تم التحميل من مدونة ملخصات الثانوية العامة
https://ye-thirdsecondr.blogspot.com/

مقـرر الوحـــــــدة الثالثـــــة
القـــــوى & والجـــذور

تعريف: $\underbrace{أ \times أ \times .... \times أ}_{\text{ن مرّة}} = أ^{ن}$

*** العدد (أ) يُسمى الأساس.**

*** العدد (ن) يُسمى الأُس ، ن ∈ ط.**

*** $أ^{ن}$ يُسمى (القوة النونية (ن)) للعدد أ.**

مثال: $5^{3} = 5 \times 5 \times 5$ (تكررت 3 مرات)

خـــــــواص القـــــــــوى

[1] $أ^{0}$= أ مثال: $(5)^{0} = 1$ ، $(2)^{0} = 1$ ، $(-3)^{0} = 1$

[2] $أ^{م} \times أ^{ن} = أ^{م+ن}$ ((حاصل ضرب القوى جمعها))

مثال: $أ^{2} \times أ^{3} = أ \times أ \times أ \times أ \times أ = أ^{5}$

حسب القاعدة: $أ^{2} \times أ^{3} = أ^{2+3} = أ^{5}$

[3] $\frac{أ^{م}}{أ^{ن}} = أ^{م-ن}$ (حاصل قسمة القوى طرحها).

مثال: $\frac{5^{7}}{5^{3}} = 5^{7-3} = 5^{4}$

مثال: $\frac{ب^{3}}{ب^{5}} = \frac{1}{ب^{5-3}} = \frac{1}{ب^{2}}$

[4] $(أ^{ن})^{م} = أ^{ن \times م}$. إذا رفع(أ) لأسين نضرب الأُس الأول في الأُس الثاني.

∴ نحسب القاعدة$(ب^{3})^{2} = ب^{3 \times 2} = ب^{6}$ مثال: $(ب^{3})^{2} = ب^{3} \times ب^{3} = ب^{3+3} = ب^{6} = ب^{3 \times 2}$

[5] $(أ \times ب)^{ن} = أ^{ن} \times ب^{ن}$ القوى توزيعيه في حالة.

$(\frac{1}{ب})^{2} = \frac{أ^{ن}}{ب^{ن}}$ الضرب والقسمة.

مثال توضيحي: $(ب جـ)^{2} = ب \times جـ \times ب \times جـ = ب \times ب \times جـ \times جـ = ب^{2} \times جـ^{2}$

تم التحميل من مدونة ملخصات الثانوية العامة

https://ye-thirdsecondr.blogspot.com/

مثال(1): $(5س)^2 = 5^2 \times س^2 = 25س^2$

مثال(2): $(-س)^3 = (-1 \times س)^3 = (-1)^3 \times س^3 = -1س^3 = -س^3$

مثال(3): $(\frac{3}{5})^2 = \frac{3^2}{5^2} = \frac{9}{25}$

انتبه: $(ب + جـ)^2 \neq ب^2 + جـ^2$ ∴ **لا توزع في حالة الجمع أو الطرح.**

[6] $أ^{-ن} = \frac{1}{أ^ن}$ **تنزل القوة إلى المقام بشرط تغيير إشارة الأُس والعكس.**

مثال: $أ^3 = \frac{1}{أ^{-3}}$ * $ب^5 = \frac{1}{ب^{-5}}$

مثال: $(10)^{-3} = \frac{1}{10^3} = 10^{-3}$

مثال: $5 \times 10^{-3} = 5 \times \frac{1}{10^3} = 5 \times \frac{1}{1000} = 5 \times 0.001$

تعميم: **القوى السابقة تدعى قوى طبيعية. حيث ن ∈ ط تبقى الخواص صحيحة من أجل ن ∈ ط أو ن ∈ ن أو ن ∈ ح.**

مثال: $(5س)^{-2} = 5^{-2} \times س^{-2}$

مثال: $(أ^{-2})^{-3} = أ^{-2 \times -3} = أ^6$

مثال: $(س ص)^{\frac{1}{3}} = س^{\frac{1}{3}} \times ص^{\frac{1}{3}}$

تم التحميل من مدونة ملخصات الثانوية العامة

https://ye-thirdsecondr.blogspot.com/

تمارين ومسائل (1/3)

[1] صوِّب الأخطاء في إجابة كل مما يأتي حيث المقامات ≠ الصفر:

م	التمرين	التصحيح	القاعدة المعتمدة
أ	$س^2 \times س^4 = س^8$	$س^2 \times س^4 = س^{4+2} = س^6$	$أ^ن \times أ^م = أ^{ن+م}$
ب	$(ص^2)^5 = ص^7$	$(ص^2)^5 = ص^{2\times5} = ص^{10}$	$(أ^ن)^م = أ^{ن\times م}$
جـ	$\frac{ب^6}{ب^2} = ب^3$	$\frac{ب^6}{ب^2} = ب^{6-2} = ب^4$	$\frac{ب^ن}{ب^م} = ب^{ن-م}$
د	$\frac{س^2}{س^6} = س^4$	$\frac{س^2}{س^6} = \frac{1}{س^{6-2}} = \frac{1}{س^4}$	$\frac{ب^ن}{ب^م} = \frac{1}{ب^{م-ن}}$
هـ	$(2س)^4 = 2س^4$	$(2س)^4 = 2^4 \times س^4 = 16س^4$	$(أ\times ب)^ن = أ^ن \times ب^ن$
و	$(\frac{4}{3})^4 = \frac{4}{4^3}$	$(\frac{4}{3})^4 = \frac{4^4}{4^3}$	$(\frac{أ}{ب})^ن = \frac{أ^ن}{ب^ن}$

[2] بسِّط ما يلي حيث المقامات ≠ الصفر.

أ) $(-\frac{1}{2})^4 (-\frac{1}{2})^3$ ..... خاصة (2)

الحل: $(-\frac{1}{2})^4 \times (-\frac{1}{2})^3 = (-\frac{1}{2})^{3+4} = (-\frac{1}{2})^7$

ب) $(ص^4)^{2ن}$ ..... خاصة (4)

الحل: $(ص^4)^{2ن} = ص^{4\times2ن} = ص^{7ن}$

جـ) $-(\frac{س}{ص})^3$ ..... خاصة (3)

الحل: $-(\frac{س}{ص})^3 = \frac{س^3}{ص^3}$

د) $(س^3)^5 \times س^4$ ..... خاصة (4) ، (2)

الحل: $(س^3)^5 \times س^4 = س^{15} \times س^4 = س^{19}$

هـ) $(-2س^2)^5$ ..... خاصة (5)

الحل: $(-2س^2)^5 = (-2)^5 \times (س^2)^5 = -32\ س^{10}$

تم التحميل من مدونة ملخصات الثانوية العامة

https://ye-thirdsecondr.blogspot.com/

و) $\frac{\text{س}^{\text{ن}}}{\text{س}^{\text{ن}+2}}$ ..... خاصة (3)

الحل: $\frac{\text{س}^{\text{ن}}}{\text{س}^{\text{ن}+2}} = \frac{1}{\text{س}^{\text{ن}+2-\text{ن}}} = \frac{1}{\text{س}^{2}}$

ز) $(-5\text{س}^{3})\ (-6\text{س}^{5})$ ..... خاصة (2)

الحل: $(-5\text{س}^{3})\ (-6\text{س}^{5}) = -5 \times -6 \times \text{س}^{3} \times \text{س}^{5} = +30 \times \text{س}^{8}$

ح) $(\frac{3}{2}\text{س}^{2}\text{ص}^{2})^{\text{ن}}$ ..... خاصة (4)

الحل: $(\frac{3}{2}\text{س}^{2}\text{ص}^{2})^{\text{ن}} = (\frac{3}{2})^{\text{ن}} \times (\text{س}^{2})^{\text{ن}} \times (\text{ص}^{3})^{\text{ن}} = (\frac{3}{2})^{\text{ن}} \times \text{س}^{2\text{ن}} \times \text{ص}^{3\text{ن}}$

ط) $(2\text{أ}+1)^{3}\ (2\text{أ}+1)^{7}$ ..... خاصة (2)

الحل: $(2\text{أ}+1)^{3}(2\text{أ}+1)^{7} = (2\text{أ}+1)^{3+7} = (2\text{أ}+1)^{10}$

---

[3] ضع كلاً مما يأتي في أبسط صورة حيث المقامات لا تساوي صفر.

أ) $(\frac{-1}{2}\text{س}^{3}\text{ص}^{-4})^{-3}$

الحل: $(-\frac{1}{2}\ \text{س}^{3}\text{ص}^{-4})^{3} = (-\frac{1}{2})^{3}\ (\text{س}^{3})^{-3} \times (\text{ص}^{-4})^{-3}$

$= (-\frac{1}{2})^{3}\ \text{س}^{-9} \times \text{ص}^{+12} = -8\text{س}^{-9}\text{ص}^{12}$

أنتبه:

$(\frac{1}{2})^{-1} = (\frac{2}{1})^{1}$

$\frac{1}{(\frac{1}{2})^{-3}} = (\frac{2}{1})^{3}$

ب) $(\frac{2\text{أ}^{2}\ \text{ب}^{-4}}{\text{أ}^{-3}\ \text{جـ}^{-3}})^{2}$

$= (2\text{أ}^{2}\text{ب}^{-4} \times \text{أ}^{3} \times \text{جـ}^{3})^{2} = (2\text{أ}^{5}\text{ب}^{-4}\text{جـ}^{3})^{2}$

$= (2)^{2} \times (\text{أ}^{5})^{2} \times (\text{ب}^{-4})^{2} \times (\text{جـ}^{3})^{2} = 4\text{أ}^{10} \times \text{ب}^{-8} \times \text{جـ}^{6}$

جـ) $(12\text{ل}^{3}) \div (4\text{ل}^{2})^{5}$

الحل: $(12\text{ل}^{3})^{4} \div (4\text{ل}^{2})^{5} = (3 \times 4)^{4} \times (\text{ل}^{3})^{4} \times \frac{1}{4^{5} \times (\text{ل}^{2})^{5}}$

$= \frac{4^{4} \times 3^{4} \times \text{ل}^{12}}{4^{5} \times \text{ل}^{10}} = \frac{3^{4}\ \text{ل}^{2}}{4^{1}} = \frac{81}{4}\ \text{ل}^{2}$

د) $\text{س}^{14}\text{ص}^{12} \div \text{س}^{5}\ \text{ص}^{5}$

تم التحميل من مدونة ملخصات الثانوية العامة

https://ye-thirdsecondr.blogspot.com/

الحل: $س^{14}ص^{12} \times \frac{1}{س^{5}ص^{5}} = \frac{س^{14}ص^{12}}{س^{5}ص^{5}} = س^{14-5}ص^{12-5} = س^{9} \times ص^{7}$

هـ) $(جـ^{3})^{2} \times (ب\ جـ^{-1})^{5} \times (\frac{جـ}{ب})^{4}$

الحل: $جـ^{3\times2} ب^{5} \times جـ^{-1\times5} \times \frac{جـ^{4}}{ب^{4}} = جـ^{6} \times ب^{5} \times جـ^{-5} \times جـ^{4} \times ب^{-4} = ب^{5-4} \times جـ^{6-5+4}$

$= ب^{1} جـ^{5}$

و) $(\frac{ب^{-2}}{جـ^{-2}})^{-3} \times جـ^{12}$

الحل: $\frac{ب^{-2\times-3}}{جـ^{-2\times-3}} \times جـ^{12} = \frac{جـ^{6}}{ب^{6}} \times جـ^{12} = ب^{6} \times جـ^{12-6} = ب^{6} \times جـ^{6}$

ز) $(\sqrt{2})^{-2} \times (\sqrt{2})^{-5} \times (\sqrt{2})^{9}$

الحل: $(\sqrt{2})^{2-5+9-} = (\sqrt{2})^{2} = 2$

ح) $(2أ\ ب)^{3} \div 2أ^{2}ب^{2}$

الحل: $2^{3}\ أ^{3}ب^{3} \times \frac{1}{2أ^{2}ب^{2}} = 2^{3-1}أ^{3-2}ب = 2^{2} \times أ \times ب = 4\ أ\ ب$

ط) $(\frac{4س^{2}ص^{3}ع^{-2}}{12س^{5}ص^{-2}ع})^{-3}$

الحل: $(\frac{س^{2-5}ص^{3}ع^{-2}}{3}) = (\frac{س^{-3}ص^{5}ع^{-2}}{3})^{-3} = (\frac{3}{س^{-3}ص^{5}ع^{-2}})^{3}$

$= \frac{3^{3}}{س^{-3\times3} \times ص^{5\times3} \times ع^{-2\times3}} = \frac{27}{س^{-9}ص^{15}ع^{-6}} = \frac{27}{س^{-9}ص^{15}ع^{-6}} = 27س^{9}ص^{-15}ع^{6}$

ي) $\frac{2س^{4}ص^{-2}}{س^{2}ص^{-3}}$

الحل: $2س^{4-2}ص^{-2+3} = 2س^{2}ص^{1}$

تم التحميل من مدونة ملخصات الثانوية العامة

https://ye-thirdsecondr.blogspot.com/

[4] بسِّط ما يأتي عِلماً بأن المقامات لا تساوي صفر:

أ) $\frac{(-54)\times 15^{3}\times 2^{4}}{36\times 25\times (-3)^{2}}$

الحل:

$$= \frac{2^{4}\times 3^{-1}\times (3\times 5)\times 3^{3}\times 2^{-1}}{2^{3}\times 3^{2}\times 5^{2}\times 2^{3}\times 3} = \frac{2^{4}\times 3^{3}\times 3^{3}\times 5^{5}\times 2^{-5}}{2^{3}\times 3^{2}\times 5^{2}\times 2^{3}\times 3} = 3^{-3}\times 5^{-3}\times 2^{-5}$$

$$= 2^{-2}\times 3^{-2}\times 5 = 60$$

ب) $\frac{(-2)^{4}\times (5-)^{3}\times (3-)^{2}}{(6-)^{2}\times (15-)^{3}}$

تنبيــه:

الأس الزوجي يأكل(−) والفردي يطرده خارج القوس.

الحل: $= \frac{2^{4}\times 5^{-3}\times 3^{2}}{(2\times 3)^{2}\times (3\times 5)^{3}} = \frac{2^{4}\times 5^{3}\times 3^{2}}{2^{2}\times 3^{2}\times 2^{2}\times 3^{3}\times 5^{3}} = \frac{2^{-4}}{3^{3}} = \frac{4}{27}$

جـ) $\frac{3^{-1}}{(2س-+1)^{0}}$

أنتبــه: $ب^{0}=1$

الحل: $\frac{3^{-1}}{1} = 3^{-1} = \frac{1}{3}$

د) $(س\ ص)^{0}-2^{-1}$

الحل: $= 1-2^{-1} = 1-\frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

و) $\frac{س^{ن}\times ص^{2ن+1}}{س^{ن-3}\times ص^{ن-4}}$

الحل: $س^{ن-(ن-3)}\times ص^{2ن+1-(ن-4)} = س^{ن-ن+3}\times ص^{2ن+1-ن+4} = س^{3}\times ص^{ن+5}$

[5] اختصر كلاً مما يلي إلى أبسط صورة:

(أ) $\frac{5^{ن+1}+5^{ن+1}}{5^{ن}-5^{ن+2}}$

تم التحميل من مدونة ملخصات الثانوية العامة

https://ye-thirdsecondr.blogspot.com/

الحل: $\dfrac{(5+{}^{2}5)^{\text{ن}}5}{({}^{2}5-1)5} = \dfrac{{}^{1}5\times{}^{\text{ن}}5+{}^{2}5\times{}^{\text{ن}}5}{{}^{2}5\times{}^{\text{ن}}5-{}^{\text{ن}}5}$

$= \dfrac{5+25}{25-1} = \dfrac{30}{24-} = \dfrac{5-}{4}$

(ب) $\dfrac{{}^{\text{م}2}27\times{}^{1-\text{م}4}6}{{}^{2+\text{م}}9\times{}^{1-\text{م}}8\times{}^{1+\text{م}}2}$

الحل: $\dfrac{{}^{\text{م}6}3\times{}^{1-\text{م}4}3\times{}^{1-\text{م}4}2}{{}^{4+\text{م}2}3\times{}^{3-\text{م}3}2\times{}^{1+\text{م}}2} = \dfrac{{}^{\text{م}2}({}^{3}3)\times{}^{1-\text{م}4}(3\times2)}{{}^{2+\text{م}}({}^{2}3)\times{}^{1-\text{م}}({}^{2}3)\times{}^{1+\text{م}}2}$

$= \dfrac{{}^{1-\text{م}10}3\times{}^{1-\text{م}4}2}{{}^{4+\text{م}2}3\times{}^{2-\text{م}4}2} = {}^{(4+\text{م}2)-1-\text{م}10}3\times{}^{(2-\text{م}4)-1-\text{م}2}4$

$= {}^{4-\text{م}2-1-\text{م}10}3\times{}^{2+\text{م}4-1-\text{م}4}2 = {}^{5-\text{م}8}3\times{}^{1}2$

(جـ) $\dfrac{{}^{\text{ن}+1}2\times{}^{5-\text{س}}3\times{}^{2-\text{ن}}2\times{}^{4-\text{س}}3}{{}^{\text{ن}}2\times{}^{3-\text{س}}3+{}^{2-\text{ن}}2\times{}^{4-\text{س}}3}$

الحل: $= \dfrac{{}^{\text{ن}}2\times{}^{1}2\times{}^{3-\text{س}}3\times{}^{2-}2\times{}^{\text{ن}}2+{}^{2-}3\times{}^{3-\text{س}}3\times{}^{1-}3}{\text{؟؟}}$

$= \dfrac{{}^{\text{ن}}2\,{}^{3-\text{س}}3\,({}^{1-}3\times{}^{2-}2+{}^{2-}3\times2)}{{}^{\text{ن}}2\,{}^{3-\text{س}}3\,({}^{1-}3\times{}^{2-}2+1)}$

$= \dfrac{\dfrac{1}{{}^{1}3\times{}^{2}2}+\dfrac{2}{{}^{2}3}}{\dfrac{1}{{}^{1}3\times{}^{2}2}+1} = \dfrac{\dfrac{1}{12}+\dfrac{2}{9}}{\dfrac{1}{12}+1} = \dfrac{\dfrac{9+24}{12\times9}}{\dfrac{1+12}{12}}$

$= \dfrac{12}{13}\times\dfrac{33}{12\times9} = \dfrac{11\times3}{13\times9} = \dfrac{11}{13\times3} = \dfrac{11}{39}$

