De første 6 opgaver løses **uden** hjælpemidler

Opgave 1:

a) Givet punkterne og vi kaster os over at skulle bestemme den rette linje:

$$\begin{matrix} 2 = 4 \cdot a + b \\ 9 = -3 \cdot a + b \end{matrix} \Leftrightarrow -7 = 7a \Leftrightarrow a = -1$$

Og indsættes $a = -1$ i en af ligningerne for b, fås:

$$2 = 4 \cdot (-1) + b \Leftrightarrow 2 = -4 + b \Leftrightarrow b = 6$$

Og dermed er forskriften:

$$f(x) = -x + 6$$

Man kunne også bare regne det sådan:

$$a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{9 - 2}{-3 - 4} = \frac{7}{-7} = -1$$

$$b = y_1 - ax_1 = 2 - (-1) \cdot 4 = 2 + 4 = 6$$

Og dermed er forskriften:

$$f(x) = -x + 6$$

Opgave 2:

a) Givet udtrykket:

$$(x + 4)^2 + (x - 4)^2$$

Udtrykket kan nemt bestemmes ved første og anden kvadratsætning:

$$x^2 + 16 + 8x + x^2 + 16 - 8x$$
$$= 2x^2 + 32$$

Opgave 3:

a) Givet oplysningerne: ABC og DEF er ensvinklet og dermed kan vi, ved at kende $|AB|$ bestemme to mulige tilfælde.

Tilfælde 1: $ABC < DEF$

$$|DE| = k \cdot |AB| = 3 \cdot 15 = 45$$

Tilfælde 2: $DEF < ABC$

$$|DE| = \frac{|AB|}{k} = \frac{15}{3} = 5$$

Opgave 4:

a) Det nemmeste er formentlig at bestemme b. Den b-værdi der skærer y-aksen højest af A, B og C er grafen for C fordi $C > B > A$ i forhold til b-værdiens størrelser. Tallet a som er størst tilhører grafen for a, eftersom fordoblingskonstanten er større i dette tilfælde, hvoraf de er mindre i B og C. Kort sagt: a er størst i A og b er størst i C.

Opgave 5:

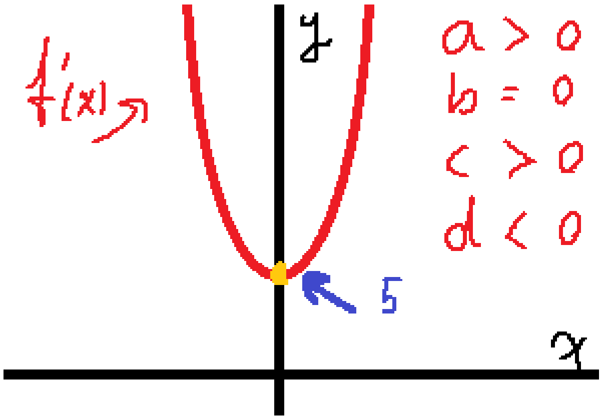
a) Givet funktionen.

$$f(x) = x^3 + 5x$$

Den afledede bestemmes.

$$f'(x) = 3x^2 + 5$$

Her er $a > 0$, $b = 0, c > 0$ og $d < 0$ og derfor ved vi hvordan den skal tegnes.



Opgave 6:

a) Givet integralet.

$$\int_0^2 (6x^2 - 4x + 1)\,dx = [2x^3 - 2x^2 + x]_0^2 = 2 \cdot 2^3 - 2 \cdot 2^2 + 2 - (2 \cdot 0^3 - 2 \cdot 0^2 + 0)$$

$$= 2 \cdot 8 - 2 \cdot 4 + 2 - 0 = 16 - 8 + 2 = 10$$

De resterende opgaver løses **med** hjælpemidler.
Bemærk endvidere, at vektorer ikke har pil, men er skrevet med fed. Eks. $\boldsymbol{p} = \vec{p}$

Opgave 7:

a) Vi bestemmer tallene a og b i Maple vha. lineær regression ($y = ax + b$).

```
restart :; with(Gym) :
Vægt := [83, 81.5, 79.1, 78.2, 76, 75.5] :
GnsLøb := [6.48, 6.42, 6.28, 6.22, 6.2, 6.15] :
f(x) := LinReg(Vægt, GnsLøb, x) :
evalf[7](f(x))
```

$$0.04314133\,x + 2.888534$$

b) Tallet a fortæller, at for hvert kilogram kvinden tager på, så øges hendes gennemsnitlig minuttid med 0.0431 minutter. Nu indsættes $x = 74$ og man har:

$$f(74) = 0.04314133 \cdot 74 + 2.888534 = 6.0809$$

Så hendes gennemsnitlig tid var 6.0809 minutter pr. km.

c) Vi løser ligningen $f(x) = 6$ dvs.

$$0.04314133 \cdot x + 2.888534 = 6$$

$\Updownarrow$ *Ligningen løses for x vha. CAS-værktøjet WordMat.*

$$x = 72.12263$$

Og ifølge WordMat og modellen, skal vægten være 72.12kg for, at hun har en gennemsnitlig tid på 6 minutter pr. km.

