Anvendelse af løsningerne læses på hjemmesiden
www.matematikhfsvar.page.tl
Sættet løses med begrænset tekst og konklusion.
Formålet er jo, at man kan se metoden, og ikke skrive af!

Matematik B
August 2013
Delprøve 1

Opgave 1 - Reduktion

Udtrykket
$(p-q)^2+2pq-q^2=p^2+q^2-2pq+2pq-q^2=\underline{\underline{p^2}}$

Opgave 2 - Modeller

Modellen opstilles.
$\underline{\underline{f(x)=45x+100}}$

Hvor $a=45\ kr$ er prisen for en bestemt vare, og $b=100$ som er gebyret.

Opgave 3 - Ligninger

Andengradsligningen
$x^2-8x+7=0$
Løses vha. d.

$d=(-8)^2-4\cdot1\cdot7=64-28=36,\ \ d>0$

$$x=\frac{8\pm6}{2}=\begin{cases}7\\1\end{cases}$$

Rødderne er hermed $\underline{\underline{x=1\ \vee\ x=7}}$

Opgave 4 - Differentialregning

Lad funktionen være givet.
$f(x)=e^x+x^2.$

Differentieren mht. x,
$f'(x)=e^x\cdot\ln(e)+2\cdot x^{2-1}=\underline{\underline{e^x+2x}}$

Opgave 5 - Trigonometri

$|AB| = c$ bestemmes vha. *Pythagoras*.

$a^2 + b^2 = c^2$, man har

$3^2 + 4^2 = c^2 \Leftrightarrow c = \sqrt{9 + 16} \Leftrightarrow \underline{\underline{c = 5}}$

Omkredsen bestemmes vha. forstørrelsesfaktoren.

$k = \frac{|DE|}{|BC|} = \frac{5}{4} = 1.25$

$|AE| = k \cdot |AC| = 1.25 \cdot 3 = 3.75$

$|AD| = k \cdot |AB| = 1.25 \cdot 5 = 6.25$

Omkredsen er

$5 + 3.75 + 6.25 = 5 + 10 = \underline{\underline{15}}$

Opgave 6 - Integralregning

Integralet bestemmes.

$\int_0^2 (9x^2 + 3)\,dx = [3x^3 + 3x]_0^2 = 3 \cdot 2^3 + 3 \cdot 2 - (3 \cdot 0^3 + 3 \cdot 0) = 30 - 0 = \underline{\underline{30}}$

Matematik B
August 2013
Delprøve 1

Opgave 7 - Eksponentielle modeller

restart

with(*Gym*) :

L1 := [0, 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14] :; *L2* := [2575, 2767, 2796, 3084, 3121, 3164, 3298, 3654] :

Delopgave a

Tallene *a* og *b* bestemmes vha. eksponentiel regression.

$w(t) := ExpReg(L1, L2, t)$:

$w(t)$

$$2605.28810260905\ 1.02233165720732^t \quad (7.1.1)$$

Tallene a og b blev bestemt til hhv $\underline{\underline{a = 1.0223 \text{ og } b = 2605.288}}$

Delopgave b

Man indsætter $x = 11$ som svarer til 2005.

$w(11)$

$$3321.74016460548 \quad \textbf{(7.2.1)}$$

I år 2005 er affaldsproduktionen 3321.74 tons

$w(t) = 3500$

$$2605.28810260905\ 1.02233165720732^{t} = 3500 \quad \textbf{(7.2.2)}$$

$\xrightarrow{\text{solve for t}}$

$$[[t = 13.36685134]] \quad \textbf{(7.2.3)}$$

I ca. år 2007 *er den årlige affaldsproduktion* 3500 *tons*.

Delopgave c

Man indsætter $x = 15$ som svarer til 2009.
$w(15)$

$$3628.54818553308 \quad \textbf{(7.3.1)}$$

Den faktiske værdi er 3437 tons. Hermed må modellen forkastes efter år 2008, da differencen er enorm høj. Differencen er
$3628.54818553308 - 3437$

$$191.548186 \quad \textbf{(7.3.2)}$$

$\left(\frac{191.548186}{3437}\right) \cdot 100$

$$5.573121501 \quad \textbf{(7.3.3)}$$

Ca. 5.57 % for højt.

