Matematik B-niveau HFE
29. august 2008
**Delprøve 1**

# Opgave 1

## Delopgave a

Ligningen

$4x - 6 = 3x - 2(x - 3)$

$$4x - 6 = x + 6 \quad \textbf{(1.1.1)}$$

Heraf løses den for $x$.

$4x - 6 = x + 6$

$$4x - 6 = x + 6 \quad \textbf{(1.1.2)}$$

$\xrightarrow{\text{solve for x}}$

$$[[x = 4]] \quad \textbf{(1.1.3)}$$

Gør prøve.

$4 \cdot 4 - 6 = 3 \cdot 4 - 2(4 - 3)$

$$10 = 10 \quad \textbf{(1.1.4)}$$

Det passer.



# Opgave 2

## Delopgave a

I år 2000 var antallet af indbyggere 14 mio.
Angolas befolkningstal vokser med $((1.023 - 1) \cdot 100\ \% = 2.3\ \%$ hvert år efter 2000.

# Opgave 3

## Delopgave a

$f(x) = 3x + 10 \cdot e^{2x}$

Differentieres.

$f'(x) = 3 + 10 \cdot 2 \cdot e^{2x} = 3 + 20 \cdot e^{2x}$.

Indsæt for $f'(0)$.

$f'(0) = 3 + 20 \cdot e^{2 \cdot 0} = 23$

# Opgave 4

## Delopgave a

Andengradspolynomiet er givet ved

$y = x^2 - 4x + 3$

Dette har et toppunkt der kan regnes på følgende formel.

$$T_{x,y} = \left( -\frac{b}{2a} ; -\frac{d}{4a} \right)$$

Diskriminanten udregnes.

$d = b^2 - 4ac = (-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 3 = 4, \; d > 0$

Indsættes værdierne i $T_{x,y}$ fås

$$T_{x,y} = \left( -\frac{-4}{2 \cdot 1} ; -\frac{-4}{4 \cdot 1} \right) = (2; -1)$$

Som er toppunktet for $y$.



# Opgave 5

## Delopgave a

Ved aflæsning ses

$f'(-2) = 2.5$

$f'(x) = 0$ fås
$x = -1$ og $x = 3$

## Opgave 6

### Delopgave a

Oplysningerne defineres.