تم التحميل من مدونة ملخصات الثانوية العامة

https://ye-thirdsecondr.blogspot.com/

(د) $\frac{3^{2}\times 4^{ن}2+(2^{2})^{ن}2}{1+(2^{2})^{ن}-4^{ن}2\times 5}=\frac{4^{3+ن}2+4^{2ن}2}{4^{1+ن}2-4^{ن}2\times 5}=$

$=\frac{8\times 4^{ن}2+2^{2ن}2}{2^{2+4ن}2-4^{ن}2\times 5}=\frac{(8+1)4^{ن}2}{2^{2}\times 4^{ن}2-5\times 4^{ن}2}=\frac{(8+1)4^{ن}2}{(2^{2}-5)4^{ن}2}$

$=\frac{9}{4-5}=\frac{9}{1}=9$

[6] ضع المقدار التالي في أبسط صورة ثم أوجد قيمته عندما:

م = 2 $=\frac{9^{1+م2}}{(3م)^{1+م}}\div\frac{3^{4+م}}{(3)^{2م}}$

الحل: $=\frac{(3^{2})^{1+م2}}{3^{م2+م}}\times\frac{3^{م2}}{3^{4+م}}=\frac{3^{م4+2}}{3^{م2+م}}\times\frac{3^{م2}}{3^{4+م}}=\frac{3^{م2+م4+2}}{3^{م2+م+4}}$

$=3^{(م2+م4+2-م2-2م-4)}=3^{2-2م}$

القيمـة: **لمّا م = 2** $\Leftarrow 3^{2-2م}=3^{2-3-\times 2}=3^{4}=81$

---

[7] بسِّط ما يأتي ثم أوجد قيمة المقدار عندما س = 1

$\frac{(4^{س})^{2}\times(4)^{2+س}}{(16)^{2}\times(2)^{2س}}$

الحل: $\frac{(4)^{2س}\times 4^{2+س}}{(4^{2})^{2}\times 2^{2س}}=\frac{4^{3س+2}}{2^{8}\times 2^{2س}}=\frac{(2^{2})^{3س+2}}{2^{8+2س}}$

$=\frac{2^{6س+4}}{2^{8+2س}}=2^{6س+4-2س-8}=2^{4س-4}\Leftarrow$ القيمة $2^{4-1\times 4}=2^{0}=1$

---

[8] اثبت أن: $\frac{5}{3}=\frac{5^{م}\times 50+5^{2+م}}{625\times 5^{م-3}-5^{2+م}\times 2}$

الإثبات: $\frac{5^{م}\times 2\times 5^{2}+5^{2+م}}{5^{4}\times 5^{م-3}-5^{2+م}\times 2}=\frac{5^{2+م}\times 2+5^{2+م}}{5^{م+2}-5^{م+1}\times 2}$

تم التحميل من مدونة ملخصات الثانوية العامة

https://ye-thirdsecondr.blogspot.com/

$$\frac{5}{3} = \frac{15}{9} = \frac{(10+5)^{1+م}5}{(1-10)^{1+م}5} = \frac{{}^{1+م}5 \times {}^{1}5 \times 2 + {}^{1}5 \times {}^{1+م}5}{{}^{1+م}5 - {}^{1+م}5 \times {}^{1}5 \times 2} =$$

---

[9] اختر الإجابة الصحيحة في كل مما يأتي:

(أ) $\frac{أ^{-2}}{ب^{-2}} + (\frac{أ}{ب})^{-2} =$

[1] $2\frac{أ^2}{ب^2}$ **[2] صفر.** **[3]** $2\frac{أ^2}{ب^2}$ **[4]** $\frac{ب^2}{أ^2}$

الحل: $\frac{أ^{-2}}{ب^{-2}} + (\frac{أ}{ب})^2 = \frac{أ^2}{ب^2} + \frac{ب^2}{أ^2} = \frac{2ب^2}{أ^2}$ ∴ **الإجابة رقم (3)**

(ب) المقدار $2(2)^{س-1} + 5(2)^{س} + 2^{س+1} =$ ؟

إذا كان:

[1] $2^{س}$ **[2]** $2^{س+1}$

[3] $2^{س+3}$ **[4]** $2^{س+2}$

الحل: $2 \times 2^{س} \times 2^{-1} + 5 \times 2^{س} + 2^{س} \times 2^{1} = 2^{س}(1 + 5 + 2) = 2^{س} \times 8 = 2^{س} \times 2^{3}$

$= 2^{س+3}$ ∴ **الإجابة رقم (3)**

(جـ) $\forall أ \in ح^{*}$ **فإن** $(أ^{0})^{-1}$ **يساوي:**

[1] كمية غير معرَّفة. **[2]** -1

[3] صفر **[4]** 1

الحل: $(أ^{0})^{-1} = (1)^{-1} = \frac{1}{1} = 1$ ∴ **الإجابة الصحيحة رقم (4)**

تم التحميل من مدونة ملخصات الثانوية العامة
https://ye-thirdsecondr.blogspot.com/

الجُـــــــــذور والأُسس النسبِّيةَ

تعريف: نـدعو (ن) الجـذر النـوني لـ:أ ونرمـز لـهُ بـ: ب=$\sqrt[ن]{أ}$ إذا كـان ب^{ن} = أ يُـدعى أ المجذور ، ن دليل الجذر ، ب الجذر.

ملاحظات:

[1] ن زوجي ∈ {2 ، 4 ، 6 ، ...} يشترط لـ:

(أ) أن يكون موجب. (ب) موجب أي أ ، ب ∈ ح$^{+}$

مثال: $\sqrt[4]{16}$ = 2 لأنهُ يحقق تعريف الجذر $(2)^{4}$ = 16

مثال: $\sqrt[4]{-16}$ مستحيل لا يوجد (عدد) ^{4} = −16

[2] ن فردي ∈ {3 ، 5 ، ...} الجذر ممكن ∀ أ ، ب ∈ ح.

مثال: $\sqrt[3]{8}$ = 2 لأن $(2)^{3}$ = 8

مثال: $\sqrt[3]{-8}$ = −2 لأن $(-2)^{3}$ = −8

[3] إذا كـان دليـل الجـذر ن = 2 دَعوّنـا الجـذر بالجـذر التربيعـي وباعتبـاره أول الجـذور لا يكتب أي $\sqrt[2]{ب}$ = $\sqrt{ب}$

مثال: $\sqrt{4}$ = $\sqrt[2]{4}$ = لأن 2^{2} = 4

[4] $(-أ)^{2}$ = $أ^{2}$ ، $(+أ)$ = $أ^{2}$

∴ أ، $^{-}$أ يحققان تعريف الجذر التربيعي لـ: $أ^{2}$

∵ الجذر التربيعي يشترط فيه أن يكون موجباً.

∴ $\sqrt{أ^{2}}$ = $\begin{cases} أ & \text{إذا كان } أ \geq 0 \\ -أ & \text{إذا كان } أ < 0 \end{cases}$ ∴ بشكل عام $أ^{2}$ = | أ |

تعميم: $\sqrt[ن]{أ^{ن}}$ = $\begin{cases} |أ| & \text{إذا كان ن زوجي.} \\ أ & \text{إذا كان ن فردي.} \end{cases}$

تعريف: كتابة الجذر كأس كسري $\sqrt[ن]{ب^{هـ}}$ = ب $^{\frac{هـ}{ن}}$

حيث نقسم أُس المقدار (هـ(على دليل الجذر (ن)

تم التحميل من مدونة ملخصات الثانوية العامة

https://ye-thirdsecondr.blogspot.com/

مثال: $\sqrt[3]{س^2} = س^{\frac{2}{3}}$ ، $\sqrt[5]{س^4} = س^{\frac{4}{5}}$

تعريف: **إذا كان ب** $^{\frac{هـ}{ن}}$ $= \sqrt[ن]{ب^{هـ}}$ **أي مقام للأُس هو دليل الجذر.**

مثال: س $^{\frac{2}{3}}$ **لاحظ الأس** $(\frac{2}{3})$ **مقام الأُس (3)**

∴ دليل الجذر (3) ويدعى بالجذر التكعيبي.

∴ س $^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{س^2}$

مثال: س $^{\frac{4}{5}} = \sqrt[5]{س^4}$

قاعدة: $\sqrt[ن]{ب^ن} = ب^{\frac{ن}{ن}} = ب^1 = ب$ **بشرط** ≥ 0

$\forall$ ن $\in$ {2 ، 3 ، ...}

مثال: $\sqrt[4]{ب^4} = ب^{4}$

مثال: $\sqrt{5^2} = 5$

قاعدة: $\sqrt[ن]{ب^م} = (\sqrt[ن]{ب})^م$.

توضيح: $\sqrt[ن]{ب^م} = ب^{\frac{م}{ن}} = ب^{\frac{1}{ن} \times م} = (ب^{\frac{1}{ن}})^م = (\sqrt[ن]{ب})$

فوائدها:

مثال1: $\sqrt[4]{16^5} = (\sqrt[4]{16})^5 = (2)^5 = 32$

مثال2: $\sqrt[3]{\sqrt{8}^3} = \sqrt[3]{\sqrt{2}^3} = (\sqrt[3]{2})^3 = 2$

تم التحميل من مدونة ملخصات الثانوية العامة

https://ye-thirdsecondr.blogspot.com/

تمارين ومسائل (2/3)

[1] أوجد قيمة كلاً مما يأتي إن أمكن:

أ) $\sqrt[3]{216}$

الحل: $(216)^{\frac{1}{3}} = (3^3 \times 2^3)^{\frac{1}{3}} = 3^1 \times 2^1 = 6$

2	216
2	108
2	54
3	27
3	9
3	3
	1

ب) $\sqrt[8]{256}$

الحل: $(256)^{\frac{1}{3}} = (2^8)^{\frac{1}{3}} = (2^6 \times 2^2)^{\frac{1}{3}} = 2^{\frac{6}{3}} \times 2^{\frac{2}{3}}$

$= \sqrt[3]{2^2} \times 2^2 = \sqrt[3]{4^3} 4$

جـ) $\sqrt{0.0169}$

الحل: $= \sqrt{\frac{169}{10000}} = \frac{13}{100} = 0.13$

د) $\sqrt[3]{-216}$

الحل: $= (-216)^{\frac{1}{3}} = (-3^3 \times 3^3)^{\frac{1}{3}} = -3^1 \times 2 = -6$

هـ) $\sqrt{-216}$

الحل: انظر تحت الجذر التربيعي (سالب) **∴ مستحيل.**

و) $\sqrt[6]{-64}$

الحل: (عندما يكون دليل الجذر التربيعي(6)) لا يجوز أن يكون المجذور سالباً).∴الحل مستحيل

---

[2] اكتب الجذور التربيعية في ح للأعداد 400 ، 13 ، 144 ، 5

الحل: * $\sqrt{400} = 20$

* $\sqrt{13}$ **أصم**

* $\sqrt{144} = 12$

* $\sqrt{5}$ **أصم لا يجذر**

تم التحميل من مدونة ملخصات الثانوية العامة

https://ye-thirdsecondr.blogspot.com/

[4] اكتب الجذر الرابع في ح للأعداد:

256، 10000 ، 4096 ، 1296

الحل:

- $\sqrt[4]{256} = \sqrt[4]{2^8} = 2^{\frac{8}{4}} = 2^2 = 4$
- $\sqrt[4]{10000} = \sqrt[4]{(10)^4} = 10$
- $\sqrt[4]{4096} = \sqrt[4]{2^{12}} = 2^{\frac{12}{4}} = 2^3 = 8$
- $\sqrt[4]{1296} = \sqrt[4]{2^4 \times (3)^4} = 2^{\frac{12}{4}} = 2^3 = 8$

[5] اكتب ما يأتي على الصورة الجذرية وبسِّط ذلك:

أ) $6^{\frac{1}{3}}$ الحل: $6^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{6}$

ب) $2^{\frac{1}{2}}$ الحل: $2^{\frac{1}{2}} = \sqrt{2}$

جـ) $16^{\frac{3}{4}}$ الحل: $16^{\frac{3}{4}} = (\sqrt[4]{2})^3 = \sqrt[4]{2^{12}} = 2^{\frac{12}{4}} = 2^3 = 8$

د) $(49)^{-\frac{1}{2}}$ الحل: $\sqrt{(-27)^{-1}} = \sqrt{(\sqrt[3]{-3})^{-3}}$

$= (-3)^{\frac{-3}{3}} = (-3)^{-1}$ أرى الاختصار كقوى

$\therefore \frac{1}{-3} = -\frac{1}{3}$ أفضل من تحويلها إلى جذور ثم الاختصار.

[6] أوجد قيمة كل مما يأتي:

أ) $(32)^{\frac{4}{5}}$ الحل: $= (2^5)^{\frac{4}{5}} = 2^{\frac{4}{5} \times 5} = 2^4 = 16$

جـ) $(0.027)^{\frac{4}{3}}$ الحل: $= ((0.3)^3)^{\frac{4}{3}} = (0.3)^{\frac{4}{3} \times 3} = (0.3)^4 = 0.0081$ #

د) $\sqrt{\sqrt[3]{64}}$ الحل: نعلم أن $64 = 2^3 \Leftarrow 0 \sqrt[3]{64} = \sqrt{2}$ #

هـ) $((-2)^4)^{\frac{1}{4}}$ الحل: $= \sqrt[4]{(-2)^4} = |-2| = 2$ #

و) $16^{-\frac{4}{3}}$ الحل: $(2^4)^{-\frac{4}{3}} = 2^{\frac{-4}{3} \times 4} = 2^{-3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}$ #

---

[7] بسِّط كل مما يلي (علماً بأن جميع المتغيرات أعداد حقيقية موجبة):

أ) $(س^{\frac{4}{3}})^{\frac{1}{2}}$ الحل: $س^{\frac{1}{2} \times \frac{4}{3}} = س^{\frac{2}{3}}$

تم التحميل من مدونة ملخصات الثانوية العامة

https://ye-thirdsecondr.blogspot.com/

ب) $\frac{\text{ص}^{\frac{1}{2}}}{\text{ص}^{\frac{1}{3}}}$ الحل: $\text{ص}^{\frac{1}{2}-\frac{1}{3}} = \text{ص}^{\frac{2-3}{6}} = \text{ص}^{\frac{1}{6}}$

جـ) $(2\text{أ}^{3}\text{ب}^{15})^{\frac{1}{3}}$ الحل: $2^{\frac{1}{3}\times 3} \times \text{أ}^{\frac{1}{3}\times 15} \times \text{ب}^{\frac{1}{3}\times 21-} = 2^{1} \times \text{أ}^{5} \times \text{ب}^{7}$

د) $\frac{\text{س}^{\frac{1}{4}-}\ \text{ص}^{\frac{2}{5}-}}{\text{س}^{\frac{3}{4}}\ \text{ص}^{\frac{4}{5}-}}$ الحل: $= \text{س}^{\frac{1}{4}-}\ \text{ص}^{\frac{4}{5}+\frac{2}{5}} \times \text{ص}^{\frac{1}{3}-} = \text{س}^{\frac{4}{4}-} \times \text{ص}^{\frac{6}{5}}$

$= \text{س}^{1-} \times \text{ص}^{\frac{6}{5}} = \frac{\text{ص}^{\frac{6}{5}}}{\text{س}}$

هـ) س^{6} الحل: $\text{س}^{\frac{6}{2}} = \text{س}^{3}$

و) $(\text{أ} - \text{ب})^{2}$ الحل: $= |\text{أ} - \text{ب}|$

ز) $(16\text{ب}^{4})^{\frac{3}{4}}$ الحل: $(2^{4}\text{ب}^{4})^{\frac{3}{4}} = 2^{\frac{3}{4}\times 4} = 2^{3} \times \text{ب}^{3} = 8\text{ب}^{3}$

ح) $\frac{\text{أ}^{\frac{2}{3}-} \times \text{ب}^{\frac{1}{2}}}{\text{أ}^{\frac{1}{3}-} \times \text{ب}^{\frac{3}{4}}} = \text{أ}^{\frac{1}{3}+\frac{2}{3}-} \times \text{ب}^{\frac{3}{4}-\frac{1}{2}} = \text{أ}^{\frac{1-}{3}} \times \text{ب}^{\frac{3-2}{4}} = \text{أ}^{\frac{1}{3}-} \times \text{ب}^{\frac{1}{4}-}$

ط) $\frac{\text{ص}^{\frac{1}{2}-}\ \text{ص}^{\frac{5}{4}}}{\text{س}^{\frac{2}{3}-}\ \text{ص}^{\frac{3}{4}}} = \text{س}^{\frac{2}{3}+\frac{1}{2}-} \times \text{ص}^{\frac{3}{4}-\frac{5}{4}} = \text{س}^{\frac{4+3-}{6}} \times \text{ص}^{\frac{2}{4}} = \text{س}^{\frac{1}{6}} \times \text{ص}^{\frac{1}{2}}$

ى) $\frac{\text{أ}^{2}\ \text{أ}^{\frac{1}{3}}}{\text{أ}^{\frac{1}{2}}} = \text{أ}^{2+\frac{1}{3}-\frac{1}{2}} = \text{أ}^{\frac{3-2+12}{6}} = \text{أ}^{\frac{11}{6}}$

[8] اكتب مما يأتي في أبسط صورة:

(أ) $\left(\frac{3}{4}\right)^{4} \times -\left(\frac{3}{4}\right)^{4} \times \left(\frac{3}{4}\right)^{9} \times \left(\frac{3}{4}\right)^{\frac{1}{2}-} = \left(\frac{3}{4}\right)^{3} \times \left(\frac{3^{3}}{3^{4}}\right)^{\frac{1}{2}-} -$

$= -\left(\frac{3}{4}\right)^{4} \times \left(\frac{3}{4}\right)^{9} \times \left(\frac{3}{4}\right)^{\frac{1}{2}-} = -\left(\frac{3}{4}\right)^{3} \times \left(\frac{3^{3}}{3^{4}}\right)^{\frac{1}{2}-}$

$= \left(\frac{3}{4}\right)^{4+9-\frac{1}{2}-} = \left(\frac{3}{4}\right)^{13\frac{1}{2}-} = \left(\frac{3}{4}\right)^{\frac{1-26}{2}} = \left(\frac{3}{4}\right)^{\frac{25}{2}}$

(ب) $= \frac{(81) \times \frac{3}{4}9}{(3) \times \frac{1}{3}(27)} = \frac{(3^{4}) \times \frac{1}{4}(3^{2})}{3 \times \frac{1}{3}(3^{3})} \frac{3}{4}$

