1. கணங்களும் சார்புகளும்

சூத்திரங்கள்

1. கணங்களின் சேர்ப்புக்கான பரிமாற்றுப் பண்பு : $A \cup B = B \cup A$
2. கணங்களின் வெட்டுக்கான பரிமாற்றுப் பண்பு : $A \cap B = B \cap A$
3. கணங்களின் சேர்ப்புக்கான சேர்ப்புப் பண்பு : $A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$
4. கணங்களின் வெட்டுக்கான சேர்ப்புப் பண்பு : $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$
5. பங்கீட்டுப் பண்புகள் :

   $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$

   $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$
6. டிமார்கனின் கணநிரப்பி விதிகள் :

   $(A \cup B)' = A' \cap B'$

   $(A \cap B)' = A' \cup B'$
7. டிமார்கனின் கணவித்தியாச விதிகள் :

   $A \setminus (B \cup C) = (A \setminus B) \cap (A \setminus C)$

   $A \setminus (B \cap C) = (A \setminus B) \cup (A \setminus C)$
8. $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$
9. $n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(B \cap C) - n(A \cap C) + n(A \cap B \cap C)$
10. சமச்சீர் வித்தியாசம் :

    $A \Delta B = (A \setminus B) \cup (B \setminus A)$

வி. ஞானமுருகன், எம்.எஸ்ஸி., பி.எட்.,
பட்டதாரி ஆசிரியர்
அரசு உயர்நிலைப் பள்ளி
தி. புதுப்பட்டி - 630 211
சிவகங்கை மாவட்டம்

① $A = \{0,1,2,3,4\}$, $B = \{1,-2,3,4,5,6\}$ மற்றும் $C = \{2,4,6,7\}$ என்க.

(i) $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$ எனக்காட்டுக

(ii) வென்படங்களைப் பயன்படுத்தி $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$ என சரிபார்க்கவும்

தீர்வு:-

(i) $B \cap C = \{4, 6\}$

$A \cup (B \cap C) = \{0,1,2,3,4,6\} \longrightarrow ①$

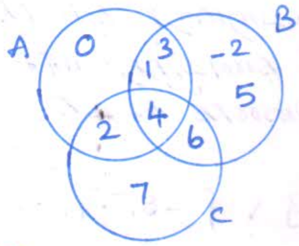
$A \cup B = \{-2,0,1,2,3,4,5,6\}$

$A \cup C = \{0,1,2,3,4,6,7\}$

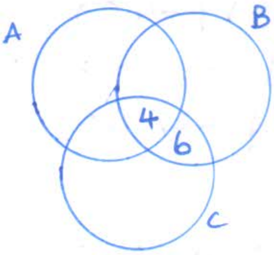
$(A \cup B) \cap (A \cup C) = \{0,1,2,3,4,6\} \longrightarrow ②$

$\therefore ① = ②$

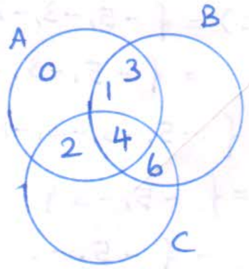
(ii)



$B \cap C$

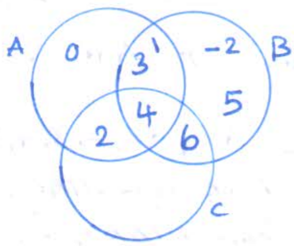


$A \cup (B \cap C)$

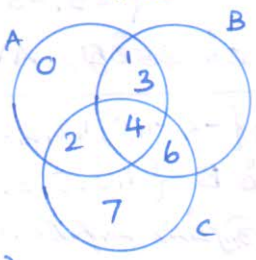


$\longrightarrow ①$

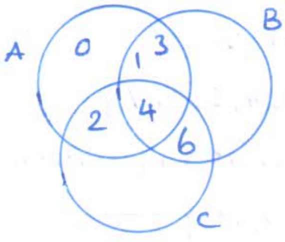
$A \cup B$



$A \cup C$



$(A \cup B) \cap (A \cup C)$

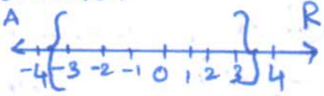


$\longrightarrow ②$

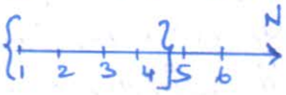
$\therefore ① = ②$

(2) $A = \{x \mid -3 \le x < 4, x \in R\}$, $B = \{x \mid x < 5, x \in N\}$ மற்றும் $C = \{-5, -3, -1, 0, 1, 3\}$ எனில் $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$ எனக் காட்டுக.

தீர்வு:-



$A = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$



$B = \{1, 2, 3, 4\}$

$C = \{-5, -3, -1, 0, 1, 3\}$

$B \cup C = \{-5, -3, -1, 0, 1, 2, 3, 4\}$

$A \cap (B \cup C) = \{-3, -1, 0, 1, 2, 3\} \longrightarrow (1)$

$A \cap B = \{1, 2, 3\}$

$A \cap C = \{-3, -1, 0, 1, 3\}$

$(A \cap B) \cup (A \cap C) = \{-3, -1, 0, 1, 2, 3\} \longrightarrow (2)$

$\therefore (1) = (2)$

(3) $A = \{-5, -3, -2, -1\}$, $B = \{-2, -1, 0\}$ மற்றும் $C = \{-6, -4, -2\}$ என்க. $A \setminus (B \setminus C)$ மற்றும் $(A \setminus B) \setminus C$ ஆகியவற்றைக் காண்க. இதிலிருந்து கிடைக்கும் கணவித்தியாசச் செயல்பாட்டின் பண்பினைக் கூறுக.

தீர்வு:-

$B \setminus C = \{-2, -1, 0\} \setminus \{-6, -4, -2\}$

$= \{-1, 0\}$

$A \setminus (B \setminus C) = \{-5, -3, -2, -1\} \setminus \{-1, 0\}$

$= \{-5, -3, -2\} \longrightarrow (1)$

$A \setminus B = \{-5, -3, -2, -1\} \setminus \{-2, -1, 0\}$

$= \{-5, -3\}$

$(A \setminus B) \setminus C = \{-5, -3\} \setminus \{-6, -4, -2\}$

$= \{-5, -3\} \longrightarrow (2)$

(1), (2) இல் இருந்து, $A \setminus (B \setminus C) \ne (A \setminus B) \setminus C$

(4) $U = \{-2, -1, 0, 1, 2, 3, \ldots 10\}$, $A = \{-2, 2, 3, 4, 5\}$ மற்றும் $B = \{1, 3, 5, 8, 9\}$ என்க. டி மார்கனின் கண நிரப்பி விதிகளைச் சரிபார்க்கவும்.

தீர்வு:- (i) $(A \cup B)' = A' \cap B'$

(ii) $(A \cap B)' = A' \cup B'$

$A \cup B = \{-2, 1, 2, 3, 4, 5, 8, 9\}$

$(A \cup B)' = \{-2, -1, 0, 1, 2, \ldots 10\} \setminus \{-2, 1, 2, 3, 4, 5, 8, 9\}$

$= \{-1, 0, 6, 7, 10\} \longrightarrow (1)$

$A' = \{-2, -1, 0, 1, 2, \ldots 10\} \setminus \{-2, 2, 3, 4, 5\}$

$= \{-1, 0, 6, 7, 8, 9, 10\}$

$B' = \{-2, -1, 0, 1, 2, 3 \ldots 10\} \setminus \{1, 3, 5, 8, 9\}$

$= \{-2, -1, 0, 2, 4, 6, 7, 10\}$

$A' \cap B' = \{-1, 0, 6, 7, 10\} \longrightarrow (2)$

$A \cap B = \{3, 5\}$

$(A \cap B)' = \{-2, -1, 0, 1, 2, 3, \ldots 10\} \setminus \{3, 5\}$

$= \{-2, -1, 0, 1, 2, 4, 6, 7, 8, 9, 10\} \longrightarrow (3)$

$A' \cup B' = \{-2, -1, 0, 1, 2, 4, 6, 7, 8, 9, 10\} \longrightarrow (4)$

(1), (2) இல் இருந்து, $(A \cup B)' = A' \cap B'$

(3), (4) இல் இருந்து, $(A \cap B)' = A' \cup B'$

(5) $A = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15\}$, $B = \{1, 2, 5, 7\}$ மற்றும் $C = \{3, 9, 10, 12, 13\}$ என்க. டி மார்கனின் கண வித்தியாச விதிகளைச் சரிபார்க்கவும்.

தீர்வு:-

(i) $A \setminus (B \cup C) = (A \setminus B) \cap (A \setminus C)$

(ii) $A \setminus (B \cap C) = (A \setminus B) \cup (A \setminus C)$

$B \cup C = \{1, 2, 3, 5, 7, 9, 10, 12, 13\}$

$A \setminus (B \cup C) = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15\} \setminus \{1, 2, 3, 5, 7, 9, 10, 12, 13\}$

$= \{11, 15\} \longrightarrow (1)$

$A \setminus B = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15\} \setminus \{1, 2, 5, 7\}$

$= \{3, 9, 11, 13, 15\}$

$A \setminus C = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15\} \setminus \{3, 9, 10, 12, 13\}$

$= \{1, 5, 7, 11, 15\}$

$(A \setminus B) \cap (A \setminus C) = \{11, 15\} \longrightarrow (2)$

$B \cap C = \{\ \}$

$A \setminus (B \cap C) = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15\} \setminus \{\ \}$

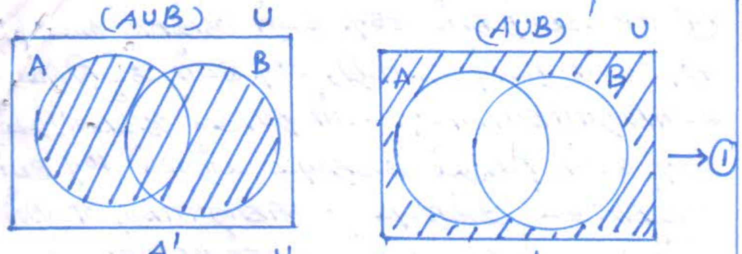
$= \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15\} \longrightarrow (3)$

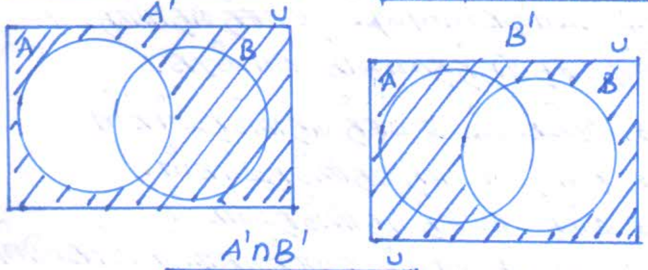
$(A \setminus B) \cup (A \setminus C) = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15\} \longrightarrow (4)$

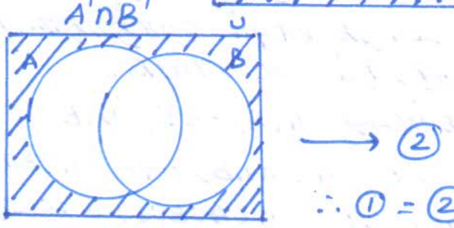
(1), (2) இல் இருந்து, $A \setminus (B \cup C) = (A \setminus B) \cap (A \setminus C)$

(3), (4) இல் இருந்து, $A \setminus (B \cap C) = (A \setminus B) \cup (A \setminus C)$

(6) வென்படங்களைப் பயன்படுத்தி $(A \cup B)' = A' \cap B'$ எனும் டி மார்கனின் விதியை சரிபார்.

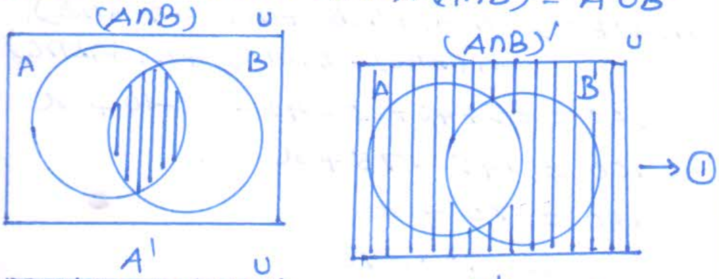


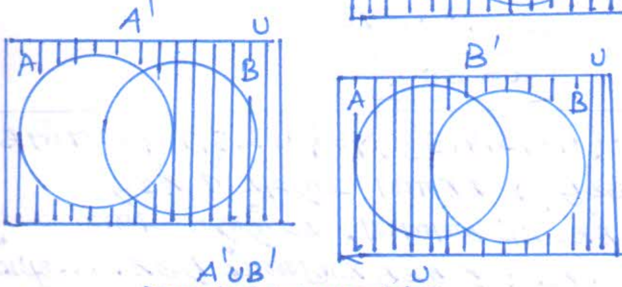


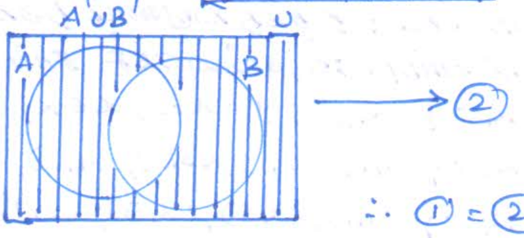


∴ ① = ②

⑦ வென்படம் மூலம் நிறுவுக: $(A \cap B)' = A' \cup B'$

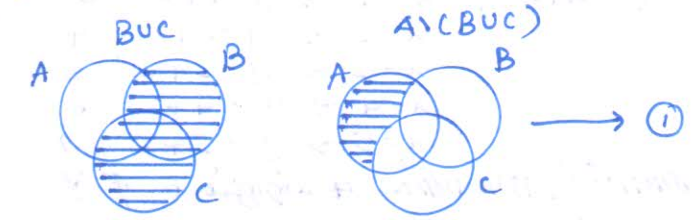


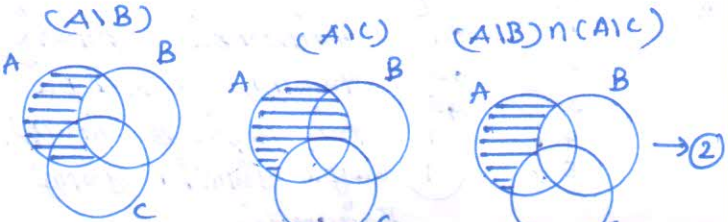




∴ ① = ②

⑧ $A \setminus (B \cup C) = (A \setminus B) \cap (A \setminus C)$ எனும் டிமார்கன் விதியை வென்படம் மூலம் சரிபார்க்கவும்.

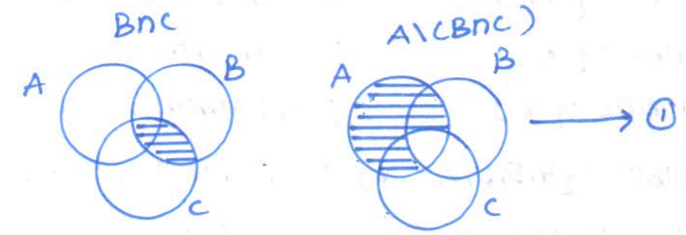


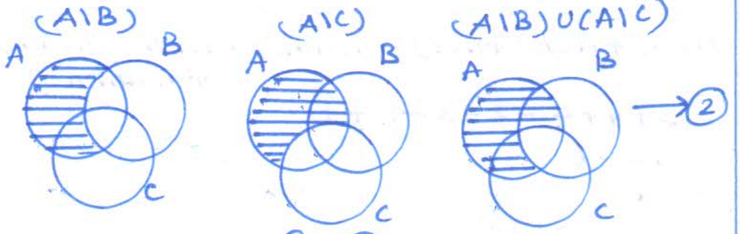


∴ ① = ②

⑨ வென்படம் மூலம் நிறுவுக:

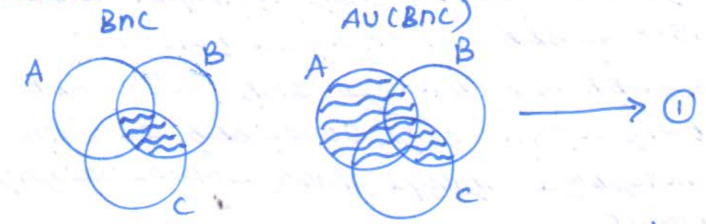
$A \setminus (B \cap C) = (A \setminus B) \cup (A \setminus C)$

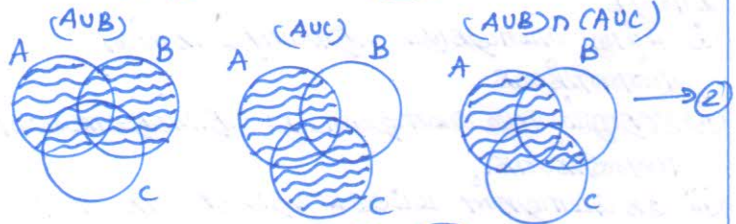




∴ ① = ②

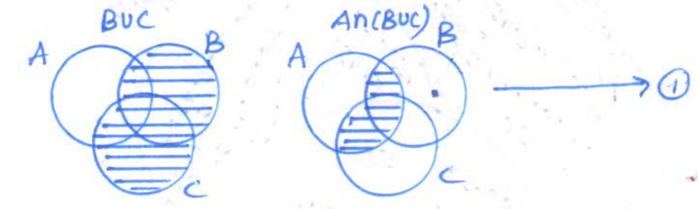
⑩ $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$ என்பதை வென்படம் மூலம் சரிபார்.

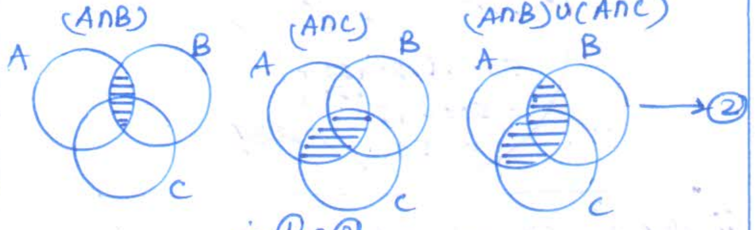




∴ ① = ②

⑪ $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$ என்பதை வென்படம் மூலம் நிரூபிக்கவும்.





∴ ① = ②

⑫ $A = \{4, 5, 6\}$, $B = \{5, 6, 7, 8\}$ மற்றும் $C = \{6, 7, 8, 9\}$ எனில் $n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(B \cap C) - n(A \cap C) + n(A \cap B \cap C)$ என்பதை சரிபார்க்கவும்.

$A = \{4, 5, 6\}$; $n(A) = 3$

$B = \{5, 6, 7, 8\}$; $n(B) = 4$

$C = \{6, 7, 8, 9\}$; $n(C) = 4$

www,Padasalai.Net

$A\cap B=\{5,6\}$; $n(A\cap B)=2$

$B\cap C=\{6,7,8\}$; $n(B\cap C)=3$

$A\cap C=\{6\}$; $n(A\cap C)=1$

$A\cap B\cap C=\{6\}$; $n(A\cap B\cap C)=1$

$A\cup B\cup C=\{4,5,6,7,8,9\}$; $n(A\cup B\cup C)=6.$

$n(A\cup B\cup C)=6 \longrightarrow (1)$

$n(A)+n(B)+n(C)-n(A\cap B)-n(B\cap C)-n(A\cap C)+n(A\cap B\cap C)$

$=3+4+4-2-3-1+1$

$=12-6$

$=6 \longrightarrow (2)$

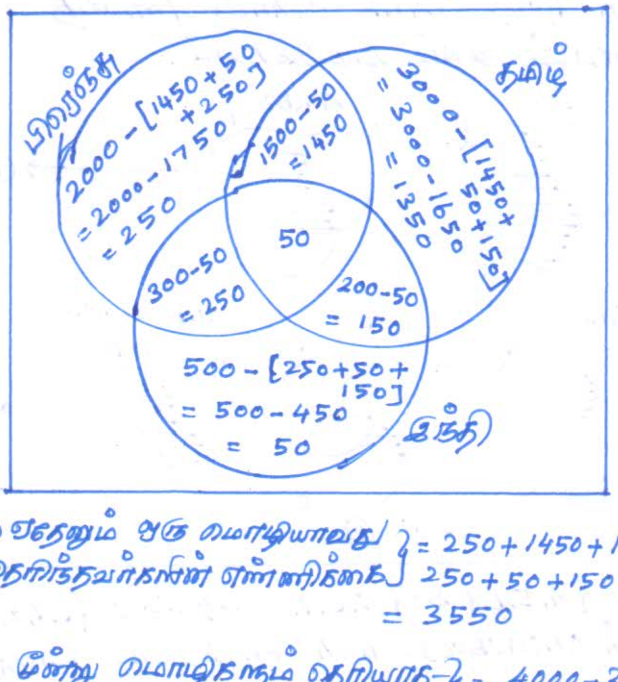
$\therefore (1)=(2)$

(13) 4000 மாணவர்கள் பயிலும் ஒரு பள்ளியில் 2000 பேருக்கு பிரெஞ்சு, 3000 பேருக்கு தமிழ் மற்றும் 500 பேருக்கு இந்தி தெரியும். மேலும் 1500 பேருக்கு பிரெஞ்சு மற்றும் தமிழ், 300 பேருக்கு பிரெஞ்சு மற்றும் இந்தி, 200 பேருக்கு தமிழ் மற்றும் இந்தி, 50 பேருக்கு இம்மூன்று மொழிகளும் தெரியும் எனில், பின்வருவனவற்றைக் காண்க.