Opgave 8:

a) Givet funktionen $f(x)$. Vi har:

$$f(x) = x^4 + 5x^3 - 15x^2 - 5x + 14$$

Og ligningen $f(x) = 0$ løses og dette gøres i Maple.

```
restart :; with(Gym) :
f(x) := x^4 + 5x^3 - 15x^2 - 5x + 14 :
f(x) = 0
```

$$x^4 + 5x^3 - 15x^2 - 5x + 14 = 0$$

$$\xrightarrow{\text{solve for x}} \quad [[x = 1], [x = 2], [x = -7], [x = -1]]$$

Og det ses, at alle x-værdierne er defineret i de reelle tal.

b) Vi bestemmer ligningen for tangenten.

$f(1) = 1^4 + 5 \cdot 1^3 - 15 \cdot 1^2 - 5 \cdot 1 + 14 = 0$

$f'(1) = 4 \cdot 1^3 + 15 \cdot 1^2 - 30 \cdot 1 - 5 = -16$

Og ligningen er:

$y = -16(x - 1) + 0$ dvs. $y = -16x + 16$

Som ønsket.

Opgave 9:

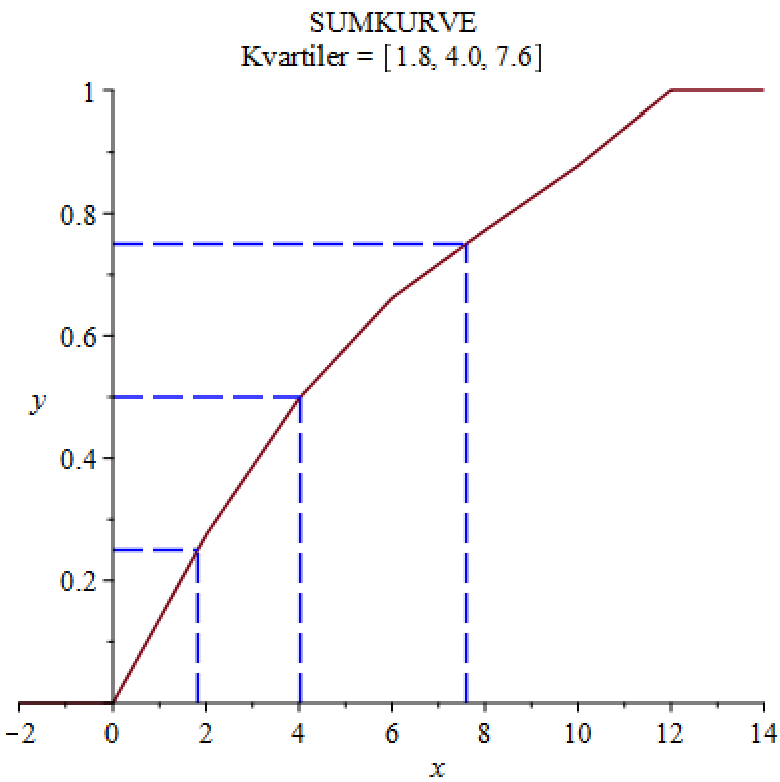
a) Vi bestemmer de kumulerede frekvenser i Maple og sumkurven tegnes dernæst.

```
restart :; with(Gym) :
obs := ⟨⟨0 ..2, 2 ..4, 4 ..6, 6 ..8, 8 ..10, 10 ..12|889, 722, 531, 358, 341, 396⟩⟩ :
frekvensTabel(obs)
```

observation	hyppighed	frekvens	kumuleret
0 .. 2	889	27.46	27.5
2 .. 4	722	22.3	49.8
4 .. 6	531	16.4	66.2
6 .. 8	358	11.06	77.2
8 .. 10	341	10.53	87.8
10 .. 12	396	12.23	100

Så de kumulerede frekvenser blev bestemt og kan ses yderst til højre. Vi tegner nu sumkurven i Maple:

```
restart :; with(Gym) :
obs := ⟨⟨0 ..2, 2 ..4, 4 ..6, 6 ..8, 8 ..10, 10 ..12|889, 722, 531, 358, 341, 396⟩⟩ :
plotSumkurve(obs)
```



Dermed fik vi altså bestemt en sumkurve og de kumulerede frekvenser over fordelingen af bæltefikseringer på psykiatriske afdelinger i år 2013, som er opgjort efter de antal 3237 bæltefikseringer, der varede under 12 timer.