تم التحميل من مدونة ملخصات الثانوية العامة

https://ye-thirdsecondr.blogspot.com/

$$3^{\frac{9}{4}} = 3^{\frac{5}{4}-\frac{14}{4}} = \frac{3^{\frac{14}{4}}}{3^{\frac{5}{4}}} = \frac{3^{\frac{3}{1}+\frac{2}{4}}}{3^{\frac{1}{4}+1}} = \frac{3^{3}\times 3^{\frac{2}{4}}}{3^{\frac{1}{4}}\times 3^{1}} =$$

(جـ) $$\frac{\left[\left(\frac{3}{4}\right)^{3}\right]^{\frac{1}{3}}\times\left[\left(\frac{3}{4}\right)^{2}\right]^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{4}} = \frac{\left(\frac{27}{64}\right)^{\frac{1}{3}}\times\left(\frac{27}{64}\right)^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{4}}$$

$$\frac{3}{4} = \left(\frac{3}{4}\right)^{1} = \left(\frac{3}{4}\right)^{1-1-3} = \frac{\left(\frac{3}{4}\right)^{1-}\times\left(\frac{3}{4}\right)^{3}}{\left(\frac{3}{4}\right)^{1}} =$$

(د) $$\frac{(3^{3}\times 2^{3})^{\frac{1}{3}}}{(3^{2})^{\frac{1}{2}}} = \frac{(216)^{\frac{1}{3}}}{(9)^{\frac{1}{2}}}$$

$$= \frac{3^{1-}\times 2^{1-}}{3^{1-}} = 2^{1-} = \frac{1}{2}$$

(هـ) $$\sqrt[3]{64} = \sqrt{4} = 2$$

2	216
2	108
2	54
3	27
3	9

[9] اثبت ما يأتي:

أ) $$\left(\frac{أ_{م}^{2}}{أ_{ن}^{2}}\right)^{\frac{1}{م-ن}} = أ_{م+ن}$$ **حيث** م ، ن ∈ م ≠ ن

الحل: $$(أ_{م}^{2} - أ_{ن}^{2})^{\frac{1}{م-ن}} = أ^{\frac{م^{2}-ن^{2}}{م-ن}} = أ^{\frac{(م-ن)(م+ن)}{(م-ن)}} = أ_{م+ن}$$

ب) $$\frac{6\times 3^{م^{2}} - 3^{2}(3^{م})}{9\times 3^{1+م^{2}}} = \frac{5}{3^{4}} = \frac{5}{81}$$: م ∈ ن

الحل: الطرف الأيمن:

$$= \frac{6\times 3^{م^{2}} - 3^{2}(3^{م})}{9\times 3^{1+م^{2}}} = \frac{6\times 3^{م^{2}} - 3^{م+م}}{9\times 3^{1+م^{2}}}$$

$$= \frac{3^{م^{2}}(6-(1)}{3^{2}\times 3^{م^{2}}\times 9} = \frac{5}{9\times 9} = \frac{5}{81} \#$$

تم التحميل من مدونة ملخصات الثانوية العامة

https://ye-thirdsecondr.blogspot.com/

جـ) $\frac{7}{8} = \frac{2^{م+2} \times 4 - 2^{م+1}}{2^{م+2} \times 2}$

الحل: الطرف الأيمن: $\frac{2^{م+2} \times 4 - 2^{م+1} \times 2}{2^{م+2} \times 2} = \frac{2^{م} (1-8)}{2^{م} \times 8} = \frac{7}{8}$ **#**

تبسيـــــــــــط الجـــــذور

∵ الجذور تحوَّل إلى أُسس كسرية. ∴ خـــواص الجـــذور نفســـها خـــواص الأُسس.

قاعدة: $(أ \times ب)^{ن} = أ^{ن} \times ب^{ن}$ **توزع الجذور في حالة الضرب.**

فائدتها: $\sqrt[3]{27} \times \sqrt[3]{8} = \sqrt[3]{27 \times 8} = \sqrt[3]{216} = 6 = 2 \times 3$

بينا لو ضربت $\sqrt[3]{27} \times \sqrt[3]{8} = \sqrt[3]{216}$ يكون بهذا الشكل البحث عن الجذر التكعيبي أصعب.

قاعدة: $\sqrt[ن]{\frac{أ}{ب}} = \frac{\sqrt[ن]{أ}}{\sqrt[ن]{ب}}$ ⇐ **الجذر يوزع في حالة القسمة.**

فائدتها:

مثال(1): $\sqrt[3]{\frac{27}{8}} = \frac{\sqrt[3]{27}}{\sqrt[3]{8}} = \frac{3}{2}$

مثال(2): $\sqrt{\frac{8}{2}} = \sqrt{4} = 2$

قاعدة: $\sqrt[ن]{أ^{م}} = \sqrt[ن \div هـ]{أ^{م \div هـ}}$ **يستفاد منها في توحيد دليل الجذر عند مقارنة الجذور.**

مثال: قارن بين الجذرين: $\sqrt{2}$ ، $\sqrt[3]{3}$

الحل: دليلا الجذرين 2 ، 3 نبحث عن عدد يقبل القسمة عليهما وهو (6).

∴ * $\sqrt{2} = \sqrt[3]{2} = \sqrt[3 \times 2]{2^{3 \times 1}} = \sqrt[6]{8}$

* $\sqrt[3]{3} = \sqrt[3 \times 2]{3^{2 \times 1}} = \sqrt[6]{9}$

* $\sqrt{2} < \sqrt[3]{3}$

ملاحظة: **ممكن تبسط بعض الجذور بأن نحلل المجذور إلى عددين أحدهما قابل للجذور.**

مثال: $\sqrt{18} = \sqrt{9 \times 2} = \sqrt{9} \times \sqrt{2} = 3\sqrt{2}$ ⇐

تم التحميل من مدونة ملخصات الثانوية العامة
https://ye-thirdsecondr.blogspot.com/

مثال: ⇐ $54^3 = 2\times27^3 = 27^3 \times 2^3 = 3 \times 2^3$

تم التحميل من مدونة ملخصات الثانوية العامة

https://ye-thirdsecondr.blogspot.com/

تمارين ومسائل (3/3)

[1] بسط كل مما يلي حيث المتغيرات (جميعها أعداد حقيقية موجبة)

(أ) $\sqrt[3]{\frac{8}{27}}$ ..... طبِّق القاعدة (2)

الحل: $\frac{\sqrt[3]{8}}{\sqrt[3]{27}} = \frac{2}{3}$ #

(ب) $\frac{أ^6}{9}$ الحل: $\frac{أ^6}{9} = \frac{أ^{\frac{6}{2}}}{3}$

(جـ) $25س^3ص^3$ حاول بسطها بما يتناسب مع الجذر التربيعي.

الحل:

$25 \times س^2 \times س \times ص^8 \times ص = 25 \times س^2 \times ص^8 \times س ص = 5 \times س ص^4 س ص$

(د) $50أ^6 ب جـ^9$ الحل: $25 \times 2 \times أ^6 \times ب \times جـ^8 \times جـ$

$= 25 \times أ^6 \times جـ^8 \times 2ب جـ = 5 أ^3 جـ^4 2ب جـ$

(هـ) $32أ^{10} ب^4 جـ^{12}$ الحل: $32 \times \sqrt[5]{أ^{10} \times \sqrt[5]{ب^5 \times \sqrt[5]{جـ^{10}}}}$

انتبه: $جـ^{12} = جـ^{10} \times جـ^2 = 2 \times أ^{\frac{10}{5}} \times جـ^{\frac{10}{5}} \sqrt[5]{جـ^2 ب^4} = 2 أ^2 جـ^2 \sqrt[5]{جـ^2 ب^4}$

(و) $س^2 + 6س + 9$ الحل: $(س + 3)(س + 3) = (س + 3)^2$

$= (س + 3)^{\frac{2}{2}} = (س + 3)$ أنتبه: $س \geq 0 \Leftarrow$

(ز) $\sqrt[3]{\frac{2س}{ص^{15}}} = \frac{\sqrt[3]{2س}}{\sqrt[3]{ص^{15}}} = \frac{\sqrt[3]{2س}}{ص^{\frac{15}{3}}} = \frac{\sqrt[3]{2س}}{ص^5}$

(ح) $\sqrt[5]{\frac{32أ^3}{ب^{20}}}$ الحل: $\frac{\sqrt[5]{32 \times \sqrt[5]{أ^3}}}{\sqrt[5]{ب^{20}}} = \frac{2 \times أ^{\frac{3}{5}}}{ب^4}$

(ط) $\sqrt[7]{\frac{أ^{21}}{ب^7 جـ^{14}}}$ الحل: $= \frac{أ^{21}}{ب^7 \times جـ^{14}} = \frac{أ^{\frac{21}{7}}}{ب^{\frac{7}{7}} \times جـ^{\frac{14}{7}}} = \frac{أ^3}{ب^1 \times جـ^2}$

(ي) $\sqrt[3]{\frac{16س^4}{2س ص^6}}$ الحل: $= \sqrt[3]{\frac{8 \times 2س^3 \times س}{2س ص^6}} = \frac{8^{\frac{3}{3}} \times س^3}{ص^{\frac{6}{3}}} = \frac{2 \times س}{ص^2}$

تم التحميل من مدونة ملخصات الثانوية العامة

https://ye-thirdsecondr.blogspot.com/

[2] ضع كلاً مما يأتي في أبسط صورة باعتبار أن المتغيرات لا تساوي الصفر:

(أ) 12×12 الحل: $12 \times 12 = (12)^{2} = 12^{\frac{2}{2}} = 12$

(ب) $9^{3} \times 8^{3} \times 12^{3} \times 6^{3}$ الحل: $6^{3} \times 12^{3} = 72^{3} = 9 \times 8^{3} = 9 \times 8^{3}$

(جـ) $س^{2} \times س^{5} \times 23 \times س^{3} \times 4س^{4} \times 8^{5} \times 4س^{3} \times 8^{5}$

$= 2 \times س \times 5 س^{2}$ #

(د) $3أ^{3} ب^{3} \times 125 \times 3 \times 25 \times 5^{3} \times 75أ^{2} ب^{2} \times 5^{3}$ الحل:

$= 125^{3} \times 3أ^{3} \times أ^{3} ب^{3} \times 125^{3} \times أ^{3} ب^{3} \times 3أ$

(هـ) $ص^{14} \times 8^{8}$ الحل: $ص^{\frac{14}{8}} = ص^{\frac{7}{4}}$

(و) $س^{5} \times 15^{15}$ الحل: $س^{\frac{5}{15}} = س^{\frac{1}{3}}$

(ز) $4^{3} \times 10^{3}$ الحل: $40^{3} = 8^{3} \times 5^{3} = 8 \times 5^{3} 2 = 5^{3} 2$

(ح) $8أ^{3} \times 2^{6}$ الحل: $2^{6} \times أ^{3} = 2^{\frac{1}{2}} \times أ^{\frac{1}{2}}$

(ط) $25أ^{2}$ الحل: $25 \times أ^{2} = 5 \times أ = 5أ$

(ي) $9س^{3} ص^{6}$ الحل: $س^{9} \times ص^{6} = س^{\frac{3}{9}} \times ص^{\frac{6}{9}} = س^{\frac{1}{3}} \times ص^{\frac{2}{3}}$

---

[3] بسِّط ما يأتي: حيث المتغيرات أعداد حقيقية غير سالبة لا تساوي صفراً.

(أ) $\frac{1}{\sqrt[5]{س^{2}}}$ الحل: $\frac{1}{س^{\frac{2}{5}}} = س^{-\frac{2}{5}}$ #

(ب) $\frac{س}{\sqrt[4]{س}}$ الحل: $\frac{س^{1}}{س^{\frac{1}{4}}} = س^{1-\frac{1}{4}} = س^{\frac{4-1}{4}} = س^{\frac{3}{4}}$

(جـ) $\frac{أ}{أ^{2} ب}$ الحل: $\frac{1}{أ^{\frac{2}{5}} \times ب^{\frac{1}{5}}} = أ^{-\frac{2}{5}} \times ب^{-\frac{1}{5}}$ #

(د) $\frac{س ص}{\sqrt[3]{س ص^{2}}}$ الحل: $\frac{س ص}{س^{\frac{1}{3}} ص^{\frac{1}{3}}} = س^{-\frac{1}{3}} \times ص^{1-\frac{2}{3}} = س^{\frac{2}{3}} \times ص^{\frac{1}{3}}$

تم التحميل من مدونة ملخصات الثانوية العامة

https://ye-thirdsecondr.blogspot.com/

(هـ) $\frac{1}{16أ^{2}ب^{3}}$ الحل: $\frac{1}{2^{4}أ^{2}ب^{3}} = \frac{1}{2^{\frac{4}{7}}أ^{\frac{2}{7}}ب^{\frac{3}{7}}}$

$= 2^{-\frac{4}{7}} \times أ^{-\frac{2}{7}} \times ب^{-\frac{3}{7}}$

(و) $\frac{2أ}{ب جـ}$ = اعتبرها في أبسط صورة.

(ز) $(\frac{2س}{7أ})^{3} \times (\frac{أ}{81س^{4}})^{3}$ الحل = $\frac{2س أ}{81 \times 7أ \times س^{4}}^{3}$

$= \frac{2س أ}{27 \times 2 \times 3 \times أ^{6} \times س^{3} \times س} = \frac{2^{3} س^{3} أ^{3}}{27^{3} أ^{6} س^{3}} = \frac{2^{3}}{3 \times أ^{2} \times س^{1}}$

تم التحميل من مدونة ملخصات الثانوية العامة

https://ye-thirdsecondr.blogspot.com/

جمـــــــــع وطـــــــــــرح الجـــــــــذور

انتبه: $2\sqrt{س} + \sqrt{س} = \sqrt{س}$ ندعو $\sqrt{س}$ ، $\sqrt{س}$ متشابهان كما كنَّا في الإعدادي

2س + 5س حدان متشابهان. (نجمع المعاملات) ونضربها بـ س = (2+5) س= 7س.

نفس الخبر $2\sqrt{س} + 3\sqrt{س}$ متشابهان = $(2 + 3)\sqrt{س} = 5\sqrt{س}$

تعريف: يكون الجذران متشابهان إذا كان لهما نفس الدليل.

مثال: $\sqrt[3]{س}$ ، س غير متشابهين بينما $2\sqrt[5]{س}$ ، $3\sqrt[5]{س}$ متشابهان.

تمارين ومسائل (4/3)

[1] أوجد ناتج كل مما يأتي حيث المتغيرات أعداد حقيقية موجبة:

(أ) $3\sqrt{3} + 4\sqrt{3}$ الحل: الجذور متشابهة = $(3 + 4)\sqrt{3} = 7\sqrt{3}$

(ب) $5\sqrt{5} + 7\sqrt{5} - 4\sqrt{5}$ الحل: $(5 + 7 - 4)\sqrt{5} = 8\sqrt{5}$

(جـ) $10\sqrt{10} + 4\sqrt{10} - 6\sqrt{10} = (1 + 4 - 6)\sqrt{10} = -\sqrt{10}$

(د) $5\sqrt[3]{2} + 2\sqrt[3]{7} = (5 + 2)\sqrt[3]{2} = 7\sqrt[3]{2}$

(هـ) $10\sqrt[4]{3} - 5\sqrt[4]{3} + \sqrt[4]{3} = (10 - 5 + 1)\sqrt[4]{3} = 6\sqrt[4]{3}$

(و) $12\sqrt[5]{4} + 16\sqrt[5]{4} - 12\sqrt[5]{5} = (12 + 16)\sqrt[5]{4} - 12\sqrt[5]{5} = 28\sqrt[5]{4} - 12\sqrt[5]{5}$

(ز) $2\sqrt{س3} - 4\sqrt{س3} + 2\sqrt{س3} = (2-4+2)\sqrt{س3} = 0$ س3 = صفر × س3 = صفر

(ح) $\sqrt[3]{81} + 2\sqrt[3]{375} = \sqrt[3]{27 \times 3} + 2\sqrt[3]{125 \times 3} = 3\sqrt[3]{3} + 2 \times 5\sqrt[3]{3}$

$= (3 + 10)\sqrt[3]{3} = 13\sqrt[3]{3}$ #

(ط) $\sqrt{32س} + \sqrt{18س} = \sqrt{16 \times 2س} + \sqrt{9 \times 2س} = 4\sqrt{2س} + 3\sqrt{2س} = 7\sqrt{2س}$

(ى) $6\sqrt{أ^2ب} + 5\sqrt{25أ^2ب} = 6 \times أ\sqrt{ب} + 5 \times 5أ\sqrt{ب}$

$= 12أ\sqrt{ب} + 25أ\sqrt{ب}$

$= (12أ + 25أ)\sqrt{ب} = 37أ\sqrt{ب}$

تم التحميل من مدونة ملخصات الثانوية العامة

https://ye-thirdsecondr.blogspot.com/

[2] ضع المقادير التالية في أبسط صورة على اعتبار أن المتغيرات أعداد حقيقية غير سالبة.

(أ) $7\sqrt{36أ^2ب} + 4\sqrt{49أ^2ب} - 11أ\sqrt{ب}$

الحل:

$7 \times \sqrt{36} \times أ^2 \times ب + 4\sqrt{49} \times أ^2 \times ب - 11أ\sqrt{ب}$

$= 7 \times 6أ ب + 4 \times 7أ ب - 11أ\sqrt{ب}$

$= 42 أ ب + 28 أ ب - 11أ\sqrt{ب} = \sqrt{ب} \times (42 أ + 28أ - 11أ) = (70 أ - 11أ)\sqrt{ب}$

(ب) $-5\sqrt[3]{27أ^2} - 4\sqrt[3]{8أ^3} = -5 \times 3أ^2 - 4 \times 2أ^3 = -15أ^2 - 8أ^3$

$= -15أ^2 - 8أ^3 - (-8) = -23أ^3$ #

أنتبه: ممكن طالب يقول أقدر أعطيك الجواب شفهي دون إخراج عامل مشترك: (صح يقدر ويعتبر هذا أسلوب مهارة).

(جـ) $(3أ^2 أب = أ^3 ب$

الحل:

$3أ^2 أب - أ \times أ^2 \times أب = 3أ^2 أب - أ \times أ أب$

$= 3أ^2 أب - أ^2 أب = (3أ^2 - أ^2) أب = 2أ^2 أب$ #

(د) $3أ^2 ب أب^3 - أب^2 أ^3ب = 3أ^2 ب ب^2 \times أب - أب^2 \times أ^2 \times أب$

$= 3 أ^2ب^2 أب - أ^2ب^2 أب$ أجمع مباشرة $= 2أ^2ب^2 أب$

(هـ) $\left(\frac{1}{5} + \frac{2}{5}\right)\sqrt{5}$ وجِد المقامات فقط $= \frac{10+5}{5\sqrt{5}}$ #

(و) $\frac{18-3\sqrt{4}}{3\sqrt{9}} = \frac{2}{3} - \frac{4}{9}$ فقط.