(i) மூன்று மொழிகளும் தெரியாதவர்களின் எண்ணிக்கை

(ii) ஏதேனும் ஒரு மொழியாவது தெரிந்தவர்களின் எண்ணிக்கை.

(iii) இரு மொழிகள் மட்டுமே தெரிந்தவர்களின் எண்ணிக்கை.



(ii) ஏதேனும் ஒரு மொழியாவது தெரிந்தவர்களின் எண்ணிக்கை $\}= 250+1450+1350+250+50+150+50$

$= 3550$

(i) மூன்று மொழிகளும் தெரியாதவர்களின் எண்ணிக்கை $\}= 4000-3550$

$= 450$

(iii) இரு மொழிகள் மட்டுமே தெரிந்தவர்களின் எண்ணிக்கை $\}= 250+1450+150$

$= 1850$

(14) ஒரு நகரத்தில் 85% பேர் ஆங்கில மொழி, 40% பேர் தமிழ் மொழி, 20% பேர் இந்தி மொழி பேசுகிறார்கள். 42% பேர் தமிழும் ஆங்கிலமும், 23% பேர் தமிழும் இந்தியும் மற்றும் 10% பேர் ஆங்கிலமும் இந்தியும் பேசுகிறார்கள் எனில் மூன்று மொழிகளையும் பேசத் தெரிந்தவர்களின் சதவீதத்தினைக் காண்க.

A → ஆங்கிலம் பேசத் தெரிந்தவர்கள்

B → தமிழ் பேசத்தெரிந்தவர்கள்

C → இந்தி பேசத்தெரிந்தவர்கள்

மூன்று மொழிகளையும் பேசத்தெரிந்தவர்களின் எண் சதவீதம் x என்க.

கணக்கின்படி, $n(A)=85$, $n(B)=40$, $n(C)=20$, $n(A\cap B)=42$, $n(B\cap C)=23$, $n(A\cap C)=10$, $n(A\cup B\cup C)=100$.

$n(A\cap B\cap C)=x$

$n(A\cup B\cup C)=n(A)+n(B)+n(C)-n(A\cap B)-n(B\cap C)-n(A\cap C)+n(A\cap B\cap C)$

$100=85+40+20-42-23-10+x$

$100=145-75+x$

$100=70+x$

$x=100-70$

$\boxed{x=30\%}$

(15) $X=\{1,2,3,4,5\}$, $Y=\{1,3,5,7,9\}$ என்க. X-லிருந்து Y-க்கான உறவுகள் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளன. இவற்றில் எவை சார்பாகும்? தகுந்த காரணம் தருக. மேலும் அவை சார்பு எனில், எவ்வகைச் சார்பாகும்?

(i) $R_1=\{(x,y)\mid y=x+2,\ x\in X,\ y\in Y\}$

(ii) $R_2=\{(1,1),(2,1),(3,3),(4,3),(5,5)\}$

(iii) $R_3=\{(1,1),(1,3),(3,5),(3,7),(5,7)\}$

(iv) $R_4=\{(1,3),(2,5),(4,7),(5,9),(3,1)\}$

(i) $y=x+2$; $x=1 \Rightarrow y=1+2=3$

$x=2 \Rightarrow y=2+2=4$

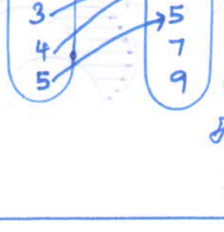
$x=3 \Rightarrow y=3+2=5$

$x=4 \Rightarrow y=4+2=6$

$x=5 \Rightarrow y=5+2=7$

சார்பல்ல, ஏனெனில் 4 மற்றும் 6 $\notin Y$

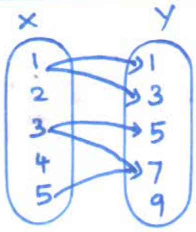
(ii)



சார்பாகும் ஏனெனில் அனைத்து $x\in X$-க்கும் Y-ல் நிழல்உரு உள்ளது. மேலும் ஒன்றுக்கு ஒன்று சார்பாகும்.

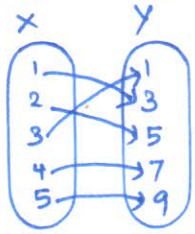
www,Padasalai.Net

(iii)



சார்பு அல்ல ஏனெனில் $1 \in X$ மற்றும் $3 \in X$ -க்கு இரண்டு நிழல் உருக்கள் உள்ளன.

(iv)



சார்பாகும் ஏனெனில் அனைத்து $x \in X$-க்கும் Y-ல் நிழல் உரு உள்ளது. மேலும் ஒன்றுக்கு ஒன்று மேல்சார்பு ஆகும்.

(16) $A = Z \setminus \{0\}$. பூச்சியமற்ற முழுக்கள் என்க. $f: A \to R$ (மெய்யெண்கள்), $f(x) = \frac{|x|}{x}, x \in A$, என வரையறுக்கப்பட்டுள்ளது எனில் சார்பின் வீச்சகம் மற்றும் வகையினைக் காண்க. இச்சார்பு ஒன்றுக்கொன்றான சார்பா எனக் கூறவும்.

கணக்கின்படி, $A = \{\pm 1, \pm 2, \dots\}$

$f(x) = \frac{|x|}{x} \Rightarrow f(1) = \frac{|1|}{1} = 1$

$f(-1) = \frac{|-1|}{-1} = -1$

$f(2) = \frac{|2|}{2} = 1 \;\dots$

வீச்சகம் $= \{-1, 1\}$

சார்பின் வகை : மேல் சார்பு அல்ல

இச்சார்பு ஒன்றுக்கொன்றான சார்பு அல்ல.

(17) $A = \{5, 6, 7, 8\}$, $B = \{-11, 4, 7, -10, -7, -9, -13\}$ என்க. $f = \{(x, y) : y = 3 - 2x, x \in A, y \in B\}$ என வரையறுக்கப்பட்டுள்ளது.

(i) f-ன் உறுப்புகளைக் காண்க

(ii) அதன் துணை மதிப்பகம் யாது?

(iii) வீச்சகம் காண்க.

(iv) எவ்வகைச் சார்பு எனக் காண்க.

$y = 3 - 2x$

$x = 5 \Rightarrow y = 3 - 2(5) = 3 - 10 = -7$

$x = 6 \Rightarrow y = 3 - 2(6) = 3 - 12 = -9$

$x = 7 \Rightarrow y = 3 - 2(7) = 3 - 14 = -11$

$x = 8 \Rightarrow y = 3 - 2(8) = 3 - 16 = -13$

(i) $f = \{(5, -7), (6, -9), (7, -11), (8, -13)\}$

(ii) துணை மதிப்பகம் $= \{-11, 4, 7, -10, -7, -9, -13\}$

(iii) வீச்சகம் $= \{-7, -9, -11, -13\}$

(iv) f ஒன்றுக்கொன்று சார்பாகும்.

(18) $A = \{6, 9, 15, 18, 21\}$; $B = \{1, 2, 4, 5, 6\}$ மற்றும் $f: A \to B$ என்பது $f(x) = \frac{x-3}{3}$ என வரையறுக்கப்பட்டிருப்பின் சார்பு f-ஐ (i) அம்புக்குறிப்படம் (ii) வரிசை சோடிகளின் கணம் (iii) அட்டவணை (iv) வரைபடம் ஆகியவற்றின் மூலம் குறிக்கவும்.

$f(x) = \frac{x-3}{3}$

$x = 6 \Rightarrow f(6) = \frac{6-3}{3} = \frac{3}{3} = 1$

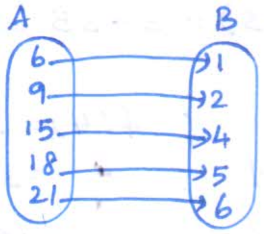
$x = 9 \Rightarrow f(9) = \frac{9-3}{3} = \frac{6}{3} = 2$

$x = 15 \Rightarrow f(15) = \frac{15-3}{3} = \frac{12}{3} = 4$

$x = 18 \Rightarrow f(18) = \frac{18-3}{3} = \frac{15}{3} = 5$

$x = 21 \Rightarrow f(21) = \frac{21-3}{3} = \frac{18}{3} = 6$

(i)

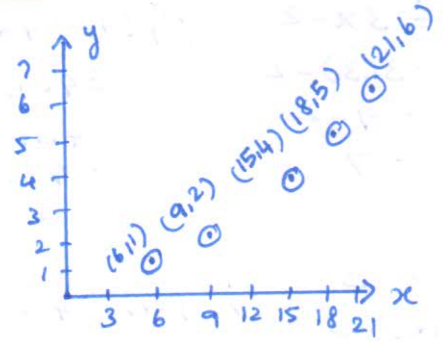


(ii) $f = \{(6, 1), (9, 2), (15, 4), (18, 5), (21, 6)\}$

(iii)

x	6	9	15	18	21
$f(x)$	1	2	4	5	6

(iv)



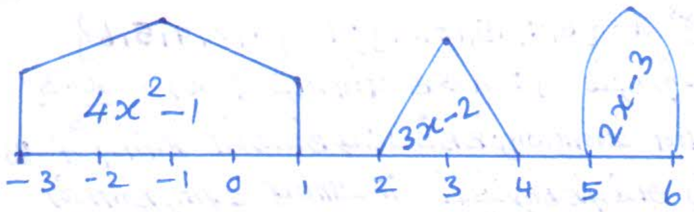
(19) சார்பு $f: [-3, 7) \to R$ கீழ்க்கண்டவாறு வரையறுக்கப்பட்டுள்ளது

$$f(x) = \begin{cases} 4x^2 - 1 & ; -3 \le x < 2 \\ 3x - 2 & ; 2 \le x \le 4 \\ 2x - 3 & ; 4 < x \le 6 \end{cases}$$

பின்வருவனவற்றைக் காண்க

(i) $f(5) + f(6)$ (ii) $f(1) - f(-3)$

(iii) $f(-2) - f(4)$ (iv) $\frac{f(3) + f(-1)}{2f(6) - f(1)}$



(i) $f(5) = 2x-3$; $f(6) = 2x-3$

$= 2(5)-3$; $= 2(6)-3$

$= 10-3$; $= 12-3$

$= 7$; $= 9$

$\therefore f(5)+f(6) = 7+9 = 16$

(ii) $f(1) = 4x^2-1$; $f(-3) = 4x^2-1$

$= 4(1)^2-1$; $= 4(-3)^2-1$

$= 4(1)-1$; $= 4(9)-1$

$= 4-1$; $= 36-1$

$= 3$; $= 35$

$\therefore f(1)-f(-3) = 3-35 = -32$

(iii) $f(-2) = 4x^2-1$; $f(4) = 3x-2$

$= 4(-2)^2-1$; $= 3(4)-2$

$= 4(4)-1$; $= 12-2$

$= 16-1$; $= 10$

$= 15$

$\therefore f(-2)-f(4) = 15-10 = 5.$

(iv) $f(3) = 3x-2$; $f(-1) = 4x^2-1$

$= 3(3)-2$; $= 4(-1)^2-1$

$= 9-2$; $= 4(1)-1$

$= 7$; $= 4-1$

$= 3$

$f(6) = 2x-3$; $f(1) = 4x^2-1$

$= 2(6)-3$; $= 4(1)^2-1$

$= 12-3$; $= 4(1)-1$

$= 9$; $= 4-1$

$2f(6) = 2\times 9$; $= 3$

$= 18$

$$\therefore \frac{f(3)+f(-1)}{2f(6)-f(1)} = \frac{7+3}{18-3} = \frac{10}{15} = \frac{2}{3}$$

வீ. ஞானமுருகன், எம்.எஸ்ஸி.,பி.எட்.,
பட்டதாரி ஆசிரியர்
அரசு உயர்நிலைப் பள்ளி
தி. புதுப்பட்டி - 630 211
சிவகங்கை மாவட்டம்

சூத்திரங்கள்

கூட்டுத்தொடர் வரிசை

1. கூட்டுத்தொடர் வரிசை $= a, a+d, a+2d, \ldots$
2. $d = t_2 - t_1$
3. $t_n = a + (n-1)d$
4. $n = \left[\frac{l-a}{d}\right] + 1$
5. $S_n = \frac{n}{2}[2a + (n-1)d]$
6. $S_n = \frac{n}{2}[a + l]$

பெருக்குத்தொடர் வரிசை

1. பெருக்குத்தொடர் வரிசை $= a, ar, ar^2, \ldots$
2. $r = \frac{t_2}{t_1}$
3. $t_n = ar^{n-1}$
4. $r > 1$ எனில் $S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r-1}$
5. $r < 1$ எனில் $S_n = \frac{a(1-r^n)}{1-r}$
6. $r = 1$ எனில் $S_n = na$
7. முடிவிலி பெருக்குத்தொடர் $S_\infty = \frac{a}{1-r}$

சிறப்புத் தொடர் வரிசை

1. $1+2+3+\cdots+n \Rightarrow \Sigma n = \frac{n(n+1)}{2}$
2. $1^2+2^2+3^2+\cdots+n^2 \Rightarrow \Sigma n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$
3. $1^3+2^3+3^3+\cdots+n^3 \Rightarrow \Sigma n^3 = \left[\frac{n(n+1)}{2}\right]^2$
4. $\Sigma n^3 = [\Sigma n]^2$
5. $\Sigma n = \sqrt{\Sigma n^3}$
6. $1+3+5+\cdots n = n^2$
   'n' வரையுள்ள ஒற்றை எண்களின் கூடுதல்
7. 'l' வரையுள்ள ஒற்றை எண்களின் கூடுதல் $(1+3+5+\cdots+l)$
   $= \left[\frac{l+1}{2}\right]^2$

---

(1) ஒரு கூட்டுத்தொடர்வரிசையில் 10 மற்றும் 18 ஆவது உறுப்புகள் முறையே 41 மற்றும் 73 எனில், 27 ஆவது உறுப்பைக் காண்க.

$t_n = a + (n-1)d$

$t_{10} = 41 \Rightarrow a + 9d = 41 \longrightarrow (1)$

$t_{18} = 73 \Rightarrow a + 17d = 73 \longrightarrow (2)$

$(2) - (1) \Rightarrow$

$a + 17d = 73$
$a + 9d = 41$
$(-)\ (-)\ \ \ (-)$

$8d = 32$

$d = \frac{32}{8}$

$\boxed{d = 4}$

$d = 4$ என சமன் (1) ல் பிரதியிட,

$a + 9(4) = 41$

$a + 36 = 41$

$a = 41 - 36$

$\boxed{a = 5}$

$t_n = a + (n-1)d$

$\therefore t_{27} = 5 + (27-1)4$

$= 5 + (26)4$

$= 5 + 104$

$\boxed{t_{27} = 109}$

---

(2) ஒரு கூட்டுத்தொடர் வரிசையில் அடுத்தடுத்த மூன்று உறுப்புகளின் கூடுதல் 6 மற்றும் அவற்றின் பெருக்குத்தொகை −120 எனில் அம்மூன்று உறுப்புகளைக் காண்க.

தேவையான மூன்று உறுப்புகள் $a-d, a, a+d$ என்க.

கூடுதல் $= 6$

$a - d + a + a + d = 6.$

$3a = 6$

$a = 6/3$

$\boxed{a = 2}$

பெருக்குத்தொகை $= -120$

$(a-d)a(a+d) = -120$

$(2-d)2(2+d) = -120$

www.Padasalai.Net

$2^2 - d^2 = \frac{-120}{2}$

$4 - d^2 = -60$

$-d^2 = -60 - 4$

$+d^2 = +64$

$\boxed{d = \pm 8}$

∴ அம்மூன்று உறுப்புகள் $= a-d, a, a+d$

நிலை (i)
$a = 2$
$d = 8$

$= 2-8, 2, 2+8$
$= -6, 2, 10$

நிலை (ii)
$a = 2$
$d = -8$

$= 2-(-8), 2, 2-8$
$= 2+8, 2, -6$
$= 10, 2, -6$

(3) ஒரு கூட்டுத்தொடர் வரிசையில் அடுத்தடுத்த மூன்று உறுப்புகளின் கூடுதல் 18 மற்றும் அவ்வுறுப்புகளின் வர்க்கங்களின் கூடுதல் 140 எனில் அம்மூன்று எண்களைக் காண்க.

தேவையான மூன்று எண்கள் $a-d, a, a+d$ என்க.

கூடுதல் $= 18$

$a - d + a + a + d = 18$

$3a = 18$

$a = \frac{18}{3}$

$\boxed{a = 6}$

3 எண்களின் வர்க்கங்களின் கூடுதல் $= 140$

$(a-d)^2 + a^2 + (a+d)^2 = 140$

$a^2 - 2ad + d^2 + a^2 + a^2 + 2ad + d^2 = 140$

$3a^2 + 2d^2 = 140$

$3(6)^2 + 2d^2 = 140$

$3(36) + 2d^2 = 140$

$108 + 2d^2 = 140$

$2d^2 = 140 - 108$

$2d^2 = 32$

$d^2 = 16$

$\boxed{d = \pm 4}$

∴ அம்மூன்று எண்கள் $= a-d, a, a+d$

நிலை (i)
$a = 6, d = 4$

$= 6-4, 6, 6+4$
$= 2, 6, 10$

நிலை (ii)
$a = 6, d = -4$

$= 10, 6, 2$

www.ednnet.blogspot.com

(4) a^2, b^2, c^2 ஆகியன கூட்டுத்தொடர்வரிசையில் இருப்பின் $\frac{1}{b+c}, \frac{1}{c+a}, \frac{1}{a+b}$ ஆகியனவும் கூட்டுத்தொடர்வரிசையில் இருக்கும் எனக்காட்டுக.

a^2, b^2, c^2 ஒரு கூட்டுத்தொடர் $\Rightarrow b^2 - a^2 = c^2 - b^2$

$(b+a)(b-a) = (c+b)(c-b)$

$(a+b)[b+c-c-a] = (b+c)[c+a-a-b]$

$(a+b)[(b+c)-(c+a)] = (b+c)[(c+a)-(a+b)]$

$(a+b)(b+c) - (a+b)(c+a) = (b+c)(c+a) - (b+c)(a+b)$

$\div (a+b)(b+c)(c+a)$

$\Rightarrow \frac{1}{c+a} - \frac{1}{b+c} = \frac{1}{a+b} - \frac{1}{c+a}$

$\Rightarrow \frac{1}{b+c}, \frac{1}{c+a}, \frac{1}{a+b}$ ஒரு கூட்டுத்தொடர் ஆகும்

(5) $a^x = b^y = c^z$, $x \neq 0, y \neq 0, z \neq 0$ மற்றும் $b^2 = ac$ எனில் $\frac{1}{x}, \frac{1}{y}, \frac{1}{z}$ ஆகியன ஒரு கூட்டுத்தொடர் வரிசையில் இருக்கும் எனக் காட்டுக.

$a^x = b^y = c^z = k$ என்க.

