UNDERVISNINGS
MINISTERIET
STYRELSEN FOR
UNDERVISNING OG KVALITET

Matematik A

Studentereksamen

Digital eksamensopgave med adgang til internettet

1stx171-MATn/A-18052017

Torsdag den 18. maj 2017
kl. 09.00-14.00

Opgavesættet er delt i to dele.

Delprøve 1: 2 timer med autoriseret formelsamling
Delprøve 2: 3 timer med alle hjælpemidler

Delprøve 1 består af 12 spørgsmål
Delprøve 2 består af 13 spørgsmål

Alle spørgsmål tillægges hver 10 point

Bedømmelsen af det skriftlige eksamenssæt

I bedømmelsen af besvarelsen af de enkelte spørgsmål og i helhedsindtrykket vil der blive lagt vægt på, om eksaminandens tankegang fremgår klart af besvarelsen. Dette vurderes blandt andet ud fra kravene beskrevet i de følgende fem kategorier:

1. **TEKST**
   Besvarelsen skal indeholde en forbindende tekst fra start til slut, der giver en klar præsentation af, hvad den enkelte opgave og de enkelte delspørgsmål går ud på.

2. **NOTATION OG LAYOUT**
   Der kræves en hensigtsmæssig opstilling af besvarelsen i overensstemmelse med god matematisk skik, herunder en redegørelse for den matematiske notation, der indføres og anvendes, og som ikke kan henføres til standardviden.

3. **REDEGØRELSE OG DOKUMENTATION**
   Besvarelsen skal indeholde en redegørelse for den anvendte fremgangsmåde og dokumentation i form af et passende antal mellemregninger og/eller en matematisk forklaring på brugen af de forskellige faciliteter, som et værktøjsprogram tilbyder.

4. **FIGURER**
   I besvarelsen skal der indgå en hensigtsmæssig brug af figurer og illustrationer, og der skal være en tydelig sammenhæng mellem tekst og figurer.

5. **KONKLUSION**
   Besvarelsen skal indeholde en afrunding af de forskellige spørgsmål med præcise konklusioner, præsenteret i et klart sprog og/eller med brug af almindelig matematisk notation.

Delprøven uden hjælpemidler

Kl. 09.00 – 11.00

Opgave 1

To vektorer $\vec{a}$ og $\vec{b}$ er givet ved

$$\vec{a}=\begin{pmatrix} t+1 \\ 2 \end{pmatrix} \text{ og } \vec{b}=\begin{pmatrix} 4 \\ t \end{pmatrix},$$

hvor t er et tal.

a) Bestem arealet af det parallelogram, som $\vec{a}$ og $\vec{b}$ udspænder, når $t=5$.

b) Bestem t, så $\vec{a}$ og $\vec{b}$ er ortogonale.

Opgave 2

a) Reducér udtrykket

$$(p+q)^2-p\cdot(p+2q).$$

Opgave 3

Grafik: www.colourbox.dk

Ved leasing af en bestemt bil over en given periode betales en førstegangsydelse på 5200 kr., og for hver efterfølgende måned betales en ydelse på 1390 kr.

a) Indfør passende variable, og opstil en sammenhæng mellem den samlede betaling for leasing af bilen og leasingperiodens længde.

Opgave 4

I et koordinatsystem er en cirkel givet ved ligningen

$$x^2+y^2-6y-7=0.$$

a) Bestem cirklens radius og koordinatsættet til cirklens centrum.

Opgave 5 En funktion f er bestemt ved

$$f(x) = 3x^2 \cdot \mathrm{e}^x .$$

a) Undersøg, om f er en løsning til differentialligningen

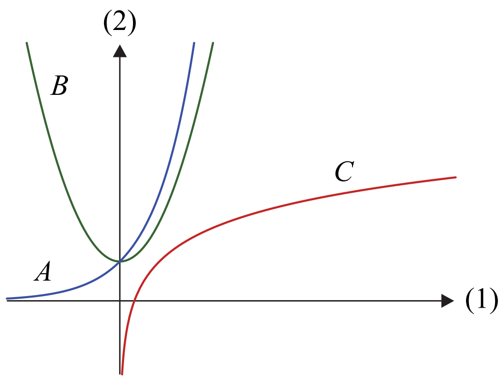
$$\frac{dy}{dx} = \frac{2y}{x} + y .$$

Om en funktion g oplyses, at punktet $P(1,2)$ ligger på grafen for g, samt at g er løsning til ovenstående differentialligning.

b) Bestem en ligning for tangenten til grafen for g i punktet P.