$L1 := [62, 75, 82.5, 97, 113, 148.5, 162.5]$

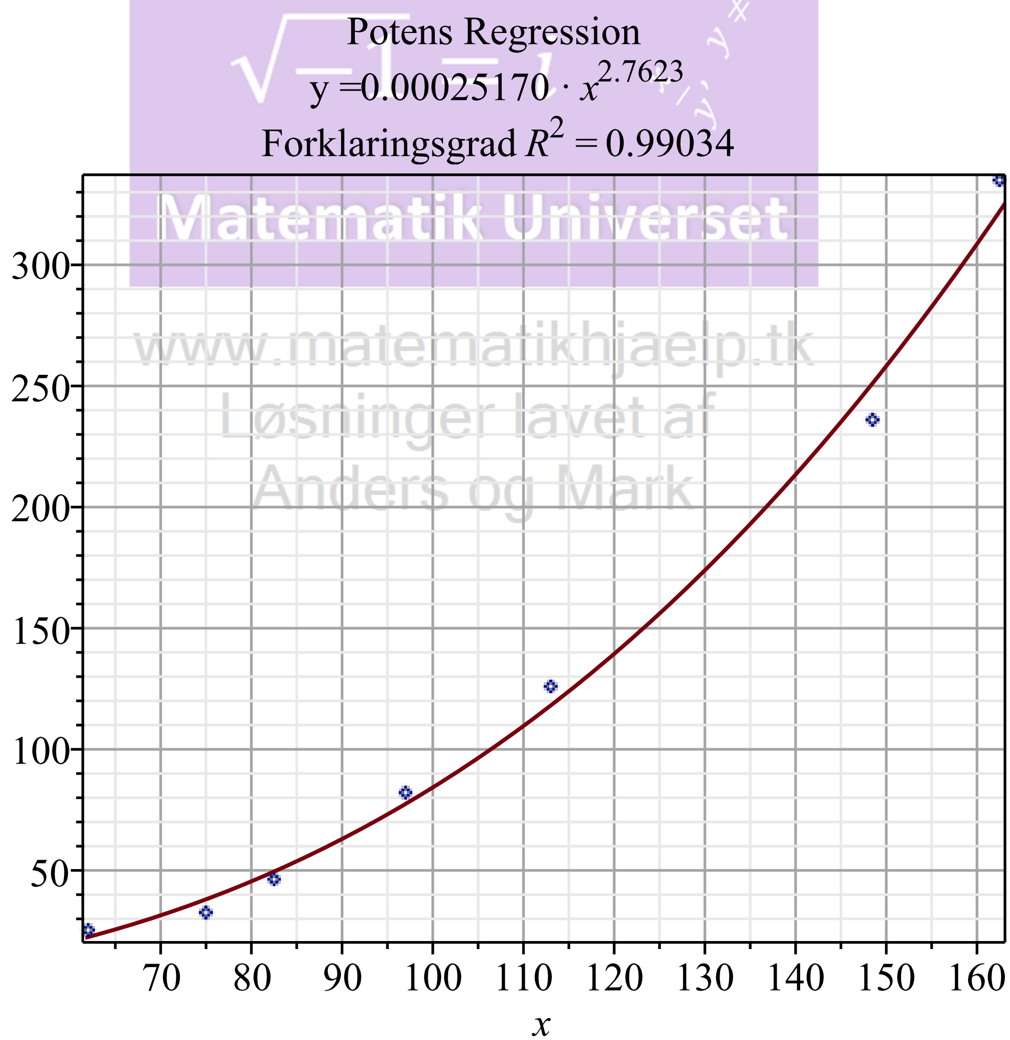
$$[62, 75, 82.5, 97, 113, 148.5, 162.5] \quad \textbf{(6.1.1)}$$

$L2 := [25.4, 32.6, 46.3, 82.1, 126, 236, 335]$

$$[25.4, 32.6, 46.3, 82.1, 126, 236, 335] \quad \textbf{(6.1.2)}$$

Der udføres potensregression.

$PowReg(L1, L2)$






Konstanterne blev bestem til

$a = 2.7623$

$$a = 2.7623 \quad \mathbf{(6.1.3)}$$

$b = 0.00025170$

$$b = 0.00025170 \quad \mathbf{(6.1.4)}$$

Funktionen defineres.

$f(x) := 0.00025170 \cdot x^{2.7623}$

$$x \rightarrow 0.00025170\, x^{2.7623} \quad \mathbf{(6.1.5)}$$

### Delopgave b

Der bestemmes vægten for en kvie.

$f(130)$

$$173.8717149 \quad \mathbf{(6.2.1)}$$

Så den vil have vægten 173.87kg

### Delopgave c

Formlen benyttes

$r_x = 10\ \%$

$r_y = \left( (1 + r_x)^a - 1 \right) \cdot 100 :$

Oplysningerne indsættes

$r_y = \left( \left( 1 + \left( \frac{10}{100} \right) \right)^{2.7623} - 1 \right) \cdot 100$

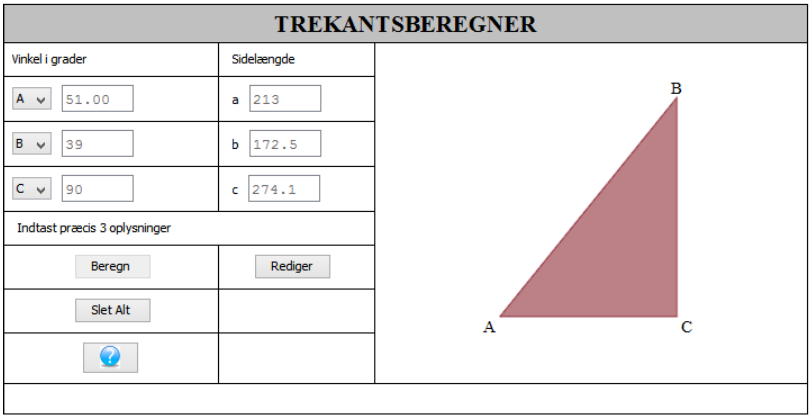
$$r_y = 30.11848980 \quad \mathbf{(6.3.1)}$$

Så vægten øges med 30%.