$\Rightarrow a^x = k \; ; \; b^y = k \; ; \; c^z = k$

$\Rightarrow a = k^{1/x} \; ; \; b = k^{1/y} \; ; \; c = k^{1/z}$

$b^2 = ac$

$(k^{1/y})^2 = k^{1/x} \times k^{1/z}$

$(k)^{\frac{2}{y}} = (k)^{\frac{1}{x} + \frac{1}{z}}$

$\Rightarrow \frac{2}{y} = \frac{1}{x} + \frac{1}{z}$

$\Rightarrow \frac{1}{x}, \frac{1}{y}, \frac{1}{z}$ ஒரு கூட்டுத்தொடர் ஆகும்

(6) $1^2 - 2^2 + 3^2 - 4^2 + \ldots$ என்ற தொடரின் முதல் 2n உறுப்புகளின் கூடுதல் காண்க.

$S = 1^2 - 2^2 + 3^2 - 4^2 + \ldots$ 2n உறுப்புகள்

$= (1^2 - 2^2) + (3^2 - 4^2) + \ldots$ 2n உறுப்புகள்

$= (1-4) + (9-16) + \ldots$ 2n உறுப்புகள்

$= (-3) + (-7) + \ldots$ n உறுப்புகள்

$$S_n = \frac{n}{2}[2a+(n-1)d] \quad ; \quad a=-3, \; d=-7-(-3) = -7+3 = -4$$

$$= \frac{n}{2}[2(-3)+(n-1)(-4)]$$

$$= \frac{n}{2}[-6-4n+4]$$

$$= \frac{n}{2}[-2-4n]$$

$$= \frac{n}{2} \times -2(1+2n)$$

$$= -n(2n+1)$$

(7) 8 ஆல் வகுபடும் அனைத்து மூன்றிலக்க இயல் எண்களின் கூடுதல் காண்க.

மூன்றிலக்க எண்கள் = 100, 101, 102, ... , 999

$100 \div 8$: ஈவு 12, மீதி 4 ; $999 \div 8$: ஈவு 124, மீதி 7

$a = 100+8-4 = 104$; $d = 8$; $l = 999-7 = 992$

$$n = \left[\frac{l-a}{d}\right]+1$$

$$= \left[\frac{992-104}{8}\right]+1$$

$$= \frac{888}{8}+1$$

$$= 111+1$$

$$\boxed{n = 112}$$

$$S_n = \frac{n}{2}[a+l]$$

$$S_{112} = \frac{112}{2}[104+992]$$

$$= 56 \times 1096$$

$$\boxed{S_{112} = 61376}$$

(8) 300-க்கும் 500-க்கும் இடையேயுள்ள 11 ஆல் வகுபடும் அனைத்து இயல் எண்களின் கூட்டற்பலன் காண்க.

$300 \div 11$: ஈவு 27, மீதி 3 ; $500 \div 11$: ஈவு 45, மீதி 5

$a = 300+11-3 = 308$; $d = 11$; $l = 500-5 = 495$

$$n = \left[\frac{l-a}{d}\right]+1$$

$$= \left[\frac{495-308}{11}\right]+1$$

$$= \left(\frac{187}{11}\right)+1$$

$$= 17+1$$

$$\boxed{n = 18}$$

$$S_n = \frac{n}{2}[a+l]$$

$$S_{18} = \frac{18}{2}[308+495]$$

$$= 9 \times 803$$

$$\boxed{S_{18} = 7227}$$

(9) ஒரு கூட்டுத் தொடரில் முதல் 11 உறுப்புகளின் கூடுதல் 44 மற்றும் அதன் அடுத்த 11 உறுப்புகளின் கூடுதல் 55 எனில் அந்தத் தொடரைக் காண்க.

$$S_n = \frac{n}{2}[2a+(n-1)d]$$

$$S_{11} = 44 \Rightarrow \frac{11}{2}[2a+(11-1)d] = 44$$

$$11[2a+10d] = 88$$

$$22a+110d = 88 \longrightarrow (1)$$

$$S_{11+11} = 44+55$$

$$S_{22} = 99 \Rightarrow \frac{22}{2}[2a+(22-1)d] = 99$$

$$11[2a+21d] = 99$$

$$22a+231d = 99 \longrightarrow (2)$$

$$22a+231d = 99$$

$$22a+110d = 88$$

$$121d = 11$$

$$d = \frac{11}{121} \Rightarrow \boxed{d = \frac{1}{11}}$$

$d = \frac{1}{11}$ என சமன் (1)ல் பிரதியிட,

$$22a + 110\left(\frac{1}{11}\right) = 88$$

$$22a = 88-10$$

$$22a = 78$$

$$a = \frac{78}{22} \Rightarrow \boxed{a = \frac{39}{11}}$$

∴ அந்தொடர் $= a+(a+d)+(a+2d)+\ldots$

$$= \frac{39}{11} + \left(\frac{39}{11}+\frac{1}{11}\right) + \left(\frac{39}{11}+\frac{2}{11}\right) + \ldots$$

$$= \frac{39}{11} + \frac{40}{11} + \frac{41}{11} + \ldots$$

(10) ஒரு தொடரின் முதல் n உறுப்புகளின் கூடுதல் $3n^2-2n$ எனில் அத்தொடரானது ஒரு கூட்டுத்தொடர் என நிறுவுக.

$$S_n = 3n^2-2n$$

$$S_n = t_1+t_2+\cdots+t_{n-1}+t_n \longrightarrow ①$$

$$S_{n-1} = t_1+t_2+\cdots+t_{n-1} \longrightarrow ②$$

$$① - ② \Rightarrow \quad S_n - S_{n-1} = t_n$$

$$t_n = 3n^2-2n-\{3(n-1)^2-2(n-1)\}$$

$$= 3n^2-2n-[3(n^2-2n+1)-2n+2]$$

$$= 3n^2-2n-[3n^2-6n+3-2n+2]$$

$$= 3n^2-2n-3n^2+8n-5$$

$$t_n = 6n-5$$

$$t_1 = 6(1)-5 = 6-5 = 1$$

$$t_2 = 6(2)-5 = 12-5 = 7$$

$$t_3 = 6(3)-5 = 18-5 = 13 \;\ldots\ldots$$

∴ 1, 7, 13, ... ஒரு கூட்டுத்தொடராகும், ஏனெனில் பொது வித்தியாசம் $d=6$

(11) ஒரு கூட்டுத் தொடரில் முதல் m உறுப்புகளின் கூட்டற்பலனுக்கும், முதல் n உறுப்புகளின் கூட்டற்பலனுக்கும் இடையேயுள்ள விகிதம் $m^2:n^2$ எனில் m ஆவது உறுப்பு மற்றும் n ஆவது உறுப்பு ஆகியவைகள் $(2m-1):(2n-1)$ என்ற விகிதத்தில் அமையும் எனக் காட்டுக.

$$S_m : S_n = m^2:n^2 \Rightarrow \frac{\frac{m}{2}[2a+(m-1)d]}{\frac{n}{2}[2a+(n-1)d]} = \frac{m^2}{n^2}$$

$$[2a+(m-1)d]n = [2a+(n-1)d]m$$

$$[2a+md-d]n = [2a+nd-d]m$$

$$2an+mnd-nd = 2am+mnd-md$$

$$md-nd = 2am-2an$$

$$d(m-n) = 2a(m-n)$$

$$\boxed{d=2a}$$

$$t_m : t_n = a+(m-1)d : a+(n-1)d$$

$$= a+(m-1)2a : a+(n-1)2a$$

$$= a+2am-2a : a+2an-2a$$

$$= 2am-a : 2an-a$$

$$= a(2m-1) : a(2n-1)$$

$$= (2m-1) : (2n-1)$$

(12) $1+6+11+16+\cdots+x=148$ எனில் x-ன் மதிப்பினைக் காண்க.

$$a=1,\; d=6-1=5$$

$$S_n = 148$$

$$\frac{n}{2}[2a+(n-1)d] = 148$$

$$\frac{n}{2}[2(1)+(n-1)5] = 148$$

$$n[2+5n-5] = 296$$

$$n(5n-3) = 296$$

$$5n^2-3n-296 = 0$$

(−1480; $\frac{-40}{5n}$, $\frac{37}{5n}$; −3)

$$(n-8)(5n+37) = 0$$

$n-8=0$ (அ) $5n+37=0$

$\boxed{n=8}$ $\quad 5n=-37$

$n = \frac{-37}{5}$ (தீர்வு அல்ல)

$$x = t_n = a+(n-1)d$$

$$= 1+(8-1)5$$

$$= 1+(7)5$$

$$= 1+35$$

$$\boxed{x=36}$$

(13) ஒரு பெருக்குத் தொடர் வரிசையின் நான்காவது உறுப்பு $\frac{2}{3}$ மற்றும் அதன் ஏழாவது உறுப்பு $\frac{16}{81}$ எனில் அப்பெருக்குத் தொடர் வரிசையைக் காண்க.

$$t_n = ar^{n-1}$$

$$t_4 = \frac{2}{3} \Rightarrow ar^3 = \frac{2}{3} \longrightarrow ①$$

$$t_7 = \frac{16}{81} \Rightarrow ar^6 = \frac{16}{81} \longrightarrow ②$$

$$\frac{②}{①} \Rightarrow \frac{ar^6}{ar^3} = \frac{16}{81} \times \frac{3}{2}$$

$$r^3 = \left(\frac{2}{3}\right)^3$$

$$\boxed{r = \frac{2}{3}}$$

$r=\frac{2}{3}$ என சமன் ① ல் பிரதியிட,

$$a\left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{2}{3}$$

www,Padasalai.Net

$a\left(\frac{8}{27}\right) = \frac{2}{3}$

$a = \frac{2}{3} \times \frac{27}{8}$

$a = \frac{9}{4}$

∴ அப்பெருக்குத்தொடர் $= a, ar, ar^2, \ldots$

$= \frac{9}{4}, \frac{9}{4}\left(\frac{2}{3}\right), \frac{9}{4}\left(\frac{2}{3}\right)^2, \ldots$

$= \frac{9}{4}, \frac{3}{2}, 1, \ldots$

(14) ஒரு பெருக்குத்தொடர் வரிசையின் அடுத்தடுத்த மூன்று உறுப்புகளின் கூடுதல் $\frac{39}{10}$ மற்றும் அவற்றின் பெருக்கற்பலன் 1 எனில், அத்தொடர்வரிசையின் பொது விகிதத்தையும் அம்மூன்று உறுப்புகளையும் காண்க.

தேவையான மூன்று உறுப்புகள் $\frac{a}{r}, a, ar$ என்க.

பெருக்கற்பலன் $= 1$

$\frac{a}{r} \times a \times ar = 1$

$a^3 = 1$

$a = 1$

கூடுதல் $= \frac{39}{10}$

$\frac{a}{r} + a + ar = \frac{39}{10}$

$a=1 \Rightarrow \frac{1}{r} + 1 + r = \frac{39}{10}$

$\frac{1+r+r^2}{r} = \frac{39}{10}$

$10r^2 + 10r + 10 = 39r$

$10r^2 + 10r - 39r + 10 = 0$

$10r^2 - 29r + 10 = 0$

$(5r-2)(2r-5) = 0$

$5r-2=0$ (அ) $2r-5=0$

$r = \frac{2}{5}$ $\quad r = \frac{5}{2}$

∴ அம்மூன்று எண்கள் $= \frac{a}{r}, a, ar$

நிலை (i) $a=1, r=\frac{2}{5}$: $= \frac{1}{2/5}, 1, 1\left(\frac{2}{5}\right) = \frac{5}{2}, 1, \frac{2}{5}$

நிலை (ii) $a=1, r=\frac{5}{2}$: $= \frac{1}{5/2}, 1, 1\left(\frac{5}{2}\right) = \frac{2}{5}, 1, \frac{5}{2}$

(15) ஒரு பெருக்குத்தொடர் வரிசையில் அடுத்தடுத்த 3 உறுப்புகளின் பெருக்குத்தொகை 216 மற்றும் அவைகளில் இரண்டிரண்டு உறுப்புகளின் பெருக்கற்பலன்களின் கூடுதல் 156 எனில், அந்த உறுப்புகளைக் காண்க.

தேவையான 3 உறுப்புகள் $\frac{a}{r}, a, ar$ என்க.

பெருக்கற்பலன் $= 216$

$\frac{a}{r} \times a \times ar = 216$

$a^3 = 6^3$

$a = 6$

இரண்டிரண்டு உறுப்புகளின் பெருக்கற்பலன்களின் கூடுதல் $= 156$

$\left(\frac{a}{r} \times a\right) + (a \times ar) + \left(\frac{a}{r} \times ar\right) = 156$

$\frac{a^2}{r} + a^2 r + a^2 = 156$

$a=6 \Rightarrow \frac{36}{r} + 36r + 36 = 156$

$\frac{36 + 36r^2 + 36r}{r} = 156$

$36r^2 + 36r + 36 = 156r$

$36r^2 + 36r - 156r + 36 = 0$

$36r^2 - 120r + 36 = 0$

$\div 12,\ 3r^2 - 10r + 3 = 0$

$(r-3)(3r-1) = 0$

$r = 3$ (அ) $r = \frac{1}{3}$

∴ அம்மூன்று உறுப்புகள் $= \frac{a}{r}, a, ar$

நிலை (i) $a = 6$, $r = 3$: $= \frac{6}{3}, 6, 6(3) = 2, 6, 18$

நிலை (ii) $a=6, r=\frac{1}{3}$: $= \frac{6}{1/3}, 6, 6\left(\frac{1}{3}\right) = 6\times 3, 6, 2 = 18, 6, 2$

(16) ஒரு பெருக்குத்தொடர் வரிசையின் அடுத்தடுத்த மூன்று உறுப்புகளின் கூடுதல் 7 மற்றும் அவற்றின் தலைகீழிகளின் கூடுதல் $\frac{7}{4}$ எனில் அவ்வுறுப்புகளைக் காண்க.

தேவையான 3 உறுப்புகள் $\frac{a}{r}, a, ar$ என்க

கூடுதல் $= 7$

$\frac{a}{r} + a + ar = 7$

$\frac{a + ar + ar^2}{r} = 7$

$\frac{a(r^2+r+1)}{r} = 7 \longrightarrow (1)$

www.ednnet.blogspot.com

தலைகீழிகளின் கூடுதல் $= \frac{7}{4}$

$$\frac{r}{a} + \frac{1}{a} + \frac{1}{ar} = \frac{7}{4}$$

$$\frac{r^2+r+1}{ar} = \frac{7}{4} \longrightarrow (2)$$

$$\frac{(1)}{(2)} \Rightarrow \frac{\frac{a(r^2+r+1)}{r}}{\frac{(r^2+r+1)}{ar}} = \frac{7}{7/4}$$

$$\frac{a(r^2+r+1)}{r} \times \frac{ar}{(r^2+r+1)} = 7 \times \frac{4}{7}$$

$$a^2 = 2^2$$

$$\boxed{a = 2}$$

$a=2$ என சமன் (1)-ல் பிரதியிட,

$$\frac{2(r^2+r+1)}{r} = 7$$

$$2r^2+2r+2 = 7r$$

$$2r^2+2r-7r+2 = 0$$

$$2r^2-5r+2 = 0$$

$$(r-2)(2r-1) = 0$$

(4; $\frac{-4}{2r}$, $\frac{-1}{2r}$; -5)

$\boxed{r=2}$ (அ) $\boxed{r=\frac{1}{2}}$

∴ அம்மூன்று உறுப்புகள் $= \frac{a}{r}, a, ar$

நிலை (i)
$a=2, r=2$

$$= \frac{2}{2}, 2, 2(2)$$
$$= 1, 2, 4.$$

நிலை (ii)
$a=2, r=\frac{1}{2}$

$$= \frac{2}{1/2}, 2, 2\left(\frac{1}{2}\right)$$
$$= 2\times 2, 2, 1$$
$$= 4, 2, 1$$

(17) ஒரு பெருக்குத்தொடர் வரிசையில் முதல் மூன்று உறுப்புகளின் கூடுதல் 13 மற்றும் அவற்றின் வர்க்கங்களின் கூடுதல் 91 எனில் அத்தொடர் வரிசையைக் காண்க.

தேவையான பெருக்குத் தொடர் $a, ar, ar^2, \ldots$ என்க.

முதல் 3 உறுப்புகளின் கூடுதல் $= 13$

$$a+ar+ar^2 = 13$$

$$a(1+r+r^2) = 13 \longrightarrow (1)$$

இருபுறமும் வர்க்கப்படுத்த,

$$a^2(1+r+r^2)^2 = 169 \longrightarrow (2)$$

3 உறுப்புகளின் வர்க்கங்களின் கூடுதல் $= 91$

$$a^2 + a^2r^2 + a^2r^4 = 91$$

$$a^2(1+r^2+r^4) = 91$$

$$a^2(1+r+r^2)(1-r+r^2) = 91 \longrightarrow (3)$$

$$\frac{(2)}{(3)} \Rightarrow \frac{a^2(1+r+r^2)^2}{a^2(1+r+r^2)(1-r+r^2)} = \frac{169}{91} = \frac{13}{7}$$

$$\frac{r^2+r+1}{r^2-r+1} = \frac{13}{7}$$

$$13(r^2-r+1) = 7(r^2+r+1)$$

$$13r^2-13r+13 = 7r^2+7r+7$$

$$13r^2-13r+13-7r^2-7r-7 = 0$$

$$6r^2-20r+6 = 0$$

$$\div 2,\quad 3r^2-10r+3 = 0$$

$$(r-3)(3r-1) = 0$$

(9; $\frac{-9}{3r}$ = $\frac{-3}{r}$, $\frac{-1}{3r}$; -10)

$\boxed{r=3}$ (அ) $\boxed{r=\frac{1}{3}}$

r-ன் மதிப்புகளை சமன் (1)-ல் பிரதியிட,

$r=3$ எனில் $a(1+3+3^2) = 13$

$$a(13) = 13$$

$$\boxed{a=1}$$

$r=\frac{1}{3}$ எனில் $a\left(1+\frac{1}{3}+\frac{1}{9}\right) = 13$

$$a\left(\frac{13}{9}\right) = 13$$

$$a = 13 \times \frac{9}{13}$$

$$\boxed{a=9}$$

∴ அப்பெருக்குத்தொடர் $= a, ar, ar^2, \ldots$

நிலை (i)
$a=1, r=3$

$$= 1, 1(3), 1(3)^2, \ldots$$
$$= 1, 3, 9, \ldots$$

நிலை (ii)
$a=9, r=\frac{1}{3}$

$$= 9, 9\left(\frac{1}{3}\right), 9\left(\frac{1}{3}\right)^2, \ldots$$
$$= 9, 3, 1, \ldots$$

(18) $6+66+666+\ldots$ எனும் தொடரில் முதல் n உறுப்புகளின் கூடுதல் காண்க.

$$6+66+666+\ldots n$$
$$= 6[1+11+111+\ldots n]$$
$$= \frac{6}{9}[9+99+999+\ldots n]$$
$$= \frac{2}{3}[10-1+100-1+1000-1+\ldots n]$$
$$= \frac{2}{3}[(10+100+1000+\ldots n) - (1+1+1\ldots n)]$$
$$= \frac{2}{3}[\text{ஒரு பெருக்குத்தொடர்} - n]\ ;\ a=10,\ r=10>1$$
$$= \frac{2}{3}\left[\frac{a(r^n-1)}{r-1} - n\right]$$

$$= \frac{2}{3}\left[\frac{10(10^n-1)}{10-1} - n\right]$$

$$= \frac{2}{3}\left[\frac{10(10^n-1)}{9} - n\right]$$

$$= \frac{20}{27}(10^n-1) - \frac{2n}{3}$$

(19) $0.4 + 0.94 + 0.994 + \cdots$ என்னும் தொடரின் முதல் n உறுப்புகளின் கூடுதல் காண்க.