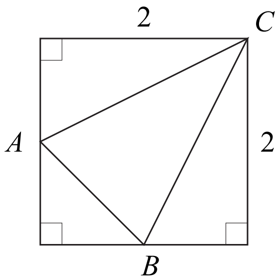
Opgave 6 På figuren ses grafen for hver af de tre funktioner:

$$f(x) = \ln(x) + 1$$
$$g(x) = x^2 + 1$$
$$h(x) = \mathrm{e}^x .$$



a) Gør rede for, hvilken af graferne A, B og C, der hører til hvilken af de tre funktioner f, g og h.

Opgave 7 Punkterne A er B er midtpunkter på siderne i et kvadrat med sidelængden 2.



a) Bestem omkredsen af trekant ABC.

Opgave 8 Om et andengradspolynomium f oplyses, at

$$f(0) = -12 ,\ f(3) = 0 \text{ og } f(-2) = 0 .$$

a) Skitsér grafen for f, og bestem en forskrift for f.

En linje l er givet ved ligningen

$$y = -2x - 4 .$$

b) Bestem koordinatsættet til hvert af skæringspunkterne mellem grafen for f og linjen l.

Opgave 9 En funktion f er givet ved

$$f(x) = 2\ln(x) - x^2, \quad x > 0.$$

a) Bestem koordinatsættet til punktet, hvori f har sit maksimum.

Besvarelsen afleveres kl. 11.00

Delprøven med hjælpemidler

Kl. 09.00 – 14.00

Opgave 10 Tabellen viser udviklingen i antal registrerede overnatninger af kinesiske turister i Danmark i perioden 2008-2014.

Årstal	2008	2010	2012	2014
Antal registrerede overnatninger	55387	70816	114103	160650

I en model kan antal registrerede overnatninger af kinesiske turister i Danmark beskrives ved en funktion af typen

$$f(t) = b \cdot a^t \ ,$$

hvor $f(t)$ betegner antal registrerede overnatninger af kinesiske turister i Danmark til tidspunktet t (målt i år efter 2008).

a) Benyt tabellens data til at bestemme tallene a og b.

b) Benyt modellen til at bestemme det forventede antal registrerede overnatninger af kinesiske turister i Danmark i 2018, og til at bestemme fordoblingstiden for antal registrerede overnatninger af kinesiske turister i Danmark.

Kilde: Danmarks Statistik

Opgave 11

Grafik: www.colourbox.dk

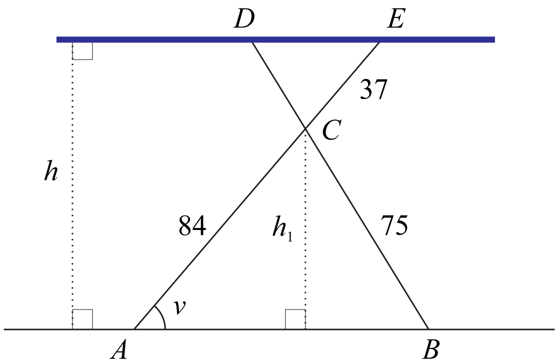
I et krydsningsforsøg med en bestemt type ærter ønsker man at undersøge, hvorvidt farven på bælgen følger Mendels love, der siger, at 25% af dem vil være gule, og 75% vil være grønne. I det konkrete forsøg observerede man, at der var 428 grønne og 152 gule.

a) Opstil en nulhypotese, og bestem de forventede værdier under antagelse af nulhypotesen.

b) Benyt et binomialtest til at undersøge, om man kan forkaste nulhypotesen på et 5% signifikansniveau.

Opgave 12 På billedet ses et strygebræt, der ved justering af benene kan sættes i forskellige højder over gulvet.

Figuren nedenfor viser en model af strygebrættet. I modellen er strygebrættet parallelt med gulvet, og benene er to rette linjer *AE* og *BD*, som krydser hinanden i punktet *C*. Nogle af målene på strygebrættets ben er angivet på figuren (målt i cm).



Når strygebrættet sættes i dets højeste position, er afstanden $|AB|$ mellem benene 101 cm.

a) Bestem den spidse vinkel *v*, som strygebrættets ben *AE* danner med gulvet, og bestem højden h_1 fra *C* i trekant *ABC*, når strygebrættet sættes i dets højeste position.

Det oplyses, at højden h_1 fra *C* i trekant *ABC* er 47 cm, når strygebrættet sættes i dets laveste position.