(ز) $\frac{3}{6\sqrt{5}} + \frac{2}{5} = \frac{3\sqrt{5}+6\sqrt{2}}{6\sqrt{5}}$ #

(ح) $\frac{2}{10\sqrt{5}} + \frac{6}{5\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}+10\sqrt{2}}{10\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}+10\sqrt{2}}{50\sqrt{}} = \frac{2\sqrt{5}+10\sqrt{6}}{2\sqrt{25\times2}} = \frac{2\sqrt{5}+10\sqrt{6}}{2\sqrt{5}}$

تم التحميل من مدونة ملخصات الثانوية العامة

https://ye-thirdsecondr.blogspot.com/

[3] بسط ما يأتي: حيث المتغيرات أعداد حقيقية موجبة لا تساوي صفر.

(أ) $\frac{1}{48} - \frac{4}{12}$ ؟

الحل: $= \frac{1}{16 \times 3} - \frac{4}{4 \times 3} = \frac{1}{2 \times 3} - \frac{4}{4 \times 3} = \frac{1-8}{4 \times 3} = \frac{7}{4 \times 3}$ #

(ب) $\frac{3}{س} - \frac{7}{4س}$ ؟

الحل: $\frac{3}{س} - \frac{7}{2س} = \frac{6-7}{2س} = \frac{1}{2س}$

(جـ) $\frac{4}{س} - \frac{5}{س ص}$

الحل: $\frac{4}{س} - \frac{5}{س ص} = \frac{4ص - 5}{س ص}$

(د) $\frac{2}{أ} \pm \frac{3}{أ ب}$ ؟

الحل: $\frac{2}{أ} + \frac{3}{أ ب} = \frac{2ب + 3}{أ ب}$

(هـ) $\frac{4}{50} - \frac{2}{18}$ ؟

الحل: $= \frac{2}{9 \times 2} = \frac{4}{25 \times 2} = \frac{2}{3 \times 2} - \frac{4}{5 \times 2} = \frac{12-10}{15 \times 2} = \frac{2-}{15 \times 2}$ #

(و) $\frac{2}{6} + \frac{5}{3}$ ؟

الحل: $\frac{5}{3} \pm \frac{2}{3 \times 2} = \frac{2}{3 \times 2} = \frac{2+5 \times 2}{6 \times 2} = \frac{2+5 \times 2}{6}$ #

تم التحميل من مدونة ملخصات الثانوية العامة

https://ye-thirdsecondr.blogspot.com/

ضرب وقسمة الجذور

قاعدة: $\sqrt{ب} \times \sqrt{ب} = \sqrt{ب \times ب} = \sqrt{ب^2} = ب$

يستفاد منها في انطباق المقام إذا كان الجذر وحيد في المقام.

مثال: $\sqrt{5} \times \sqrt{5} = 5$

مثال: $\frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{1}{\sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5} \times \sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5}$

مثال: $\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ **(أُنطق المقام)**

قاعدة: **تذكر** $(ب - جـ)(ب + جـ) = ب^2 - جـ^2$

نقول عن $(ب - جـ)$ ، $(ب - جـ)$ **مترافقان لا يختلفان إلاّ بالإشارة.**

$\therefore (\sqrt{ب} - \sqrt{جـ})(\sqrt{ب} + \sqrt{جـ}) = (\sqrt{ب})^2 - (\sqrt{جـ})^2 = ب - جـ$

فائدة القاعدة: **إنطاق المقام إذا كان به حدين أحدهما على الأقل جذر.**

مثال: $\frac{1}{\sqrt{2} - 3}$ **انطق المقام؟**

الجواب: $\frac{1}{\sqrt{2} - 3} \times \frac{\sqrt{2} + 3}{\sqrt{2} + 3} = \frac{\sqrt{2} + 3}{(\sqrt{2})^2 + (3)^2} = \frac{\sqrt{2} + 3}{2 - 9} = \frac{\sqrt{2} + 3}{7} \neq 0$

تمارين ومسائل (5/3)

[1] أوجد ناتج كل مما يأتي، علماً بأن المتغيرات أعداد حقيقية موجبة:

(أ) $\sqrt{2}(\sqrt{2} + 5)$ **... نضرب الإشارة ثم العدد ثم الجذر.**

الحل: $\sqrt{2} \times \sqrt{2} + \sqrt{2} 5 = 2 + \sqrt{2} 5$

(ب) $3(15 = 21)$ **وزع:**

الحل: $\sqrt{3} \times \sqrt{15} - \sqrt{3} \times \sqrt{21} = \sqrt{45} - \sqrt{63} = \sqrt{5 \times 9} - \sqrt{7 \times 9}$

$= \sqrt{9} \times \sqrt{5} - \sqrt{9} \times \sqrt{7} = 3\sqrt{5} - 3\sqrt{7}$

غير متشابهين فلا يجمعان.

تم التحميل من مدونة ملخصات الثانوية العامة

https://ye-thirdsecondr.blogspot.com/

(جـ) (√س + √ص) (√س − √ص) وزع:

الحل: √س × √س + √س × −√ص = س + √س ص − √س ص

(د) (3 − 4 − 2 7) 5 5 وزع:

الحل: 35 √10 − 20 √15 = 5 × 7 × 5 − 4 × 5 × 2 − 5 × 7 × 5 +

(هـ) (5 + √2) (3− √2) وزع:

الحل: 5 (3 − √2) + √2 (3 − √2) = 15 − 5 √2 + 3 √2 − 2 = 13 − 2 √2

(و) (4 + √3) (5 + √3) وزع:

الحل: 4 (5 + √3) + √3 (5 + √3)

= 20 + 4 √3 + 5 √3 + 3 = 23 + 9 √3

(ز) (−3 + 5 أ) (−2 − أ) توزيع شفهي:

الحل: + 6 + 3 أ − 10 أ − 5 × أ = 6− 5أ − 7 أ

(ح) (10− 5) (10 + 5)

الحل: القوسان مترافقان. ∴ تذكر القاعدة (الأول)^2 − (الثاني)^2

التنفيذ: (√10)^2 − (5)^2 = 10 − 5 = 5

(ط) (3 س − 4 ص) (3 س + 4 ص) نفس الخبر.

الحل: (3 س)^2− (4 ص)^2 = 9س − 16ص

(ى) (2− 7)^2 تذكر (ب − جـ)^2= مربع الأول −2× الأول × الثاني + مربع الثاني

الحل: التنفيذ (2)^2 − 2 × 2 × 7 + (7)^2

= 4 − 4 √7 + 7 = 11−4 √7

---

[2] أوجد حاصل الضرب لكل مما يأتي علماً بأن الجذور أعداد حقيقية:

(أ) (4 3 + 2)^2 تذكر أن (ب +جـ)^2 = ب^2 + 2 × ب × جـ + جـ^2

التنفيذ: (4 3)^2+ 2 × 4× 3 × 2 + (2)^2 = 16× 3 + 3 16 + 4

تم التحميل من مدونة ملخصات الثانوية العامة

https://ye-thirdsecondr.blogspot.com/

= 48 + 3 16 + 4 = 52 + 3 16

(ب) (أ – ب) (أ + ب) عدد في مرافقه = (الأول)^2 – (الثاني)^2

التنفيذ: (أ)^2 – (ب)^2 = أ – ب^2

(جـ((4 س – ص) (5 س + ص) فك عادي لأنهما غير مترافقين.

التنفيذ: 4 س (5 س + ص) – ص (5 س + س)=

= 20س + 4 س ص – 5 س ص – ص = 20س – ص – س ص

(د) (6 – 6) (6 – 6) القوسان متساويان.

الحل: (6 – 6)^2 = مربع الأول – 2× الأول × الثاني + مربع الثاني.

= (6 – 6)^2 = 36 – 2 × 6 6 + (6)^2

= 36 – 12 6 + 6 = 42− 12 6

(هـ((3 أ + 2 ب) (أ– 3 ب) فك عادي طويل.

الحل: 3 أ (أ –3 ب) + 2 ب (أ – 3 ب)

= 3أ أ – 9 أب + 2أ ب – 6ب

(و) (أ + أب) (أ –1) ضرب طويل.

الحل: أ (أ– 1) + أب (أ – 1)

= أ– أ + أ^{2}ب – أب = أ– أ + أ ب – أب

(ى) ^{3} ب (^{3} 5ب + ^{2} 7ب) وزع:

الحل: ^{3} ب × ^{3} 5ب + ^{3} ب × ^{3} 7ب = ^{3} 5ب^2 + ^{3} 7ب^2

= ^{3} 5 × ^{2} ب^2 + ^{3} 7 × ^{3} ب^2 = (^{2} 5 + ^{2} 7) ^{3} ب^2

(ح) ^{4} 2أ (^{4} 2أ + ^{4} 8أ) وزع

الحل: ^{4} 2أ × ^{4} 2أ + ^{4} 2أ × ^{4} 8أ

= ^{4} 4أ^2 + ^{4} 16أ^2 = ^{4} 4أ^2 + ^{4} 2أ^2

= ^{4} 4 × أ$^{\frac{1}{2}}$ + 2أ$^{\frac{1}{2}}$ = (^{4} 4 + 2) أ$^{\frac{1}{2}}$

(ط) ^{4} أ (2أ + 5أ) وزع

تم التحميل من مدونة ملخصات الثانوية العامة

https://ye-thirdsecondr.blogspot.com/

الحل: $أ^{\frac{1}{2}} \times 5أ^{\frac{1}{4}} \times 2أ^{\frac{1}{2}} + أ^{\frac{1}{4}} \times 2أ^{4} + أ^{4} \times 2أ$

$= (2 + 5) أ^{\frac{3}{4}} = 5أ^{\frac{3}{4}} + 2أ^{\frac{3}{4}}$

(ى) $(أ + ب)(أ^{3} + ب^{3})$ **فك عادي.**

الحل: $أ \times أ^{3} + أ \times ب^{3} + ب \times أ^{3} + ب \times ب^{3}$

$= أ^{\frac{1}{2}} \times أ^{\frac{1}{3}} + أ^{\frac{1}{2}} ب^{\frac{1}{3}} + ب^{\frac{1}{2}} \times ب^{\frac{1}{2}} \times ب$

$= أ^{\frac{5}{6}} + أ^{\frac{5}{6}} \times ب^{\frac{1}{3}} + ب^{\frac{1}{2}} أ^{\frac{1}{3}} + ب$

---

[3] بسِّط كُلاً مما يأتي علماً بأن المتغيرات أعداد حقيقية موجبة والمقام لا يساوي صفر.

(أ) $\frac{1}{2-5} \times \frac{2+5}{2+5} = \frac{2+5}{(5)^{2}-(2)^{2}} = \frac{2-5}{4-5} = \frac{2+5}{1} = 2 + 5$

(ب) $\frac{6}{4+6}$ **أضرب بمرافق المقام** $(6 - 4)$

التنفيذ: $\frac{6}{4+6} \times \frac{4-6}{4-6} = \frac{(4-6)6}{(6)^{2}-(4)^{2}} = \frac{24-6\,6}{16-6} = \frac{24-6\,6}{10-} = \frac{12+6\,3-}{5}$ #

(جـ) $\frac{6}{6-3}$ **أضرب بمرافق المقام** $(3 + 6)$

التنفيذ: $\frac{6}{6-3} \times \frac{(6+3)}{(6+3)} = \frac{(6+3)6}{(6)^{2}-(3)^{2}} = \frac{(6+3)6}{6-9}$

$= \frac{(6+3)6}{3} = 2(6+3) = 6\,2+6$ #

(د) $\frac{4}{6-10}$ **اضرب بمرافق المقام** $(6 + 10)$

التنفيذ: $\frac{4}{6-10} \times \frac{6+10}{6+10} = \frac{(6+10)4}{(6)^{2}-(10)^{2}} = \frac{(6+10)4}{6-10}$

$= \frac{(6+10)4}{4} = 6 + 10$

(هـ) $\frac{6}{3\,2-2}$ **أضرب بمرافق المقام.**

الحل: $\frac{6}{3\,2-2} \times \frac{3\,2+2}{3\,2+2} = \frac{(3\,2+2)6}{3\times4-2}$

تم التحميل من مدونة ملخصات الثانوية العامة

https://ye-thirdsecondr.blogspot.com/

$$= \frac{18\ 2+12}{12-2} = \frac{3\ 2+2}{3\ 2+2} \times \frac{6}{3\ 2-2} = \frac{(3\ 2+2)6}{3\times4-2}$$

$$= \frac{18\ 2+12}{12-2} = \frac{2\times9\ 2+3\times4}{10-} = \frac{2\ 6+3\ 2}{10-} = \frac{(2\ \ 3+3\ \ 2)2-}{2\times5}$$

$$= \frac{(2\ 3+3\ )}{5} \#$$

(و) $\frac{10}{2\ 2+\ 5}$ اضرب بمرافق المقام:

الحل: $\frac{10}{2\ 2+\ 5} \times \frac{2\ 2-\ 5}{2\ 2-\ 5} = \frac{10(2\ 2-5\ )}{(2\ 2)-{}^{2}(5\ )} = \frac{202-50}{2\times4-5}$

$= \frac{5\times4\ 2-2\times25}{3-} = \frac{5\ 4-2\ 5}{3-} = \frac{5\ 4+2\ 5-}{3}$ (−)في المقام يضرب في البسط.

(ز) $\frac{\text{أ ب}}{\text{أ ب}+\ \text{ب}}$

الحل: $\frac{\text{أ ب}}{\text{أ ب}+\ \text{ب}} \times \frac{\text{أ ب}-\ \text{ب}}{\text{أ ب}-\ \text{ب}} = \frac{\text{أ ب}\ (\text{أ ب}-\ \text{ب})}{\text{أ ب}-\text{ب}} = \frac{\text{أ ب}-\text{أ ب}^{2}}{\text{ب}\ (\text{أ}-1)}$

$= \frac{\text{أ ب}-\text{ب}\ \text{أ}}{\text{ب}\ (\text{أ}-1)} = \frac{\text{ب}\ (\text{أ}-\text{أ})}{\text{ب}\ (\text{أ}-1)} = \frac{\text{أ}-\ \text{أ}}{\text{أ}-1}$

(ى) $\frac{3\ \text{س}}{\text{س}-\ \text{س ص}}$

الحل: $\frac{3\ \text{س}}{(\ \text{س}-\ \text{س ص})} \times \frac{(\ \text{س}+\ \text{س ص})}{(\ \text{س}+\ \text{س ص})} = \frac{3\ \text{س}\ (\ \text{س}+\ \text{ص س})}{\text{س}+\ \text{س ص}}$

$= \frac{3\ \text{س}\ (\ \text{س}+\ \text{س ص})}{\text{س}\ (1-\text{ص})} = \frac{3\ \text{س}+3\ \text{س ص}}{1-\text{ص}} \#$

---

[4] بسِّط كلاًّ مما يأتي علماً بأن المتغيرات أعداد حقيقية موجبة والمقام لا يساوي الصفر.

(أ) $\frac{\text{س}^{2}\ \text{ص}}{\text{س س}-\ \text{س ص}}$ اضرب بالمرافق.

الحل: $= \frac{\text{س}^{2}\ \text{ص}}{\text{س س}-\ \text{س ص}} \times \frac{(\text{س س}+\ \text{س ص})}{\text{س}\ \ \text{س}+\ \text{س ص}} = \frac{\text{س}^{2}\text{ص}\ (\text{س س}+\ \text{س ص})}{\text{س}^{2}\times\ \text{س}-\ \text{س ص}}$

تم التحميل من مدونة ملخصات الثانوية العامة

https://ye-thirdsecondr.blogspot.com/

$$= \frac{\text{س}^{\text{ب}} \times \text{س} \times \text{س ص س) س + س ص)}}{\text{س}^{\text{ب}} \text{(س}^2 - \text{ص)}} = \frac{\text{س}^2\text{ص س + س ص + س ص}}{\text{س}^2 - \text{ص}}$$

$$= \frac{\text{س}^2 \times \text{ص} \times \text{س}^{\frac{1}{2}} + \text{س) ص)}^1 \times \text{س) ص)}^{\frac{1}{2}}}{\text{س}^2 - \text{ص}} = \frac{\text{س}^{\frac{5}{2}} \text{ص + (س ص)}^{\frac{3}{2}}}{\text{س}^2 - \text{ص}}$$

(ب) $\frac{2\text{ س}}{3\text{ س} - 2\text{ ص}} \times \frac{3\sqrt{\text{س}} + 2\sqrt{\text{ص}}}{3\sqrt{\text{س}} + 2\sqrt{\text{ص}}}$

الحل: $\frac{2\text{ س (3 س + 2 ص)}}{9\text{ س} - 4\text{ ص}} = \frac{6\sqrt{\text{س}} + 4\sqrt{\text{س}}\text{ س ص}}{9\text{ س} - 4\text{ ص}}$

(جـ) $\frac{\text{أ}^3\text{ ب}}{\text{أ}^2\text{ أ} - \text{ب أ ب}}$ أضرب بالمرافق $\times \frac{\text{أ}^2\text{ أ} + \text{ب أ ب}}{\text{أ}^2\text{ أ} + \text{ب أ ب}}$

الحل: $\frac{\text{أ}^3\text{ب (أ}^2 + \text{ب أ ب)}}{\text{أ}^4 \times \text{أ} - \text{ب}^2 \times \text{أ ب}} = \frac{\text{أ} \times \text{أ}^2\text{ب (أ}^2\text{ أ} + \text{ب أ ب)}}{\text{أ (أ}^4 - \text{ب)}}$

(هـ) $\frac{16\text{س}^2 - \text{ص}^2}{2\text{ س} - \text{ص}} \times \frac{2\text{ س} + \text{ص}}{2\text{ س} + \text{ص}}$

الحل: $= \frac{(16\text{س}^2 - \text{ص}^2)\ (2\text{ س} + \text{ص})}{4\text{س} - \text{ص}} = \frac{(4\text{س} - \text{ص})(4\text{ س} + \text{ص})\ (2\text{ س} + \text{ص})}{(4\text{س} - \text{ص})}$

$= (4\text{س} + \text{ص})\ (2\text{ص} + \text{ص})$

(و) $\frac{81\text{أ}^2 - 16\text{ب}^2}{}$ ماذا تفعل؟ أضرب بمرافق المقام.

