2$

$$A = x\,y - 1.2 \tag{13.1.2}$$

Spgm. b

Her løses ligningen for y
$10 = x + y + (x - 1)$

$$10 = 2x + y - 1 \tag{13.2.1}$$

$\xrightarrow{\text{isolate for y}}$

$$y = 11 - 2x \tag{13.2.2}$$

Arealet er
$A(x) := x \cdot (11 - 2x) - 1 \cdot 1.2$

$$A := x \mapsto x\,(11 - 2x) - 1.2 \tag{13.2.3}$$

$A'(x) = 0$

$$11 - 4x = 0 \tag{13.2.4}$$

$\xrightarrow{\text{solve for x}}$

$$\left[\left[x = \frac{11}{4}\right]\right] \tag{13.2.5}$$

$A''\left(\frac{11}{4}\right)$

$$-4 \tag{13.2.6}$$

Da $A''\left(\frac{11}{4}\right) < 0$, så er $x = \frac{11}{4}$ den værdi, der giver det største areal.