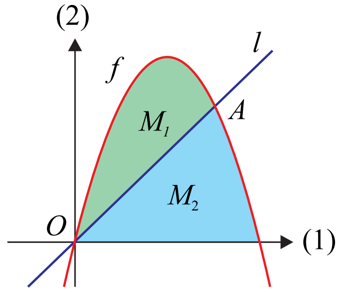
b) Bestem forskellen mellem strygebrættets højder *h* over gulvet, når strygebrættet er i dets højeste henholdsvis laveste position.

Opgave 13 I et koordinatsystem i rummet er en linje givet ved parameterfremstillingen

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \ t \in R .$$

a) Bestem en ligning for den plan, der indeholder linjen og koordinatsystemets begyndelsespunkt.

Opgave 14 En funktion f er givet ved forskriften



$$f(x) = -x^2 + 6x\,.$$

Linjen l, med ligningen $y = ax$, skærer for $0 < a < 6$ grafen for f i punktet $O(0,0)$ og i punktet A.

a) Vis, at A har koordinaterne $(6 - a, 6a - a^2)$.

Grafen for f afgrænser sammen med førsteaksen en punktmængde M, der har et areal. Linjen l deler M i to punktmængder M_1 og M_2.

b) Bestem a, så arealet af M_1 og M_2 er lige store.

Opgave 15

Grafik: www.colourbox.dk

En meget stor undersøgelse fra 2010 viste, at 88% af gymnasieeleverne i en bestemt kommune dyrkede motion i deres fritid. I 2016 udtog man en stikprøve på 200 gymnasieelever i kommunen og spurgte dem, om de dyrkede motion i deres fritid. I stikprøven var der 169, der dyrkede motion i deres fritid. Vi antager i det følgende, at 88% af den samlede population af gymnasieelever i kommunen dyrkede motion i 2010.

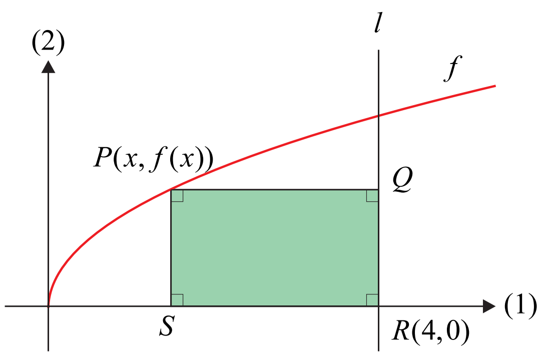
a) Bestem ud fra stikprøven i 2016 et 95%-konfidensinterval for andelen af gymnasieelever i kommunen, der dyrker motion i deres fritid, og undersøg, om man kan konkludere, at andelen af gymnasieelever i kommunen, der dyrker motion i deres fritid, har ændret sig.

Opgave 16 På figuren ses grafen for en funktion f bestemt ved

$$f(x) = \sqrt{x}, \quad x \geq 0,$$

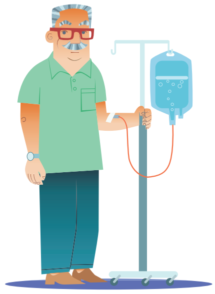
og en linje l bestemt ved ligningen $x = 4$.

Endvidere ses et rektangel $PQRS$, hvor punktet P ligger på grafen for f, og punktet R har koordinaterne $(4,0)$.



a) Bestem x, så arealet af rektangel $PQRS$ bliver størst muligt, idet $0 < x < 4$.

Opgave 17



Grafik: colourbox.dk

En patient får en bestemt slags smertestillende medicin intravenøst via et drop i armen. I en model for medicinkoncentrationen i patientens plasma kan medicinkoncentrationen som funktion af tiden beskrives ved differentialligningen

$$\frac{dC}{dt} = 0{,}019 - 0{,}00578 \cdot C \quad ,$$

hvor $C(t)$ betegner medicinkoncentrationen i patientens plasma (målt i mg/L) til tidspunktet t (målt i minutter efter starten af behandlingen).

Ved starten af behandlingen er der ingen medicin i patientens plasma.

Tilførslen af medicinen skal stoppes, når medicinkoncentrationen i patientens plasma er 0,40 mg/L.

a) Bestem, hvor længe patienten skal have medicin via droppet i armen.

Når tilførslen af medicin er stoppet, kan medicinkoncentrationen i patientens plasma som funktion af tiden beskrives ved differentialligningen

$$\frac{dC}{dt} = -0{,}00578 \cdot C .$$

b) Bestem hvor lang tid, der går, fra tilførslen af medicin er stoppet, til medicinkoncentrationen i patientens plasma er halveret.

AGYM 171-46