الحل: $\frac{81\text{أ}^2 - 16\text{ب}^2}{3\text{ أ} - 2\text{ ب}} \times \frac{3\text{ أ} - 2\text{ ب}}{3\text{ أ} + 2\text{ ب}} = \frac{(9\text{أ} - 4\text{ب})\ (9\text{أ} + 4\text{ب})\ (2\text{ أ} + 2\text{ ب})}{(9\text{أ} - 4\text{ب})}$

---

[5] بسِّط الآتي:

(أ) $\frac{5 - 3 + 5 + 3}{5 - 3 + 5 + 3} \times \frac{5 - 3 + \quad + 3}{5 - 3 - 5 + 3}$

تم التحميل من مدونة ملخصات الثانوية العامة

https://ye-thirdsecondr.blogspot.com/

الحل: $\frac{(5+3)^2-(5+3)}{5+3-5} = 2+5+3$

$$= \frac{(5+3)(5+3)+5+3-5}{2\times 5} = \frac{6+4}{2\times 5} = \frac{10}{5\times 2} = \frac{5\times 5}{5\times 5} = \frac{5}{5} = \frac{\cancel{5}\ \cancel{5}}{\cancel{5}}$$

(ب) $(أ+ب)\left(أ+ب-\frac{4}{أ+ب}\right)$ ، $أ+ب>0$

الحل: $أ+ب\times أ+ب-أ+ب = أ+ب+2 - \frac{4}{أ+ب}$

(جـ) $\left(\frac{ب^2-جـ^2}{ب-جـ}\right)\div\frac{(ب-جـ)^2}{ب^2-جـ^2}$ $\forall$ ب ، حـ $\in$ ح ، ب $>$ حـ

الحل: $\frac{(ب-جـ)(ب+جـ)}{ب+جـ}\times\frac{(ب-جـ)(ب+جـ)}{(ب-جـ)^2}$

$$= \frac{ب-جـ\times ب+جـ}{ب+جـ} = \frac{(ب-ج)(ب+جـ)}{(ب-ج)} = (ب+جـ)(ب-جـ)\ \#$$

(د) $\frac{س+س}{س-9س}$ حيث س $\neq \frac{1}{81}$ ، س >0

الحل:

$$\frac{س+س}{س-9س}\times\frac{س+9س}{س+9س} = \frac{س+9س\ \ س+س+س\ \ س+9س^2}{س-81س^2}$$

$$= \frac{س(1+10\ \ س+9س)}{س(1-81س)} = \frac{1+10\ \ س+9س}{1-81س}\ \#$$

تم التحميل من مدونة ملخصات الثانوية العامة
https://ye-thirdsecondr.blogspot.com/

المعـــــــادلـــــــــة الأُسيـــــــــة

تعريف: **هي معادلة تحوي مغير في أُسّ القوة.**

مثال: س$_{5}$ = 1 معادلة أُسية.

مثال: س^{5} = 1 ليست دالة أسية.

من خواصها:

[1] $ب^{م} = ب^{ن} \Leftarrow م = ن$

أي إذا تساوي الأساس تساوي الأُس.

مثال: س$_{5}$ = 25 $\Leftarrow$ س$_{5}$ = 5^{2} $\Leftarrow$ س = 2

[2] $ب^{ن} = ح^{ن} \Leftarrow ن = .$ **إذا كان** $ب \neq ح$

مثال: $5^{ن} = 3^{ن}$ **هذا لا يكون إلاّ إذا كان ن =**

طالما $5 \neq 3$ **لاحظ** $5^{0} = 1$ ، $3^{0} = 1$ **∴ التساوي ممكن** $5^{0} = 3^{0}$

المعادلة الجبرية: **يظهر بها متغير تحت الجذر**

انتبه: **عليك أن تراعي ما يلي:**

[1] تحديد شرط الحل (ما تحت الجذر ≥ 0)

[2] كل قيمة لـ: س تتعارض مع شرط الحل تُرفض.

مثال: س−1 = 1 المعادلة جذرية لظهور س تحت الجذر.

- **شرط الحل: س − 1≥ 0 $\Leftarrow$ س ≥ 1 $\Leftarrow$ س ∈ [1 ، ∞[**

الحل: س−1 = 1 رتّبع (س − 1)^{2} = (1)^{2} $\Leftarrow$ س − 1 = 1

$\Leftarrow$ س = 2 ∈ [1 ، + ∞ [مقبول. ∴ الحل س = 2 #

تم التحميل من مدونة ملخصات الثانوية العامة
https://ye-thirdsecondr.blogspot.com/

تمارين ومسائل (6/3)

[1] حل المعادلات الآتية وتحقق من صحة الحل:

(أ) $5^{4س+1} = (25)^{3س}$

الحل: $4^{5س+1} = (5^2)^{3س} \Leftarrow 5^{4س+1} = 5^{6س}$ ⇐ الأُس = الأُس.

$\therefore$ 6س = 4س + 1 ⇐ 6س −4س = 1 ⇐ 2س = 1 ⇐ س = $\frac{1}{2}$

التحقيق: الطرف الأيمن: $5^{4^{1+\frac{1}{2}\times}} = 5^{1+2} = 5^3 = 125$

الطرف الأيسر: $(25)^{3\times\frac{1}{2}} = (5^2)^{\frac{3}{2}} = 5^{2\times\frac{3}{2}} = 5^3 = 125$

(ب) $2^{س} = 32$

الحل: $2^{س} = 2^5 \Leftarrow$ الأُس = الأُس ⇐ س = 5

التحقيق: الطرف الأيمن $2^{س} = 2^5 = 32 \Leftarrow$ = الأيسر

(جـ) $2^{س} = \frac{1}{2^4} \Leftarrow 2^{س} = 2^{-4} \Leftarrow$ س = −4

التحقيق: الأيمن $2^{س} = 2^{-4} = \frac{1}{2^4} = \frac{1}{6} \Leftarrow$ = الأيسر

(د) $5^{-م} = 25$

الحل: $5^{-م} = 5^2 \Leftarrow$ − م = 2 ⇐ م = −2

التحقيق الأيمن: $5^{-م} = 5^{+2} = 25 \Leftarrow$ = الأيسر.

(هـ) $(\frac{1}{2})^{س} = 16$

الحل: $\frac{1}{2^{س}} = 2^4 \Leftarrow 2^{-س} = 2^4 \Leftarrow$ − س = 4 ⇐ س = −1

التحقيق: الطرف الأيمن: $2^{-س} = 2^{-(-4)} = 2^4 = 16 \Leftarrow$ = الأيسر

(و) $(32)^{1-هـ} = 8$

الحل $(2^5)^{1-هـ} = 2^3 \Leftarrow 2^{5هـ-5} = 2^3 \Leftarrow 5هـ - 5 = 3$

$\Leftarrow 5هـ = 5 + 3 \Leftarrow 5هـ = 8 \Leftarrow هـ = \frac{8}{5}$

تم التحميل من مدونة ملخصات الثانوية العامة
https://ye-thirdsecondr.blogspot.com/

(ز) $(\frac{3}{5})^{2س-1} = (\frac{3}{5})^{-3}$ أنتبه: $(\frac{أ}{ب})^{-1} = (\frac{ب}{أ})^{+1}$

الحل: $(\frac{3}{5})^{2س-1} = (\frac{3}{5})^{-3}$

$2س - 1 = 3 \Leftarrow 2س = 4 \Leftarrow س = \frac{4}{2} = 2$

(ح) $10^{س} = 0.001$

الحل: $10^{س} = \frac{1}{1000} \Leftarrow 10^{س} = \frac{1}{10^{3}} \Leftarrow 10^{س} = 10^{-3} \Leftarrow س = -3$

(ط) $10^{(س-4)(س-5)} = 1$

الحل: $10^{(س-4)(س-5)} = 1 \Leftarrow (س - 4)(س - 5) = 0$

$\Leftarrow$ إما $س - 4 = 0 \Leftarrow س = 4$ أو $س - 5 = 0 \Leftarrow س = 5$

(ى) $2^{س} = \frac{64}{8} \Leftarrow 2^{س} = 8 \Leftarrow 2^{س} = 2^{3} \Leftarrow س = 3$

[2] حل المعادلات الآتية وتحقق من صحة الحل:

(أ) $3^{س-5} = 2^{س-5}$

الحل: أنتبه الأُس = الأُس وطالما $3 \neq 2$

$\therefore$ يجب الأُس $= 0 \Leftarrow س - 5 = 0 \Leftarrow س = 5$

التحقيق: $3^{س-5} = 3^{5-5} = 3^{0} = 1$

الأيسر $2^{0} = 1$ (3)

(ب) $7^{س^2 - 6س + 5} = 2^{س^2 - 6س + 5}$

الحل: انتبه: الأُس = الأُس وطالما الأساس $7 \neq 2$ افهم أن الأُس = صفر.

$\therefore س^2 - 6س + 5 = 0 \Leftarrow (س-1)(س-5) = 0$

إما $س - 1 =$ صفر $\Leftarrow س = 1$ أو $س - 5 = 0 \Leftarrow س = 5$

التحقيق: من أجل $س = 5$ الأيمن $= 7^{5+6-1} = 7^{0} = 1$ (3)

تم التحميل من مدونة ملخصات الثانوية العامة
https://ye-thirdsecondr.blogspot.com/

الأيسر $2^0 = 1$ (3)

(جـ) $5^{س^2-5س} = 3^{س^2-5س}$

الحل: $5 \neq 3$ ∴ $س^2 - 5س = 0$ ⇐ $س(س - 5) = 0$

⇐ إما $س = 0$ أو $س - 5 = 0$ ⇐ $س = 5$

التحقيق: لما $س = 0$ ⇐ الأيمن $5^{0-0} = 5^0 = 1$

الأيسر $3^0 = 1$ ∴ $س = 0$ يمثل حلاً.

وهكذا من أجل $س = 5$ تحقق بنفسك.

(د) $3^{س^2} = 9$ تذكر $ب^{ن} = ب^{\frac{1}{ن}}$

الحل: $3^{\frac{س^2}{س}} = 9$ ⇐ $3^{س} = 3^2$ ⇐ $س = 2$

التحقيق: من أجل $س = 2$ ⇐ الأيمن $3^4 = 3^2 = 9$ = الأيسر.

(هـ) $3^{2س} = 3^{س+2}$

الحل: الأساس = الأساس ⇐ الأُس = الأُس أي $2س = س + 2$

$2س - س = 2$ ⇐ $س = 2$

(و) $7^{ص+2} = 7^{2ص+1}$

الحل: $7^{ص+2} = 7^{2ص+1}$ ∴ $ص + 2 = 2ص + 1$ ⇐ $2ص - ص = 2 - 1$

⇐ $ص = 1$ #

[3] أوجد مجموعة الحل لكل من المعادلات الآتية:

(أ) $3^{2س} - 4 \times 3^{س} + 3 = 0$

الحل: $(3^{س})^2 - 4(3^{س}) + 3 = 0$ نفرض $ع = 3^{س}$

$ع^2 - 4ع + 3 = 0$

$(ع - 3)(ع - 1) = 0$

أما $ع - 3 = 0$ ⇐ $ع = 3$ ⇐ $3^{س} = 3^1$ ⇐ $س = 1$

أو $ع - 1 = 0$ ⇐ $ع = 1$ ⇐ $3^{س} = 1$ ⇐ $3^{س} = 3^0$ ⇐ $س = 0$

تم التحميل من مدونة ملخصات الثانوية العامة

https://ye-thirdsecondr.blogspot.com/

(ب) $[(25)^3]^2 \times 125 = 5^{س}$

الحل: $[(5^2)^3]^2 \times 5^3 = 5^{س} \Leftarrow 5^{2\times3\times2} \times 5^3 = 5^{س}$

$= 5^{12} \times 5^3 = 5^{س} \Leftarrow 5^{15} = 5^{س} \Leftarrow$ س = 15

(جـ) $25^{س-1} - 6 \times 5^{س-1} + 5 = 0$

الحل: $(5^2)^{س-1} - 6(5^{س-1}) + 5 = 0$

نفرض ع = $5^{س-1} \Leftarrow ع^2 - 6ع + 5 = 0 \Leftarrow (ع-5)(ع-1) = 0$

إما ع – 5 = 0 $\Leftarrow$ ع = 5 $\Leftarrow 5^{س-1} = 5^1 \Leftarrow$ س–1 = 1 $\Leftarrow$ س = 2

أو ع – 1 = 0 $\Leftarrow$ ع = 1 $\Leftarrow 5^{س-1} = 1 = 5^{س-1} \Leftarrow 5^0 =$ س–1 = 0

$\Leftarrow$ س = 1

(د) $25 \times 5^{س-1} = 1$

الحل: $5^2 \times 5^{س-1} = 5^0 \Leftarrow 5^{س+1} = 5^0 \Leftarrow$ س + 1 = 0 $\Leftarrow$ س = –1

(هـ) $7^{2س} - 8 \times 7^{س} = 7$

الحل: $(7^{س})^2 - 8(7^{س}) + 7 = 0$

بفرض ع = $7^{س} \Leftarrow ع^2 - 8ع + 7 = 0$

$(ع-7)(ع-1) = 1$

إما ع – 7 = 0 $\Leftarrow$ ع = 7 $\Leftarrow 7^{س} = 7^1 \Leftarrow$ س = 1

أو ع – 1 = 0 $\Leftarrow$ ع = 1 $\Leftarrow 7^{س} = 7^0 \Leftarrow$ س = 0

[4] حل المعادلات الآتية:

(أ) 2س – 5 = 3

الحل: شرط الحل: 2س – 5 $\geq 0 \Leftarrow$ 2س $\geq 5 \Leftarrow$ س $\geq \frac{5}{2}$

ربّع الطرفين $(2س-5)^2 = (3)^2 \Leftarrow$ 2س –5 = 9

2س = 14 $\Leftarrow$ س = 7

انتبه: س = 7 $\geq \frac{5}{2}$ ∴ مقبول ضمن الشرط: س $\geq \frac{5}{2}$

تم التحميل من مدونة ملخصات الثانوية العامة
https://ye-thirdsecondr.blogspot.com/

(ب) س = س + 12

الحل: شرط الحل س ≥ 0

ربّع الطرفين (س)^2 = (س + 12)^2

س = س^2 + 24س + 144 صفّرها بنقل س من الطرف الأيمن إلى الطرف الأيسر.

⇐ س^2 + 24س – س + 144 = 0 ⇐ س^2 + 23س + 144 = 0

⇐ أ = 1 ، ب = 23 ، جـ = 144

Δ = ب^2 – 4أ جـ = (23)^2 – 4× 1 × 144 < 0 مستحيل

∴ مجموعة الحل = ϕ

(جـ) س+ 4 – س −3 = 1

الحل: شرط الحل [س + 4≥ 0 ⇐ س ≥ −4] ، [س−3 ≥ 0 ⇐ س ≥ 3]

∴ شرط الحل = [−4 ، ∞[∩ [3 ، +∞[= [3 ، +∞[

نصيحة: **معك جذرين أجعل أحداهما في طرف وأنقل الآخر إلى الطرف الثاني ثم ربّع.**

∴ س+ 4 – س−3 = 1 ⇐ س + 4 = س −3 + 1

ربّع الطرفين (س +4)^2 = (س – 3 + 1)^2

= س + 4 = (س−3)^2 + 2×1× س−3 + 1

= س + 4 = س −3 + 2 س−3 + 1

= 6 = 2 س−3

ربّع الطرفين: 36 = 4 (س−3)

36 = 4س−12 ⇐ 48 = 4س

س = $\frac{48}{4}$ = 12 لاحظ: س = 12≥ 3 مقبول.

(د) س = 6 = 3

الحل: شرط الحل س ≥ 0

∴ س = 6 + 3 ⇐ س = 9 ربّع س = 81 مقبول.

تم التحميل من مدونة ملخصات الثانوية العامة
https://ye-thirdsecondr.blogspot.com/

(هـ) ص – 4 = 7

الحل: شرط الحل ص – 4 ≥ 0 ⇐ ص ≥ 4

∴ ص – 4 = 7 ربّع الطرفين ص = −4 = 49 ⇐ ص = 49 + 4 = 53

∴ ص = 53 مقبول ضمن شرط الحل.

(و) أ^2 + 10أ = 3

الحل: شرط الحل أ^2+ 10أ ≥ 0 ⇐ أ (أ + 10) ≥ 0

أ^2 + 10أ = 3 ربع الطرفين أ^2 + 10أ = 9 ⇐ أ^2 +10أ – 9 = 0

الثوابت: أ = 1 ، ب = 10 ، جـ = −9

Δ = ب^2 – 4أجـ = 100−4× 1 −9 = 100 + 36 = 136

⇐ أ = $\frac{-ب \pm \Delta}{2أ}$ = $\frac{-10 \pm 36}{2}$ #

(ز) 2ب + 5 = 3ب +4

الحل: ربّع الطرفين (2ب +5)^2 = (3ب + 4)^2

2ب + 5 = 3ب + 4 ⇐ 4−5 = 3ب – 2ب

ب = 1

(ح) س + 5 = 2

الحل: شرط الحل س ≥ 0

∴ س = 2−5 ⇐ س = −3 مستحيل جذر تربيعي سالب.

∴ مجموعة الحل ϕ

[5] أوجد مجموعة الحل للمعادلات الآتية:

(أ) 2 3س = 5س +7

الحل: ربّع الطرفين ⇐ 4 × 3س = 5س + 7

12س− 5س = 7 ⇐ 7س = 7 ⇐ س = $\frac{7}{7}$ = 1

∴ مجموعة الحل = { 1 }

تم التحميل من مدونة ملخصات الثانوية العامة
https://ye-thirdsecondr.blogspot.com/

(ب) 2 2ص−1 = 4ص

الحل: ربّع الطرفين 4 (2ص−1) = 4ص ⇐ 8ص−4 = 4ص

⇐ 8ص−4ص = 4 ⇐ 4ص = 4 ⇐ ص = 1 ∴ مجموعة الحل {1}

(جـ(أ أ−5 = 6

الحل: ربّع الطرفين: (أ)^2 (أ − 5)^2 = (6)^2

أ (أ − 5) = 36

أ^2 − 5أ − 36 = 0

(أ−9) (أ+4) = 0 ⇐ إمّا أ−9 = 0 ⇐ أ = 9

أو أ +4 = 0 ⇐ أ = −4 ∴ مجموعة الحل {9ب ، 4}

(د) 2س = س −4

الحل: ربع الطرفين (2س)^2 = (س −4)^2 ⇐ 2س = س^2 − 8س+ 6

صفَّرها س^2 − 10س + 16 = 0

(س −8) (س−2) = 0 ⇐ إما س − 8 = 0 ⇐ س = 8

أو س − 2 = 0 ⇐ س = 2 ∴ مجموعة الحل {8 ، 2}

(هـ(2ن + 3 − ن−2 = 2

الحل: 2ن + 3 = 2 + ن−2 ربّع الطرفين.

