

Ortvay 1988

1. Becsüljük meg, hogy mekkora erő szükséges ahhoz, hogy egy gumimatracot a közepén derékszögben meghajlítsunk. Vegyünk fel realisztikus számadatokat.

(I. évfolyam)

2. Egy tartályban m tömegű, V térfogatú, p nyomású, T hőmérsékletű gáz van. A tartályt állandó \mathbf{a} gyorsulással mozgatni kezdjük. A kezdeti állapothoz képest mennyivel változik meg a gáz entrópiája az új egyensúlyi állapot beálltakor, ha a hőmérséklet mindvégig változatlan?

(I.,IV. évfolyam)

3. Az ábrán látható boltívet kőből építették fel. Milyen alakú a boltív? Hogyan befolyásolja a Z zárókő a boltív alakját?

hiányzó kép

(I.,II. évfolyam)

4. Egy d széles, $4a$ hosszú hajlékony műanyag lemezből a oldalélű négyzetet hajlítunk ($d \ll a$), majd a szalag egyik végét 180° -kal elcsavarva a másik végéhez erősítjük. Az így keletkezett Möbius-szalag peremére vezető huzalt rögzítünk, és a zárt áramkörbe egy feszültségmérő műszert kapcsolunk. Mekkora feszültséget mutat a műszer, ha a keretet

- a./ a négyzet síkjára merőleges,
- b./ a négyzet megcsavart oldalával párhuzamos,
- c./ a fentebbi két irányra merőleges

homogén, időben egyenletesen változó mágneses térbe ($B(t) = k \cdot t$) helyezzük.

(I.,II.,III. évfolyam)

5. Készíthetünk-e homogén tömegeloszlású anyagból olyan tetraédert, amelyet vízszintes asztallapra állítva csak az egyik lapján fekszik stabilan, a másik három helyzetéből felborul?

(I.,II. évfolyam)

6. Hogyan változik meg egy gömbkondenzátor kapacitása, ha a gömbfelületet egy kicsit behorpasztjuk?

(I.,II.,III. évfolyam)

7. Az ábrán látható elrendezésben az m tömegű testet mereven rögzítettük, az M tömegű test ω szögsebességgel kering. Mekkora gyorsulással indul el az m tömegű test, ha hirtelen elengedjük?

hiányzó kép

(I.,II. évfolyam)

8. Egy m tömegű homogén golyó gurul egy R sugarú rögzített félgömb belsejében. A golyó tömegközéppontja egy vízszintes kör mentén mozog. Hogyan függ a golyó keringési ideje az ábrán látható φ szögtől és a geometriai méretektől?

hiányzó kép, szöveg alapján reprodukálható

(I.,II.,III. évfolyam)

9. Egy R sugarú, homogén tömegeloszlású korong r sugarú tengelyére egy-egy nyújthatatlan, könnyű, hajlékony fonalat csévélünk ($r \ll R$). A fonalak egyik végét a korong tengelyéhez, a másikat a mennyezethez rögzítjük (szimmetrikusan), majd a korongot - feszes, függőleges fonalhelyzetben - kezdősebesség nélkül elengedjük. Tanulmányozzuk a jo-jo mozgását, és írjuk le részletesen az "átfordulás" folyamatát! Mekkora legyen a fonalak szakítószilárdsága, hogy a korong átfordulásakor se szakadjanak el?

(I.,II. évfolyam)

10. Egy tekercs diapozitívról oly módon szeretnénk másolatot készíteni, hogy egy sötét szobában egy sík lapra fektetjük az új filmet, majd hosszában ráhelyezzük a már kész diafilmet, és ezután a filmek síkjától d távolságban elsütünk egy vakut. A vaku hátlapján azt tanácsolják nekünk, hogy 8-as nyílás esetén 2 méterről exponáljunk. Mekkora kell választanunk a d távolságot?

(I. évfolyam)

11. Egy L hosszúságú, R sugarú, M tömegű hengerhez a tengelyének irányában hozzáérintünk egy h hosszúságú, m tömegű vékony pálcát. Mekkora erővel nyomódnak egymáshoz, ha csak a gravitációs kölcsönhatás hat közöttük?