Opgave 8 - Trigonometri

restart
with(*Gym*) :

Delopgave a

$a := 5 :; b := 12 :; c := 9 :$

$\angle A := invCos\left(\frac{b^2 + c^2 - a^2}{2 \cdot b \cdot c}\right)$

$$22.19160658 \quad \textbf{(8.1.1)}$$

$\angle A$ er hermed 22.191^{o}

Delopgave b

restart; *with*(*Gym*) :; $b := \frac{12}{2} : d := 9 : \angle A := 22.19160658 :$

Man betragter endepunktet af medianen med D.
Medianen betyder, at linjen $|AC|$ deles i to. Man anvender cosinusrelationerne

$a = \sqrt{b^2 + d^2 - 2 \cdot b \cdot d \cdot Cos(\angle A)}$

$$a = 4.123105628 \quad \textbf{(8.2.1)}$$

Længden af medianen er bestemt til $a = 4.123$

Opgave 9 - Modeller

restart
with(*Gym*) :
$h(t) := (3128 - 40 \cdot t)^{0.4}$:

Delopgave a

Indsæt 20.
$h(20)$

$$22.22251410 \tag{9.1.1}$$

Efter 20 sekunder er højden 22.22 cm

$h(t) = 5$

$$(3128 - 40\,t)^{0.4} = 5 \tag{9.1.2}$$

$\xrightarrow{\text{solve for t}}$

$$[[t = 76.80245751]] \tag{9.1.3}$$

Efter 77 sekunder er højden 5 cm

Delopgave b

$h'(20)$

$$-0.1527320557 \tag{9.2.1}$$

Efter 20 sekunder aftager væsken med 0.15 cm pr sekund.

Opgave 10 - Funktioner

restart
with(*Gym*) :
$f(x) := \frac{1}{4}x^4 - 3\,x^3 + 12\,x^2 - 16\,x$:

Delopgave a

Punktet $P(5, f(5))$. Man indsætter punktet i f og f' samt tangenten. Man får
$y = f'(5) \cdot (x - 5) + f(5)$

$$y = 4\,x - \frac{75}{4} \tag{10.1.1}$$

Tangenten her hermed $y = 4\,x - \frac{75}{4}$

Det hele kunne også bestemmes pr. håndkraft!

Delopgave b

Metode 1)
$f'(x) = 0$

$$x^3 - 9\,x^2 + 24\,x - 16 = 0 \tag{10.2.1}$$

$\xrightarrow{\text{solve for x}}$

$$[[x=1],[x=4],[x=4]] \quad \textbf{(10.2.2)}$$

Man kan gøre prøve for at se, om f er voksende eller aftagende.

$f'(0)$

$$-16 \quad \textbf{(10.2.3)}$$

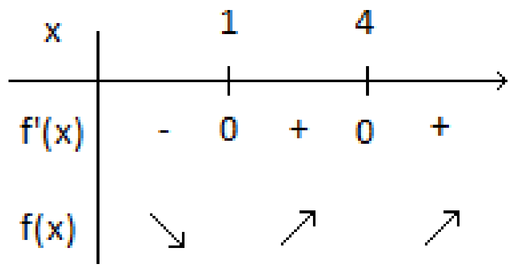
$f'(2)$

$$4 \quad \textbf{(10.2.4)}$$

$f'(6)$

$$20 \quad \textbf{(10.2.5)}$$

Så man har en vandret vendetangent. Monotonilinjen tegnes.