## Opgave 7

### Delopgave a

Her benyttes Maple's trekantsberegner.




$|AB|$ svarende til længden $c$ blev regnet til 274.1

## Opgave 8

### Delopgave a

Oplysningerne defineres.
$x =$ år
$f(x) =$ manglende studerende.

$L1 := [0, 9]$

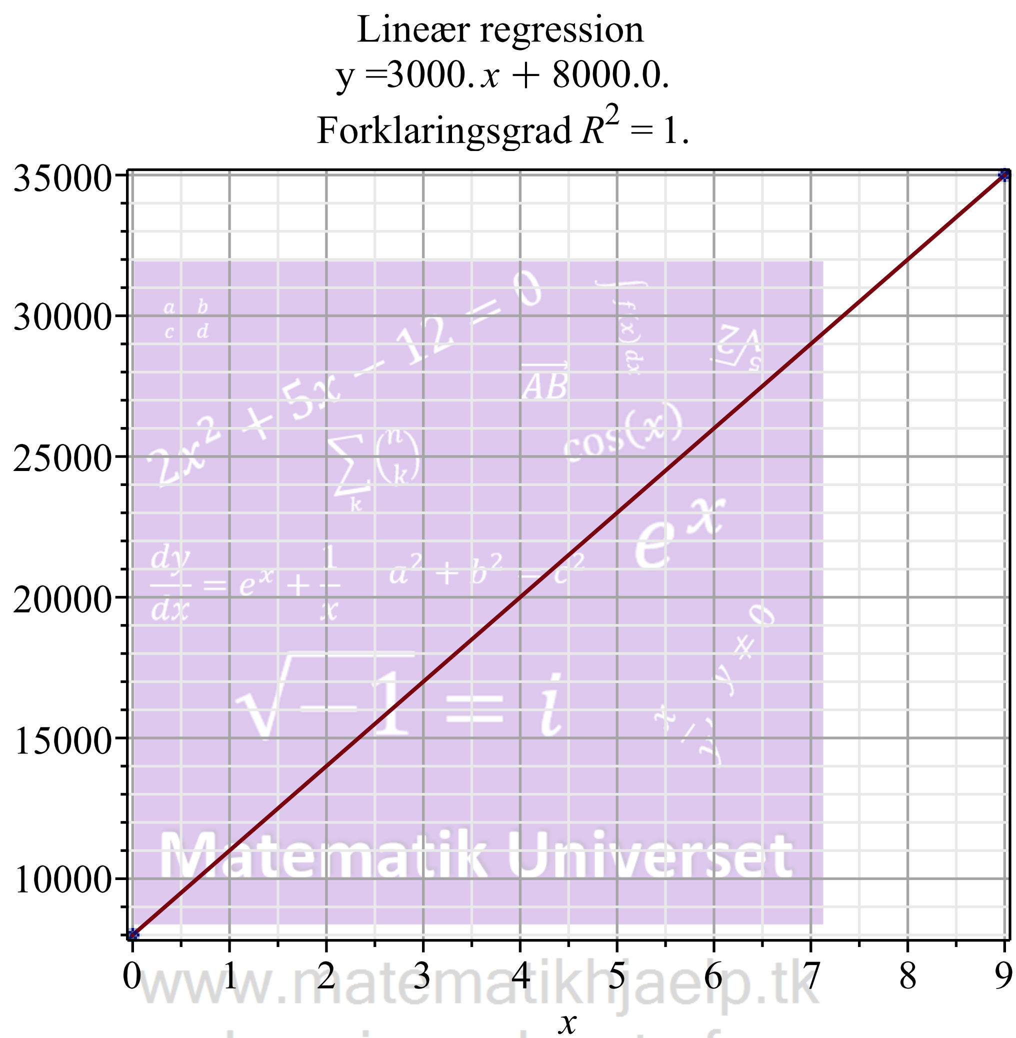
$$[0, 9] \tag{8.1.1}$$

$L2 := [8000, 35000]$

$$[8000, 35000] \tag{8.1.2}$$

Der udføres lineær regression.