(II. évfolyam)

12. Egy végtelen lineáris lánc elemei azonos tömegűek, és a szomszédos elemek között a távolságukkal arányos vonzóerő hat. A lánc egyik elemét x_0 távolsággal elmozdítjuk, majd $t = 0$ pillanatban kezdősebesség nélkül elengedjük. Határozzuk meg azt a speciális függvényt, amely megadja az n -edik elem elmozdulását t idő múlva!

(II.,III. évfolyam)

13. Az 500millió évvel ezelőtt kihalt háromkaréjú ősrakok (trilobiták) a tengerfenék zavaros, gyér megvilágítású vizében élő, szürkületkor aktivizálódó állatok voltak. Látószervük néhány száztól több ezerig terjedő számú elemi egységből (ommatidiumból) álló összetett szem volt. Ezen ommatidiumok lencséje (corneája) egyes trilobita fajoknál az ábrán látható jellegzetes kettős szerkezetű volt. A két cornea-tagot egy

speciális alakú felület választotta el egymástól. (Az ommatidium csak a szimmetria-tengelye mentén érkező fényt érzékelt.)

Mi volt a szerepe a cornea választófelületének? Határozzuk meg a felület alakját!

hiányzó kép, szöveg alapján talán reprodukálható

(II.,III. évfolyam)

14. Egy $2N \times 2N$ -es négyzetrács minden élére r ellenállást teszünk, és a négyzetrács szemközti oldalait is ellenállásokkal kapcsoljuk egymáshoz (periodikus határfeltétel, avagy négyzetrács tóruszon).

a./ Mekkora az R_e eredő ellenállás a négyzetrács két "legtávolabbi" pontja között?

b./ Milyen N -függést mutat R_e , ha $N \rightarrow \infty$?

(III. évfolyam)

15. Egy síkkondenzátorból és egy tekercsből összeállított rezgőkör sajátfrekvenciája vákuumban f_0 . Hogyan változik meg ez a frekvencia, ha a lemezek közé egy m tömegű, q töltésű részecske kerül? (A lemezek nagysága A , távolságuk d . A gravitációs erő és a tükörtöltések hatása elhanyagolható.)

(III.,IV. évfolyam)

16. Az amerikai és a szovjet űrhajósok a távoli csillagközi térben versenyeznek. A szovjet űrhajó hajtóműve olyan, hogy korlátlanul hosszú ideig képes nem túlságosan nagy, de állandó nagyságú tolóerő kifejtésére (még hozzá anélkül, hogy az űrhajó tömege csökkenne). Az amerikaiak csúcstechnológiájú űrhajója ezzel szemben viszont gyakorlatilag fénysebességgel mozog. Mivel ez az elképzelhető legnagyobb sebesség, az amerikaiak nagylelkűen előnyt adnak az ellenfélnek. Mekkora előnyt kérjenek a szovjetek?

(III.,IV. évfolyam)

17. A Föld körüli híg plazmában keringő műholddal a plazmabeli elektronok energiaeloszlását mérik. A műhold -különböző folyamatok révén- $\Phi_0 = -9V$ potenciálra töltődik fel a szondától elegendően távoli plazmához képest. Emiatt a $9eV$ -nál kisebb energiájú elektronok nem juthatnak el a szonda D jelű detektorához. Mérhetővé tehetjük-e az energiaspektrum kis-energiás részét oly módon, hogy az elektromosan elszigetelt detektort egy zsebtelep segítségével $+9V$ feszültségre kapcsoljuk a szonda fémgömbjéhez viszonyítva (lásd az ábrát!). Diskutáljuk a detektor méreteihez képest

a./ nagyon nagy,

b./ nagyon kicsi

Debye-hossz határesetét!

hiányzó kép

(III.,IV.,V. évfolyam)