$$0.4 + 0.94 + 0.994 + \cdots n$$

$$= [(1-0.6) + (1-0.06) + (1-0.006) + \cdots n]$$

$$= [1+1+1+\cdots n] - [0.6 + 0.06 + 0.006 + \cdots n]$$

$$= n - \left[\frac{6}{10} + \frac{6}{100} + \frac{6}{1000} + \cdots n\right]$$

$$= n - 6\left[\frac{1}{10} + \frac{1}{100} + \frac{1}{1000} + \cdots n\right]$$

$= n - 6$ [ஒரு பெருக்குத் தொடர்] ; $a = \frac{1}{10}$, $r = \frac{1}{10} < 1$

$$= n - 6\left[\frac{a(1-r^n)}{1-r}\right]$$

$$= n - 6\left[\frac{\frac{1}{10}\left\{1-\left(\frac{1}{10}\right)^n\right\}}{1-\frac{1}{10}}\right]$$

$$= n - 6\left[\frac{\frac{1}{10}\left\{1-\left(\frac{1}{10}\right)^n\right\}}{9/10}\right]$$

$$= n - \frac{6^2}{9_3}\left[1-\left(\frac{1}{10}\right)^n\right]$$

$$= n - \frac{2}{3}\left[1-\left(\frac{1}{10}\right)^n\right]$$

(20) ஒரு பெருக்குத் தொடரின் முதல் n, 2n மற்றும் 3n ஆகிய உறுப்புகளின் கூடுதல்கள் முறையே S_1, S_2 மற்றும் S_3 எனில் $S_1(S_3-S_2) = (S_2-S_1)^2$ என நிறுவுக.

$$S_1 = \frac{a(r^n-1)}{r-1}\ ;\ S_2 = \frac{a(r^{2n}-1)}{r-1}\ ;$$

$$S_3 = \frac{a(r^{3n}-1)}{r-1}$$

$$S_1(S_3-S_2) = \frac{a(r^n-1)}{r-1}\left[\frac{a(r^{3n}-1)}{r-1} - \frac{a(r^{2n}-1)}{r-1}\right]$$

$$= \frac{a(r^n-1)}{r-1} \times \frac{a}{r-1}\left[r^{3n} - 1 - r^{2n} + 1\right]$$

$$= \frac{a^2(r^n-1)}{(r-1)^2} \times r^{2n}(r^n-1)$$

$$= \frac{a^2 r^{2n}(r^n-1)^2}{(r-1)^2}$$

$$= \left[\frac{ar^n(r^n-1)}{(r-1)}\right]^2 \longrightarrow (1)$$

$$(S_2-S_1)^2 = \left[\frac{a(r^{2n}-1)}{r-1} - \frac{a(r^n-1)}{r-1}\right]^2$$

$$= \left[\frac{a}{r-1}(r^{2n} - 1 - r^n + 1)\right]^2$$

$$= \left[\frac{ar^n(r^n-1)}{(r-1)}\right]^2 \longrightarrow (2)$$

$$\therefore (1) = (2)$$

(21) $x = 1 + a + a^2 + a^3 + \cdots$ மற்றும் $y = 1 + b + b^2 + b^3 + \cdots$ எனில் $1 + ab + a^2b^2 + \cdots = \frac{xy}{x+y-1}$ என நிறுவுக.

$$S_\infty = \frac{a}{1-r}$$

$$x = 1 + a + a^2 + a^3 + \cdots = \frac{1}{1-a} \quad (\because a=1,\ r=a)$$

$$y = 1 + b + b^2 + b^3 + \cdots = \frac{1}{1-b} \quad (\because a=1,\ r=b)$$

$$1 + ab + a^2b^2 + a^3b^3 + \cdots = \frac{1}{1-ab} \longrightarrow (1) \quad (\because a=1,\ r=ab)$$

$$\frac{xy}{x+y-1} = \frac{\left(\frac{1}{1-a}\right)\left(\frac{1}{1-b}\right)}{\frac{1}{1-a} + \frac{1}{1-b} - 1}$$

$$= \frac{\frac{1}{(1-a)(1-b)}}{\frac{1-b+1-a-(1-a)(1-b)}{(1-a)(1-b)}}$$

$$= \frac{1}{2-a-b-1+b+a-ab}$$

$$= \frac{1}{1-ab} \longrightarrow (2)$$

$$\therefore (1) = (2)$$

(22) a, b, c, d என்பன ஒரு பெருக்குத் தொடர் வரிசையில் உள்ளன எனில் $(b-c)^2 + (c-a)^2 + (d-b)^2 = (a-d)^2$ என நிறுவுக.

$a = a,\ b = ar,\ c = ar^2,\ d = ar^3$ என்க.

$$(b-c)^2 + (c-a)^2 + (d-b)^2$$

$$= (ar - ar^2)^2 + (ar^2 - a)^2 + (ar^3 - ar)^2$$

$$= a^2r^2 + a^2r^4 - 2a^2r^3 + a^2r^4 + a^2 - 2a^2r^2 + a^2r^6 + a^2r^2 - 2a^2r^4$$

$= a^2 - 2a^2r^3 + a^2r^6$

$= a^2 - 2(a)(ar^3) + (ar^3)^2$

$= (a - ar^3)^2$

$= (a-d)^2.$

(23) கூடுதல் காண்க: $12^2+13^2+14^2+\cdots+35^2$

$\Sigma n^2 = \dfrac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

$\sum_{12}^{35} n^2 = \sum_{1}^{35} n^2 - \sum_{1}^{11} n^2$

$= \dfrac{35 \times 36 \times 71}{6} - \dfrac{11 \times 12 \times 23}{6}$

$= 14910 - 506$

$= 14404$

(24) 11 செமீ, 12 செமீ, 13 செமீ, ... 24 செமீ ஆகியவற்றை முறையே பக்க அளவுகளாகக் கொண்ட 14 சதுரங்களின் மொத்தப்பரப்பு காண்க.

$\Sigma n^2 = \dfrac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

மொத்தப்பரப்பு $= 11^2+12^2+\cdots+24^2$

$= \sum_{1}^{24} n^2 - \sum_{1}^{10} n^2$

$= \dfrac{24 \times 25 \times 49}{6} - \dfrac{10 \times 11 \times 21}{6}$

$= 4900 - 385$

$= 4515$ ச.செமீ

(25) கூடுதல் காண்க: $5^2+7^2+9^2+\cdots+39^2$

$\Sigma n^2 = \dfrac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

$5^2+7^2+9^2+\cdots+39^2 = (1^2+2^2+\cdots+39^2) - (1^2+2^2+3^2+4^2+6^2+\cdots+38^2)$

$= \sum_{1}^{39} n^2 - (1^2+3^2) - (2^2+4^2+\cdots+38^2)$

$= \sum_{1}^{39} n^2 - 10 - 2^2(1^2+2^2+\cdots+19^2)$

$= \sum_{1}^{39} n^2 - 10 - 4\sum_{1}^{19} n^2$

$= \dfrac{39 \times 40 \times 79}{6} - 10 - 4 \times \dfrac{19 \times 20 \times 39}{6}$

$= \dfrac{123240}{6} - 10 - \dfrac{59280}{6}$

$= 20540 - 10 - 9880$

$= 10650$

(26) கூடுதல் காண்க: $11^3+12^3+13^3+\cdots+28^3$

$\Sigma n^3 = \left[\dfrac{n(n+1)}{2}\right]^2$

$\sum_{11}^{28} n^3 = \sum_{1}^{28} n^3 - \sum_{1}^{10} n^3$

$= \left[\dfrac{28 \times 29}{2}\right]^2 - \left[\dfrac{10 \times 11}{2}\right]^2$

$= 406^2 - 55^2$

$= (406+55)(406-55)$

$= 461 \times 351$

$= 161811$

(27) 16 செமீ, 17 செமீ, 18 செமீ, ..., 30 செமீ ஆகியவற்றை முறையே பக்க அளவுகளாகக் கொண்ட 15 கனச்சதுரங்களின் கனஅளவுகளின் கூடுதல் காண்க.

$\Sigma n^3 = \left[\dfrac{n(n+1)}{2}\right]^2$

மொத்தகனஅளவு $= 16^3+17^3+18^3+\cdots+30^3$

$= \sum_{1}^{30} n^3 - \sum_{1}^{15} n^3$

$= \left[\dfrac{30 \times 31}{2}\right]^2 - \left[\dfrac{15 \times 16}{2}\right]^2$

$= 465^2 - 120^2$

$= (465+120)(465-120)$

$= 585 \times 345$

$= 201825$ க.செமீ

வி. ஞானமுருகன், எம்.எஸ்ஸி., பி.எட்.,
பட்டதாரி ஆசிரியர்
அரசு உயர்நிலைப் பள்ளி
தி. புதுப்பட்டி - 630 211
சிவகங்கை மாவட்டம்

www,Padasalai.Net

3. இயற்கணிதம்

① தீர்க்க: $11x - 7y = xy$; $9x - 4y = 6xy$

$11x - 7y = xy \rightarrow ①$

$9x - 4y = 6xy \rightarrow ②$

$x = 0$ எனில் $y = 0$.

$\therefore (0,0)$ என்பது ஒரு தீர்வாகும்.

$① \div xy \Rightarrow \frac{11}{y} - \frac{7}{x} = 1$

$\frac{1}{x} = a$; $\frac{1}{y} = b$ என்க

$-7a + 11b = 1 \longrightarrow ③$

$② \div xy \Rightarrow \frac{9}{y} - \frac{4}{x} = 6$

$-4a + 9b = 6 \longrightarrow ④$

$③ \times 4 \Rightarrow -28a + 44b = 4$

$④ \times 7 \Rightarrow -28a + 63b = 42$

$(+) \quad (-) \quad (-)$

$-19b = -38$

$\boxed{b = 2}$

$b = 2$ என சமன் ③ ல் பிரதியிட,

$-7a + 11(2) = 1$

$-7a + 22 = 1$

$-7a = 1 - 22$

$-7a = -21$

$\boxed{a = 3}$

தீர்வு:- $x = \frac{1}{a} \Rightarrow x = \frac{1}{3}$

$y = \frac{1}{b} \Rightarrow y = \frac{1}{2}$

$(x, y) = (0, 0)$ (அ) $(x, y) = \left(\frac{1}{3}, \frac{1}{2}\right)$

② தீர்க்க:- $\frac{3}{x} + \frac{5}{y} = \frac{20}{xy}$,

$\frac{2}{x} + \frac{5}{y} = \frac{15}{xy}$, $x \neq 0$, $y \neq 0$.

$\frac{3}{x} + \frac{5}{y} = \frac{20}{xy} \longrightarrow ①$

$\frac{2}{x} + \frac{5}{y} = \frac{15}{xy} \longrightarrow ②$

$① \times xy \Rightarrow 3y + 5x = 20$

$5x + 3y = 20 \longrightarrow ③$

$② \times xy \Rightarrow 5x + 2y = 15 \longrightarrow ④$

$5x + 3y = 20$

$5x + 2y = 15$

$(-) \quad (-) \quad (-)$

$y = 5$ $\quad \boxed{y = 5}$

$y = 5$ என சமன் ③ ல் பிரதியிட,

$5x + 3(5) = 20$

$5x + 15 = 20$

$5x = 20 - 15$

$5x = 5$

$\boxed{x = 1}$

தீர்வு: $x = 1$, $y = 5$

③ ஓர் ஈரிலக்க எண்ணில் ஒன்றாம் இட இலக்கஎண், பத்தாம் இட இலக்க எண்ணைப் போல் இரு மடங்காக உள்ளது. இலக்கங்கள் இடம் மாறினால் கிடைக்கும் புதிய எண், கொடுக்கப்பட்ட எண்ணை விட 27 அதிகம் எனில் அவ்வெண்ணைக் காண்க.

தேவையான ஈரிலக்க எண் $= xy$ என்க $= 10x + y$

கணக்கின்படி, $y = 2x \Rightarrow 2x - y = 0 \rightarrow ①$

$10y + x = 10x + y + 27$

$x + 10y - 10x - y - 27 = 0$

$-9x + 9y - 27 = 0$

$\div 9, \quad -x + y - 3 = 0$

x	y	1	
-1	0	2	-1
1	-3	-1	1

$\Rightarrow \frac{x}{3-0} = \frac{y}{0+6} = \frac{1}{2-1}$

$\Rightarrow \frac{x}{3} = \frac{y}{6} = 1$

$\Rightarrow \frac{x}{3} = 1$; $\frac{y}{6} = 1$

$\Rightarrow x = 3 \quad y = 6$

$\therefore$ அவ்வெண் 36 ஆகும்.

④ 8 ஆண்கள் மற்றும் 12 சிறுவர்கள் சேர்ந்து ஒரு வேலையை 10 நாட்களில் செய்து முடிப்பர். அதே வேலையை 6 ஆண்கள் மற்றும் 8 சிறுவர்கள் சேர்ந்து 14 நாட்களில் செய்து முடிப்பர். ஒரு ஆண் தனியாக அவ்வேலையை எத்தனை நாட்களில் செய்து முடிப்பார்? ஒரு சிறுவன் தனியாக அவ்வேலையை எத்தனை நாட்களில் செய்து முடிப்பான்?

$x \rightarrow$ ஒரு ஆண் எடுத்துக்கொள்ளும் நாட்கள்

$y \rightarrow$ ஒரு சிறுவன் எடுத்துக்கொள்ளும் நாட்கள்

ஒரு ஆண் ஒரு நாளில் செய்யும் வேலை $= \frac{1}{x}$

www.Padasalai.Net

ஒரு சிறுவன் ஒரு நாளில் செய்யும் வேலை $\} = \frac{1}{y}$

தெளிவாக $x \neq 0, y \neq 0$.

கணக்கின்படி, $\frac{8}{x} + \frac{12}{y} = \frac{1}{10} \longrightarrow (1)$

$\frac{6}{x} + \frac{8}{y} = \frac{1}{14} \longrightarrow (2)$

$\frac{1}{x} = a, \frac{1}{y} = b$ என்க.

$8a + 12b = \frac{1}{10}$

$80a + 120b - 1 = 0 \longrightarrow (3)$

$6a + 8b = \frac{1}{14}$

$84a + 112b - 1 = 0 \longrightarrow (4)$

a		b		1
120	−1	80	120	
112	−1	84	112	

$\Rightarrow \frac{a}{-120+112} = \frac{b}{-84+80} = \frac{1}{8960-10080}$

$\Rightarrow \frac{a}{-8} = \frac{b}{-4} = \frac{1}{-1120}$

$\Rightarrow a = \frac{8}{1120} \quad b = \frac{4}{1120}$

$\Rightarrow a = \frac{1}{140} \quad b = \frac{1}{280}$

$x = \frac{1}{a} = 140 \ ; \ y = \frac{1}{b} = 280$

தீர்வு : $x = 140, y = 280$

(5) $2x^4+x^3-14x^2-19x+6$ ஐ $2x+1$ ஆல் வகுக்கும்போது x^3+ax^2-bx-6 என்பது ஈவானால் a மற்றும் b ஆகியவற்றின் மதிப்புகளையும் மற்றும் மீதியையும் காண்க.

$(2x^4+x^3-14x^2-19x+6) \div (2x+1)$

$-\frac{1}{2}$	2	1	−14	−19	6
		−1	0	7	6
	2	0	−14	−12	12

$2x+1=0$
$2x=-1$
$x=-\frac{1}{2}$

ஈவு $= \frac{1}{2}[2x^3+0x^2-14x-12]$

$= x^3+0x^2-7x-6 \longrightarrow (1)$

கணக்கின்படி,

ஈவு $= x^3+ax^2-bx-6 \longrightarrow (2)$

(1), (2) ஐ ஒப்பிட, $\boxed{a=0}$; $-b=-7$; மீதி $=12$

$\boxed{b=7}$

(6) காரணிப்படுத்துக : $4x^3-7x+3$

எல்லா உறுப்புகளின் கெழுக்களின் கூடுதல் $\} = 4x^3+0x^2-7x+3$

$= 4+0-7+3$

$= 7-7$

$= 0$

$\therefore (x-1)$ ஒரு காரணி

1	4	0	−7	3
		4	4	−3
	4	4	−3	0

ஈவு $= 4x^2+4x-3$

$= (2x+3)(2x-1)$

(−12; 6, −2; 4x, −4x; 4)

$\therefore 4x^3-7x+3 = (x-1)(2x+3)(2x-1)$

(7) காரணிப்படுத்துக: $x^3+13x^2+32x+20$

ஒற்றைப்படை உறுப்புகளின் கெழுக்களின் கூடுதல் $\} = 1+32$

$= 33$

இரட்டைப்படை உறுப்புகளின் கெழுக்களின் கூடுதல் $\} = 13+20$

$= 33$

$\therefore (x+1)$ ஒரு காரணி

−1	1	13	32	20
		−1	−12	−20
	1	12	20	0

ஈவு $= x^2+12x+20$

$= (x+2)(x+10)$

(20; 2, 10; 12)

$\therefore$ தேவை $= (x+1)(x+2)(x+10)$

(8) காரணிப்படுத்துக: $x^3-5x^2-2x+24$

எல்லா உறுப்புகளின் கெழுக்களின் கூடுதல் $\} = 1-5-2+24$

$= 25-7$

$= 18 \neq 0$

$\therefore (x-1)$ காரணி அல்ல

ஒற்றைப்படை உறுப்பு $= 1-2 = -1$

இரட்டைப்படை உறுப்பு $= -5+24 = 19$ $\quad -1 \neq 19$

$\therefore (x+1)$ காரணி அல்ல

2	1	−5	−2	24
		2	−6	−16
	1	−3	−8	8

$8 \neq 0$

$\therefore (x-2)$ காரணி அல்ல

−2	1	−5	−2	24
		−2	14	−24
	1	−7	12	0

$\therefore (x+2)$ ஒரு காரணி

ஈவு $= x^2-7x+12$

$= (x-3)(x-4)$

(12; −3, −4; −7)

$\therefore$ தேவை $= (x+2)(x-3)(x-4)$

www.Padasalai.Net

(9) மீ.பொ.வ காண்க: x^2-x-2, x^2+x-6, $3x^2-13x+14$

$x^2-x-2 = (x+1)(x-2)$

$x^2+x-6 = (x+3)(x-2)$

$3x^2-13x+14 = (3x-7)(x-2)$

மீ.பொ.வ $= (x-2)$

(10) $3x^4+6x^3-12x^2-24x$ மற்றும் $4x^4+14x^3+8x^2-8x$ ஆகிய பல்லுறுப்புக் கோவைகளின் மீ.பொ.வ காண்க.

$f(x) = 3x^4+6x^3-12x^2-24x$

$= 3x[x^3+2x^2-4x-8]$

$g(x) = 4x^4+14x^3+8x^2-8x$

$= 2x[2x^3+7x^2+4x-4]$

$3x, 2x$-ன் மீ.பொ.வ $= x$

$x^3+2x^2-4x-8 \,\big)\, 2x^3+7x^2+4x-4 \,\big(\, 2$

$2x^3+4x^2-8x-16$; $\frac{2x^3}{x^3}=2$

$3x^2+12x+12$

$= 3(x^2+4x+4) \neq 0$

$x^2+4x+4 \,\big)\, x^3+2x^2-4x-8 \,\big(\, x-2$

x^3+4x^2+4x ; $\frac{x^3}{x^2}=x$

$-2x^2-8x-8$; $\frac{-2x^2}{x^2}=-2$

$-2x^2-8x-8$

0

மீ.பொ.வ $= x^2+4x+4$

$\therefore f(x), g(x)$-ன் மீ.பொ.வ $= x(x^2+4x+4)$

(11) மீ.பொ.ம காண்க: $10(9x^2+6xy+y^2)$, $12(3x^2-5xy-2y^2)$, $14(6x^4+2x^3)$

$10(9x^2+6xy+y^2) = 2\times5(3x+y)^2$

$12(3x^2-5xy-2y^2) = 2^2\times3(3x+y)(x-2y)$

$14(6x^4+2x^3) = 2\times7\times2x^3(3x+1)$

$= 2^2\times7\times x^3(3x+1)$

மீ.பொ.ம $= 2^2\times3\times7\times5(3x+y)^2(x-2y)(3x+1)$

$= 420(3x+y)^2(x-2y)(3x+1)$

(12) $x^4+3x^3+5x^2+26x+56$ மற்றும் $x^4+2x^3-4x^2-x+28$ ஆகியவற்றின் மீ.பொ.வ x^2+5x+7 எனில் அவற்றின் மீ.பொ.ம-வைக் காண்க.

