ADVARSEL!

Før du anvender matematik C hf løsningerne, så husk at læs betingelserne for løsningerne, som du kan finde på hjemmesiden.

Indeholder:
Matematik C, HF2 29 maj
Matematik C, HF2 15 august
Matematik C, HF2 7 december

Matematik C HF2 29. maj 2017
Vejledende løsning
www.matematikhfsvar.page.tl

Opgave 1

restart :; *with*(*Gym*) :

Spgm. a

Vi får oplyst, at $K_0 = 100000\ kr$ samt at banken A giver en rente på 1.25 %. Endelig får vi $n = 5$, så vi skal bestemme K_5, det gør vi ved kaptialformlen.

$K_n = K_0 \cdot (1 + r)^n$ og med vores tal indsat er K_5 følgende:

$$K_5 = 100000 \cdot \left(1 + \frac{1.25}{100}\right)^5 = 106408.215$$

Dvs. ifølge ovenstående udregning vil der stå 106408.215 kr på konten efter 5 år hos bank A.

Spgm. b

Banken B lover, at på 5 år vokser deres beløb fra $K_0 = 100000\ kr$ til $K_5 = 110000\ kr$, så vi bestemmer renten ved samme formel.

$110000 = 100000 \cdot (1 + r)^5$

$$110000 = 100000\ (1 + r)^5 \tag{1.2.1}$$

Vi har en ligning.

$$110000 = 100000 \cdot (1 + r)^5 \Leftrightarrow \frac{110000}{100000} = (1 + r)^5 \Leftrightarrow 1.1 = (1 + r)^5 \Leftrightarrow \sqrt[5]{1.1} = 1 + r \Leftrightarrow r = \sqrt[5]{1.1} - 1$$

og da vi ønsker resultatet i procent fås

$r = \left(\sqrt[5]{1.1} - 1\right) \cdot 100$

$$r = 1.924487600 \tag{1.2.2}$$

Dvs. den årlige rente for banken B vil være 1.924 %.

Hvis man derimod bruger CAS så kan man løse ligningen (**1.2.1**) så det gør vi.

fsolve((**1.2.1**))

$$0.01924487649 \qquad (1.2.3)$$

100·(**1.2.3**)

$$1.924487649 \qquad (1.2.4)$$

Hvilket er det ønskede.

Opgave 2

restart :; *with*(*Gym*) :

Spgm. a

Givet skemaet med oplysninger. Vi bestemmer tallene *a* og *b*, og da vi kan se at det er en lineære funktion, så bruges topunktsformlerne, så vi får:

$$a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{1040 - 612}{5 - 0} = \frac{428}{5} = 85.6$$

