

$\begin{matrix} a & b \\ c & d \end{matrix}$

$2x^2 + 5x - 12 = 0$

\overline{AB}

$\int f(x) dx$

$\sqrt[5]{2}$

Matematik C

Højere forberedelseseksamen

$\frac{dy}{dx} = e^x + \frac{1}{x}$

$a^2 + b^2 = c^2$

e^x

Hæfte: August 2012

$\sqrt{-1} = i$

Kl. 9.00 - 12.00

$x/y, y \neq 0$

Matematik Universet

Copyright Anders og Mark ©

www.matematikhaelp.tk

Løsninger lavet af
Anders og Mark

Kommentar til opgaven:

Lilla farve - angiver formelen.

Rød farve - angiver ophævelsen af en ligning.

August 2012

Opgave 1

Kina har i en årrække oplevet stor økonomisk vækst. Udviklingen i Kinas bruttonationalprodukt (BNP) kan for en periode før finanskrisen med tilnærmelse beskrives ved modellen

$$y = 726 \cdot 1,115^x$$

Hvor x er antal år efter 1995, og y er Kinas BNP, målt i milliarder dollars.

a. Bestem Kinas BNP i år 2001 ifølge modellen.

$$\text{Antal år} = 2001 - 1995 = 6 \text{ år}$$

$$y = 726 \cdot 1,115^6$$

⇕

$$y = 1395,03 \text{ mia dollars.}$$

b. Hvad fortæller konstanterne 726 og 1,115 om Kinas BNP?

$$a = (1,115 - 1) \cdot 100\% = 11,5\%$$

Tallet b fortæller, at 726 mia. dollars var begyndelses værdien, dvs. Kinas BNP og tallet a fortæller at den stiger med 11,5% hvert år.

c. Bestem fordoblingstiden for Kinas BNP.

$$T_2 = \frac{\log 2}{\log a} \Rightarrow \frac{\log 2}{\log 1,115} = 6,36 \text{ år.}$$

Dvs. at Kinas BNP stiger fordoblet hver ca. 6 år.

Opgave 2

De nye klasser på to ungdomsuddannelser (skole A og skole B) blev i august 2011 screenet for deres læsehastighed. Læsehastigheden måles i antal ord pr. minut. Nedenstående tabel viser læsehastigheden for de 12 klasser på skole A og de 3 klasser på skole B:

Skole A	182, 193, 198, 198, 202, 207, 217, 220, 232, 235, 241, 261
Skole B	181, 193, 219

a. Bestem kvartilsættet for klassernes læsehastighed på skole A.

Startværdien = 182

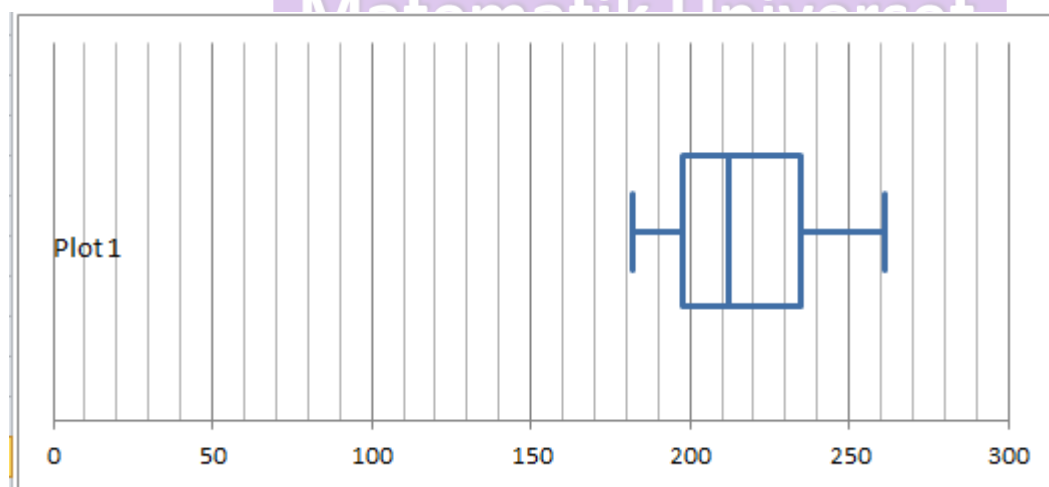
Nedre kvartil = 198

Median = $\frac{207+217}{2} = 212$

Øvre kvartil = 235

Slutværdien = 261

b. Tegn et boksplot for læsehastigheden for klasserne på skole A. Hvordan placerer klasserne på skole B sig sammenlignet med klasserne på skole A?