$f(x) = x^4+3x^3+5x^2+26x+56$

$g(x) = x^4+2x^3-4x^2-x+28$

மீ.பொ.வ $= x^2+5x+7$

1 5 7	1	3	5	26	56	quotient: 1 −2 8
	1	5	7			$\frac{1}{1}=1$
		−2	−2	26		
		−2	−10	−14		$\frac{-2}{1}=-2$
			8	40	56	
			8	40	56	$\frac{8}{1}=8$
				0		

$\therefore f(x) = (x^2+5x+7)(x^2-2x+8)$

மீ.பொ.ம $= \frac{f(x)\times g(x)}{\text{மீ.பொ.வ}}$

$= \frac{(x^2+5x+7)(x^2-2x+8)(x^4+2x^3-4x^2-x+28)}{(x^2+5x+7)}$

$= (x^2-2x+8)(x^4+2x^3-4x^2-x+28)$

(13) சுருக்குக: $\frac{x^2-16}{x^2-3x+2}\times\frac{x^2-4}{x^3+64}\times\frac{x^2-4x+16}{x^2-2x-8}$

$\frac{x^2-16}{x^2-3x+2}\times\frac{x^2-4}{x^3+64}\times\frac{x^2-4x+16}{x^2-2x-8}$

$= \frac{x^2-4^2}{x^2-3x+2}\times\frac{x^2-2^2}{x^3+4^3}\times\frac{x^2-4x+16}{x^2-2x-8}$

$= \frac{(x+4)(x-4)}{(x-1)(x-2)}\times\frac{(x+2)(x-2)}{(x+4)(x^2-4x+16)}\times\frac{(x^2-4x+16)}{(x-4)(x+2)}$

$= \frac{1}{(x-1)}$

// $a^3+b^3 = (a+b)(a^2-ab+b^2)$

(14) சுருக்குக: $\frac{2x^2+5x-3}{2x^2+9x+9} \div \frac{2x^2+x-1}{2x^2+x-3}$

www.Padasalai.Net

$$\frac{2x^2+5x-3}{2x^2+9x+9} \div \frac{2x^2+x-1}{2x^2+x-3}$$

$$= \frac{2x^2+5x-3}{2x^2+9x+9} \times \frac{2x^2+x-3}{2x^2+x-1}$$

$$= \frac{(2x-1)(x+3)}{(2x+3)(x+3)} \times \frac{(x-1)(2x+3)}{(2x-1)(x+1)}$$

$$= \frac{x-1}{x+1}$$

(15) சுருக்குக:

$$\frac{1}{x^2+3x+2} + \frac{1}{x^2+5x+6} - \frac{2}{x^2+4x+3}$$

$$\frac{1}{x^2+3x+2} + \frac{1}{x^2+5x+6} - \frac{2}{x^2+4x+3}$$

$$= \frac{1}{(x+1)(x+2)} + \frac{1}{(x+2)(x+3)} - \frac{2}{(x+1)(x+3)}$$

$$= \frac{x+3+x+1-2(x+2)}{(x+1)(x+2)(x+3)}$$

$$= \frac{2x+4-2x-4}{(x+1)(x+2)(x+3)} = 0$$

(16) $P = \frac{x}{x+y}$, $Q = \frac{y}{x+y}$ எனில் $\frac{1}{P-Q} - \frac{2Q}{P^2-Q^2}$ ஐக் காண்க.

$$\frac{1}{P-Q} - \frac{2Q}{P^2-Q^2}$$

$$= \frac{1}{P-Q} - \frac{2Q}{(P+Q)(P-Q)}$$

$$= \frac{P+Q-2Q}{(P+Q)(P-Q)}$$

$$= \frac{(P-Q)}{(P+Q)(P-Q)}$$

$$= \frac{1}{P+Q}$$

$$= \frac{1}{\frac{x}{x+y} + \frac{y}{x+y}}$$

$$= \frac{1}{\left(\frac{x+y}{x+y}\right)}$$

$$= \frac{1}{1} = 1$$

(17) வர்க்கமூலம் காண்க:

$$(6x^2-x-2)(3x^2-5x+2)(2x^2-x-1)$$

$$6x^2-x-2 = (2x+1)(3x-2)$$

$$3x^2-5x+2 = (3x-2)(x-1)$$

$$2x^2-x-1 = (2x+1)(x-1)$$

$$\sqrt{(6x^2-x-2)(3x^2-5x+2)(2x^2-x-1)}$$

$$= \sqrt{(2x+1)(3x-2)(3x-2)(x-1)(2x+1)(x-1)}$$

$$= \sqrt{(2x+1)^2(3x-2)^2(x-1)^2}$$

$$= |(2x+1)(3x-2)(x-1)|$$

(18) $9x^4-6x^3+7x^2-2x+1$-ன் வர்க்கமூலத்தைக் காண்க.

(நீள் வகுத்தல் முறை: ஈவு 3, −1, 1; மீதி 0; $\frac{-6}{6}=-1$, $\frac{6}{6}=1$)

வர்க்கமூலம் $= |3x^2-x+1|$

(19) $m-nx+28x^2+12x^3+9x^4$ ஆனது ஒரு முழுவர்க்கம் எனில் m, n ஆகியவற்றின் மதிப்புகளைக் காண்க.

$$9x^4+12x^3+28x^2-nx+m$$

(நீள் வகுத்தல் முறை: ஈவு 3, 2, 4; $\frac{12}{6}=2$, $\frac{24}{6}=4$; $-n = 16$, $m = 16$; மீதி 0)

$m = 16$; $-n = 16$

$n = -16$

(20) $ax^4+bx^3+109x^2-60x+36$ ஒரு முழுவர்க்கம் எனில் a, b ஆகியவற்றின் மதிப்புகளைக் காண்க.

www.Padasalai.Net

$36-60x+109x^2+bx^3+ax^4$

	6 −5 7	
6	36 −60 109 b a	
	36 (−)	
12 −5	−60 109	$\frac{-60}{12}=-5$
	−60 25 (+) (−)	
12 −10 7	84 b a	$\frac{84}{12}=7$
	84 −70 49	
	0	

$\boxed{a=49}$; $\boxed{b=-70}$

(21) இருபடிச் சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்தி பின்வரும் சமன்பாட்டைத் தீர்.

$\frac{1}{x+1}+\frac{2}{x+2}=\frac{4}{x+4}$, $x+1\neq0, x+2\neq0$ மற்றும் $x+4\neq0$

$$\frac{1}{x+1}+\frac{2}{x+2}=\frac{4}{x+4}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{x+1}=\frac{4}{x+4}-\frac{2}{x+2}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{x+1}=\frac{4(x+2)-2(x+4)}{(x+2)(x+4)}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{x+1}=\frac{4x+8-2x-8}{x^2+6x+8}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{x+1}=\frac{2x}{x^2+6x+8}$$

$$\Rightarrow 2x^2+2x-x^2-6x-8=0$$

$$\Rightarrow x^2-4x-8=0 \Rightarrow a=1,\ b=-4,\ c=-8$$

$$\Rightarrow x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

$$=\frac{4\pm\sqrt{16+32}}{2(1)}$$

$$=\frac{4\pm\sqrt{48}}{2}$$

$$=\frac{4\pm\sqrt{16\times3}}{2}$$

$$=\frac{4\pm4\sqrt{3}}{2}$$

$$=\frac{2(2\pm2\sqrt{3})}{2}$$

$$=\{2+2\sqrt{3},\ 2-2\sqrt{3}\}$$

(22) ஒரு எண் மற்றும் அதன் தலைகீழி ஆகியவற்றின் கூடுதல் $5\frac{1}{5}$ எனில் அந்த எண்ணைக் காண்க.

தேவையான எண் x என்க

அதன் தலைகீழி $=\frac{1}{x}$

கணக்கின்படி, $x+\frac{1}{x}=5\frac{1}{5}$

$$\frac{x^2+1}{x}=\frac{26}{5}$$

$$5(x^2+1)=26x$$

$$5x^2-26x+5=0$$

(25; $\frac{-25}{5x}$, $\frac{-1}{5x}$; −26)

$$(x-5)(5x-1)=0$$

$x-5=0$ (அ) $5x-1=0$

$\boxed{x=5}$ $\boxed{x=\frac{1}{5}}$

∴ அந்த எண் 5 (அ) $\frac{1}{5}$ ஆகும்.

(23) ஒரு முக்கோணத்தின் அடிப்பக்கம் அதன் குத்துயரத்தை விட 4 செமீ அதிகம். முக்கோணத்தின் பரப்பு 48 சசெமீ எனில் அம்முக்கோணத்தின் அடிப்பக்கத்தையும் உயரத்தையும் காண்க.

முக்கோணத்தின் குத்துயரம் $h=x$ என்க

அடிப்பக்கம் $b=(x+4)$

Δ-ன் பரப்பு = 48 சசெமீ

$$\frac{1}{2}bh=48$$

$$\frac{1}{2}(x+4)x=48$$

$$x^2+4x=96$$

$$x^2+4x-96=0$$

(−96; 12, −8; 4)

$$(x-8)(x+12)=0$$

$\boxed{x=8}$ (அ) $x=-12$ தீர்வு அல்ல.

∴ முக்கோணத்தின் குத்துயரம் = 8 செமீ

,, அடிப்பக்கம் $=x+4$
$=8+4$
$=12$ செமீ

(24) ஒரு மகிழுந்து புறப்பட வேண்டிய நேரத்திலிருந்து 30 நிமிடம் தாமதமாக புறப்பட்டது. 150 கிமீ தூரத்தில் உள்ள சேருமிடத்தை சரியான நேரத்தில் சென்றடைய அதனுடைய வழக்கமான வேகத்தை 25 கிமீ அதிகப்படுத்த வேண்டியிருந்தது எனில் மகிழுந்தின் வழக்கமான வேகத்தைக் காண்க.

வழக்கமான வேகம் = x கிமீ/மணி

அதிகரிக்கப்பட்ட வேகம் = $(x+25)$ கிமீ/மணி

தூரம் = 150 கிமீ   நேரம் = $\frac{\text{தூரம்}}{\text{வேகம்}}$

www.edunet.blogspot.com

$T_1 \rightarrow$ வழக்கமான வேகத்தில் நேரம்

$T_2 \rightarrow$ அதிகரிக்கப்பட்ட வேகத்தில் நேரம்

$T_1 = \frac{150}{x}$; $T_2 = \frac{150}{x+25}$

கணக்கின்படி, $T_1 - T_2 = 30$ நிமிடம்

$$\frac{150}{x} - \frac{150}{x+25} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{150(x+25)-150x}{x(x+25)} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{150x + 3750 - 150x}{x^2+25x} = \frac{1}{2}$$

$$x^2+25x = 7500$$

$$x^2+25x-7500=0$$

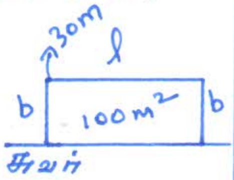
$$(x-75)(x+100)=0$$

(-7500: -75, 100; 25)

$x = 75$ கிமீ/மணி

$x = -100$ தீர்வு அல்ல

(25) ஒரு விவசாயி 100 சமீ பரப்பளவில் ஒரு செவ்வக வடிவக் காய்கறித் தோட்டத்தை அமைக்க விரும்பினார். அவரிடம் 30மீ நீளமுள்ள முள்கம்பி இருந்தால் வீட்டின் மதில்சுவரைத் தோட்டத்தின் நான்காவது பக்க வேலியாக வைத்துக் கொண்டு அக்கம்பியால் மூன்று பக்கமும் வேலியை அமைத்தார். தோட்டத்தின் பக்க அளவுகளைக் காண்க.



நீளம் l, அகலம் b என்க

கம்பியின் நீளம் = 30m

$l+2b = 30$

$l = 30-2b \longrightarrow (1)$

பரப்பு $= 100\ m^2$

$lb = 100$

$(30-2b)b = 100$

$30b-2b^2 = 100$

$2b^2-30b+100=0$

$\div 2,\ b^2-15b+50=0$

$(b-5)(b-10)=0$

$b=5$ (அ) $b=10$

b-ன் மதிப்புகளை (1)ல் பிரதியிட

$b=5 \Rightarrow l = 30-10 = 20$

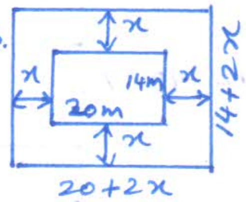
$b=10 \Rightarrow l = 30-20 = 10$

$\therefore$ தோட்டத்தின் பக்க அளவுகள்

20m x 5m (அ) 10m x 10m

(26) ஒரு செவ்வக வடிவ நிலம் 20மீ நீளம் மற்றும் 14மீ அகலம் கொண்டது. அதைச் சுற்றி வெளிப்புறத்தில் அமைந்துள்ள சீரான அகலமுள்ள பாதையின் பரப்பு 111 சமீ எனில் பாதையின் அகலம் என்ன?

பாதையின் அகலம் x மீ என்க.



வெளிச்செவ்வகம்	உள்செவ்வகம்
$L = 20+2x$	$l = 20$ மீ
$B = 14+2x$	$b = 14$ மீ

பாதையின் பரப்பு = 111 சமீ

$(L \times B) - l \times b = 111$

$(20+2x)(14+2x) - 20 \times 14 = 111$

$280 + 40x + 28x + 4x^2 - 280 - 111 = 0$

$4x^2 + 68x - 111 = 0$

(-444: $\frac{-6}{4x}$, $\frac{74}{4x}$; +68)

$(2x-3)(2x+37) = 0$

$2x = 3$

$x = 3/2$ $\quad x = -37/2$ தீர்வு அல்ல

$x = 1.5$ மீ

பாதையின் அகலம் 1.5 மீ ஆகும்

(27) அசைவற்ற நீரில் ஒரு இயந்திரப் படகின் வேகம் மணிக்கு 15 கி.மீ என்க. அப்படகு நீரோட்டத்தின் திசையில் 30 கிமீ தூரம் சென்று, பிறகு எதிர் திசையில் திரும்பி 4மணி 30 நிமிடங்களில் மீண்டும் புறப்பட்ட இடத்திற்கு திரும்பி வந்தால் நீரின் வேகத்தைக் காண்க.

நீரின் வேகம் = x கிமீ/மணி

படகின் வேகம் = 15 கி.மீ/மணி தூரம் = 30 கிமீ

நீரோட்ட திசையில் படகின் வேகம் = $15+x$

நீரோட்ட எதிர்திசையில் " " = $15-x$

$T_1 \rightarrow$ நீரோட்ட திசையில் நேரம்

$T_2 \rightarrow$ நீரோட்ட எதிர்திசையில் நேரம்

$T_1 = \frac{30}{15+x}$ $\quad T_2 = \frac{30}{15-x}$

கணக்கின்படி, $T_1 + T_2 = 4$ மணி 30 நிமிடம்

$$\frac{30}{15+x} + \frac{30}{15-x} = 4\frac{1}{2}$$

$$\frac{30(15-x) + 30(15+x)}{(15+x)(15-x)} = \frac{9}{2}$$

$$\frac{450 - 30x + 450 + 30x}{225-x^2} = \frac{9}{2}$$

$$\frac{900}{225-x^2} = \frac{9}{2} \Rightarrow 200 = 225 - x^2$$

$$x^2 = 225-200$$

$x^2 = 225-200$

$x^2 = 25$

$\boxed{x = 5}$

∴ நீரின் வேகம் 5 கிமீ/மணி ஆகும்.

28) ஒரு வருடத்திற்கு முன்பு ஒருவரின் வயது அவருடைய மகனின் வயதைப்போல் 8 மடங்கு தற்போது அவருடைய வயது மகனின் வயதின் வர்க்கத்திற்கு சமம் எனில் அவர்களுடைய தற்போதைய வயதைக் காண்க.

மகனின் தற்போதைய வயது x என்க

தந்தையின் தற்போதைய வயது $= x^2$

ஒரு வருடத்திற்கு முன்பு,

தந்தையின் வயது $= 8 \times$ மகனின் வயது

$x^2-1 = 8(x-1)$

$x^2-1 = 8x-8$

$x^2-8x-1+8=0$

$x^2-8x+7=0$ (7 ; −7, −1 ; −8)

$(x-7)(x-1)=0$

$\boxed{x=7}$ (அ) $x=1$ (தீர்வு அல்ல)

∴ மகனின் தற்போதைய வயது = 7

தந்தையின் தற்போதைய வயது $= 7^2 = 49$

29) ஒரு வேலையை செய்ய A-க்கு B-யை விட 6 நாட்கள் குறைவாகத் தேவைப்படுகிறது. இருவரும் சேர்ந்து அவ்வேலையைச் செய்தால் அதை 4 நாட்களில் முடிக்க இயலும் எனில், B தனியே அவ்வேலையை எத்தனை நாட்களில் முடிக்க இயலும்?

B எடுத்துக்கொள்ளும் நாட்கள் x என்க

A எடுத்துக்கொள்ளும் நாட்கள் $= x-6$

இருவரும் சேர்ந்து எடுத்துக்கொள்ளும் நாட்கள் $= 4$

ஒரு நாளில் B முடிக்கும் வேலை அளவு $= \frac{1}{x}$

" " A " " " $= \frac{1}{x-6}$

இருவரும் " " " $= \frac{1}{4}$

கணக்கின்படி,

$\frac{1}{x} + \frac{1}{x-6} = \frac{1}{4}$

$\frac{x-6+x}{x(x-6)} = \frac{1}{4}$

$\frac{2x-6}{x^2-6x} = \frac{1}{4}$

$x^2-6x = 8x-24$

$x^2-6x-8x+24=0$

$x-14x+24=0$ (24 ; −2, −12 ; −14)

$(x-12)(x-2)=0$

$\boxed{x=12}$ (அ) $x=2$ தீர்வு அல்ல.

B தனியே எடுத்துக்கொள்ளும் நாட்கள் = 12

30) சமன்பாடு $(1+m^2)x^2+2mcx+c^2-a^2=0$ -ன் மூலங்கள் சமம் எனில் $c^2=a^2(1+m^2)$ என நிறுவுக.

$A=1+m^2,\ B=2mc,\ C=c^2-a^2$

$\Delta=0$ (∵ மூலங்கள் சமம்)

$B^2-4AC=0$

$(2mc)^2-4(1+m^2)(c^2-a^2)=0$

$4m^2c^2-4(c^2-a^2+m^2c^2-m^2a^2)=0$

$\div 4,\ m^2c^2-c^2+a^2-m^2c^2+m^2a^2=0.$

$c^2=a^2+m^2a^2$

$c^2=a^2(1+m^2)$

31) $2x^2-3x-1=0$ என்ற சமன்பாட்டின் மூலங்கள் α மற்றும் β எனில் பின்வருவனவற்றின் மதிப்புகளைக் காண்க.