Hermed er

$\underline{\underline{f \textit{ aftagende i intervallet }]-\infty;1] \textit{ og voksende i } [1;4] \textit{ samt } [4;\infty[\textit{ desuden er der vandret vendetangent i}}}$

Metode 2)

$f'(x)=0$

$$x^3-9x^2+24x-16=0 \quad \textbf{(10.2.6)}$$

$\xrightarrow{\text{solve for x}}$

$$[[x=1],[x=4],[x=4]] \quad \textbf{(10.2.7)}$$

$f''(1)$

$$9 \quad \textbf{(10.2.8)}$$

Her er $9 > 0$, dvs. lokal min.

$f''(4)$

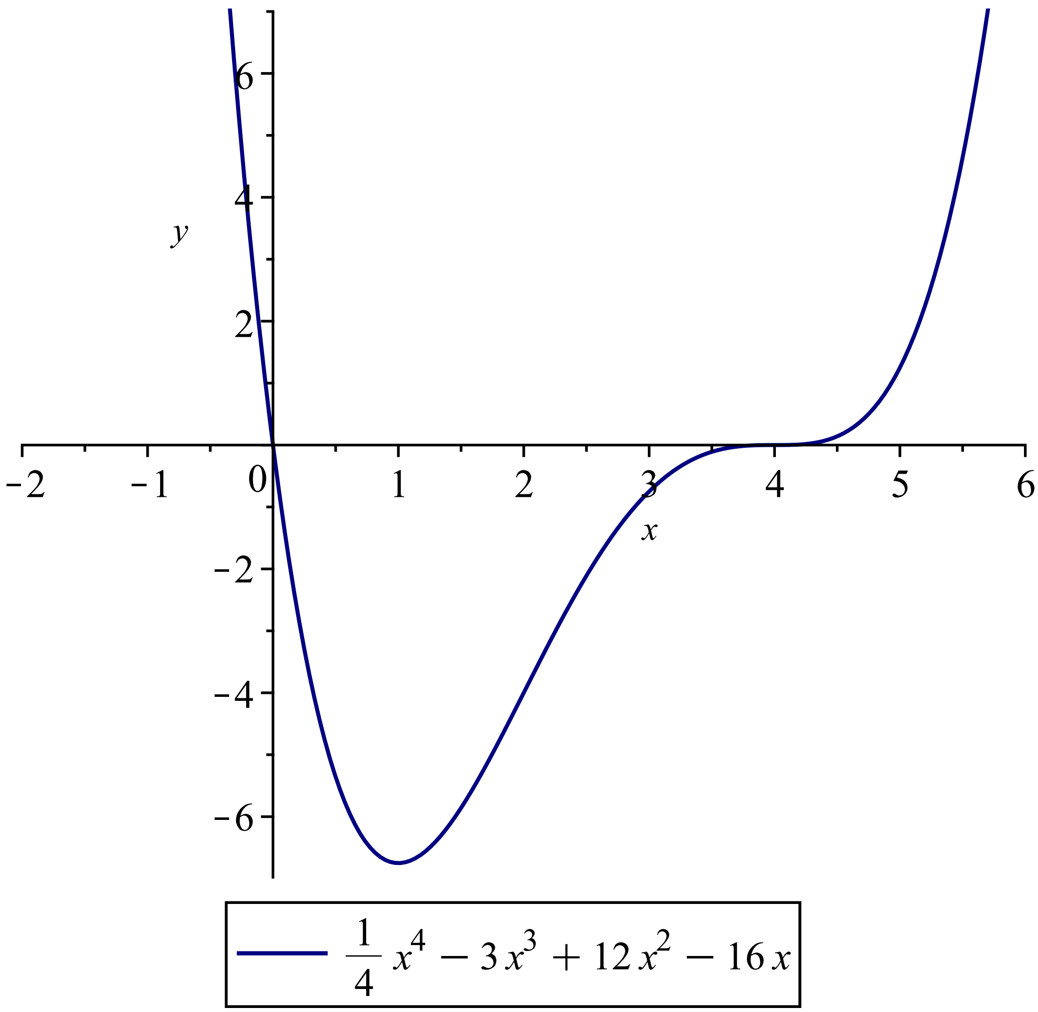
$$0 \quad \textbf{(10.2.9)}$$

Her er $0=0$, dvs. vandret vendetangent.