$LinReg(L1, L2)$






Funktionsforskriften er angivet til

$f(x) = 3000\,x + 8000$

$$f(x) = 3000\,x + 8000 \quad \textbf{(8.1.3)}$$

Som beskriver den udvikling på manglende studerende.

# Opgave 9

## Delopgave a

Modellen defineres først.

$A(t) := 148 \cdot 0.956^{t}$

$$t \rightarrow 148\ 0.956^{t} \quad \textbf{(9.1.1)}$$

Der bestemmes for antal henfald ved $t = 10$.

$A(10)$

$$94.37145222 \quad \textbf{(9.1.2)}$$

Så efter 10 sekunder vil der være henfaldet 94 atomkerner pr. sekund.

Halveringstiden bestemmes.

$$T_{\frac{1}{2}} = \frac{\log_{10}\left(\frac{1}{2}\right)}{\log_{10}(0.956)}$$

$$T_{\frac{1}{2}} = \frac{51.17155295 \ln(2)}{\ln(10)} \quad \textbf{(9.1.3)}$$

$\xrightarrow{\text{at 5 digits}}$

$$T_{\frac{1}{2}} = 15.404 \quad \textbf{(9.1.4)}$$

Efter 15 sekunder er der sket en halvering i antallet af atomkerner der er henfaldet.

**Delopgave b**

Der løses en ligning for

$A(t) = 5$

$$148\ 0.956^{t} = 5 \quad \textbf{(9.2.1)}$$

$\xrightarrow{\text{solve for t}}$

$$[[t = 75.28828169]] \quad \textbf{(9.2.2)}$$

Så efter 75.28 sekunder sker der 5 henfald pr. sekund.

**Delopgave c**

Nu bestemmes der for de første 10 sekunder.

$$H = \int_0^{10} A(t)\, \mathrm{d}t$$

$$H = 1191.815269 \quad \textbf{(9.3.1)}$$

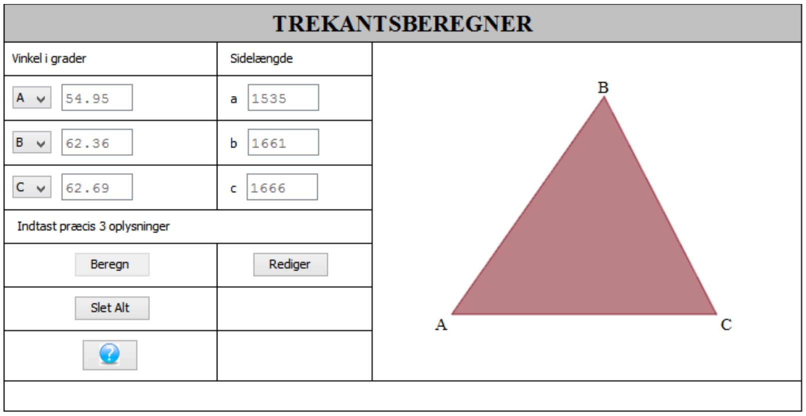
Dvs. ca. 1192 henfald i de første 10 sekunder fra start.



## Opgave 10

**Delopgave a**

Her benyttes Maple's trekantsberegner.




Arealet kan nu bestemmes.

$A = \frac{1}{2} \cdot a \cdot b \cdot Sin(C)$ hvor oplysningerne vælges fra ovenstående.

$A = \frac{1}{2} \cdot 1535 \cdot 1661 \cdot Sin(62.69)$

$$A = 1.132722733\ 10^6 \qquad \textbf{(10.1.1)}$$

Som måles i $km^2$.