Vi bestemmer *b*

$$b = y_1 - ax_1 = 612 - 85.6 \cdot 0 = 612$$

Forskriften er derfor

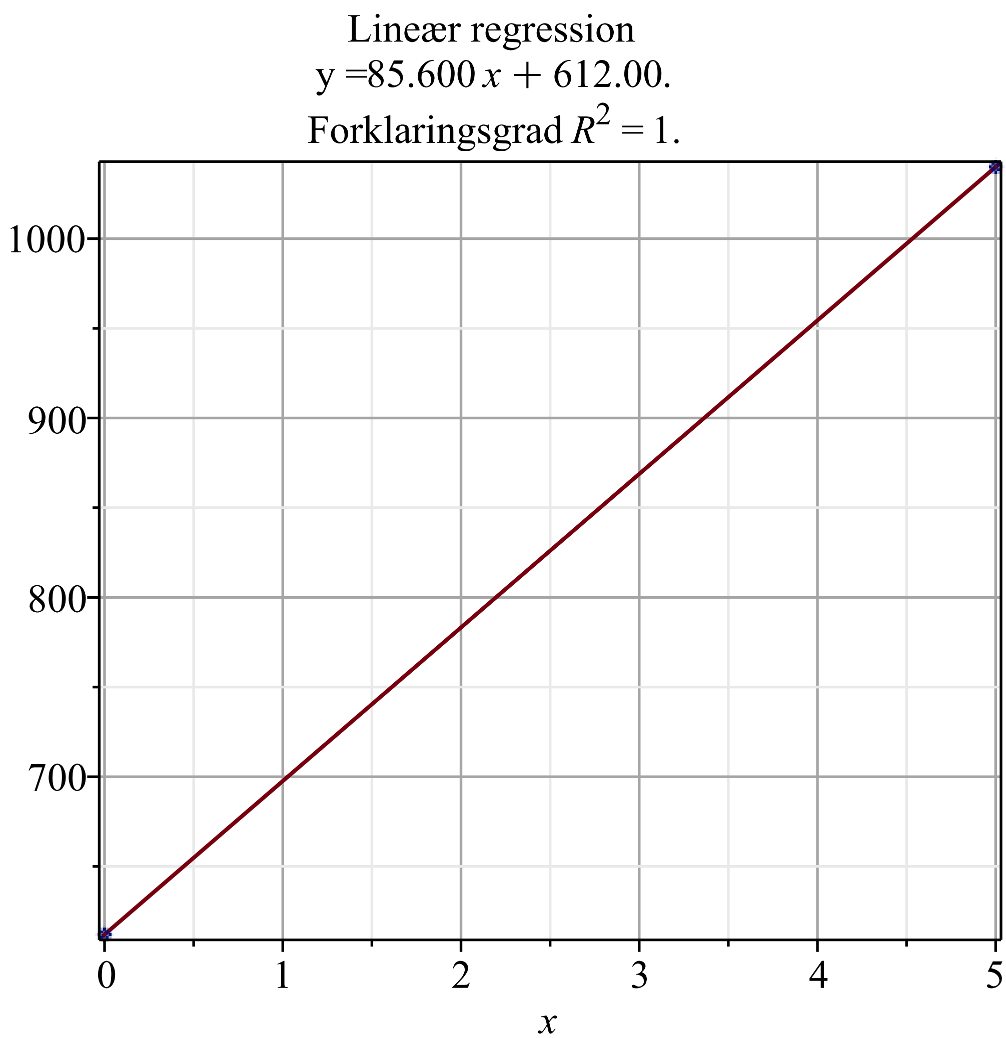
$$y = \frac{428}{5} \cdot x + 612$$

$$y = \frac{428}{5}\, x + 612 \qquad (2.1.1)$$

Vælger man CAS kan man godt lave regression her.

$L1 := [0, 5]$:; $L2 := [612, 1040]$:

LinReg(*L1*, *L2*)



Hvilket er den samme model som vi bestemte.

Spgm. b

Vi får oplyst at $y = 1500$ så vi mangler x og dermed skal vi løse en ligning. Den er:

$$\frac{428}{5} \cdot x + 612 = 1500 \Leftrightarrow \frac{428}{5} \cdot x = 888 \Leftrightarrow 428\,x = 4440 \Leftrightarrow x = \frac{4440}{428} = 10.374$$

Dvs. i år 2020 vil antallet af skyskrabere overstige 1500 ifølge modellen.

I CAS kan ligningen også løses.

$$\frac{428}{5} \cdot x + 612 = 1500$$

$$\frac{428}{5}\,x + 612 = 1500 \qquad \textbf{(2.2.1)}$$

$\xrightarrow{\text{solve for x}}$

$$\left[\left[x = \frac{1110}{107}\right]\right] \quad (2.2.2)$$

evalf[5]((**2.2.2**))

$$[[x = 10.374]] \quad (2.2.3)$$

Opgave 3

restart :; *with*(*Gym*) :

Spgm. a

Der er 17 gymnasier, så alle nævnes:
145, 257, 258, 367, 380, 457, 476, 483, 532, 631, 694, 767, 851, 865, 950, 1003, 1063

For nemhedens skyld giver vi kvartilsættene farver. Vi bestemmer medianen først.
145, 257, 258, 367, 380, 457, 476, 483, 532, 631, 694, 767, 851, 865, 950, 1003, 1063
Medianen er derfor 532. Vi skal bestemme nedre kvartil, så vi tager talrækken fra venstre af det gule tal og får:
145, 257, 258, 367, 380, 457, 476, 483
Nedre kvartil er så:

$$\frac{367 + 380}{2} \xrightarrow{\text{at 5 digits}} 373.50$$

Tilsvarende for øvre kvartil:
631, 694, 767, 851, 865, 950, 1003, 1063

$$\frac{851 + 865}{2} = 858$$

Dermed er kvartilsættet:
$Mindst = 145$
$Nedre = 373.5$
$Median = 532$
$Øvre = 858$
$Størst = 1063$