(i) $\alpha^2+\beta^2$ (ii) $\frac{\alpha}{\beta}+\frac{\beta}{\alpha}$ (iii) $\alpha-\beta$

(iv) $\frac{\alpha^2}{\beta}+\frac{\beta^2}{\alpha}$ (v) $(\alpha+\frac{1}{\beta})(\frac{1}{\alpha}+\beta)$

(vi) $\alpha^4+\beta^4$ (vii) $\frac{\alpha^3}{\beta}+\frac{\beta^3}{\alpha}$

$2x^2-3x-1=0 \Rightarrow a=2,\ b=-3,\ c=-1$

$\alpha+\beta = -\frac{b}{a} = \frac{3}{2}$

$\alpha\beta = \frac{c}{a} = -\frac{1}{2}$

(i) $\alpha^2+\beta^2 = (\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta$

$= \left(\frac{3}{2}\right)^2 - 2\left(-\frac{1}{2}\right)$

$= \frac{9}{4}+1$

$= \frac{13}{4}$

(ii) $\frac{\alpha}{\beta}+\frac{\beta}{\alpha} = \frac{\alpha^2+\beta^2}{\alpha\beta} = \frac{13/4}{-1/2}$

$= -\frac{13}{2}$

(iii) $\alpha-\beta = \sqrt{(\alpha+\beta)^2 - 4\alpha\beta}$

$= \sqrt{\left(\frac{3}{2}\right)^2 - 4\left(-\frac{1}{2}\right)}$

$= \sqrt{\frac{9}{4} + 2}$

$= \sqrt{\frac{17}{4}} = \frac{\sqrt{17}}{2}$

(iv) $\frac{\alpha^2}{\beta} + \frac{\beta^2}{\alpha} = \frac{\alpha^3+\beta^3}{\alpha\beta}$

$= \frac{(\alpha+\beta)^3 - 3\alpha\beta(\alpha+\beta)}{\alpha\beta}$

$= \frac{\left(\frac{3}{2}\right)^3 - 3\left(-\frac{1}{2}\right)\left(\frac{3}{2}\right)}{\left(-\frac{1}{2}\right)}$

$= \frac{\frac{27}{8} + \frac{9}{4}}{-\frac{1}{2}} = \frac{27+18}{8} \times -\frac{2}{1}$

$= -\frac{45}{4}$

(v) $\left(\alpha+\frac{1}{\beta}\right)\left(\frac{1}{\alpha}+\beta\right) = \left(\frac{1+\alpha\beta}{\beta}\right)\left(\frac{1+\alpha\beta}{\alpha}\right)$

$= \frac{(1+\alpha\beta)^2}{\alpha\beta}$

$= \frac{\left(1-\frac{1}{2}\right)^2}{-\frac{1}{2}}$

$= \frac{\frac{1}{4}}{-\frac{1}{2}} = -\frac{1}{2}$

(vi) $\alpha^4+\beta^4 = (\alpha^2+\beta^2)^2 - 2(\alpha\beta)^2$

$= \left(\frac{13}{4}\right)^2 - 2\left(-\frac{1}{2}\right)^2$

$= \frac{169}{16} - \frac{1}{2} = \frac{161}{16}$

(vii) $\frac{\alpha^3}{\beta} + \frac{\beta^3}{\alpha} = \frac{\alpha^4+\beta^4}{\alpha\beta}$

$= \frac{161}{16} \times \frac{-2}{1}$

$= -\frac{161}{8}$

(32) α மற்றும் β என்பன $3x^2-4x+1=0$ என்னும் சமன்பாட்டின் மூலங்கள் எனில் $\frac{\alpha^2}{\beta}$ மற்றும் $\frac{\beta^2}{\alpha}$ ஆகியவற்றை மூலங்களாகக் கொண்ட இருபடிச்சமன்பாட்டினை அமைக்க.

$3x^2-4x+1=0 \rightarrow a=3, b=-4, c=1$

$\alpha+\beta = -\frac{b}{a} = \frac{-(-4)}{3} = \frac{4}{3}$

$\alpha\beta = \frac{c}{a} = \frac{1}{3}$

மூலங்களின் கூட்டுபலன் (மூ.கூ.ப) $= \frac{\alpha^2}{\beta} + \frac{\beta^2}{\alpha}$

$= \frac{\alpha^3+\beta^3}{\alpha\beta}$

$= \frac{(\alpha+\beta)^3 - 3\alpha\beta(\alpha+\beta)}{\alpha\beta}$

$= \frac{\left(\frac{4}{3}\right)^3 - 3\left(\frac{1}{3}\right)\left(\frac{4}{3}\right)}{\frac{1}{3}}$

$= \frac{\frac{64}{27} - \frac{12}{9}}{\frac{1}{3}}$

$= \frac{64-36}{27} \times \frac{3}{1}$

$= \frac{28}{27} \times \frac{3}{1} = \frac{28}{9}$

மூலங்களின் பெருக்கல்பலன் (மூ.பெ.ப) $= \frac{\alpha^2}{\beta} \times \frac{\beta^2}{\alpha}$

$= \alpha\beta$

$= \frac{1}{3}$

தேவையான இருபடிச்சமன்பாடு:

$x^2 - (\text{மூ.கூ.ப})x + (\text{மூ.பெ.ப}) = 0$

$x^2 - \frac{28x}{9} + \frac{1}{3} = 0$

$\frac{9x^2 - 28x + 3}{9} = 0$

$9x^2 - 28x + 3 = 0$

www.ednnet.blogspot.com

வி. ஞானமுருகன், எம்.எஸ்ஸி.,பி.எட்.,
பட்டதாரி ஆசிரியர்
அரசு உயர்நிலைப் பள்ளி
தி. புதுப்பட்டி - 630 211
சிவகங்கை மாவட்டம்

www,Padasalai.Net

4. அணிகள்

① $\begin{pmatrix}2x+y\\x-3y\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}5\\13\end{pmatrix}$ எனில் x மற்றும் y-களின் தீர்வுகளைக் காண்க.

$$\begin{pmatrix}2x+y\\x-3y\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}5\\13\end{pmatrix}$$

$\Rightarrow \quad 2x+y=5 \longrightarrow ①$

$\quad\quad x-3y=13 \longrightarrow ②$

$① \times 3 \Rightarrow \quad 6x+3y=15$

$② \Rightarrow \quad x-3y=13$

$7x = 28$

$x=\frac{28}{7}$

$\boxed{x=4}$

$x=4$ என சமன் ①-ல் பிரதியிட,

$2(4)+y=5$

$8+y=5$

$y=5-8$

$\boxed{y=-3}$

தீர்வு:- $x=4, \ y=-3$

② $a\begin{pmatrix}2\\3\end{pmatrix}+b\begin{pmatrix}-1\\1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}10\\5\end{pmatrix}$ எனில் a மற்றும் b ஆகியவற்றின் மதிப்புகளைக் காண்க.

$$a\begin{pmatrix}2\\3\end{pmatrix}+b\begin{pmatrix}-1\\1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}10\\5\end{pmatrix}$$

$\Rightarrow \begin{pmatrix}2a\\3a\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}-b\\b\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}10\\5\end{pmatrix}$

$\Rightarrow \begin{pmatrix}2a-b\\3a+b\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}10\\5\end{pmatrix}$

$\Rightarrow \quad 2a-b=10 \longrightarrow ①$

$\quad\quad 3a+b=5 \longrightarrow ②$

$2a-b=10$

$3a+b=5$

$5a=15$

$a=\frac{15}{5} \Rightarrow \boxed{a=3}$

$a=3$ என சமன் ②ல் பிரதியிட,

$3(3)+b=5$

$9+b=5$

$b=5-9$

$\boxed{b=-4}$

தீர்வு:- $a=3, \ b=-4$

③ தீர்க்க: $\begin{pmatrix}x^2\\y^2\end{pmatrix}+3\begin{pmatrix}2x\\-y\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-9\\4\end{pmatrix}$

$$\begin{pmatrix}x^2\\y^2\end{pmatrix}+3\begin{pmatrix}2x\\-y\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-9\\4\end{pmatrix}$$

$\Rightarrow \begin{pmatrix}x^2\\y^2\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}6x\\-3y\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-9\\4\end{pmatrix}$

$\Rightarrow \begin{pmatrix}x^2+6x\\y^2-3y\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-9\\4\end{pmatrix}$

$\Rightarrow \quad x^2+6x=-9 \ ; \quad y^2-3y=4$

$x^2+6x+9=0 \quad\quad y^2-3y-4=0$

$(x+3)(x+3)=0 \quad\quad (y+1)(y-4)=0$

$x=-3,-3 \quad\quad y=-1, 4$

9: 3, 3 | 6

−4: 1, −4 | −3

தீர்வு! $x=-3,-3$

$y=-1, 4$

④ தீர்வு காண்க: $\begin{pmatrix}3&2\\4&5\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}8\\13\end{pmatrix}$

$$\begin{pmatrix}3&2\\4&5\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}8\\13\end{pmatrix}$$

$\Rightarrow \begin{pmatrix}3x+2y\\4x+5y\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}8\\13\end{pmatrix}$

$\Rightarrow \quad 3x+2y=8 \longrightarrow ①$

$\quad\quad 4x+5y=13 \longrightarrow ②$

$① \times 5 \Rightarrow \quad 15x+10y=40$

$② \times 2 \Rightarrow \quad \underset{(-)}{8x}\ \underset{(-)}{+10y}=\underset{(-)}{26}$

$7x=14$

$x=\frac{14}{7}$

$\boxed{x=2}$

$x=2$ என சமன் ①ல் பிரதியிட,

$3(2)+2y=8$

$6+2y=8$

$2y=8-6$

$2y=2$

$y=\frac{2}{2}$

$\boxed{y=1}$

தீர்வு! $x=2, y=1$

www,Padasalai.Net

(5) $A = \begin{pmatrix} 5 & 3 \\ 7 & 5 \end{pmatrix}$, $X = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ மற்றும் $C = \begin{pmatrix} -5 \\ -11 \end{pmatrix}$ மற்றும் $AX = C$ எனில் x மற்றும் y-களின் மதிப்புகளைக் காண்க.

$$AX = C$$

$$\begin{pmatrix} 5 & 3 \\ 7 & 5 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 \\ -11 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} 5x+3y \\ 7x+5y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 \\ -11 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow 5x+3y = -5 \longrightarrow (1)$$
$$7x+5y = -11 \longrightarrow (2)$$

$$(1) \times 5 \Rightarrow 25x + 15y = -25$$
$$(2) \times 3 \Rightarrow 21x + 15y = -33$$
$$(-) \quad (-) \quad (+)$$

$$4x = 8$$

$$x = \frac{8}{4}$$

$$\boxed{x = 2}$$

$x = 2$ என சமன் (1)-ல் பிரதியிட,

$$5(2) + 3y = -5$$
$$10 + 3y = -5$$
$$3y = -5 - 10$$
$$3y = -15$$
$$y = \frac{-15}{3}$$
$$\boxed{y = -5}$$

தீர்வு: $x = 2,\ y = -5$

(6) $2X + 3Y = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 0 \end{pmatrix}$ மற்றும் $3X + 2Y = \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ -1 & 5 \end{pmatrix}$ எனில் X மற்றும் Y ஆகிய அணிகளைக் காண்க.

$$2X + 3Y = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 0 \end{pmatrix} \longrightarrow (1)$$
$$3X + 2Y = \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ -1 & 5 \end{pmatrix} \longrightarrow (2)$$

$$(1) \times 3 \Rightarrow 6X + 9Y = \begin{pmatrix} 6 & 9 \\ 12 & 0 \end{pmatrix}$$

$$(2) \times 2 \Rightarrow 6X + 4Y = \begin{pmatrix} 4 & -4 \\ -2 & 10 \end{pmatrix}$$
$$(-) \quad (-) \quad (-)$$

$$5Y = \begin{pmatrix} 6 & 9 \\ 12 & 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 4 & -4 \\ -2 & 10 \end{pmatrix}$$

$$5Y = \begin{pmatrix} 6 & 9 \\ 12 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -4 & 4 \\ 2 & -10 \end{pmatrix}$$

$$5Y = \begin{pmatrix} 2 & 13 \\ 14 & -10 \end{pmatrix}$$

$$Y = \begin{pmatrix} \frac{2}{5} & \frac{13}{5} \\ \frac{14}{5} & -2 \end{pmatrix}$$

Y-யை (1)-ல் பிரதியிட,

$$2X + 3\begin{pmatrix} \frac{2}{5} & \frac{13}{5} \\ \frac{14}{5} & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 0 \end{pmatrix}$$

$$2X + \begin{pmatrix} \frac{6}{5} & \frac{39}{5} \\ \frac{42}{5} & -6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 0 \end{pmatrix}$$

$$2X = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \frac{6}{5} & \frac{39}{5} \\ \frac{42}{5} & -6 \end{pmatrix}$$

$$2X = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -6/5 & -39/5 \\ -42/5 & +6 \end{pmatrix}$$

$$2X = \begin{pmatrix} 4/5 & -24/5 \\ -22/5 & 6 \end{pmatrix}$$

$$X = \begin{pmatrix} 2/5 & -12/5 \\ -11/5 & 3 \end{pmatrix}$$

(7) $A = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 2 \\ 1 & -2 & 3 \\ 0 & 3 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 4 \\ 6 & 2 & 8 \\ 2 & 4 & 6 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 5 & 0 & 2 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ எனில் $A + (B+C) = (A+B) + C$ என்பதனைச் சரிபார்க்க.

$$B + C = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 4 \\ 6 & 2 & 8 \\ 2 & 4 & 6 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 5 & 0 & 2 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 11 & 2 & 10 \\ 3 & 3 & 7 \end{pmatrix}$$

$$A + (B+C) = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 2 \\ 1 & -2 & 3 \\ 0 & 3 & 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 11 & 2 & 10 \\ 3 & 3 & 7 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 7 & 3 & 3 \\ 12 & 0 & 13 \\ 3 & 6 & 9 \end{pmatrix} \longrightarrow (1)$$

$$A + B = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 2 \\ 1 & -2 & 3 \\ 0 & 3 & 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 & 0 & 4 \\ 6 & 2 & 8 \\ 2 & 4 & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 & 1 & 6 \\ 7 & 0 & 11 \\ 2 & 7 & 8 \end{pmatrix}$$

$$(A+B) + C = \begin{pmatrix} 6 & 1 & 6 \\ 7 & 0 & 11 \\ 2 & 7 & 8 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 5 & 0 & 2 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 7 & 3 & 3 \\ 12 & 0 & 13 \\ 3 & 6 & 9 \end{pmatrix} \longrightarrow (2)$$

$$\therefore (1) = (2)$$

www.ednnet.blogspot.com

www,Padasalai.Net

(8) $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ மற்றும் $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ எனில் $A^2 - (a+d)A = (bc-ad)I_2$ என நிறுவுக.

$$A^2 = A \times A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} a^2+bc & ab+bd \\ ac+cd & bc+d^2 \end{pmatrix}$$

$$-(a+d)A = (-a-d)\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} -a^2-ad & -ab-bd \\ -ac-cd & -ad-d^2 \end{pmatrix}$$

$$A^2 - (a+d)A = \begin{pmatrix} a^2+bc & ab+bd \\ ac+cd & bc+d^2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -a^2-ad & -ab-bd \\ -ac-cd & -ad-d^2 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} bc-ad & 0 \\ 0 & bc-ad \end{pmatrix}$$

$$= (bc-ad)\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$= (bc-ad)I_2$$

(9) $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -2 & 5 \\ 6 & 7 \end{pmatrix}$ மற்றும் $C = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -5 & 3 \end{pmatrix}$ எனில் $A(B+C) = AB + AC$ என்பதை சரிபார்க்கவும்

$$B+C = \begin{pmatrix} -2 & 5 \\ 6 & 7 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -5 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 6 \\ 1 & 10 \end{pmatrix}$$

$$A(B+C) = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -1 & 6 \\ 1 & 10 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3+2 & 18+20 \\ 1+4 & -6+40 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} -1 & 38 \\ 5 & 34 \end{pmatrix} \longrightarrow (1)$$

$$AB = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -2 & 5 \\ 6 & 7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6+12 & 15+14 \\ 2+24 & -5+28 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 6 & 29 \\ 26 & 23 \end{pmatrix}$$

$$AC = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -5 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3-10 & 3+6 \\ -1-20 & -1+12 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} -7 & 9 \\ -21 & 11 \end{pmatrix}$$

$$AB + AC = \begin{pmatrix} 6 & 29 \\ 26 & 23 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -7 & 9 \\ -21 & 11 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} -1 & 38 \\ 5 & 34 \end{pmatrix} \longrightarrow (2)$$

$\therefore (1) = (2)$

(10) $A = \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix}$ மற்றும் $B = (1 \;\; 3 \;\; -6)$ என்ற அணிகளுக்கு $(AB)^T = B^T A^T$ என்பதை சரிபார்க்க

$$AB = \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix}(1 \;\; 3 \;\; -6) = \begin{pmatrix} -2 & -6 & 12 \\ 4 & 12 & -24 \\ 5 & 15 & -30 \end{pmatrix}$$

$$(AB)^T = \begin{pmatrix} -2 & 4 & 5 \\ -6 & 12 & 15 \\ 12 & -24 & -30 \end{pmatrix} \longrightarrow (1)$$

$$B^T = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ -6 \end{pmatrix}; \quad A^T = (-2 \;\; 4 \;\; 5)$$

$$B^T A^T = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ -6 \end{pmatrix}(-2 \;\; 4 \;\; 5) = \begin{pmatrix} -2 & -6 & 12 \\ 4 & 12 & -24 \\ 5 & 15 & -30 \end{pmatrix} \rightarrow (2)$$

$\therefore (1) = (2)$

(11) $A = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 7 & 3 \end{pmatrix}$ மற்றும் $B = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$ எனில் $(AB)^T = B^T A^T$ என்பதை சரிபார்க்கவும்.

$$AB = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 7 & 3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10-2 & -5+2 \\ 14-3 & -7+3 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 8 & -3 \\ 11 & -4 \end{pmatrix}$$

$$(AB)^T = \begin{pmatrix} 8 & 11 \\ -3 & -4 \end{pmatrix} \longrightarrow (1)$$

$$B^T = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}; \quad A^T = \begin{pmatrix} 5 & 7 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$$

$$B^T A^T = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 5 & 7 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10-2 & 14-3 \\ -5+2 & -7+3 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 8 & 11 \\ -3 & -4 \end{pmatrix} \longrightarrow (2)$$

$\therefore (1) = (2)$

(12) $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$ எனில் $A^2 - 4A + 5I_2 = 0$ என நிறுவுக.

$$A^2 = A \times A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1-2 & -1-3 \\ 2+6 & -2+9 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} -1 & -4 \\ 8 & 7 \end{pmatrix}$$

$$-4A = -4\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 & 4 \\ -8 & -12 \end{pmatrix}$$

$$5I_2 = 5\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 5 \end{pmatrix}$$

$$A^2 - 4A + 5I_2 = \begin{pmatrix} -1 & -4 \\ 8 & 7 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -4 & 4 \\ -8 & -12 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 5 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$= 0$$

www,Padasalai.Net

(13) $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ மற்றும் $C = \begin{pmatrix} 2 & 1 \end{pmatrix}$ எனில் $(AB)C = A(BC)$ என்பதை சரிபார்.

$$AB = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0+2+2 \\ 0+2+6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 8 \end{pmatrix}$$

$$(AB)C = \begin{pmatrix} 4 \\ 8 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 & 4 \\ 16 & 8 \end{pmatrix} \rightarrow (1)$$

$$BC = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 2 & 1 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}$$

$$A(BC) = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 2 & 1 \\ 4 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0+4+4 & 0+2+2 \\ 0+4+12 & 0+2+6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 & 4 \\ 16 & 8 \end{pmatrix} \longrightarrow (2)$$

$\therefore (1) = (2)$

(14) தீர்க்க: $\begin{pmatrix} x & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -2 & -3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \end{pmatrix}$

$$\begin{pmatrix} x & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -2 & -3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x-2 & 0-3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x-2 & -3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x^2-2x-15 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \end{pmatrix}$$

$x^2-2x-15 = 0$ (−15 = 3 × −5; 3 + (−5) = −2)

$(x+3)(x-5) = 0$

$x+3=0$ (அ) $x-5=0$

$x=-3$, $x=5$

தீர்வு கணம் $= \{-3, 5\}$

(15) $A = \begin{pmatrix} 1 & -4 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$ மற்றும் $B = \begin{pmatrix} -1 & 6 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}$ எனில் $(A+B)^2 \neq A^2+2AB+B^2$ என நிறுவுக.

$$A+B = \begin{pmatrix} 1 & -4 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -1 & 6 \\ 3 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$(A+B)^2 = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0+2 & 0+2 \\ 0+1 & 2+1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \longrightarrow (1)$$

$$A^2 = \begin{pmatrix} 1 & -4 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & -4 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1+8 & -4-12 \\ -2-6 & 8+9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 & -16 \\ -8 & 17 \end{pmatrix}$$

$$AB = \begin{pmatrix} 1 & -4 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -1 & 6 \\ 3 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1-12 & 6+8 \\ 2+9 & -12-6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -13 & 14 \\ 11 & -18 \end{pmatrix}$$

$$2AB = 2\begin{pmatrix} -13 & 14 \\ 11 & -18 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -26 & 28 \\ 22 & -36 \end{pmatrix}$$

$$B^2 = \begin{pmatrix} -1 & 6 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -1 & 6 \\ 3 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1+18 & -6-12 \\ -3-6 & 18+4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 19 & -18 \\ -9 & 22 \end{pmatrix}$$

$$A^2+2AB+B^2 = \begin{pmatrix} 9 & -16 \\ -8 & 17 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -26 & 28 \\ 22 & -36 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 19 & -18 \\ -9 & 22 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & -6 \\ 5 & 3 \end{pmatrix} \longrightarrow (2)$$

$\therefore (1) \neq (2)$

(16) $A = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 7 & 3 \end{pmatrix}$ மற்றும் $B = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ -7 & 5 \end{pmatrix}$ என்ற அணிகள் ஒன்றுக்கொன்று பெருக்கல் நேர்மாறு அணி என நிறுவுக.