Sammenligning af kvartilsæt for 'skole A's klasser' og 'skole B's klasser':

Man kan konkludere på baggrund af de oplyste tal, at 'skole A's klasser' har en væsentlig langsommere tid (**Nedre kvartil = 198**) end 'skole B's klasser', da de har en tid (**Nedre kvartil = 181**). Medianen på 'skole A's klasser' (**Medianen = 212**) angiver også at de er langsommere end 'skole B's klasser' (**Medianen = 193**) og øvre kvartil angiver at 'skole A's klasser' (**Øvre kvartil = 235**) er langsommere end 'skole B's klasser' (**Øvre kvartil = 219**). - Så ud fra de tal kan man sammenligne dem. 'Skole B's klasser' er meget hurtigere til at læse end 'skole A's klasser'.

Opgave 3

Hos et trykkeri kan en forfatter få trykt sine egne bøger. For at få trykt en bestemt bog skal forfatteren betale 4775 kr. i startomkostninger og derefter 45 kr. pr. eksemplar af bogen.

- a. Indfør passende variable, og opstil en formel, der beskriver sammenhængen mellem antallet af trykte bøger og forfatterens samlede udgifter.

$$y = 45 \cdot x + 4775$$

Betydning af x og y .

x = antal af eksemplarer af bøger

y = omkostninger (kr) eller udgifter.

- b. Hvor mange eksemplarer af bogen har en forfatter fået trykt, når de samlede udgifter er 14 000 kr.?

$$14\,000 = 45 \cdot x + 4775$$

⇕

$$14\,000 - 4775 = 45 \cdot x + 4775 - 4775$$

⇕

$$9225 = 45 \cdot x$$

⇕

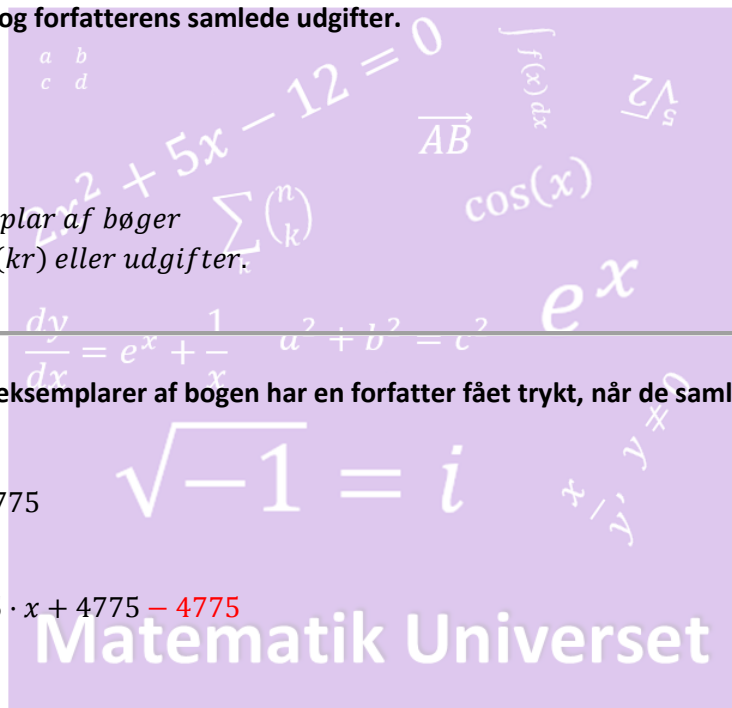
$$\frac{9225}{45} = \frac{45 \cdot x}{45}$$

⇕

$$x = \frac{9225}{45}$$

⇕

$$x = 205 \text{ bøger}$$



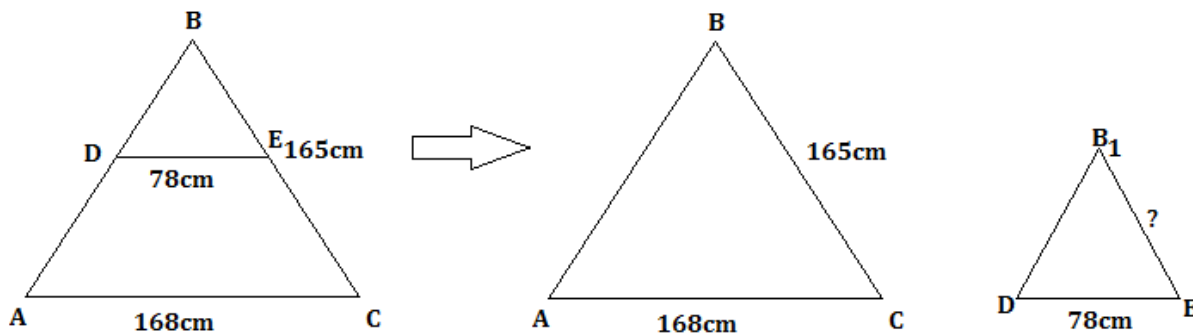
www.matematikhjaelp.tk
Løsninger lavet af
Anders og Mark

Opgave 4

Figur 1 viser et klatrestativ. Figur 2 viser en model af en del af klatrestativet. Trekkanterne ABC og DBE er ensvinklede. Desuden oplyses sidelængderne $|AC| = 168\text{cm}$, $|DE| = 78\text{cm}$, $|BC| = 165\text{cm}$,

- a. Bestem længden af siden BE .