Hermed er

$\underline{\underline{f \textit{ aftagende i intervallet }]-\infty;1] \textit{ og voksende i } [1;4] \textit{ samt } [4;\infty[\textit{ desuden er der vandret vendetangent i}}}$

$plot([f(x)], x=-2..6, y=-7..7, legend=[f(x)], color=[\text{"Navy"}], caption$
$=typeset(\text{"En lille graf for funktionen f(x)"}))$



En lille graf for funktionen f(x)

Opgave 11 - Integralregning

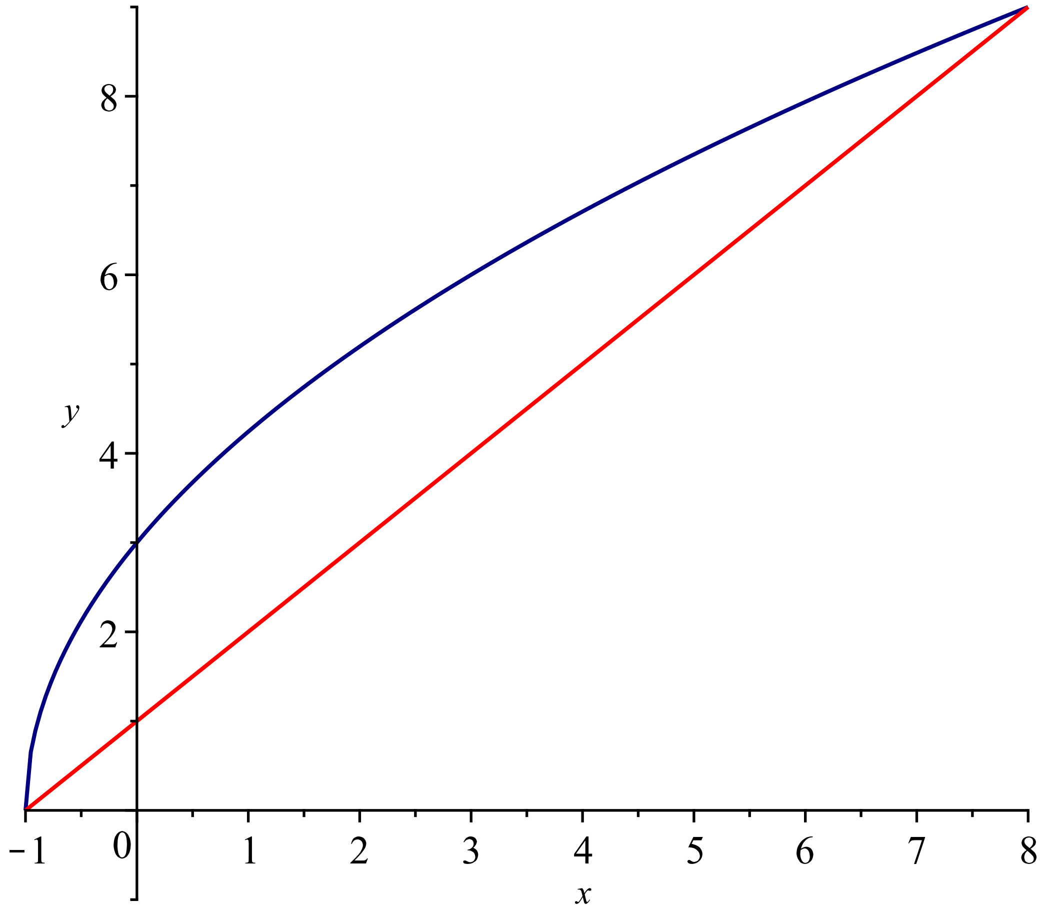
restart
with(*Gym*) :

$f(x) := 3 \cdot (x+1)^{\frac{1}{2}}$:; $g(x) := x + 1$:

Delopgave a

Grafen tegnes.

plot([*f*(*x*), *g*(*x*)], *x* =−1 ..8, *y* =−1 ..9, *legend* = [*f*(*x*), *g*(*x*)], *color* = ["Navy", "Red"], *caption* = *typeset*("En lille graf for funktionerne f(x) og g(x)"))



En lille graf for funktionerne f(x) og g(x)

Man ser, at f ligger øverst og at g er en ret linje. Støttepunkterne findes.