Opgave 10:

a) I Maple defineres funktionen og dernæst prisen i år 2012 for $x = 5$;

$restart :; with(Gym) :$
$f(x) := 12350 \cdot 0.96^x :$
$f(5)$

$$10069.85282$$

Den årlige procentvise ændring bestemmes.

$$r_y = (a^{\Delta x} - 1) \cdot 100\%$$

Tallene indsættes:

$$r_y = (0.96^1 - 1) \cdot 100\% = -4\%$$

Dvs. for hvert år der går efter år 2007, så falder kvadratmeterprisen med 4%.

b) Ligningen $f(x) = 9000$ løses i Maple:

$restart :; with(Gym) :$
$f(x) := 12350 \cdot 0.96^x :$
$f(x) = 9000$

$$12350\, 0.96^x = 9000$$

$\xrightarrow{\text{solve for x}}$

$$[[x = 7.751494983]]$$

Dvs. i oktober måned år 2014 vil prisen være 9000kr.

c) Vi definerer den nye funktion og løser ligningen $f(x) = g(x)$ i Maple:

$restart :; with(Gym) :$
$f(x) := 12350 \cdot 0.96^x :$
$g(x) := 14251 \cdot 0.95^x :$
$f(x) = g(x)$

$$12350\, 0.96^x = 14251\, 0.95^x$$

$\xrightarrow{\text{solve for x}}$

$$[[x = 13.67270715]]$$

Dvs. i august måned år 2020 vil prisen for A og B være ens.

Opgave 11:

a) Vi bruger at $|CB| = 22$ og $|BM| = 17.2$ hvor M er den vinkel, der er ret. Derfor anvendes formlen:

$$\angle C = \arcsin\left(\frac{|BM|}{|CB|}\right)$$

Og vi indsætter tallene:

$$\angle C = \arcsin\left(\frac{17.2}{22}\right) = 51.427^o$$

Da vi kender denne vinkel, kan vi nu udnytte at vinkelsummen er 180^o og dermed finde vinklen v ved punktet C. Vi har:

$$\angle v = 180^o - \angle C = 180^o - 51.427^o = 128.573^o$$

Og nu har vi fundet den ønskede vinkel.

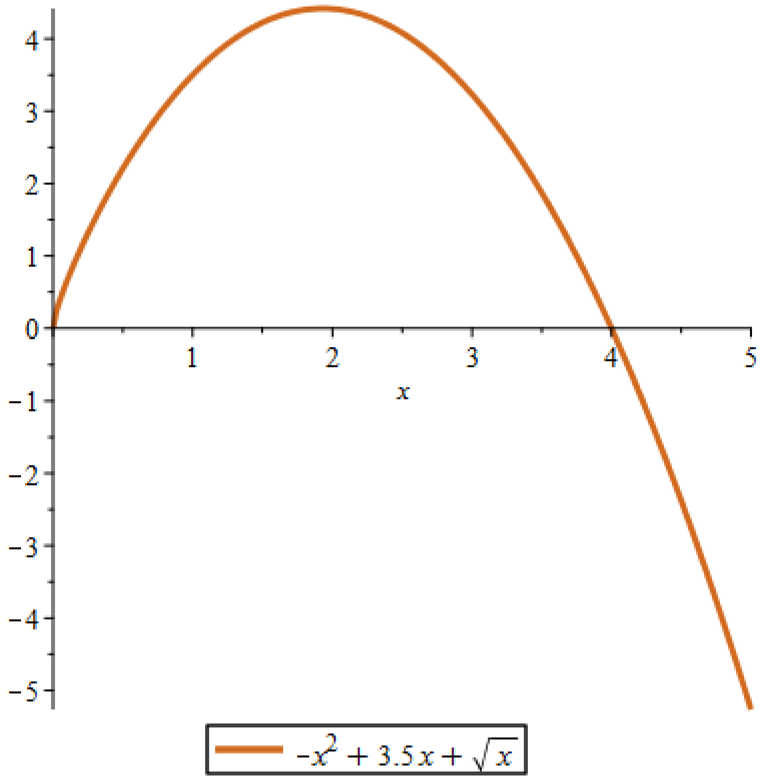
Opgave 12:

a) Lad funktionen være givet ved:

restart :; *with*(*Gym*) :

$f(x) := -x^2 + 3.5 \cdot x + \sqrt{x}$:

plot($f(x)$, $x = 0..5$, *legend* = [$f(x)$], *color* = ["Chocolate"], *thickness* = 3)



På næste side løses ligningen $f(x) = 0$ og arealet bestemmes.