$\boxed{AB = BA = I}$

$$AB = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 7 & 3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 3 & -2 \\ -7 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 15-14 & -10+10 \\ 21-21 & -14+15 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = I_2 \longrightarrow (1)$$

$$BA = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ -7 & 5 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 7 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 15-14 & 6-6 \\ -35+35 & -14+15 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = I_2 \longrightarrow (2)$$

(1), (2)-ல் இருந்து, $AB = BA = I_2$

$\therefore$ A மற்றும் B ஒன்றுக்கொன்று பெருக்கல் நேர்மாறு அணிகளாகும்.

வி. முருகேசன், எம்.எஸ்சி.,பி.எட்.,
பட்டதாரி ஆசிரியர்
அரசு உயர்நிலைப் பள்ளி
தி. புதுப்பட்டி - 630 211
சிவகங்கை மாவட்டம்

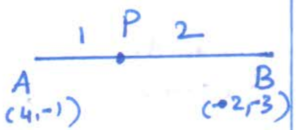
www,Padasalai.Net

5. ஆயத்தொலை வடிவியல்

சூத்திரங்கள்

1. மையப்புள்ளி $= \left(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2} \right)$
2. நடுக்கோட்டு மையம் $= \left(\frac{x_1+x_2+x_3}{3}, \frac{y_1+y_2+y_3}{3} \right)$
3. உட்புறம் பிரிக்கும் புள்ளி:
$$P = \left(\frac{lx_2+mx_1}{l+m}, \frac{ly_2+my_1}{l+m} \right)$$
4. வெளிப்புறம் பிரிக்கும் புள்ளி:
$$P = \left(\frac{lx_2-mx_1}{l-m}, \frac{ly_2-my_1}{l-m} \right)$$
5. தொலைவு $= \sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$
6. Δ-ன் பரப்பளவு $= \frac{1}{2} \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_1 \\ y_1 & y_2 & y_3 & y_1 \end{bmatrix}$ ச.அ
7. ஒரே கோட்டில் அமைவதற்கான கட்டுப்பாடு:
$$\frac{1}{2} \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_1 \\ y_1 & y_2 & y_3 & y_1 \end{bmatrix} = 0$$
8. நாற்கரத்தின் பரப்பளவு:
$$\frac{1}{2} \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_1 \\ y_1 & y_2 & y_3 & y_4 & y_1 \end{bmatrix} \text{ ச.அ}$$
9. சாய்வு $m = \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$, (x_1,y_1), (x_2,y_2) புள்ளிகள்
(அ)
$m = \tan\theta$, θ - சாய்வுக்கோணம்
(அ)
$m = - \frac{x\text{-ன் கெழு}}{y\text{-ன் கெழு}}$
10. இரு கோடுகள் இணை எனில் $m_1 = m_2$
11. இரு கோடுகள் செங்குத்து எனில் $m_1 \times m_2 = -1$
12. சாய்வு - வெட்டு வடிவம் : $y = mx + c$
13. சாய்வு - புள்ளி வடிவம் : $y - y_1 = m(x - x_1)$
14. இருபுள்ளி வடிவம்: $\frac{y-y_1}{y_2-y_1} = \frac{x-x_1}{x_2-x_1}$
15. வெட்டுத்துண்டுகள் வடிவம்:
$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$$
16. ஒரு கோட்டின் சாய்வு m எனில் அதற்கு செங்குத்தான கோட்டின் சாய்வு $-\frac{1}{m}$.

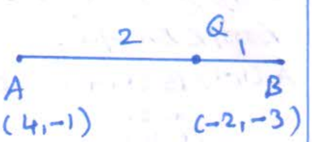
① (4, -1), (-2, -3) ஆகிய புள்ளிகளை இணைக்கும் கோட்டுத்துண்டை மூன்று சமபாகங்களாகப் பிரிக்கும் புள்ளிகளைக் காண்க.



$x_1 = 4 \quad l = 1 \quad y_1 = -1$

$x_2 = -2 \quad m = 2 \quad y_2 = -3$

$$P = \left(\frac{lx_2+mx_1}{l+m}, \frac{ly_2+my_1}{l+m} \right)$$
$$= \left(\frac{1(-2)+2(4)}{1+2}, \frac{+1(-3)+2(-1)}{1+2} \right)$$
$$= \left(\frac{-2+8}{3}, \frac{-3-2}{3} \right)$$
$$= \left(\frac{6}{3}, \frac{-5}{3} \right)$$
$$P = (2, -5/3)$$

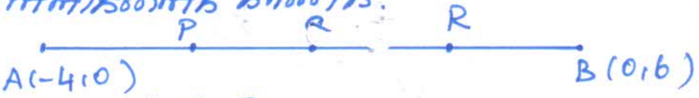


$x_1 = 4 \quad l = 2 \quad y_1 = -1$

$x_2 = -2 \quad m = 1 \quad y_2 = -3$

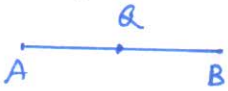
$$Q = \left(\frac{lx_2+mx_1}{l+m}, \frac{ly_2+my_1}{l+m} \right)$$
$$= \left(\frac{2(-2)+1(4)}{2+1}, \frac{2(-3)+1(-1)}{2+1} \right)$$
$$= \left(\frac{-4+4}{3}, \frac{-6-1}{3} \right)$$
$$Q \quad (0, -7/3)$$

② A(-4, 0) மற்றும் B(0, 6) என்ற புள்ளிகளை இணைக்கும் கோட்டுத்துண்டை நான்கு சமபாகங்களாகப் பிரிக்கும் புள்ளிகளைக் காண்க.



மையப்புள்ளி $= \left(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2} \right)$

$A(\overset{x_1}{-4}, \overset{y_1}{0}) \quad B(\overset{x_2}{0}, \overset{y_2}{6})$

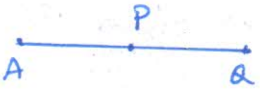


(AB-ன் மையப்புள்ளி Q)

$$Q = \left(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2} \right)$$
$$= \left(\frac{-4+0}{2}, \frac{0+6}{2} \right)$$
$$= \left(\frac{-4}{2}, \frac{6}{2} \right)$$
$$Q = (-2, 3)$$

www.Padasalai.Net

$A(-4,0)$ (x_1, y_1) $Q(-2,3)$ (x_2, y_2)



$P = \left(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2}\right)$ (AQ-ன் மையப்புள்ளி P)

$= \left(\frac{-4-2}{2}, \frac{0+3}{2}\right)$

$= \left(\frac{-6}{2}, \frac{3}{2}\right)$

$P = (-3, 3/2)$

$Q(-2,3)$ (x_1, y_1) $B(0,6)$ (x_2, y_2)

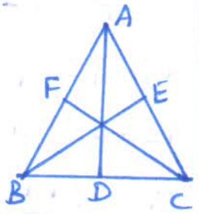
$R = \left(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2}\right)$ (QB-ன் மையப்புள்ளி R)

$= \left(\frac{-2+0}{2}, \frac{3+6}{2}\right)$

$= \left(\frac{-2}{2}, \frac{9}{2}\right)$

$R = (-1, 9/2)$

(3) ஒரு முக்கோணத்தின் முனைகள் (1,−1), (0,4) மற்றும் (−5,3) எனில் அம்முக்கோணத்தின் நடுக்கோடுகளின் நீளங்களைக் கணக்கிடவும்.



$A(1,-1)$ $B(0,4)$ $C(-5,3)$

$B(0,4)$ (x_1, y_1) $C(-5,3)$ (x_2, y_2)

BC-ன் மையப்புள்ளி D $= \left(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2}\right)$

$= \left(\frac{0-5}{2}, \frac{4+3}{2}\right)$

$D = \left(\frac{-5}{2}, \frac{7}{2}\right)$

$A(1,-1)$ $D\left(-\frac{5}{2}, \frac{7}{2}\right)$

நடுக்கோடு AD-ன் நீளம் $= \sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$

$= \sqrt{\left(-\frac{5}{2}-1\right)^2+\left(\frac{7}{2}+1\right)^2}$

$= \sqrt{\left(\frac{-7}{2}\right)^2+\left(\frac{9}{2}\right)^2}$

$= \sqrt{\frac{49}{4}+\frac{81}{4}}$

$= \sqrt{\frac{130}{4}}$

$= \frac{\sqrt{130}}{2}$ அலகுகள்

$A(1,-1)$ $C(-5,3)$

AC-ன் மையப்புள்ளி $E = \left(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2}\right)$

$= \left(\frac{1-5}{2}, \frac{-1+3}{2}\right)$

$= \left(-\frac{4}{2}, \frac{2}{2}\right)$

$E = (-2,1)$

$B(0,4)$ $E(-2,1)$

நடுக்கோடு BE-ன் நீளம் $= \sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$

$= \sqrt{(-2-0)^2+(1-4)^2}$

$= \sqrt{(-2)^2+(-3)^2}$

$= \sqrt{4+9}$

$= \sqrt{13}$ அலகுகள்

$A(1,-1)$ $B(0,4)$

AB-ன் மையப்புள்ளி $F = \left(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2}\right)$

$= \left(\frac{1+0}{2}, \frac{-1+4}{2}\right)$

$F = \left(\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right)$

$C(-5,3)$ $F\left(\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right)$

நடுக்கோடு CF-ன் நீளம் $= \sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$

$= \sqrt{\left(\frac{1}{2}+5\right)^2+\left(\frac{3}{2}-3\right)^2}$

$= \sqrt{\left(\frac{11}{2}\right)^2+\left(\frac{-3}{2}\right)^2}$

$= \sqrt{\frac{121}{4}+\frac{9}{4}}$

$= \sqrt{\frac{130}{4}}$

$= \frac{\sqrt{130}}{2}$ அலகுகள்

(4) (1,2), (−3,4) மற்றும் (−5,−6) ஆகியவற்றை முனைகளாகக் கொண்ட முக்கோணத்தின் பரப்பைக் காண்க.

$A(1,2)$ $B(-3,4)$ $C(-5,-6)$

ΔABC-ன் பரப்பு $= \frac{1}{2}\begin{bmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_1 \\ y_1 & y_2 & y_3 & y_1 \end{bmatrix}$ ச.அ

$= \frac{1}{2}\begin{bmatrix} 1 & -3 & -5 & 1 \\ 2 & 4 & -6 & 2 \end{bmatrix}$

$= \frac{1}{2}\left[(4+18-10)-(-6-20-6)\right]$

$= \frac{1}{2}\left[(22-10)-(-32)\right]$

$= \frac{1}{2}\left[12+32\right]$

$= \frac{1}{2}(44)$

$= 22$ ச.அ

(5) A(6,7), B(−4,1) மற்றும் C(a,−9) ஆகியவற்றை முனைகளாகக் கொண்ட ΔABC-ன் பரப்பு 68 ச.அலகுகள் எனில் a-ன் மதிப்பைக் காண்க.

www.ednnet.blogspot.com

www.Padasalai.Net

A(6,7) B(-4,1) C(a,-9)

ΔABC-ன் பரப்பு = 68 ச.அ

$\frac{1}{2}\begin{bmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_1 \\ y_1 & y_2 & y_3 & y_1 \end{bmatrix} = 68$

$\frac{1}{2}\begin{bmatrix} 6 & -4 & a & 6 \\ 7 & 1 & -9 & 7 \end{bmatrix} = 68$

$(6+36+7a) - (-28+a-54) = 68 \times 2$

$7a+42 - (a-82) = 136$

$7a+42-a+82 = 136$

$6a+124 = 136$

$6a = 136-124$

$6a = 12$

$a = 2$

⑥ A(2,3), B(4,0) மற்றும் C(6,-3) ஆகிய புள்ளிகள் ஒரே நேர்க்கோட்டில் அமைந்துள்ளன என நிறுவுக.

ΔABC-ன் பரப்பு $= \frac{1}{2}\begin{bmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_1 \\ y_1 & y_2 & y_3 & y_1 \end{bmatrix}$ ச.அ

$= \frac{1}{2}\begin{bmatrix} 2 & 4 & 6 & 2 \\ 3 & 0 & -3 & 3 \end{bmatrix}$

$= \frac{1}{2}[(0-12+18)-(12+0-6)]$

$= \frac{1}{2}[6-6]$

$= \frac{1}{2}(0)$

$= 0$

∴ கொடுக்கப்பட்டுள்ள புள்ளிகள் ஒரே நேர்க்கோட்டில் அமைந்துள்ளன

⑦ (2,-5), (3,-4) மற்றும் (9,k) ஆகிய புள்ளிகள் ஒரு கோடமைவன எனில் k-ன் மதிப்பைக் காண்க.

ஒரு கோடமைவன எனில் Δ-ன் பரப்பு = 0 ச.அ

$\frac{1}{2}\begin{bmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_1 \\ y_1 & y_2 & y_3 & y_1 \end{bmatrix} = 0$

$\frac{1}{2}\begin{bmatrix} 2 & 3 & 9 & 2 \\ -5 & -4 & k & -5 \end{bmatrix} = 0$

$(-8+3k-45)-(-15-36+2k) = 0$

$(3k-53)-(2k-51) = 0$

$3k-53-2k+51 = 0$

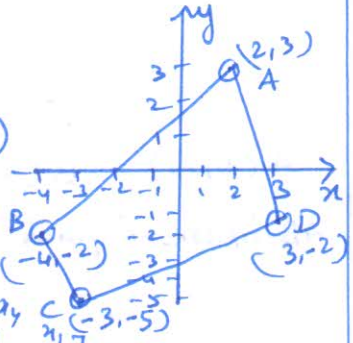
$k-2 = 0$

$k = 2$

⑧ (-4,-2), (-3,-5), (3,-2) மற்றும் (2,3) ஆகிய புள்ளிகளை முனைகளாகக் கொண்ட நாற்கரத்தின் பரப்பைக் காண்க.

A(2,3) B(-4,-2)

C(-3,-5) D(3,-2)



நாற்கரத்தின் பரப்பு $= \frac{1}{2}\begin{bmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_1 \\ y_1 & y_2 & y_3 & y_4 & y_1 \end{bmatrix}$ ச.அ

$= \frac{1}{2}\begin{bmatrix} 2 & -4 & -3 & 3 & 2 \\ 3 & -2 & -5 & -2 & 3 \end{bmatrix}$

$= \frac{1}{2}[(-4+20+6+9)-(-12+6-15-4)]$

$= \frac{1}{2}[(35-4)-(6-31)]$

$= \frac{1}{2}[31-(-25)]$

$= \frac{1}{2}[31+25]$

$= \frac{1}{2}[56]$

= 28 ச.அலகுகள்

⑨ ஒரு முக்கோணத்தின் முனைகள் (0,-1), (2,1) மற்றும் (0,3) எனில் இதன் பக்கங்களின் நடுப்புள்ளிகளை இணைத்து உருவாக்கும் முக்கோணத்தின் பரப்பளவைக் காண்க. மேலும் இச்சிறிய முக்கோணத்தின் பரப்பளவிற்கும் கொடுக்கப்பட்ட முக்கோணத்தின் பரப்பளவிற்கும் உள்ள விகிதத்தைக் காண்க.

A(0,-1), B(2,1) C(0,3)

ΔABC-ன் பரப்பு $= \frac{1}{2}\begin{bmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_1 \\ y_1 & y_2 & y_3 & y_1 \end{bmatrix}$ ச.அ

$= \frac{1}{2}\begin{bmatrix} 0 & 2 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 3 & -1 \end{bmatrix}$

$= \frac{1}{2}[(0+6+0)-(-2+0+0)]$

$= \frac{1}{2}[6+2]$

$= \frac{1}{2}(8)$

= 4 ச.அ

B(2,1) C(0,3)

BC-ன் மையப்புள்ளி $D = \left(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2}\right)$

$= \left(\frac{2+0}{2}, \frac{1+3}{2}\right)$

$= \left(\frac{2}{2}, \frac{4}{2}\right)$

$D = (1,2)$

www,Padasalai.Net

A(0,-1) C(0,3)

AC-ன் மையப்புள்ளி $E = \left(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2}\right)$

$= \left(\frac{0+0}{2}, \frac{-1+3}{2}\right)$

$= \left(\frac{0}{2}, \frac{2}{2}\right)$

$E = (0,1)$

A(0,-1) B(2,1)

AB-ன் மையப்புள்ளி $F = \left(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2}\right)$

$= \left(\frac{0+2}{2}, \frac{-1+1}{2}\right)$

$= \left(\frac{2}{2}, \frac{0}{2}\right)$

$F = (1,0)$

D(1,2) E(0,1) F(1,0)

ΔDEF-ன் பரப்பு $= \frac{1}{2}\begin{bmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_1 \\ y_1 & y_2 & y_3 & y_1 \end{bmatrix}$ ச.அ

$= \frac{1}{2}\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 0 & 2 \end{bmatrix}$

$= \frac{1}{2}[(1+0+2) - (0+1+0)]$

$= \frac{1}{2}[3-1]$

$= \frac{1}{2}(2)$

$= 1$ ச.அ.

∴ ΔDEF-ன் பரப்பு : ΔABC-ன் பரப்பு = 1 : 4

(10) நேர்க்கோட்டின் சாய்வினைப் பயன்படுத்தி A(5,-2), B(4,-1) மற்றும் C(1,2) ஆகியன ஒரே நேர்க்கோட்டில் அமைந்த புள்ளிகள் என நிறுவுக.

சாய்வு $= \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$

A(5,-2) B(4,-1)

AB-ன் சாய்வு $= \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1} = \frac{-1-(-2)}{4-5} = \frac{-1+2}{-1} = \frac{1}{-1} = -1$

B(4,-1) C(1,2)

BC-ன் சாய்வு $= \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1} = \frac{2-(-1)}{1-4} = \frac{2+1}{-3} = \frac{3}{-3} = -1$

A(5,-2) C(1,2)

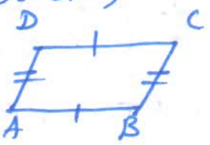
AC-ன் சாய்வு $= \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1} = \frac{2-(-2)}{1-5} = \frac{2+2}{-4} = \frac{4}{-4} = -1$

AB-ன் சாய்வு = BC-ன் சாய்வு, மேலும் B என்பது பொதுப்புள்ளி

∴ A, B, C ஆகிய புள்ளிகள் ஒரே நேர்க்கோட்டில் அமையும். *(குறிப்பு: ஏதேனும் இரு சாய்வுகள் சமமாக இருந்தால் போதுமானது)

(11) (-2,-1), (4,0), (3,3) மற்றும் (-3,2) ஆகிய புள்ளிகளை வரிசையாக எடுத்துக்கொண்டு சாய்வினைப் பயன்படுத்தி அவை ஓர் இணைகரத்தை அமைக்கும் எனக்காட்டுக.

A(-2,-1) B(4,0) C(3,3) D(-3,2)



சாய்வு $= \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$

A(-2,-1) B(4,0)

AB-ன் சாய்வு $= \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1} = \frac{0-(-1)}{4-(-2)} = \frac{1}{4+2} = \frac{1}{6}$

C(3,3) D(-3,2)

CD-ன் சாய்வு $= \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1} = \frac{2-3}{-3-3} = \frac{-1}{-6} = \frac{1}{6}$

AB-ன் சாய்வு = CD-ன் சாய்வு ⇒ AB ∥ CD

B(4,0) C(3,3)

BC-ன் சாய்வு $= \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1} = \frac{3-0}{3-4} = \frac{3}{-1} = -3$

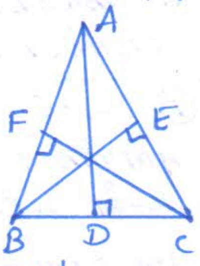
A(-2,-1) D(-3,2)

AD-ன் சாய்வு $= \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1} = \frac{2-(-1)}{-3-(-2)} = \frac{2+1}{-3+2} = \frac{3}{-1} = -3$

BC-ன் சாய்வு = AD-ன் சாய்வு ⇒ BC ∥ AD

∴ ABCD என்பது இணைகரம் ஆகும்

(12) A(1,2), B(-4,5) மற்றும் C(0,1) ஆகியன ΔABC-ன் முனைகள். இம்முக்கோணத்தின் ஒவ்வொரு முனையிலிருந்தும் அதன் எதிர்ப் பக்கத்திற்கு வரையப்படும் குத்துக்கோடுகளின் சாய்வுகளைக் காண்க.