$f(x) = g(x)$

$$3\sqrt{x+1} = x+1 \quad \textbf{(11.1.1)}$$

$\xrightarrow{\text{solve for x}}$

$$[[x=-1], [x=8]] \quad \textbf{(11.1.2)}$$

$A = \int_{-1}^{8} f(x) - g(x)\, \mathrm{d}x$

$$A = \frac{27}{2} \quad \textbf{(11.1.3)}$$

$\xrightarrow{\text{at 5 digits}}$

$$A = 13.500 \quad \textbf{(11.1.4)}$$

Som hermed er arealet af *M*.

Opgave 12 - χ^2 — test

restart

$with(Gym)$:
Stikprøven defineres.
$kar := [-3, 0, 2, 4, 7, 10, 12]$:; $elever := [30, 68, 124, 198, 279, 225, 76]$:

Delopgave a

$H = Karakterfordelingen\ blandt\ 9.\ klasses\ elever\ i\ 2012\ er$
$den\ samme\ som\ karakterfordelingen\ fra\ 2011.$

De forventede værdier udregnes. Først findes antallet af elever.
$E := 30 + 68 + 124 + 198 + 279 + 225 + 76$

$$1000 \qquad \textbf{(12.1.1)}$$

De forventede værdier tages fra tabellen 2011 andel. (procent til tal).
$evalf[1](0.0014 \cdot E)$