## Opgave 11

### Delopgave a



Funktionen defineres.

$f(x) := \frac{1}{3}x^3 - 4x^2 + 12x$

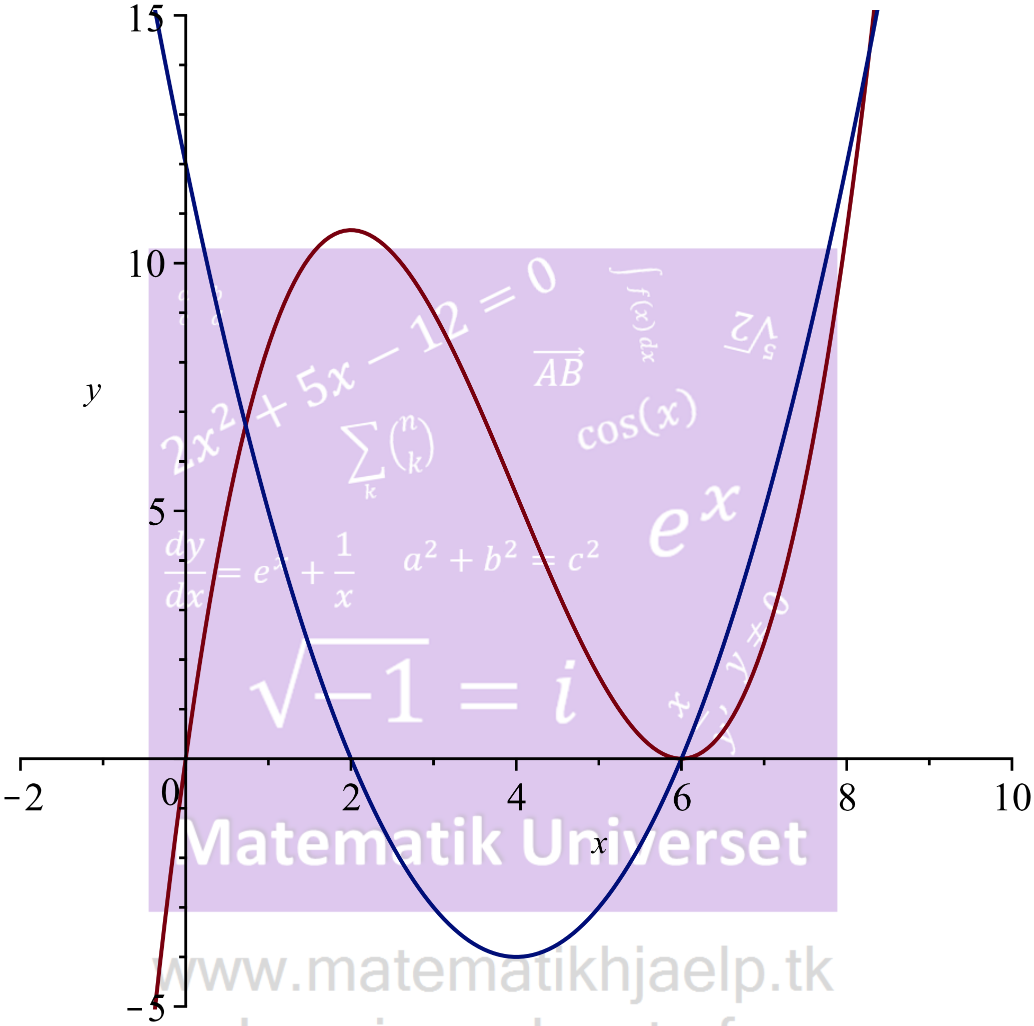
$$x \rightarrow \frac{1}{3}x^3 - 4x^2 + 12x \qquad \textbf{(11.1.1)}$$

Grafen tegnes v.h.a. plot, men da man skal benytte den afledede til at argumentere for dens forløb, differentieres $f(x)$.