சாய்வு $= \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$

B(-4,5) C(0,1)

BC-ன் சாய்வு $= \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1} = \frac{1-5}{0-(-4)} = \frac{-4}{4} = -1$

∴ குத்துக்கோடு AD-ன் சாய்வு = 1 ($\because m_1 \times m_2 = -1$) (AD ⊥ BC)

A(1,2) C(0,1)

AC-ன் சாய்வு $= \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1} = \frac{1-2}{0-1} = \frac{-1}{-1} = 1$

∴ குத்துக்கோடு BE-ன் சாய்வு = −1 (∵ BE ⊥ AC)

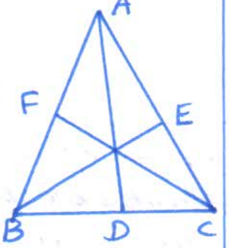
A(1,2) B(-4,5)

AB-ன் சாய்வு $= \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1} = \frac{5-2}{-4-(1)} = \frac{3}{-4-1} = \frac{3}{-5} = -\frac{3}{5}$

∴ குத்துக்கோடு CF-ன் சாய்வு $= \frac{5}{3}$ (∵ CF ⊥ AB)

www,Padasalai.Net

(13) (6,7), (2,−9) மற்றும் (−4,1) ஆகியவை ஒரு முக்கோணத்தின் முனைகள் எனில் முக்கோணத்தின் நடுக்கோடுகளின் சாய்வுகளைக் காண்க.



(D, E, F என்பன மையப்புள்ளிகள்)

A(6,7) B(2,−9) C(−4,1)

$B(2,-9)$ (x_1, y_1), $C(-4,1)$ (x_2, y_2)

BC-ன் மையப்புள்ளி D $= \left(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2}\right)$

$= \left(\frac{2-4}{2}, \frac{-9+1}{2}\right)$

$= \left(\frac{-2}{2}, \frac{-8}{2}\right)$

$D = (-1,-4)$

$A(6,7)$ (x_1, y_1), $D(-1,-4)$ (x_2, y_2)

நடுக்கோடு AD-ன் சாய்வு $= \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1} = \frac{-4-7}{-1-6} = \frac{-11}{-7} = \frac{11}{7}$

$A(6,7)$ (x_1, y_1), $C(-4,1)$ (x_2, y_2)

AC-ன் மையப்புள்ளி E $= \left(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2}\right) = \left(\frac{6-4}{2}, \frac{7+1}{2}\right)$

$= \left(\frac{2}{2}, \frac{8}{2}\right)$

$E = (1,4)$

$B(2,-9)$ (x_1, y_1), $E(1,4)$ (x_2, y_2)

நடுக்கோடு BE-ன் சாய்வு $= \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1} = \frac{4-(-9)}{1+2} = \frac{4+9}{3} = \frac{13}{3}$

$A(6,7)$ (x_1, y_1), $B(2,-9)$ (x_2, y_2)

AB-ன் மையப்புள்ளி F $= \left(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2}\right) = \left(\frac{6+2}{2}, \frac{7-9}{2}\right)$

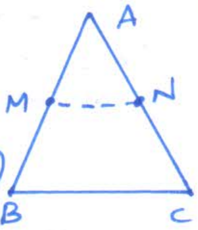
$= \left(\frac{8}{2}, \frac{-2}{2}\right)$

$F = (4,-1)$

$C(-4,1)$ (x_1, y_1), $F(4,-1)$ (x_2, y_2)

நடுக்கோடு CF-ன் சாய்வு $= \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1} = \frac{-1-1}{4-(-4)} = \frac{-2}{4+4} = \frac{-2}{8} = -\frac{1}{4}$

(14) ΔABC-ன் முனைகள் A(1,8), B(−2,4), C(8,−5). மேலும் M, N என்பன முறையே AB, AC இவற்றின் நடுப்புள்ளிகள் எனில் MN-ன் சாய்வைக் காண்க. இதைக் கொண்டு MN மற்றும் BC ஆகிய கோடுகள் இணை எனக் காட்டுக.



$A(1,8)$ (x_1, y_1), $B(-2,4)$ (x_2, y_2)

AB-ன் மையப்புள்ளி M $= \left(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2}\right)$

$= \left(\frac{1-2}{2}, \frac{8+4}{2}\right)$

$= \left(-\frac{1}{2}, \frac{12}{2}\right)$ $M = \left(-\frac{1}{2}, 6\right)$

$A(1,8)$ (x_1, y_1), $C(8,-5)$ (x_2, y_2)

AC-ன் மையப்புள்ளி N $= \left(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2}\right) = \left(\frac{1+8}{2}, \frac{8-5}{2}\right)$

$= \left(\frac{9}{2}, \frac{3}{2}\right)$

$M\left(-\frac{1}{2}, 6\right)$ $N\left(\frac{9}{2}, \frac{3}{2}\right)$

MN-ன் சாய்வு $= \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1} = \frac{\frac{3}{2}-6}{\frac{9}{2}-\left(-\frac{1}{2}\right)} = \frac{\frac{3-12}{2}}{\frac{9}{2}+\frac{1}{2}}$

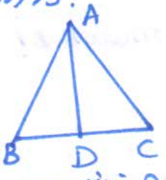
$= \frac{\frac{-9}{2}}{\frac{10}{2}} = -\frac{9}{10}$

$B(-2,4)$ (x_1, y_1), $C(8,-5)$ (x_2, y_2)

BC-ன் சாய்வு $= \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1} = \frac{-5-4}{8-(-2)} = \frac{-9}{8+2} = \frac{-9}{10}$

∴ MN-ன் சாய்வு = BC-ன் சாய்வு ⇒ MN ∥ BC

(15) A(2,1), B(−2,3), C(4,5) என்பன ΔABC-ன் உச்சிகள். உச்சி A-யிலிருந்து வரையப்படும் நடுக்கோட்டின் சமன்பாட்டைக் காண்க.



(மையப்புள்ளி)

$B(-2,3)$ (x_1, y_1), $C(4,5)$ (x_2, y_2)

BC-ன் மையப்புள்ளி D $= \left(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2}\right)$

$= \left(\frac{-2+4}{2}, \frac{3+5}{2}\right)$

$= \left(\frac{2}{2}, \frac{8}{2}\right)$

$D = (1,4)$

$A(2,1)$ (x_1, y_1), $D(1,4)$ (x_2, y_2)

நடுக்கோடு AD-ன் சமன்பாடு:

$\frac{y-y_1}{y_2-y_1} = \frac{x-x_1}{x_2-x_1}$ (இருபுள்ளி வடிவம்)

$\Rightarrow \frac{y-1}{4-1} = \frac{x-2}{1-2}$

$\Rightarrow \frac{y-1}{3} = \frac{x-2}{-1}$

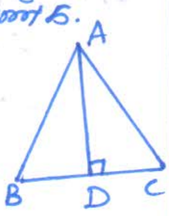
$\Rightarrow -1(y-1) = 3(x-2)$

$\Rightarrow -y+1 = 3x-6$

$\Rightarrow 3x-6+y-1 = 0$

$\Rightarrow 3x+y-7 = 0$

(16) ΔABC-ன் முனைகள் A(2,1), B(6,−1), C(4,11) என்க. A-யிலிருந்து வரையப்படும் குத்துக்கோட்டின் சமன்பாட்டைக் காண்க.



$B(6,-1)$ (x_1, y_1), $C(4,11)$ (x_2, y_2)

BC-ன் சாய்வு $= \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1} = \frac{11-(-1)}{4-6} = \frac{11+1}{-2}$

$= \frac{12}{-2} = -6$

∴ குத்துக்கோடு AD-ன் சாய்வு $m = \frac{1}{6}$ (∵ AD ⊥ BC)

$A(2,1)$ (x_1, y_1), $m = \frac{1}{6}$

குத்துக்கோடு AD-ன் சமன்பாடு:

$y-y_1 = m(x-x_1)$ (சாய்வு-புள்ளி வடிவம்)

$y-1 = \frac{1}{6}(x-2)$

$6y-6 = x-2 \Rightarrow x-6y+4 = 0$

www.ednnet.blogspot.com

www.Padasalai.Net

(17) (3,4), (-1,2) என்ற புள்ளிகளை இணைக்கும் நேர்க்கோட்டுத்துண்டின் மையக்குத்துக்கோட்டின் சமன்பாட்டைக் காண்க.

$A(\overset{x_1}{3},\overset{y_1}{4})$ $B(\overset{x_2}{-1},\overset{y_2}{2})$

AB-ன் மையப்புள்ளி $= \left(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2}\right)$

$= \left(\frac{3-1}{2}, \frac{4+2}{2}\right)$

$= \left(\frac{2}{2}, \frac{6}{2}\right)$

$= (1,3)$

AB-ன் சாய்வு $= \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1} = \frac{2-4}{-1-3} = \frac{-2}{-4} = \frac{1}{2}$

∴ குத்துக்கோட்டின் சாய்வு $m = -2$ (∵ ⊥)

புள்ளி $(\overset{x_1}{1},\overset{y_1}{3})$ $m = -2$

மையக்குத்துக்கோட்டின் சமன்பாடு:

$y - y_1 = m(x - x_1)$

$y - 3 = -2(x-1)$

$y - 3 = -2x + 2$

$2x - 2 + y - 3 = 0$

$2x + y - 5 = 0$

(18) (6,-2) என்னும் புள்ளி வழிச் செல்வதும் மற்றும் வெட்டுத்துண்டுகளின் கூடுதல் 5 கொண்டதுமான நேர்க்கோடுகளின் சமன்பாடுகளைக் காண்க.

x-வெட்டுத்துண்டு a, y-வெட்டுத்துண்டு b என்க

$a + b = 5$

$b = 5 - a$

வெட்டுத்துண்டுகள் வடிவம்: $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$

$\frac{x}{a} + \frac{y}{5-a} = 1$

$\frac{(5-a)x + ay}{a(5-a)} = 1$

$(5-a)x + ay = a(5-a) \longrightarrow ①$

(6,-2) என்னும் புள்ளி வழிச் செல்வதால்

$(5-a)6 + a(-2) = a(5-a)$

$30 - 6a - 2a = 5a - a^2$

$30 - 8a = 5a - a^2$

$a^2 - 5a - 8a + 30 = 0$

$a^2 - 13a + 30 = 0$ (30: -3, -10; -13)

$(a-3)(a-10) = 0$

$a = 3$ (அ) $a = 10$

a=3 எனில் ① ⇒ $(5-3)x + 3y = 3(5-3)$

$2x + 3y = 3(2)$

$2x + 3y = 6$

$2x + 3y - 6 = 0$

a=10 எனில் ① ⇒ $(5-10)x + 10y = 10(5-10)$

$-5x + 10y = 10(-5)$

$-5x + 10y = -50$

$5x - 10y - 50 = 0$

$\div 5$, $x - 2y - 10 = 0$

(19) $2x+y-3=0$, $5x+y-6=0$ ஆகிய நேர்க்கோடுகள் சந்திக்கும் புள்ளி வழியாகவும் (1,2),(2,1) ஆகிய புள்ளிகளை இணைக்கும் நேர்க்கோட்டிற்கு இணையாகவும் உள்ள நேர்க்கோட்டின் சமன்பாட்டைக் காண்க.

$2x + y = 3 \longrightarrow ①$

$5x + y = 6 \longrightarrow ②$

$(-)\ (-)\ (-)$

$+3x = +3$

$x = 1$

x=1 என சமன் ①-ல் பிரதியிட

$2(1) + y = 3$

$2 + y = 3$

$y = 3 - 2$

$y = 1$

∴ சந்திக்கும் புள்ளி $= (\overset{x}{1},\overset{y}{1})$

$(\overset{x_1}{1},\overset{y_1}{2})$ $(\overset{x_2}{2},\overset{y_2}{1})$

சாய்வு $= \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1} = \frac{1-2}{2-1} = \frac{-1}{1} = -1$

புள்ளி (1,1) $m = 1$

தேவையான நேர்க்கோட்டின் சமன்பாடு:

$y - y_1 = m(x - x_1)$

$y - 1 = 1(x-1)$

$y - 1 = x - 1$

$x - 1 - y + 1 = 0$

$x - y = 0$

(20) $5x-6y=1$, $3x+2y+5=0$ ஆகிய நேர்க்கோடுகள் சந்திக்கும் புள்ளி வழியாகவும், $3x-5y+11=0$ என்ற நேர்க்கோட்டிற்கு செங்குத்தாகவும் அமையும் நேர்க்கோட்டின் சமன்பாட்டைக் காண்க.

$5x - 6y = 1 \longrightarrow ①$

$3x + 2y = -5 \longrightarrow ②$

② × 3 ⇒ $9x + 6y = -15$

① ⇒ $5x - 6y = 1$

$14x = -14$

$x = -1$

x=-1 என ②ல் பிரதியிட,

$3(-1) + 2y = -5$

$-3 + 2y = -5$

$2y = -5 + 3$

$2y = -2$

$y = -1$

∴ சந்திக்கும் புள்ளி $= (\overset{x}{-1},\overset{y}{-1})$

www,Padasalai.Net

$3x-5y+11=0$-ன் சாய்வு $= -\dfrac{x\text{-ன் கெழு}}{y\text{-ன் கெழு}}$

$= -\dfrac{3}{-5} = \dfrac{3}{5}$

∴ செங்குத்து சாய்வு $m = -\dfrac{5}{3}$

தேவையான நேர்க்கோட்டின் சமன்பாடு:

$y-y_1 = m(x-x_1)$

$(x_1,y_1) = (-1,-1)$

$m = -\dfrac{5}{3}$

$y-(-1) = -\dfrac{5}{3}[x-(-1)]$

$3(y+1) = -5(x+1)$

$3y+3 = -5x-5$

$5x+5+3y+3 = 0$

$5x+3y+8 = 0$

(21) $3x-y+9=0$, $x+2y=4$ ஆகிய நேர்க்கோடுகள் வெட்டும்புள்ளியுடன் $2x+y-4=0$, $x-2y+3=0$ ஆகிய நேர்க்கோடுகள் வெட்டும் புள்ளியை இணைக்கும் நேர்க்கோட்டின் சமன்பாட்டைக் காண்க.

$3x-y=-9 \longrightarrow (1)$

$x+2y=4 \longrightarrow (2)$

$(1)\times 2 \Rightarrow 6x-2y=-18$

$(2) \Rightarrow x+2y=4$

$7x = -14$

$x = -2$

$x=-2$ ஐ (2) ல் பிரதியிட

$-2+2y=4$

$2y=4+2$

$2y=6$

$y=3$

∴ வெட்டும் புள்ளி $A = (-2,3)$

$2x+y=4 \longrightarrow (3)$

$x-2y=-3 \longrightarrow (4)$

$(3)\times 2 \Rightarrow 4x+2y=8$

$(4) \Rightarrow x-2y=-3$

$5x = 5$

$x = 1$

$x=1$ ஐ (3) ல் பிரதியிட,

$2(1)+y=4$

$2+y=4$

$y=4-2$

$y=2$

∴ வெட்டும் புள்ளி $B = (1,2)$

$A(-2,3)$ (x_1, y_1) $B(1,2)$ (x_2, y_2)

தேவையான சமன்பாடு: $\dfrac{y-y_1}{y_2-y_1} = \dfrac{x-x_1}{x_2-x_1}$

$\Rightarrow \dfrac{y-3}{2-3} = \dfrac{x-(-2)}{1-(-2)}$

$\Rightarrow \dfrac{y-3}{-1} = \dfrac{x+2}{1+2}$

$\Rightarrow \dfrac{y-3}{-1} = \dfrac{x+2}{3}$

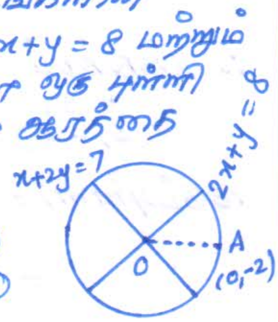
$\Rightarrow 3(y+3) = -1(x+2)$

$\Rightarrow 3y-9 = -x-2$

$\Rightarrow x+2+3y-9=0$

$\Rightarrow x+3y-7=0$

(22) ஒரு வட்டத்தின் இரு விட்டங்களின் சமன்பாடுகள் $x+2y=7$, $2x+y=8$ மற்றும் வட்டத்தின் மீது அமைந்துள்ள ஒரு புள்ளி $(0,-2)$ எனில் இவ்வட்டத்தின் ஆரத்தைக் காண்க.



$x+2y=7 \longrightarrow (1)$

$2x+y=8 \longrightarrow (2)$

$(1)\times 2 \Rightarrow 2x+4y=14$

$(2) \Rightarrow 2x+y=8$

$3y = 6$

$y = 2$

$y=2$ ஐ (1)-ல் பிரதியிட,

$x+2(2)=7$

$x+4=7$

$x=7-4$

$x=3$

∴ வட்டத்தின் மையம் $O = (3,2)$

$O(3,2)$ (x_1, y_1) $A(0,-2)$ (x_2, y_2)

ஆரம் $OA = \sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$

$= \sqrt{(0-3)^2+(-2-2)^2}$

$= \sqrt{(-3)^2+(-4)^2}$

$= \sqrt{9+16}$

$= \sqrt{25}$

$= 5$ அலகுகள்

(23) $2x-3y+4=0$, $x-2y+3=0$ ஆகிய நேர்க்கோடுகள் சந்திக்கும் புள்ளியையும், $(3,-2)$, $(-5,8)$ ஆகிய புள்ளிகளை இணைக்கும் நேர்க்கோட்டுத்துண்டின் நடுப்புள்ளியையும் இணைக்கும் கோட்டுத்துண்டின் சமன்பாட்டைக் காண்க.

www.ednnet.blogspot.com

www,Padasalai.Net

$$2x-3y=-4 \longrightarrow (1)$$
$$x-2y=-3 \longrightarrow (2)$$

$$(1) \Rightarrow 2x-3y=-4$$
$$(2)\times 2 \Rightarrow \underline{2x-4y=-6}$$
$$y=2$$

$y=2$ ஐ (2)-ல் பிரதியிட,

$$x-2(2)=-3$$
$$x-4=-3$$
$$x=-3+4$$
$$x=1$$

∴ சந்திக்கும் புள்ளி $=(1,2)$

$(3,-2)$ $(-5,8)$ — x_1, y_1 ; x_2, y_2

$$\text{நடுப்புள்ளி} = \left(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2}\right)$$
$$= \left(\frac{3-5}{2}, \frac{-2+8}{2}\right)$$
$$= \left(\frac{-2}{2}, \frac{6}{2}\right)$$
$$= (-1,3)$$

$(1,2)$ $(-1,3)$ — x_1, y_1 ; x_2, y_2

தேவையான நேர்க்கோட்டின் சமன்பாடு:

$$\frac{y-y_1}{y_2-y_1} = \frac{x-x_1}{x_2-x_1}$$
$$\Rightarrow \frac{y-2}{3-2} = \frac{x-1}{-1-1}$$
$$\Rightarrow \frac{y-2}{1} = \frac{x-1}{-2}$$
$$\Rightarrow -2(y-2) = 1(x-1)$$
$$\Rightarrow -2y+4 = x-1$$
$$\Rightarrow x-1+2y-4=0$$
$$\Rightarrow x+2y-5=0$$

வி. ஞானமுருகன், எம்.எஸ்ஸி.,பி.எட்.,
பட்டதாரி ஆசிரியர்
அரசு உயர்நிலைப் பள்ளி
தி. புதுப்பட்டி - 630 211
சிவகங்கை மாவட்டம்

www,Padasalai.Net