$$1. \qquad \textbf{(12.1.2)}$$

$evalf[2](0.0743 \cdot E)$

$$74. \qquad \textbf{(12.1.3)}$$

$evalf[2](0.1096 \cdot E)$

$$110. \qquad \textbf{(12.1.4)}$$

$evalf[2](0.2204 \cdot E)$

$$220. \qquad \textbf{(12.1.5)}$$

$evalf[3](0.3123 \cdot E)$

$$312. \qquad \textbf{(12.1.6)}$$

$evalf[3](0.1983 \cdot E)$

$$198. \qquad \textbf{(12.1.7)}$$

$evalf[2](0.0837 \cdot E)$

$$84. \qquad \textbf{(12.1.8)}$$

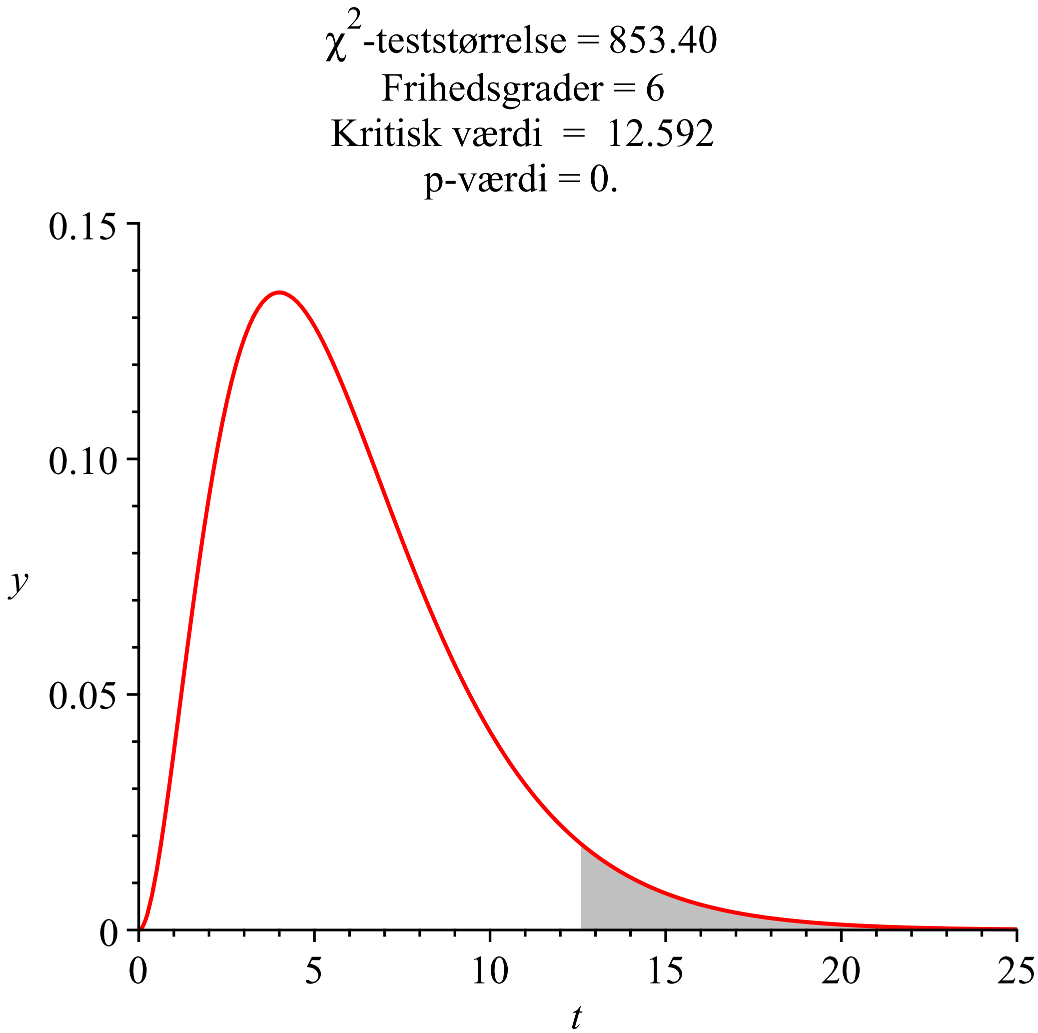
For nemhedens skyld opstilles det i en ny tabel. (2012)

Karakter	-3	00	02	4	7	10	12
Sum elever	30	68	124	198	279	225	76
Forventede	1	74	110	220	312	198	84

De forventede defineres. $forv := [1, 74, 110, 220, 312, 198, 84]$:

Delopgave b

Man anvender GOODNES OF FIT TESTEN.
$ChiKvadratGOFtest(elever, forv, level = 0.05)$



Nulhypotesen kan aldrig blive sand, der er altså forskel på karakterfordelingen.

Opgave 13 - Funktioner

restart

with(*Gym*) :;**local** O :

$$\mathrm{O}(x) := \frac{x^3}{2000} - \frac{4}{5}x^2 + 837x + 35200 :$$

Delopgave a

Forskriften er

$$E(x) := \frac{\mathrm{O}(x)}{x} :$$

Så er

evalf[5](*E*(2000))

1254.6 **(13.1.1)**

Delopgave b

Modellen differentieres.

$E(x) = \mathrm{O}'(x)$

$$\frac{\frac{1}{2000}\,x^3 - \frac{4}{5}\,x^2 + 837\,x + 35200}{x} = \frac{3}{2000}\,x^2 - \frac{8}{5}\,x + 837 \qquad \textbf{(13.2.1)}$$

$\xrightarrow{\text{solve}}$

$$848.8516331 \qquad \textbf{(13.2.2)}$$

$E'(848.8516331) = \mathrm{O}''(848.8516331)$

$$-7.\ 10^{-10} = 0.946554899 \qquad \textbf{(13.2.3)}$$

$\xrightarrow{\text{move to right}}$

$$0 = 0.9465548997 \qquad \textbf{(13.2.4)}$$

Her er $0 < 0.9465548997$, så er omkostningerne $\underline{\underline{\textit{mindst mulige når } x = 848.851}}$