(2ن+3)^2 = (2 + ن−2)^2

2ن + 3 =4 +2 ×2 ن−2 + ن−2

ن + 1 = 4 ن − 2 ربّع الطرفين.

(ن + 1)^2 = (4)^2 (ن−2)^2

ن^2 + 2ن + 1 = 16 (ن−2)

ن^2 + 2ن + 1 = 16ن −32

ن^2−14ن + 33 = 0

(ن−11) (ن − 3) = 0

أما ن − 11 = 0 ⇐ ن = 11

أو ن − 3 = 0 ⇐ ن = 3

تم التحميل من مدونة ملخصات الثانوية العامة
https://ye-thirdsecondr.blogspot.com/

(ز) $س^{3} - 7 = 3$

الحل: كعِّب الطرفين:

$س - 7 = (3)^{3}$

$س - 7 = 27 \Leftarrow س = 34$ ∴ مجموعة الحل {34}

(ط) $2س^{2} - 3س - 8 = -1$

الحل: مستحيل لأن دليل الجذر (4) جذر رباعي زوجي يجب أن يكون الناتج موجب.

∴ مجموعة الحل ϕ

(و) $3 - ص + 4 = ص + 7$

الحل: ربّع الطرفين $(3 - ص + 4)^{2} = (ص + 7)^{2}$

$9 - 2 \times 3 \times ص + 4 = ص + 7$

$-6 ص + 4 = -6$ قسِّم على $-6 \Leftarrow ص + 4 = 1$

ربّع الطرفين $(ص + 4)^{2} = (1)^{2} \Leftarrow ص + 4 = 1$

∴ مجموعة الحل = {−3} $ص = -4 + 1 \Leftarrow ص = -3$

(ح) $2أ^{5} - 5 = -1$ ارفع للأس

الحل: $(2أ^{5} - 5)^{5} = (-1)^{5} \Leftarrow 2أ - 5 = -1$

$2أ = 5 - 1 \Leftarrow 2أ = 4 \Leftarrow أ = 2$

(ي) $(2س^{2} + 3س - 5)^{\frac{1}{2}} = (2س^{2} - س - 2)^{\frac{1}{2}}$

الحل: ربّع الطرفين: وابعد $\frac{1}{2}$ لأنهُ يمثل جذر تربيعي

$2س^{2} + 3س - 5 = 2س^{2} - س - 2$

$3س + س = 5 - 2 \Leftarrow 4 س = 3 \Leftarrow س = \frac{3}{4}$

(ك) $(2ص - 1)^{\frac{1}{2}} + (ص + 5)^{\frac{1}{2}} = 4$

الحل: $2ص - 1 = ص + 5 - 4$ ربّع الطرفين.

$(2ص - 1)^{2} = (ص + 5 - 4)^{2}$

تم التحميل من مدونة ملخصات الثانوية العامة
https://ye-thirdsecondr.blogspot.com/

$1-2ص = 16 - 2 \times 4$ ص $+5 +$ ص $+ 5$

$1-21-2ص -$ ص $= -8$ ص $+5$

$-20-3ص = -8$ ص $+ 5$ ⇐ أضرب بـ $-$

$(20+ 3ص) = 8$ ص $+ 5$ ربّع الطرفين.

$400 + 2 \times 20 \times 3ص + 9ص^2 = 64$ $(ص +5)$

$400 + 120ص + 9ص^2 = 64ص + 320$

$9ص^2 + 56ص + 80 = 0$

$(ص+4)$ $(9ص + 20) = 0$

أما ص $+ 4 = 0$ ⇐ ص $= -4$

أو $9ص + 20 = 0$ ⇐ ص $= \frac{-20}{9}$

(ل) $5س + 1 - 1 = 3س$

الحل: $5س+1 = 1+ 3س$ ربّع الطرفين.

$(5س+1)^2 = (1+ 3س)^2$

$5س + 1 = 1+ 2 \times 1 \times 3س + 3س$

$5س-3س = 2 \times 3س$

$2س = 2 \times 3س$ ⇐ س $= 3س$ ⇐ بالتربيع للطرفين

$س^2 = 3س$ ⇐ $س^2-3س = 0$ ⇐ س $(س - 3) = 0$

⇐ س $= 0$ أو س $- 3 = 0$ ⇐ س $= 3$

∴ مجموعة الحل $\{0 ، 3\}$

تم التحميل من مدونة ملخصات الثانوية العامة

https://ye-thirdsecondr.blogspot.com/

تمارين الملحق

القوى والجذور تمارين ومسائل عامة

*القوى:

[1] بسِّط ما يأتي علماً بأن المتغيرات أعداد حقيقية لا تساوي الصفر.

(أ) $(2أ^2ب)(2أب^2)$

الحل: $2 \times 2 \times أ^2 \times أ \times ب \times ب^2 = 4أ^3 \times ب^3$

(ب) $(س\ ص^3ع)^2\ (أ\ س\ ص)^3$

الحل: $(س)^2 \times (ص^3)^2 \times (ع)^2 \times (أ)^3 \times س^3 \times ص^3$

$= س^5 \times ص^6 \times ع^2 \times أ^3 \times ص^3$

$= س^5\ ص^9 \times ع^2 \times أ^3$

(جـ) $(2ب^5)^2 - (3ب^2)^3\ ب^2$

الحل: $4 \times ب^{5\times2} - 3^3 \times ب^{2\times3} \times ب^2$

$= 4ب^{10} - 27ب^6 \times ب^2$

$= 4ب^{10} - 27ب^8$

(د) $(3س^{-4})\ (2س^{-5})$

الحل: $3 \times 2 \times س^{-4} \times س^{-5} = 6س^{-9}$

(هـ) $(-5س^3)\ (-6س^5)$

الحل: $-5 \times -6 \times س^3 \times س^5 = 30س^8$

(و) $(4أ^2ب^3) \times (2أ^3ب) = 8أ^5 \times ب^4$

(ز) $\frac{-3س^4ص^{-2}}{9س^{-8} \times ص^6} = \frac{-1}{3} \times س^{4+8} \times ص^{-2-6} = \frac{-1}{3}\ س^{12}ص^{-8}$

(ح) $\frac{-2س(س+1)^ن}{(س+1)^{2ن}} = \frac{-2س}{(س+1)^{2ن-ن}} = \frac{-2س}{(س+1)^ن}$

(ط) $\frac{(أ^2)^4}{(أ^4)^2} = \frac{أ^{4\times2}}{أ^{2\times4}} = \frac{أ^8}{أ^8} = 1$

تم التحميل من مدونة ملخصات الثانوية العامة

https://ye-thirdsecondr.blogspot.com/

(ى) $\frac{3}{(1+2س)^0} = \frac{3}{1}$ = 3 تذكرت = 1

(ك) $(2س^3ص^{-4})^2 (س^{-2}ص)^3 = 2^2 \times (س^3)^2 \times (ص^{-4})^2 \times (س^{-2})^3 \times ص^3$

$= 4س^6 \times ص^{-6} \times ص^3 = 4س^0ص^{-5} = 4\ ص^{-5}$

(ل) $\frac{2^{-3}أ^0 ب^{-3} \times جـ^2}{4^{-1} أ^{-3} ب^{-2} جـ^{-5}} = \frac{4أ^{+3} \times ب^{-1} \times جـ^7}{2^3} = \frac{4أ^{+3} \times ب^{-1} \times جـ^7}{8} = \frac{أ^3 جـ^7}{2ب}$

[2] ضع كلاً مما يأتي في أبسط صورة باعتبار المتغيرات أعداداً حقيقية لا تساوي صفر.

(أ) $\left(\frac{س^{-3}}{س^{-4}}\right)^{-1} = (س^{-3} \times س^{+4})^{-1} = (س^1)^{-1} = س^{-1} = \frac{1}{س}$

(ب) $\left(\frac{3س^2 ص^3}{2}\right)^ن = \left(\frac{3}{2}\right)^ن \times س^{2\times ن} \times ص^{3\times ن} = \left(\frac{3}{2}\right)^ن \times س^{2ن} ص^{3ن}$

(جـ) $(2س+1)^3 (2س+1)^2$

الحل: حاصل ضرب القوى جمعها = $(2س+1)^{3+2} = (2س+1)^5$

(د) $2^0 + 3^{-1} = \frac{1}{1} + \frac{1}{3} = \frac{1+3}{3} = \frac{4}{3}$

(هـ) $(\frac{1}{2}س^3ص^{-4})^{-3}$ الحل: $(\frac{1}{2})^{-3} \times (س^3)^{-3} \times (س^{-4})^{-3}$

$= (\frac{2}{1})^3 \times س^{-9} \times س^{+12} = 8س^{+3}$

(و) $\frac{3أ^5 ب^{-2}}{9أ^{-4} ب^2} = \frac{1}{3} \times أ^{+5+4} \times ب^{-2-2} = \frac{أ^9 ب^{-4}}{3}$

(ز) $(3أ^{-2} ب^{-3})^{-2} = 3^{-2} \times (أ^{-2})^{-2} \times (ب^{-3})^{-2} = \frac{1}{3^2} \times أ^{-4} \times ب^6 = \frac{ب^6}{9أ^4}$

(ح) $\left(\frac{2أ^2 ب^{-4}}{أ^{-3} ب^{-3}}\right)^ن = (2أ^{3+2} ب^{-4+3})^ن = (2أ^5 ب^{-1})^ن = 2^ن \times أ^{5ن} \times ب^{-ن}$

تم التحميل من مدونة ملخصات الثانوية العامة

https://ye-thirdsecondr.blogspot.com/

(ط) $\frac{(أ + ب)^{-1}}{(أ + ب)^{-2}} = \frac{(أ + ب)^{2}}{(أ + ب)^{1}} = (أ+ب)^{1}$

(ى) $\frac{أ^{-1} + ب^{-1}}{أ^{-1} - ب^{-1}} = \frac{\frac{1}{أ} + \frac{أ}{ب}}{\frac{1}{أ} - \frac{أ}{ب}} = \frac{\frac{ب + أ}{أ ب}}{\frac{ب + أ}{أ ب}} = \frac{ب + أ}{ب - أ}$

(ك) $[(س+ ص)^{-2}]^{2} = (س + ص)^{-4} = \frac{1}{(س + ص)^{4}}$ #

(ل) $(2أ^{-2}-1)^{0} = 1$ 0

الجذور والأُسس النسبية

[1] اختصر ما يأتي بفرض أن كل المتغيرات $\in$ ح$^{+}$ ولا تساوي صفر.

(أ) $2^{\frac{1}{2}} 2^{\frac{1}{2}} + 2 = 2^{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}} = 2^{1} = 2$

(ب) $ب^{\frac{3}{4}} \times ب^{\frac{2}{3}} = ب^{\frac{2}{3}+\frac{3}{4}} = ب^{\frac{8+9}{12}} = ب^{\frac{17}{12}}$

(جـ) $(أ^{\frac{3}{4}})^{\frac{4}{5}} = أ^{\frac{4}{5}\times\frac{2}{3}} = أ^{\frac{8}{15}}$

(د) $(أ^{\frac{3}{4}})^{4} = أ^{4\times\frac{3}{4}} = أ^{3}$

(هـ) $(16ص^{4})^{\frac{3}{4}} = (16)^{\frac{3}{4}} \times ص^{4\times\frac{3}{4}} = (2^{4})^{\frac{3}{4}} \times ص^{3} = 2^{3} \times ص^{3} = 8ص^{3}$

(و) $(ص^{\frac{-2}{3}})^{3} = ص^{-2} = \frac{1}{ص^{2}}$

(ز) $(16أ^{10} ب^{2})^{\frac{3}{4}} = (2^{4})^{\frac{3}{4}} \times أ^{10\times\frac{3}{4}} \times ب^{2\times\frac{3}{4}}$

$= 2^{3} \times أ^{\frac{15}{2}} \times ب^{\frac{3}{2}}$

(ح) $(ب^{\frac{-2}{3}})^{-\frac{1}{3}} = ب^{\frac{2}{9}}$

(ط) $\frac{أ^{\frac{1}{3}}}{أ^{\frac{5}{6}}} = أ^{\frac{1}{3}-\frac{5}{6}} = أ^{\frac{5-2}{6}} = أ^{-\frac{3}{6}} = أ^{-\frac{1}{2}}$ #

[2] بسِّط ما يأتي بفرض أن المتغيرات $\in$ ح$^{+}$ والمقام $\neq$ 0

تم التحميل من مدونة ملخصات الثانوية العامة

https://ye-thirdsecondr.blogspot.com/

(أ) $\frac{\text{س ص}^{\frac{3}{4}}}{\text{س}^{\frac{1}{2}} \times \text{ص}^{\frac{1}{4}}} = \text{س}^{1-\frac{1}{2}} \times \text{ص}^{\frac{3}{4}-\frac{1}{4}} = \text{س}^{\frac{1}{2}} \times \text{ص}^{\frac{2}{4}}$

$= \text{س}^{\frac{1}{2}} \times \text{ص}^{\frac{1}{2}} = \text{س} \times \text{ص} = \text{س ص}$

(ب) $\text{س}^{-\frac{1}{2}}\ \text{س}^{1} = \text{س}^{-\frac{1}{2}+1+\frac{1}{3}} = \text{س}^{\frac{2-6+3}{6}-} = \text{س}^{\frac{1}{6}}$ $\text{س}^{\frac{1}{3}}$

(جـ) $\frac{\text{جـ}^{\frac{2}{3}} \times \text{جـ}^{\frac{3}{4}}}{\text{جـ}^{-\frac{1}{3}}} = \text{جـ}^{\frac{2}{3}+\frac{3}{4}+\frac{1}{3}} \times \text{جـ}^{\frac{4+9+8}{12}} = \text{جـ}^{\frac{21}{12}} = \text{جـ}^{\frac{7}{4}}$

(د) $\frac{\text{س}^{-\frac{1}{2}} \times \text{ص}^{\frac{5}{4}}}{\text{س}^{-\frac{2}{3}} \times \text{ص}^{\frac{3}{4}}} = \text{س}^{-\frac{2}{3}+\frac{1}{2}} \times \text{ص}^{\frac{3}{4}-\frac{5}{4}} = \text{س}^{\frac{4+3-}{6}} \times \text{ص}^{\frac{2}{4}} = \text{س}^{\frac{1}{6}} \times \text{ص}^{\frac{1}{2}}$

(هـ) $(\text{أ}^{\frac{1}{2}}\ \text{ب}^{-2})^{-2} = (\text{أ}^{\frac{1}{2}})^{-2} \times (\text{ب}^{-2})^{-2} = \text{أ}^{-1} \times \text{ب}^{-4} = \frac{\text{ب}^{4}}{\text{أ}}$

(و) $\left(\frac{\text{س}^{\frac{1}{3}} \times \text{ص}^{\frac{2}{3}}}{\text{ع}^{\frac{5}{6}}}\right) = (\text{س}^{\frac{1}{3}} \times \text{ع}^{-\frac{5}{6}} \times \text{ص}^{\frac{2}{3}})$

$= \text{س}^{\frac{12}{3}} \times \text{ع}^{-\frac{5}{6}\times 12} \times \text{ص}^{\frac{2}{3}\times 12} = \text{س}^{4} \times \text{ع}^{10} \times \text{ص}^{8}$

(ح) $(-125)^{-\frac{2}{3}} = ((-5)^{3})^{-\frac{2}{3}} = (-5)^{3\times-\frac{2}{3}} = (-5)^{-2} = \frac{1}{(-5)^{2}} = \frac{1}{25}$

(ز) $\frac{\text{س}^{\frac{3}{2}}}{\text{س}^{\frac{2}{3}}} = \text{س}^{\frac{3}{2}-\frac{2}{3}} = \text{س}^{\frac{9-4}{6}} = \text{س}^{\frac{5}{6}}$

تبسيط الجذور:

[1] بسِّط ما يأتي (جميع المتغيرات من ح$^{+}$)

(أ) $\sqrt[3]{9\text{أ}^{2}\text{ب}} \times \sqrt[3]{9\text{أ ب}^{2}} = \sqrt[3]{81\ \text{أ}^{3}\text{ب}^{3}} = \sqrt[3]{27\times 3\ \text{أ}^{3}\text{ب}^{3}}$

$= \sqrt[3]{27} \times \sqrt[3]{3} \times \sqrt[3]{\text{أ}^{3}} \times \sqrt[3]{\text{ب}^{3}} = 3\sqrt[3]{3} \times \text{أ} \times \text{ب}$

(ب) $\sqrt[9]{\text{س}^{3}\text{ص}^{6}} = \sqrt[9]{\text{س}^{3}} \times \sqrt[9]{\text{ص}^{6}} = \text{س}^{\frac{3}{9}} \times \text{ص}^{\frac{6}{9}} = \text{س}^{\frac{1}{3}} \times \text{ص}^{\frac{2}{3}}$

(جـ) $\sqrt[3]{32} = \sqrt[3]{8} \times \sqrt[3]{4} = 2\sqrt[3]{4}$

(د) $\sqrt[6]{27} = \sqrt[6]{3^{3}} = 3^{\frac{3}{6}} = 3^{\frac{1}{2}} = \sqrt{3}$

(هـ) $\sqrt[3]{24} = \sqrt[3]{8} \times \sqrt[3]{3} = 2\sqrt[3]{3}$

(و) $\sqrt{20} = \sqrt{4\times 5} = \sqrt{4} \times \sqrt{5} = 2\sqrt{5}$

تم التحميل من مدونة ملخصات الثانوية العامة

https://ye-thirdsecondr.blogspot.com/

(ز) $أ^{5} \times أ^{4} = أ^{4} \times أ^{4} = أ^{4}$ أ

(ح) $25س^{3}ص^{9} = 25س^{2} \times س \times ص^{8} \times ص = 25س^{2}ص^{8} \times س ص = 5س ص^{4}$ س ص

(ط) $2^{3} \times 3^{3} = 2^{3} \times 27^{3} = 2 \times 27^{3} = 54^{3}$

(ى) $50أ^{6}ب جـ^{9} = 25 \times 2 \times أ^{6} \times ب \times جـ \times جـ^{8} = 25 \times جـ^{8} \times أ^{6} \times 2ب جـ$

$= 5أ^{3} جـ^{4} \times 2ب جـ$

(ك) $27^{3} أ^{3}ب^{2} جـ^{12} = 27^{3} \times أ^{3} \times 3 \times جـ^{12} \times 25^{3}$

$= 3أجـ^{4} \times ب^{2} \times 3 أ جـ^{4} ب^{\frac{2}{3}}$

(ل) $\frac{1}{5} = \frac{1}{5} = \frac{1}{5^{\frac{1}{2}}} = 5^{-\frac{1}{2}}$

---

[2] ضع كلاً مما يأتي في أبسط صورة (جميع المتغيرات $\in ح^{+}$) والمقام لا يساوي صفر.