18. Végtelen kiterjedésű homogén, izotróp rugalmas közegben egy párhuzamos síkokkal határolt réteg helyezkedik el. A rétegben a rugalmas állandók megegyeznek a közeg többi részének rugalmas állandóival, a sűrűség azonban nagyobb. Mi a feltétele a rétegre koncentrált rugalmas hullámok kialakulásának (ilyenkor a rétegtől távol az elmozdulásmező eltűnik)? Tanulmányozzuk a réteggel párhuzamos polarizációjú hullámok terjedését, illetve az egyéb polarizációs lehetőség/ek/et! Határozzuk meg és ábrázoljuk a diszperziós relációkat, a hullámok fázis- és csoportsebességét! Vizsgáljuk meg a nagyon vékony és a nagyon vastag réteg, illetve a kis- és nagyfrekvenciás határeseteket!

(III. évfolyam)

19. a./ Ahol a Kvantum folyó kiér a potenciálhegyek közül, és a valószínűségi hullámok a Szigetelők közt méltóságteljesen hömpölyögnek a Dirac-delta felé, most nagy a felfordulás. Hatalmas potenciállépcső épül. Az eredetileg néhány eV -os potenciálesést (V_0) a szélességű, W_0 magasságú potenciálgáttal növelik meg. Csúcsrajáratást terveznek, azaz az energiaszint éppen eléri a gát koronáját. Mivel a költségek igen nagyok (antirészecske körökből származó becslések szerint meghaladják a $100GeV$ -et), fontos az ésszerű takarékoság. A gát szélességén nem lehet változtatni, azt úgy méretezték, hogy keresztteffektusok esetén biztonságosan áthaladhassanak a töltéshordozók. A gát magasságát viszont optimálisan választjuk meg, (számító-)gépszavazáson. Szavazzuk meg azt a gátmagasságot, amelynél csúcsrajáratáskor a valószínűségi hullámok lehető legnagyobb része szivárog át a gát felett!

b./ Nagyokosnál még egy potenciálgát épült a Kvantum folyón. Itt már potenciálesésről szó sincs, a meder feneké vízszintes. A maradékellenállás letörése után felépült gát nagyon keskeny, de juszt is az égisz ér. Itt is takarékoskodtak, ezért nem épült csónakzsilip. De a "Schrödinger macskája" sportkör evezőseit, akik egyenest a Dirac-deltától érkeztek, nem rettentí el az akadály. Evezőcsapásaik (és hullámaik) fázisát megfelelően összehangolva, közvetlenül a gát előtt mozdulataik egyetlen impulzussá egyesülnek, azután hajrá (névadójukhoz híven): "0,5 életünk, 0,5 halálunk!" - nekirohannak a nagyokosi potenciálgátnak. Vajon eljutnak-e az Infravörös erdőbeli divergenciákig, ahol a Kvantum folyó ered? Visszajutnak a Dirac-deltához? Mennyire zavarja meg útjukat, mennyire torzítja viselkedésüket a potenciálgát?

Megjegyzés: A potenciállépcső építői a környezet újraparkosítását ígérték. De ez még a jövő zenéje, egyelőre semmi zöld nincs a környéken. Így hát kész Green-függvényeket ne is keressünk!

(IV.,V. évfolyam)

20. R sugarú Petri-csészében a_0 koncentrációjú A anyag (pl. $AgNO_3$) egyenletesen oszlik el. A csésze közepébe R_1 sugarú körbe b_0 koncentrációjú B anyagot (pl. HCl -t) csöppentünk. A két anyag $A+B \rightarrow C$ típusú reakcióba lép egymással. Mekkora sugarú

körnél áll meg a reakciófront hosszú idő elteltével, ha az anyagok diffúziós állandója egyenlő, és a kezdeti anyagmennyiségek is egyenlők?

(IV.,V. évfolyam)

21. A közgazdászok szerint mikroökonómiai tárgyalásban egy gazdasági egység (GE) állapotát a javak, termékmennyiségek, munkaerő ($\dots X_i \dots$) és a pénz (M) meghatározzák.

a./ A javak változására mérlegegyenlet írható fel:

$$\frac{dX_i}{dt} = J_i + F_i,$$

ahol J_i az i -edik jószág árama (a GE és a környezet közötti csere), F_i pedig a forrása (termelés, felhasználás).