$f'(x)$

$$x^2 - 8x + 12 \qquad \textbf{(11.1.2)}$$

$plot([f(x), f'(x)], x = -2..10, y = -5..15)$






Forklaring: Den røde ($f(x)$) viser hvordan den forløber sig. Den blå ($f'(x)$) fortæller hvordan den røde vil forløbe. Heraf ses, at når den blå er over førsteaksen i første og anden kvadrant, vil den oprindelige funktion være voksende. Krydser den blå graf førsteaksen, ses det, at den oprindelige funktion er aftagende. Dvs. den afledede's $x$-værdier er faktisk det der indikerer, om $f$ er vokende eller aftagende.

**Delopgave b**

Funktionen differentieres.

$f'(x)$

$$x^2 - 8x + 12 \tag{11.2.1}$$

Den sættes lig med -5.

$f'(x) = -5$

$$x^2 - 8x + 12 = -5 \tag{11.2.2}$$

$\xrightarrow{\text{solve for x}}$

$$[[x = 4 + \mathrm{I}], [x = 4 - \mathrm{I}]] \tag{11.2.3}$$

Da får man komplekse rødder. Derfra er $f'(x) = -5$ IKKE tangent til $f$.

### Delopgave c

Her ses på grafen, at $f(x)$ har nulpunkter i $x=0$ og $x=6$. Dette kan regnes algebraisk, så dette gøres således:

$f(x)=0$

$$\frac{1}{3}x^3-4x^2+12x=0 \tag{11.3.1}$$

$\xrightarrow{\text{solve for x}}$

$$[[x=0],[x=6],[x=6]] \tag{11.3.2}$$

Da kender man grænseværdierne for arealet.

$A=\int_0^6 f(x)\,\mathrm{d}x$

$$A=36 \tag{11.3.3}$$

Så arealet blev bestemt til 36.



## Opgave 12a

### Delopgave a

Modellen defineres.

$f(t) := 114.6\cdot\left(1-0.927\cdot e^{-0.14\cdot t}\right)$

$$t \to 114.6\left(1+(-1)\cdot 0.927\,e^{(-1)\cdot 0.14\,t}\right) \tag{12.1.1}$$



Man bestemmer længden ved indsættelse af 4.0 på $t$'s plads.

$f(4)$

$$53.91806208 \tag{12.1.2}$$

Længden på en 4-årig gammel gedde, fås længden 53.91 cm.

### Delopgave b

$f'(5)$

$$7.385607947 \tag{12.2.1}$$

For en gedde på 5 år, vokser den med 7.38 cm. pr. år.

## Opgave 12b

### Delopgave a

Modellen aflæses.

$y$ er temperaturen, $x$ er tid.

$b=25-5$

$$b = 20 \tag{13.1.1}$$

Man kan anvende halveringskonstanten.

$$\frac{\log_{10}\left(\frac{1}{2}\right)}{\log_{10}(a)} = 75$$

$$-\frac{\ln(2)}{\ln(a)} = 75 \tag{13.1.2}$$

$\xrightarrow{\text{solve for a}}$

$$\left[\left[a = \frac{1}{2}\, 2^{74/75}\right]\right] \tag{13.1.3}$$

$$a = \frac{1}{2}\, 2^{74/75}$$

$$a = \frac{1}{2}\, 2^{74/75} \tag{13.1.4}$$

$\xrightarrow{\text{at 5 digits}}$

$$a = 0.99080 \tag{13.1.5}$$

Heraf fås modellen

$$y = 20 \cdot 0.99080^{x}$$

$$y = 20\; 0.99080^{x} \tag{13.1.6}$$



**Delopgave b**

Der indsættes 240 (4 timer) på $x$'s plads.



$$y = 20 \cdot 0.99080^{240}$$

$$y = 2.176053130 \tag{13.2.1}$$

Da køleskabet har temperaturen på 5 grader, lægges 2.18 til

$$5 + 2.18$$

$$7.18 \tag{13.2.2}$$

Så temperaturen for en øl, 240 minutter efter 7.18

Påstanden er IKKE korrekt, overvej hvorfor....