(أ) $\frac{س}{س^{\frac{1}{4}}} = س^{1} \times س^{-\frac{1}{4}} = س^{\frac{3}{4}}$

(ب) $\frac{16}{25} = \frac{16}{25} = \frac{4}{5}$

(جـ) $\left(\frac{32}{81}\right)^{\frac{1}{5}} = \frac{\sqrt[5]{32}}{\sqrt[5]{81}} = \frac{\sqrt[5]{52}}{\sqrt[5]{3^{4}}} = \frac{2}{3^{\frac{4}{5}}} = 2 \times 3^{-\frac{4}{5}}$

(د) $\sqrt[3]{\frac{27}{4}} = \frac{\sqrt[3]{27^{3}}}{\sqrt[3]{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2^{\frac{2}{3}}} = 3 \times 2^{-\frac{2}{3}}$

(هـ) $\sqrt[3]{\frac{س ص}{س ص}} = \frac{س ص}{س^{\frac{1}{3}} \times ص^{\frac{1}{3}}} = س^{1-\frac{1}{3}} \times ص^{1-\frac{1}{3}} = س^{\frac{2}{3}} \times ص^{\frac{2}{3}}$

(و) $\sqrt[3]{\frac{ب^{2}جـ}{ب^{4}جـ^{3}}} = \frac{ب^{2}جـ}{ب^{\frac{2}{3}} \times جـ} = ب^{2-\frac{4}{3}} = ب^{\frac{6-4}{3}} = ب^{\frac{2}{3}}$

(ز) $\frac{2ص}{س} \times \frac{س^{2}}{8} = \frac{س^{2}}{8} = \frac{2ص س^{2}}{8س} = \frac{2ص س^{2}}{8س} = \frac{ص س}{4} = \frac{ص س}{2}$

تم التحميل من مدونة ملخصات الثانوية العامة

https://ye-thirdsecondr.blogspot.com/

(ح) $\left(\frac{16أ^{7}}{ب^{4}}\right)^{3} = \left(\frac{16أ^{7}}{2ب^{4}أ}\right)^{3} = \left(\sqrt{\frac{5}{2أ}}\right)^{3} = 40^{3}\ ب^{6}\ 6^{-4} = 8^{3} \times 5أ ب^{6-4}$

$= 2^{3}\ 5 \times أ^{2} \times ب^{-\frac{4}{3}}$ #

(ط) $2^{\frac{5}{6}} = 2^{\frac{4+9}{6}} = 2^{\frac{2}{3}-\frac{3}{2}} = \frac{2^{\frac{3}{2}}}{2^{\frac{2}{2}}} = \frac{2^{3}}{2^{2}\ 2^{3}} = \frac{8}{4^{3}}$

جمع وطرح الجذور

[1] ضع كلاً مما يأتي في أبسط صورة المتغيرات $\in$ ح$^{+}$ والمقام $\neq$ صفر.

(أ) $3\ 4 - 3\ 3 + 3\ 7 = 3\ (7 + 4-3) = 3\ 8$

(ب) $2\ 8 = 2\ (3+5) = 2\ 5 + 2\ 3 = 2 \times 25 + 2 \times 9 = 50 + 18$

(جـ) $2أ\ 29 = 2أ\ (2+27) = 2أ\ 3 \times 9 + 2أ\ 2 = 2 \times 9\ 9 + 2أ \times 4 = 18\ 9 + 8أ$

(د) $5س^{2}$ س ص -2س $س^{3}ص = 5س^{2}$ س ص $- 2$س $س^{2} \times$ س ص

$= 5س^{2}$ س ص $- 2$س $\times$ س س ص $= (5س^{2} - 2س^{2})$ س ص $= 3س^{2}$

(هـ) $\frac{1}{3\sqrt{}} - \frac{5}{6\sqrt{}} = \frac{1}{3\sqrt{}} = \frac{5}{2\sqrt{} \times 3\sqrt{}} = \frac{2 - 5}{2\sqrt{}\ 3\sqrt{}} = \frac{2 - 5}{6}$

(و) $\frac{2}{أ\ ب} - \frac{1}{أ} = \frac{2}{أ \times ب} = \frac{ب - 2}{أ\ ب} = \frac{ب - 2}{أ\ ب}$

(ز) $\sqrt[3]{81^{3} - 24} = \sqrt[3]{27^{3} \times 3 - 8^{3} \times 3} = 3\sqrt{}^{3}\ 3 - 3\sqrt{}^{3}\ 2$

$= 3^{3}\ (2-3) = 3^{3}$

(ح) $6^{3}\ 5 \times 2 + 3^{3}\ 3 = 6 \times 125^{3}\ 2 + \sqrt[3]{27^{3} \times 2} = 750^{3}\ 2 + 81^{3}$

$= 6^{3}\ 10 + 3^{3}\ 3$

(ى) $16أ + 81أ = 4أ + 9أ = 13أ$

[2] بسط ما يأتي (كل المتغيرات $\in$ ح$^{+}$ والمقام $\neq$ صفر).

(أ) $\frac{2}{أ} + \frac{3}{\sqrt{أ\ ب}} = \frac{2}{أ} + \frac{3}{أ \times \sqrt{ب}} = \frac{2ب + 3}{أ\sqrt{ب}}$

تم التحميل من مدونة ملخصات الثانوية العامة

https://ye-thirdsecondr.blogspot.com/

(ب) $\frac{5}{9أ} - \frac{2}{أ} = \frac{5}{أ\ 3} - \frac{2}{أ} = \frac{3\times2-5}{أ\ 3} = \frac{1-}{أ\ 3}$

(جـ) $\frac{2}{18س^2} - \frac{2}{2\times9س^2} = \frac{4}{2\times25س^2}$

$= \frac{2-}{15س\ 2} - \frac{2-}{5\ س\ 2} = \frac{3\times4-5\times2}{15\ س\ 2} = \frac{2-}{15\ س\ 2}$

$= \frac{2-}{15س\ 2} \times \frac{2-}{2} = \frac{2\ 2-}{2\times15س} = \frac{2-}{15س}$

(د) $\frac{5}{س\ ص} - \frac{4}{س} = \frac{5}{س\ \times\ ص} = \frac{4}{س} = \frac{5-4ص}{س\ \times\ ص}$

* ضرب وقسمة الجذور:

[1] أوجد ناتج ما يأتي علماً بأن المتغيرات $\in$ ح$^+$ والمقام $\neq$ صفر.

أ) $\sqrt{2}(\sqrt{10} - \sqrt{6})$ وزع $= \sqrt{2}\times\sqrt{10} - \sqrt{6}\times\sqrt{2}$

$= \sqrt{20} - \sqrt{12} = \sqrt{4\times5} - \sqrt{3\times4} = 2\sqrt{5} - 2\sqrt{3}$

ب) $2أ(أب + 2أ) = 2أ\times أ + 2أ\times ب + 2أ\times 2 = 2أ^2 + 2أب$

جـ) $(5 - 5)^2$ تذكر مربع كامل $= (5)^2 - 2\times5\times5 + (5)^2$

$= 5 + 5\ 10 + 25 = 5\ 10 - 30$

د) $(10 - 7)(10 + 7)$ قوس × مرافقه تذكّر $(\text{الأول})^2 - (\text{الثاني})^2$

$= (10)^2 - (7)^2 = 10 - 7 = 3$

هـ) $(2أ + 3ب)(2أ - 3ب)$ قوس × مرافقه

$= (2أ)^2 - (3ب)^2 = 4أ^2 - 9ب$

و) $(3س + ص)^2$ مربع كامل.

$= (\sqrt{3}س)^2 + 2\times\sqrt{3}س\times ص + ص^2 = 9س^2 + 6ص\sqrt{3}س + ص^2$

ز) $\frac{1}{2+\sqrt{6}}$ أضرب بمرافق المقام $(\sqrt{6} - 2)$

تم التحميل من مدونة ملخصات الثانوية العامة

https://ye-thirdsecondr.blogspot.com/

$$\frac{2-\sqrt{6}}{2} = \frac{2-\sqrt{6}}{2-4} = \frac{2-\sqrt{6}}{2-\sqrt{6}} \times \frac{1}{2+\sqrt{6}} =$$

(ح) $\frac{15}{\sqrt{6}+4}$ أضرب بمرافق المقام.

الحل: $\frac{15}{6+4} \times \frac{6-4}{6-4} = \frac{(6-4)15}{6-16}$

$$= \frac{(6-4)15}{10} = \frac{(6-4)3}{2}$$

(ى) $\frac{3}{3-\sqrt{6}}$ أضرب بمرافق المقام.

الحل: $\frac{3}{3-\sqrt{6}} \times \frac{3+\sqrt{6}}{3+\sqrt{6}} = \frac{(3+\sqrt{6})3}{3-6}$

$$= \frac{3+18}{3} = \frac{3+2\times9}{3} = \frac{3+2\ 3}{3} = \frac{(1+2\ )3}{3} = 1+2$$

(ك) $\frac{أ^2ب}{أ\ أ-أ\ ب}$ أضرب بالمرافق.

الحل: $\frac{أ^2ب}{أ\ أ-أ\ ب} \times \frac{أ\ أ+أ\ ب}{أ\ أ-أ\ ب} = \frac{أ^2\ ب\ (أ\ أ+أ\ ب)}{أ^2 \times أ-أ\ ب} = \frac{أ\times أ\ ب\ (أ\ أ+\ أ\ ب\ )}{أ\ (أ^2-ب)}$

$$= \frac{أ\ ب\ (أ\ أ+\ أ\ ب\ )}{أ^2-\ ب}$$

المعادلات الأُسية والجذرية

[1] حل المعادلات الآتية:

(أ) $2^{4س} - 12 \times 2^{2س} + 32 = 0$

الحل: $2^{2\times2س} - 12\times2^{2س} + 32 = 0 \Leftarrow (2^{2س})^2 - 12 \times 2^{2س} + 32 = 0$

بفرض ع $= 2^{2س} \Leftarrow ع^2 - 12ع + 32 = 0$

$(ع - 8)\ (ع-4) = 0 \Leftarrow$ إمّا ع $- 8 = 0 \Leftarrow ع = 8$

عوّض عن ع $\Leftarrow 2^{2س} = 8 \Leftarrow 2^{2س} = 2^3 \Leftarrow 2س = 3 \Leftarrow \frac{3}{2}$

(ب) $3^{5س} - 243 = 0$

تم التحميل من مدونة ملخصات الثانوية العامة

https://ye-thirdsecondr.blogspot.com/

الحل: $3^{5س} = 243 \Leftarrow 3^{5س} = 3^5 \Leftarrow 5س = 5 \Leftarrow س = \frac{5}{5} = 1$

(جـ) $(5س)^{س+3} = 1$ **تذكَّر : ن** $= 1$

الحل: $(5س)^{س+3} = (5س)^0 \Leftarrow س + 3 = 0 \Leftarrow س = -3$

(د) $7^{2س} - 8 \cdot 7^{س} + 7 = 0$

الحل: $(7^{س})^2 - 8(7)^{س} + 7 = 0$ **بفرض ع** $= 7^{س}$

$ع^2 - 8ع + 7 = 0 \Leftarrow (ع-7)(ع-1) = 0$

إمّا $ع - 7 = 0 \Leftarrow ع = 7$ **عوض بالفرض** $7^{س} = 7^1 \Leftarrow س = 1$

أو $ع - 1 = 0 \Leftarrow ع = 1 \Leftarrow 7^{س} = 1 \Leftarrow 7^{س} = 7^0 \Leftarrow س = 0$

(هـ) $2^{س^2-2س+1} = 3^{س^2-2س+1}$

الحل: انتبه: $2 \neq 3 \quad \therefore س^2 - 2س + 1 = 0$

$(س - 1)(س - 1) = 0 \Leftarrow س - 1 = 0 \Leftarrow س = 1$

(و) $(36)^{س-1} - 7(6)^{س-1} + 6 = 0$

الحل: $(6^2)^{س-1} - 7(6)^{س-1} + 6 = 0 \Leftarrow (6^{س-1})^2 - 7(6)^{س-1} + 6 = 0$

$\Leftarrow$ **بفرض** $ع = 6^{س-1}$ **تصبح المعادلة** $ع^2 - 7ع + 6 = 0$

$(ع-6)(ع-1) = 0$ **إمّا** $ع - 6 = 0 \Leftarrow ع = 6$

$\Leftarrow 6^{س-1} = 6^1 \Leftarrow س - 1 = 1 \Leftarrow س = 2$

أو $ع - 1 = 0 \Leftarrow ع = 1 \Leftarrow 6^{س-1} = 6^0$

$\Leftarrow س - 1 = 0 \Leftarrow س = 1$

---

[2] أوجد مجموعة الحل للمعادلات الآتية:

(أ) $(س-3)^{\frac{1}{3}} = 5$

الحل: حتى تتخلص من $(\frac{1}{3})$ **كعِب الطرفين** $(س - 3) = 5^3$

$\Leftarrow س - 3 = 125 \Leftarrow س = 125 + 3 = 128$

تم التحميل من مدونة ملخصات الثانوية العامة

https://ye-thirdsecondr.blogspot.com/

(ب) ص = ص + 20

الحل: ربّع $ص^2$ = ص + 20 ⇐ $ص^2$ – ص−20 = 0

(ص − 5) (ص + 4) = 0 ⇐ أما ص – 5 = 0 ⇐ ص = 5

أو ص + 4 = 0 ⇐ ص = −4

(جـ(3س + 5 + 1 = 3س المفروض الجذر أن يكون وحيداً في طرف.

الحل: 3س + 5 = 3س – 1 ربع الطرفين لإبعاد الجذر

$(3س − 1)^2$ 5 + 3س

$9س^2 − 6س^2$ + 1 + 5 = 3س + 5 أنقل إلى طرف واحد.

$9س^2$ −6س −3س + 1 – 5 = 0

$9س^2$ – 9س – 4 = 0

(3س+1) (3س−4) = 0

إمّا 3س+1 = 0 ⇐ 3س = −1 ⇐ س = $\frac{-1}{3}$

أو 3س−4= 0 ⇐ 3س = 4 ⇐ س = $\frac{4}{3}$

(د) ص +2 + 1 = ص + 6

الحل: ربع الطرفين ($\sqrt{ص+2}$+1)^2 = ($\sqrt{ص+6}$)^2

ص + 2 + 2 × 1×$\sqrt{ص+2}$ + 1 = ص+6 ⇐ $\sqrt{ص+2}$ = 3 ربع الطرفين

4(ص+2) = 9 ⇐ 4ص + 8 = 9 ⇐ 4ص = 9−8 ⇐ 4ص= 1 ⇐ ص= $\frac{1}{4}$

(ز) 5س−1 – س+2 = 1 أجعل أحد الجذرين في طرف بنقل الآخر.

الحل: 5 س – 1 = 1+ س + 2

$5 س – 1 = (1+ س + 2)^2$

5 س – 1 = 1+2 س+2 + س + 2

4 س – 4 = 2 س+2 قسّم على (2) ⇐ 2س −2 = س + 2 ربّع الطرفين

$(2س−2)^2$ = س +2 ⇐ $4س^2$ −8س + 4 = س+ 2

$4س^2$ – 9س + 2 = 0

تم التحميل من مدونة ملخصات الثانوية العامة
https://ye-thirdsecondr.blogspot.com/

$(4س-1)(س-2)=0$

إمّا $4س-1=0 \Leftarrow 4س=1 \Leftarrow س=\frac{1}{4}$

أو $س-2=0 \Leftarrow س=2$

(و) $2س^{-4}-3س+4$ نفس فكرة (ز)

(ح) $س+7س+5=7$ أجعل الجذر

الحل: $7س+5=7-س$ ربع الطرفين لنتخلص من الجذر

$س^2+14س+49=(7-س)^2 \Leftarrow س+5=49-14س+س^2$

صفِّرها: $س^2-14س+49-س-5=0$

$س^2-15س+44=0$

$(س-11)(س-4)=0 \Leftarrow$ إما $س-11=0 \Leftarrow س=11$

أو $س-4=0 \Leftarrow س=4$

(ط) $7^{س(س-2)-1}=5^{س(س-2)-1}$

الحل: لما $7 \neq 5 \Leftarrow س(س^2-1)=0 \Leftarrow$ إما $س=0$

أو $س^2-1=0 \Leftarrow س^2=1 \Leftarrow س=\pm 1$

(ى) $7^{س^3-1}=5^{س^3-1}$

الحل: $7 \neq 5 \Leftarrow س^3-1=0$

$\Leftarrow س^3-1=0 \Leftarrow س=1^{\frac{3}{}}$

[3] حل ما يأتـي:

(أ) $(س+1)^{\frac{1}{3}}=2$ انتبه $(\frac{1}{3})$ تعني جذر تكعيبي.

الحل: كعِّب $(س+1)=2^3 \Leftarrow س+1=8 \Leftarrow س=8-1=7$

تم التحميل من مدونة ملخصات الثانوية العامة
https://ye-thirdsecondr.blogspot.com/

(ب) $\sqrt[3]{\text{س}+2} - 3 = 1$

الحل: $\sqrt[3]{\text{س}+2} = 4$ كعِّب لطرد الجذر التكعيبي.

$\text{س}+2 = 4^3$ $\Leftarrow$ $\text{س}+2 = 64$ $\Leftarrow$ س = 62

(جـ) $\sqrt[4]{\text{س}+2} = 3$ ارفع للأُس (4) لطرد الجذر الرباعي.