A pénz változása:

$$\frac{dM}{dt} = - \sum_i \bar{p}_i J_i + I,$$

ahol \bar{p}_i a külső ár, I pedig a nem kereskedelmi tevékenységgel járó pénzváltozás (pl. ajándék).

b./ A GE vagyonának változása:

$$Q = \sum_i p_i dX_i + dM,$$

ahol p_i a belső ár. Q folyamatjelző:

$$Q = \left(\sum_i (p_i - \bar{p}_i) \cdot J_i + \sum_i p_i F_i + I \right) dt$$

(A jobb oldal első tagja a kereskedelmi többlet, a második a termelési többlet.)

c./ A nem hajt végre önként olyan gazdasági tevékenységet, amelyben a többlet negatív.

Feladatok:

i./ A pénzáramot hőáramnak és a kereskedelmet munkának megfelelően értelmezzük az "adiabatikus" folyamatot!

ii./ Mutassuk meg, hogy a./, b./ és c./ - bizonyos matematikai kiegészítésekkel - a termodinamika főtételeinek Caratheodory-féle megfogalmazásával egyenértékű!

iii./ Keressük meg a hiányzó matematikai feltételeket!

iv./ Mutassuk meg, hogy létezik gazdasági entrópia függvény (Z) és próbáljuk meg értelmezni!

(IV.,V. évfolyam)

22. Egy bizonyos X anyagból készült lemezre helyezett kisméretű mágnes - megfelelő körülmények között - lebeg a lemez fölött. Ugyanezen X anyagból készített kicsiny mintát egy rúd-mágnes segítségével felemelhetünk az asztalról, a minta a mágnes alatt "lóg". Milyen mágneses (mágnesezhetőségi) tulajdonságokkal kell rendelkezzen az X anyag ahhoz, hogy a rúd-mágnes képes legyen vonzani is és taszítani is őt?

(IV., V. évfolyam)

23. A $\mathbf{H} = \omega \mathbf{a}^\dagger \mathbf{a}$ Hamilton-operátorral jellemzett rendszer állapotfüggvénye az $|\alpha\rangle = e^{\alpha \mathbf{a}^\dagger} |0\rangle$ koherens állapotok segítségével

$$|\Psi(t)\rangle = \frac{1}{2\pi i} \oint_C g(\alpha, t) |\alpha\rangle d\alpha$$

módon fejezhető ki, ahol C a komplex számsík origó középpontú, végtelenhez tartó sugarú köre.

a./ Határozzuk meg $g(\alpha, t)$ -t, ha

$$|\Psi(t)\rangle = \sum_n c_n(t) |n\rangle!$$

($|n\rangle$ az n -edik energia-sajátállapot.)

b./ Adjuk meg $g(\alpha, t)$ -t, ha $|\Psi(t)\rangle = |\mu\rangle$ koherens állapot!

c./ Milyen $g(\alpha, t)$ időfüggése?

d./ Milyen egyenlet határozza meg $g(\alpha, t)$ időfüggését, ha a \mathbf{H} Hamilton-operátort kicsiny $\delta\mathbf{H}$ -val perturbáljuk?

(IV., V. évfolyam)

24. Egy homogén közeg mágneses permeabilitása izotróp, a dielektromos állandója viszont anizotróp: tenzorának két sajátértéke megegyezik, a harmadik viszont ezektől különböző. Milyen elektromágneses hullámok terjedhetnek ebben a közegben (egytengelyű kettőtörés)?

(IV., V. évfolyam)

25. Mely értékhez tart a gravitációs összeomlás során egy m tömegű, kezdetben elegendően nagy átmérőjű gömbszimmetrikus csillagnak a távoli megfigyelő által mért látszólagos sugara?

(V. évfolyam)

26. Egy nemlineáris közeg elektromos polarizációjának térerősségfüggése: $P = \chi E + \chi' E^3$. Hogyan terjed ebben a közegben az elliptikusan polarizált fény?

(V. évfolyam)