Ligningen løses for $f(x) = 0$, dvs.:

$restart :; with(Gym) :$
$f(x) := -x^2 + 3.5 \cdot x + \sqrt{x} :$
$f(x) = 0$

$$-x^2 + 3.5\,x + \sqrt{x} = 0$$

$solve(\%)$

$$0., 4.$$

Arealet af M bestemmes i Maple:

$restart :; with(Gym) :$
$f(x) := -x^2 + 3.5 \cdot x + \sqrt{x} :$
$M = \int_0^4 f(x)\,dx$

$$M = 12.$$

Som er det ønskede areal.

Opgave 13:

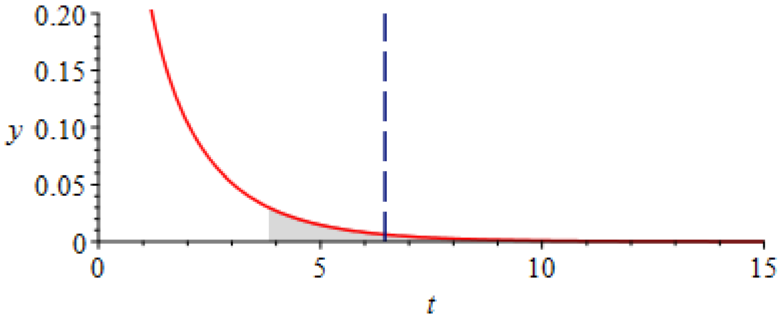
a) Vi opstiller nulhypotesen:

$$H_0 = \text{Valg af bilfarve og køn er uafhænigt}$$

I Maple bestemmes vores teststørrelse på baggrund af en U-test.

$restart :; with(Gym) :$
$obs := \langle\langle 45, 34 | 40, 65\rangle\rangle :$
$ChiKvadratUtest(obs)$

χ^2-teststørrelse = 6.4562
Frihedsgrader = 1
Kritisk værdi = 3.8415
p-værdi = 0.011057



Da $p = 1.1057\%$ som er mindre end vores 5% så forkastes nulhypotesen. Der er forskel på kønnet og valget af farven for bilerne, som kunderne vil købe.

Opgave 14:

a) Vi definerer funktionen for tønden i Maple.

$restart :; with(Gym) :$
$V(t) := (10 - 0.1 \cdot t^2)^3 :$
$V(5)$

$$421.875$$

Dvs. efter 5 minutter, så er der $421.875L$ vand tilbage.

$restart :; with(Gym) :$
$V(t) := (10 - 0.1 \cdot t^2)^3 :$
$V(t) = 4$

$$(10 - 0.1\,t^2)^3 = 4$$

$\xrightarrow{\text{solve for t}}$
$[[t = -10.41023402 - 0.6602779702\,I], [t = 10.41023402 + 0.6602779702\,I], [t = -9.172022104], [t = 9.172022104], [t = -10.41023402 + 0.6602779702\,I], [t = 10.41023402 - 0.6602779702\,I]]$

Med lidt god vilje kan man aflæse tallet t i den skov af komplekse tal, at $t = 9.1720$
Så efter 9 minutter og 17 sekunder, er der ca. $4L$ vand tilbage.

b) Vi differentierer funktionen og løser ligningen $V''(t) = 0$.

$$V'(t) = -0.6 \cdot (10 - 0.1 \cdot t^2)^2 \cdot t$$

Og nu løses ligningen

$restart :; with(Gym) :$
$V(t) := (10 - 0.1 \cdot t^2)^3 :$
$V''(t) = 0$

$$0.24\,(10 - 0.1\,t^2)\,t^2 - 0.6\,(10 - 0.1\,t^2)^2 = 0$$

$\xrightarrow{\text{solve for t}}$
$$[[t = 10.], [t = -10.], [t = 4.472135955], [t = -4.472135955]]$$

Og dernæst bestemmes de dobbelte afledede for at undersøge, om $t = 4.47213$ giver et minimum.

$restart :; with(Gym) :$
$V(t) := (10 - 0.1 \cdot t^2)^3 :$
$V'''(4.47213)$

$$21.46625258$$

Dvs. der falder mest vand ud af tønden til tidspunktet $t = 4.47$.