الحل: س + 2 = 3^4 $\Leftarrow$ س + 2 = 81 $\Leftarrow$ س = 79

تم التحميل من مدونة ملخصات الثانوية العامة

https://ye-thirdsecondr.blogspot.com/

تمارين متنوعة

[1] اكتب ما يلي في أبسط صورة:

(أ) $(1.04)^{9} \times (1.04)^{-5}$

الحل: $(1.04)^{9-5} = (1.04)^{4}$

(ب) $\frac{(1,05)^{10}}{(1,05)^{14}} = (1,05)^{14-10} = (1.05)^{-4}$

(جـ) $\frac{2^{3} \times 3^{5} \times 4^{2}}{3^{3} \times 3^{5} \times 2^{2} \times 2^{3}} = \frac{2^{3} \times 3^{5} \times 4^{2}}{3^{15} \times 2^{6}} = \frac{2^{(3-)} \times 3^{(5-)} \times 4^{(2-)}}{3^{(15-)} \times 2^{(6-)}}$

$= \frac{2^{2-4}}{3^{3}} = \frac{2^{2}}{27} = \frac{4}{27}$

(د) $\frac{54^{-} \times 3^{15} \times 4^{2}}{3^{6} \times 25 \times 2^{(3-)}} = \frac{12 \times 27 \times 3^{3} \times 3^{5} \times 4^{2-}}{3^{2} \times 3^{3} \times 2^{5} \times 2^{3}} = \frac{3^{3} \times 3^{5} \times 5^{2-}}{3^{2} \times 2^{5} \times 2^{3}}$

$= 2^{-} \times 3^{-5} 5 \times 2^{-3} 3 \times 2^{-3} = 2^{-} \times 1^{5} \times 2^{3} \times 3 = 4^{-} \times 5 \times 3 = 60^{-}$

(هـ) $\frac{1}{ب^{\frac{6}{2}}}$ ، ب > 0 = نتخلص من الجذر $\frac{1}{ب^{\frac{2}{6}}} = \frac{1}{ب^{\frac{1}{3}}} = ب^{-\frac{1}{3}}$

(و) $ب^{\frac{5}{3}} \times ب^{-\frac{1}{3}} \times ب^{\frac{2}{3}} = ب^{\frac{2}{3}+\frac{1}{3}-\frac{5}{3}} = ب^{\frac{2+1-5}{3}} = ب^{\frac{6}{3}} = ب^{2}$

(ز) $147 = 49 \times 3 = 7^{2} \times 3$

(ح) $3888 = 4^{2} \times 3^{4} \times 3$

$= 4 \times 3^{2} \times 3 = 36 \times 3$

4	3888
4	972
3	243
3	81
3	27
3	9
3	3

(ط) $(16ب^{8})^{\frac{1}{4}} = (2^{4})^{\frac{1}{4}} \times ب^{8} = 2^{1} \times ب^{2} = 2ب^{2}$

(ك) $(27-)^{\frac{1}{3}} \times 64 = (3-)^{3} \times 4^{3} = 3- \times 4 = 12-$

تم التحميل من مدونة ملخصات الثانوية العامة

https://ye-thirdsecondr.blogspot.com/

(ل) $3 \times 12 \times 72 \times 108$

$= 3 \times 4 \times 3 \times 36 \times 2 \times 36 \times 3 = 3 \times 2^2 \times 3 \times 6^2 \times 2 \times 6 \times 3$

$= 2^3 \times 3 \times 3 \times 72 = 6 \times 3 \times 72 = 6 \times 216$

[2] احسب ناتج ما يلي:

(أ) $(-0.2)^3 = -0.2$

(ب) $\frac{1}{7^3} = \frac{1}{(7^2)^3} = \frac{1}{7^6}$

(جـ) $\frac{60}{4} \times \frac{24}{5} = \frac{15 \times 4}{2 \times 5} \times \frac{4 \times 6}{2 \times 5} = \frac{15 \times 2^2}{2^2 \times 5} = \frac{3 \times 5 \times 2^2}{5}$

$= 18 = 2 \times 9 = 2 \times 3^2 = 2 \times 6^2$

(د) $(81)^{\frac{1}{4}} = (3^4)^{\frac{1}{4}} = 3^{4 \times \frac{1}{4}} = 3$

(هـ) $(0.008)^{-\frac{1}{3}} = (0.2)^{-\frac{1}{3}} = (0.2)^{-1}$

$= \frac{1}{0,2} = \frac{1}{0,2} \times \frac{10}{10} = \frac{10}{5} = 2$

(و) $(-8)^{\frac{5}{3}} = ((-2)^3)^{\frac{5}{3}} = (-2)^5 = -2^5 = -32$

---

[3] احسب القيمة العددية لكل من المقادير الآتية:

[أ] $س^2 + 2 س ص$ **[ب]** $(س + 3) س ص$ **[جـ]** $(س+3)^3 س ص$

[د] $(س +3) س + ص$ عندما $س = 5$ ، $ص = 4$

الجواب:

[أ] ضع $س = 5$ ، $ص = 4 \Leftarrow 5^2 + 5 \times 4 = 5 \times 2^2 \times 5 = 5^2 + 4 \times 5$

[ب] $(5+3) 5 \times 4 = 8 \times 2^5 = 16 \times 5$

[جـ] $(5+3) 4 \times 5 = 15 - 8 = 11$

تم التحميل من مدونة ملخصات الثانوية العامة

https://ye-thirdsecondr.blogspot.com/

[د] $(5+3)\ 4+5 = 9\ 8 = 3 \times 8 = 24$

[4] اختصر ما يلي:

$$8 + 18 - 50 = 2 \times 4 + 2 \times 9 - 2 \times 25$$

$$= 2\ 2 + 2\ 3 - 2\ 5 = (2+3-5)\ 2 = \text{صفر} \times 2 = \text{صفر}$$

$$\frac{1}{\sqrt[3]{9}} \times 3 - 3\times\sqrt[3]{(-8)} + 3\times 27^{\frac{1}{3}} = \frac{1}{9}\ 3 - 24 - \sqrt[3]{81}^{\frac{1}{3}}$$

$$= 3\ 3 - 2\ \sqrt[3]{3} - 3\ \sqrt[3]{3} = 3^{\frac{1}{2}} \times 3^{1} - \sqrt[3]{3} = \text{صفر}$$

$$16\times 4^{\frac{1}{3}} = 34^{\frac{1}{3}} = \sqrt{4} = 2$$

$$\frac{12}{2} = \frac{12}{2} = 6$$

$$\frac{5}{\sqrt{2}} = \text{انطق المقام بالضرب بـ } \sqrt{2} = \frac{5}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}5}{2} \#$$

$$\frac{7}{2+\sqrt{5}} = \text{انطق المقام بالضرب بمرافق المقام } 2-\sqrt{5}$$

$$= \frac{7}{2+\sqrt{5}} \times \frac{2-\sqrt{5}}{2-\sqrt{5}} = \frac{7\ (2-\sqrt{5})}{4-5} = 7\ (2-\sqrt{5})$$

$\frac{\text{س} - \text{ص}}{\text{س} + \text{ص}}$ اضرب بمرافق المقام.

$$= \frac{\text{س} - \text{ص}}{\text{س} + \text{ص}} \times \frac{\text{س} - \text{ص}}{\text{س} + \text{ص}} = \frac{(\text{س} - \text{ص})^2}{\text{س} - \text{ص}}$$

$$= \frac{\text{س} - 2\ \text{س ص} + \text{ص}}{\text{س} - \text{ص}} \#$$

---

[5] رتب الجذور الآتية تنازلياً:

$$2\ ،\ 3^{\frac{1}{3}}\ ،\ 5^{\frac{1}{4}}$$

الجواب: لمقارنة الجذور لابدُّ من توحيد الجذر معك جذر تربيعي دليلة (2) والتكعيبي دليل (3) والرباعي (4).

∴ المفروض أن يكون دليل الموحد (12).

تم التحميل من مدونة ملخصات الثانوية العامة
https://ye-thirdsecondr.blogspot.com/

عملاً بالقاعدة: $\sqrt[ن]{ب^{هـ}} = \sqrt[ن\times ل]{ب^{هـ\times ل}}$

$$* \sqrt[2]{2^{2}} = \sqrt[6\times 1]{2^{2\times 6}} = \sqrt[12]{64}$$

$$* \sqrt[3]{3^{1}} = \sqrt[4\times 3]{5^{3}} = \sqrt[12]{125}$$

$$\sqrt[4]{5} = \sqrt[3\times 4]{5^{3}} = \sqrt[12]{125}$$

∴ الترتيب التنازلي من الكبير إلى الصغير $\sqrt[4]{5}$ ، 2 ، $\sqrt[3]{3}$

[6] رتب الجذور الآتية تصاعدياً:

$$\sqrt{5} \ ، \sqrt[3]{9} \ ، \sqrt[4]{12}$$

الجواب:

الدليل الموحد لـ: (2 ، 3 ، 4) هو 12

- $\sqrt{5} = \sqrt[6\times 2]{5^{6}} = \sqrt[12]{15625}$
- $\sqrt[3]{9} = \sqrt[4\times 3]{9^{4}} = \sqrt[12]{6561}$
- $\sqrt[4]{12} = \sqrt[3\times 4]{12^{3}} = \sqrt[12]{1728}$

∴ الترتيب تصاعدياً من الأصغر إلى الأكبر: $\sqrt[4]{12}$ ، $\sqrt[3]{9}$ ، 5

[7] حل المعادلات الآتية:

(أ) $2س^{2}+7س = س+2$

الحل: لطرد الجذر بتربيع الطرفين $2س^{2} + 7س = (س+2)^{2}$

صفّرها: $2س^{2}+7س = س^{2}+4س + 4$

$$2س^{2} - س^{2}+7 - 4س - 4 = 0 \Leftarrow س^{2}+3س - 4 = 0$$

$$(س-4)\ (س+1) = 0 \Leftarrow \text{أما س} - 4 = 0 \Leftarrow س = 4$$

$$\text{أو س} + 1 = 0 \Leftarrow س = -1$$

(ب) $س - 1 = 2\ (س-4)$

الحل: ربع الطرفين $س - 1 = 4\ (س-4)^{2}$

$$س - 1 = 4\ (س^{2} - 8س + 16)$$

$$س - 1 = 4س^{2} - 32س + 64$$

تم التحميل من مدونة ملخصات الثانوية العامة
https://ye-thirdsecondr.blogspot.com/

$4س^2 - 33س + 65 = 0$

$\Leftarrow (س-5)(4س-13) = 0$

أمّا $س - 5 = 0 \Leftarrow س = 5$ أو $4س - 3 = 0$

$4س = 13 \Leftarrow س = \frac{13}{4}$

(جـ) $س^3 - 2س^2 - 2 = 0$

الحل: $س^3 - 2س^2 = 2$ كعِّب $\Leftarrow س^2 - 2س = 2^3$

$\Leftarrow س^2 - 2س - 8 = 0$

$\Leftarrow (س-4)(س+2) = 0$

$\therefore$ إمّا $س - 4 = 0 \Leftarrow س = 4$

أو $س + 2 = 0 \Leftarrow س = -2$

(د) $3+س - 10س = 5$

الحل: $3 + س = 10-س + 5$ ربّع الطرفين.

$3 + س = (10 - س + 5)^2$

$3 + س = 10 - س + 2 \times 5 \times 10 - س + 25$

$2س - 32 = 2 \times 5 \times 10 - س$ قسِّم على (2)

$س - 16 = 5 \times 10$ ربِّع الطرفين.

$(س-16)^2 = 25(10-س)$

$س^2 - 32س + 256 = 250 - 25س$

$س^2 - 7س + 6 = 0 \Leftarrow (س-6)(س-1) = 0$

$\Leftarrow$ إما $س - 6 = 0 \Leftarrow س = 6$ أو $س - 1 = 0 \Leftarrow س = 1$

(هـ) $4^ن \times 2^{ن-2} = 16$ انتبه $4^ن = (2^2)^ن = 2^{2ن}$

تم التحميل من مدونة ملخصات الثانوية العامة

https://ye-thirdsecondr.blogspot.com/

الحل: $2^{2ن} \times 2^{ن-2} = 2^4 \Leftarrow 2^{3ن-2} = 2^4 \Leftarrow 3ن-2 = 4$

$\Leftarrow 3ن = 6 \Leftarrow ن = 2$

(و) $(3س)^{س+4} = 1$

الحل: $(3س)^{س+4} = (3س)^0 \Leftarrow س + 4 = 0 \Leftarrow س = -4$

(ز) $2^{3(س+2)} = 2^{س+1}$

الحل: $3(س+2) = س + 1$

$3س + 6 = س + 1$

$3س - س = 1-6 \Leftarrow 2س = -5 \Leftarrow س = \frac{-5}{2}$

[8] اثبت أن : $\frac{5 \times 3^{2ن} - 4 \times 3^{2ن-1}}{2 \times 3^{2ن+1} - 3^{2ن}} = \frac{11}{15}$

الحل: $\frac{5 \times 3^{2ن} - 4 \times 3^{2ن} \times 3^{-1}}{2 \times 3^{2ن} - 3^{-1} \times 3^{2ن}} = \frac{3^{2ن}(\frac{1}{3} \times 4 - 5)}{3^{2ن}(1-6)}$

$= \frac{\frac{4}{3} - 5}{5} = \frac{\frac{4-15}{3}}{5} = \frac{\frac{11}{3}}{5} = \frac{11}{3 \times 5} = \frac{10}{15}$

اختبار الوحدة

[1] ضع ما يأتي في أبسط صورة (علماً بأن المتغيرات في المقام لا يساوي صفر)

أ) $\frac{أ^3 ب^{-4}}{(2أ ب^2) \times أ^2}$

الحل: $\frac{أ^3 \times ب^{-4}}{4أ^2 \times ب^4 \times أ^2} = \frac{أ^3 ب^{-4}}{4أ^4 \times ب^4} = \frac{1}{4أ^{3-4} \times ب^{4+4}} = \frac{1}{4أ ب^8}$

ب) $\frac{9^{2س} \times 27^{3س+1}}{3^{5س} \times 3^{1+3س}}$

الحل: $\frac{(3^2)^{2س} \times (3^3)^{3س+1}}{3^{20س+1}} = \frac{3^{4س} \times 3^{9س+3}}{3^{20س+1}} = \frac{3^{13س+3}}{3^{20س+1}}$

تم التحميل من مدونة ملخصات الثانوية العامة
https://ye-thirdsecondr.blogspot.com/

$$= \frac{1}{3^{20س+1-(13س+1)}} = \frac{1}{3^{7س-2}}$$

جـ) $(2س^{-1}ص^{2})^{3} \times (8^{-1}س^{2}ص^{-6})$

الحل: $2^{3} \times س^{-3} \times ص^{6} \times 2^{-3} \times س^{2} \times ص^{-6}$

$$= 2^{0} \times س^{-1} \times ص^{0} = 1 \times \frac{1}{س} \times 1 = \frac{1}{س}$$

[2] بسِّط ما يأتي:

(أ) $8^{3} - 16^{3} + 64^{6}$

الحل: $2^{3}2 - 2^{3}2 \times 2 + 2^{6}2 = 2^{3}2 - 2 + 2$

$$= 2^{3}2 - 4$$

(ب) $625^{3} - 75 + 125$

الحل: $= 25 \times 25^{3} - 3 \times 25^{2} + 5 \times 25$

$$= 5 \times 5^{3} - 3 \times 5^{3} + 5 \times 5$$

$$= 5^{5} + 10 - 3 \times 75$$

[3] بسِّط ما يأتي:

(أ) $(2 - \sqrt{3})(2 + \sqrt{3})$ **قوس × مرافقه.**

الحل: $= (2)^{2} - (\sqrt{3})^{2} = 4 - 3 = 1$

(ب) $(\sqrt{7} + \sqrt{5})^{2}$ **مربع كامل.**

الحل: $= (\sqrt{7})^{2} + 2 \times \sqrt{7} \times \sqrt{5} + (\sqrt{5})^{2}$

$$= 7 + 2\sqrt{35} + 5 = 12 + 2\sqrt{35}$$

(جـ) $\frac{2 + \sqrt{3}}{\sqrt{6} + \sqrt{3}}$ **أضرب بمرافق المقام.**

الحل: $= \frac{2 + \sqrt{3}}{\sqrt{6} + \sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{6} - \sqrt{3}}{\sqrt{6} - \sqrt{3}} = \frac{(\sqrt{6} - \sqrt{3})(2 + \sqrt{3})}{6 - 3}$

$$= \frac{(\sqrt{6} - \sqrt{3})2 + (\sqrt{6} - \sqrt{3})\sqrt{3}}{3} = \frac{2\sqrt{6} - 2\sqrt{3} + \sqrt{18} - 3}{3}$$

تم التحميل من مدونة ملخصات الثانوية العامة

https://ye-thirdsecondr.blogspot.com/

$$= \frac{\sqrt{6}-\sqrt{3}+\sqrt{2\times 9}\times 2-6}{-3} = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{3}+\sqrt{2}6-6}{-3}$$

سالب المقام يُضرب بالبسط $= \frac{-\sqrt{6}+\sqrt{3}-\sqrt{2}6+6}{3}$

(د) $\frac{س+2}{3\sqrt{س}+3\sqrt{ص}}$ اضرب بمرافق المقام $(2\sqrt{س}-3\sqrt{ص})$

الحل: $\frac{س+2}{3\sqrt{س}+3\sqrt{ص}} \times \frac{2\sqrt{س}-3\sqrt{ص}}{2\sqrt{س}-3\sqrt{ص}} = \frac{(س+2)(2\sqrt{س}-3\sqrt{ص})}{4س-9ص}$ #

[4] حل المعادلات الآتية:

(أ) $8^{س+1} = 32$

الحل: $(2^3)^{س+1} = 2^5 \Leftarrow 2^{3(س+1)} = 2^5 \Leftarrow 3(س+1) = 5$

$3س + 3 = 5 \Leftarrow 3س = 2 \Leftarrow س = \frac{2}{3}$

(ب) $(3س+2)^{\frac{1}{2}}$ انتبه: $(\frac{1}{2})$ تعني جذر تربيعي.

الحل: ربِّع لطرد الجذر. $\therefore 3س + 2 = 5^2$

$3س = 25-2 \Leftarrow 3س = 23 \Leftarrow س = \frac{23}{2}$

(جـ) $2^{س^2-2س+1} = 15^{س^2-2س+1}$

الحل: $\because 15 \neq 2 \Leftarrow س^2-2س+1 = 0$

$(س-1)(س-1) = 0 \Leftarrow س-1 = 0 \Leftarrow س = 1$

(د) $2^{س} \times 2^{-3س} (\frac{1}{2})^{-16}$

الحل: $2^{س-3س} = (\frac{1}{2})^{16} \Leftarrow 2^{-2س} = 2^{16}$ تذكر: $(\frac{أ}{ب})^{-1} = (\frac{ب}{أ})^{1}$

$\therefore -2س = 16 \Leftarrow س = \frac{16}{-2} = -8$

(هـ) $\sqrt[3]{2^{2س+2}} = 3$ كعِّب لطرد الجذر

الحل: $2س+2 = (3)^3 \Leftarrow 2س + 2 = 27$

تم التحميل من مدونة ملخصات الثانوية العامة
https://ye-thirdsecondr.blogspot.com/

$$\text{س}2 = 27 - 2 \Leftarrow \text{س}2 = 25 \Leftarrow \text{س} = \frac{25}{2}$$