Se figur & se beregning:



$$k = \frac{S}{B} \Rightarrow \frac{168}{78} = 2,15$$

$$|BE| = \frac{|BC|}{k} \Rightarrow \frac{165}{2,15} = 76,74\text{cm}$$

Matematik Universet

www.matematikhjælp.tk

Løsninger lavet af
Anders og Mark

Opgave 5

Nedenstående skema viser sammenhængen mellem højde og rumfang for træningsbolde.

Højde (m)	0,45 (x_1)	0,85 (x_2)
Rumfang (L)	48 (y_1)	322 (y_2)

Der er tale om en sammenhæng af typen

$$\begin{matrix} a & b \\ c & d \end{matrix}$$

$$y = b \cdot x^a$$

Hvor x er træningsboldens højde (målt i m), og y er dens rumfang (målt i L)

a. Bestem tallene a og b .

$$a = \frac{\log\left(\frac{y_2}{y_1}\right)}{\log\left(\frac{x_2}{x_1}\right)} \Rightarrow \frac{\log\left(\frac{322}{48}\right)}{\log\left(\frac{0,85}{0,45}\right)} = 2,99$$

$$b = \frac{y_1}{x_1^a} \Rightarrow \frac{48}{0,45^{2,99}} = 522$$

$$y = 522 \cdot x^{2,99}$$

En bestemt træningsbold er 0,65 m høj.

b. Bestem rumfanget af denne bold.

$$y = 522 \cdot 0,65^{2,99}$$

⇕

$$y = 143,97 \text{ L}$$

Figuren viser 2 træningsbolde. Højden på den store træningsbold er 40 % større end højden på den lille træningsbold.

c. Hvor mange procent er rumfanget af den store træningsbold større end rumfanget af den lille træningsbold?

$$r_x = 40\% \Rightarrow \frac{40}{100} = 0,40$$

$$r_y = ((1 + r_x)^a - 1) \cdot 100\%$$

$$r_y = ((1 + 0,40)^{2,99} - 1) \cdot 100\%$$

⇕

$$r_y = \text{Rumfanget af den store bold er } 173\% \text{ større end den lille bold.}$$

Opgave 6

På figuren ses en firkant $ABCD$, hvor diagonalen BD er tegnet. Vinkel C er 90° , og nogle af de øvrige mål fremgår af figuren.

a. Bestem længden af siden BC .

$$|BC| = \sqrt{c^2 - b^2} \Rightarrow \sqrt{200^2 - 160^2} = 120$$

b. Bestem længden af siden AD .

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B}$$

$$\frac{200}{\sin(87,7)} = \frac{b}{\sin(47,9)}$$

⇕

$$b \cdot \sin(87,7) = 200 \cdot \sin(47,9)$$

⇕

$$\frac{b \cdot \sin(87,7)}{\sin(87,7)} = \frac{200 \cdot \sin(47,9)}{\sin(87,7)}$$

⇕

$$b = \frac{200 \cdot \sin(47,9)}{\sin(87,7)}$$

⇕

$$b = 148,51$$

c. Bestem arealet af firkanten $ABCD$.

Men først skal man finde $\angle D$

$$\angle D = 180 - \angle B - \angle A \Rightarrow 180 - 47,9 - 87,7 = 44,4$$

Arealet af trekanten CBD

$$T = \frac{1}{2} \cdot h \cdot g$$

$$T = \frac{1}{2} \cdot 120 \cdot 160$$

⇕

$$T = 9600$$

Arealet af trekanten ABD

Fortsættes næste side.

$$T = \frac{1}{2} \cdot a \cdot b \cdot \sin D$$

$$T = \frac{1}{2} \cdot 200 \cdot 148,51 \cdot \sin(44,4)$$

⇕

$$T = 10\,390,7$$

$$\text{Arealet af } ABCD = \overset{a}{C} \overset{b}{D} \Rightarrow 9600 + 10\,390,7 = 19\,990,7$$

Opgave 7

Frysepunktet for øl, vin og spiritus afhænger af alkoholprocenten. Der gælder sammenhængen

$$y = -\frac{36x}{100-x}$$

Hvor x er alkoholprocenten og y er frysepunktet, målt i $^{\circ}\text{C}$

- a. Ved hvilken temperatur fryser snaps med en alkoholprocent på 33?

$$y = -\frac{36 \cdot 33}{100 - 33}$$

⇕

$$y = -17,73$$

Så snapsen fryses ved $-17,73^{\circ}\text{C}$