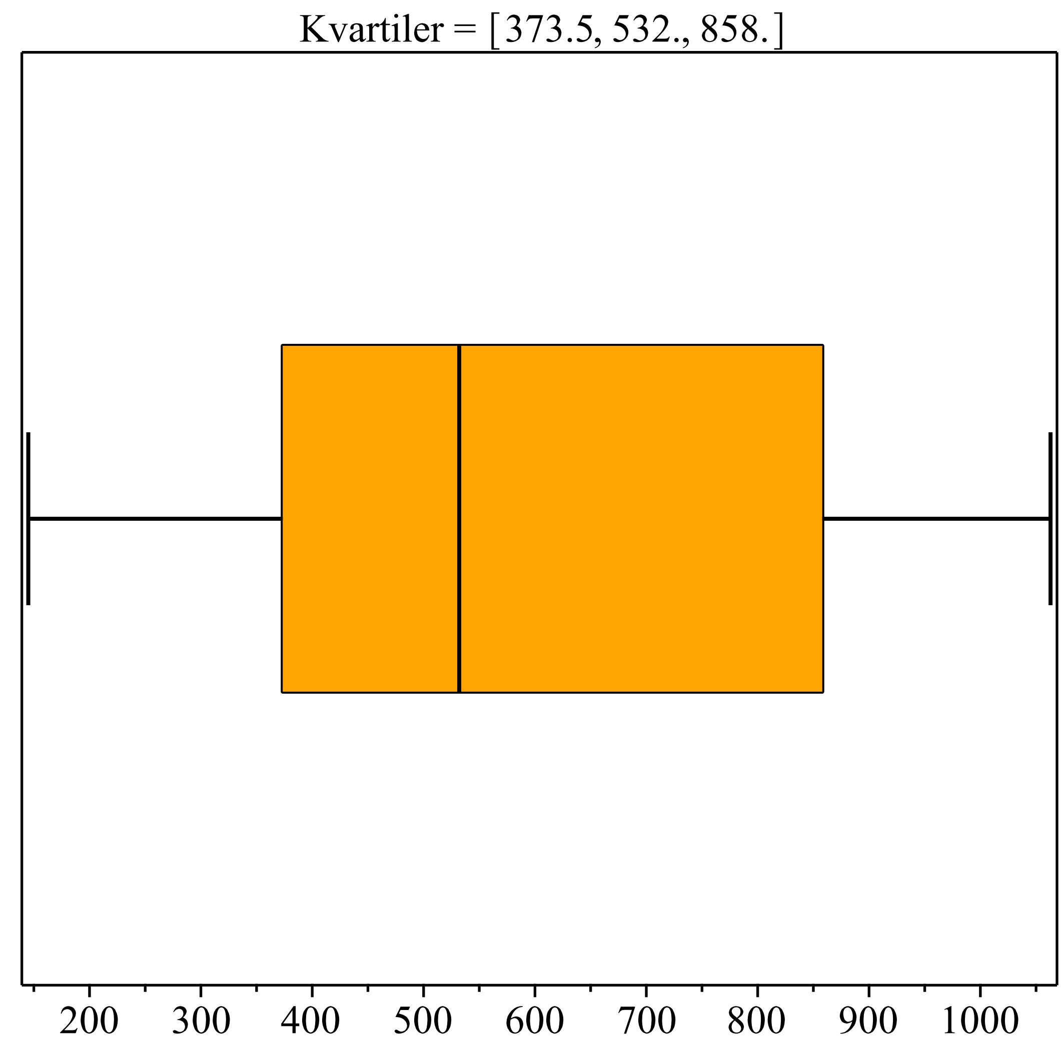
I CAS kan talrækken defineres.
obs := [145, 257, 258, 367, 380, 457, 476, 483, 532, 631, 694, 767, 851, 865, 950, 1003, 1063]

[145, 257, 258, 367, 380, 457, 476, 483, 532, 631, 694, 767, 851, 865, 950, 1003, 1063] **(3.1.1)**

kvartiler(*obs*)

[373.50, 532., 858.] **(3.1.2)**

Dernæst kan boksplottet tegnes (hvis man gør det i hånden så skal man blot bruge kvartilsættet).
boksplot(*obs*)



Dermed har vi fået tegnet vores boksplot over fordelingen af antallet af elever på de 17 gymnasier i Region Nordjylland.

Spgm. b

Vi aflæser kvartilsættet og definerer det i en talrække. Dette gøres så vi nemmere kan sammenligne boksplottene og undersøge de givende påstande.

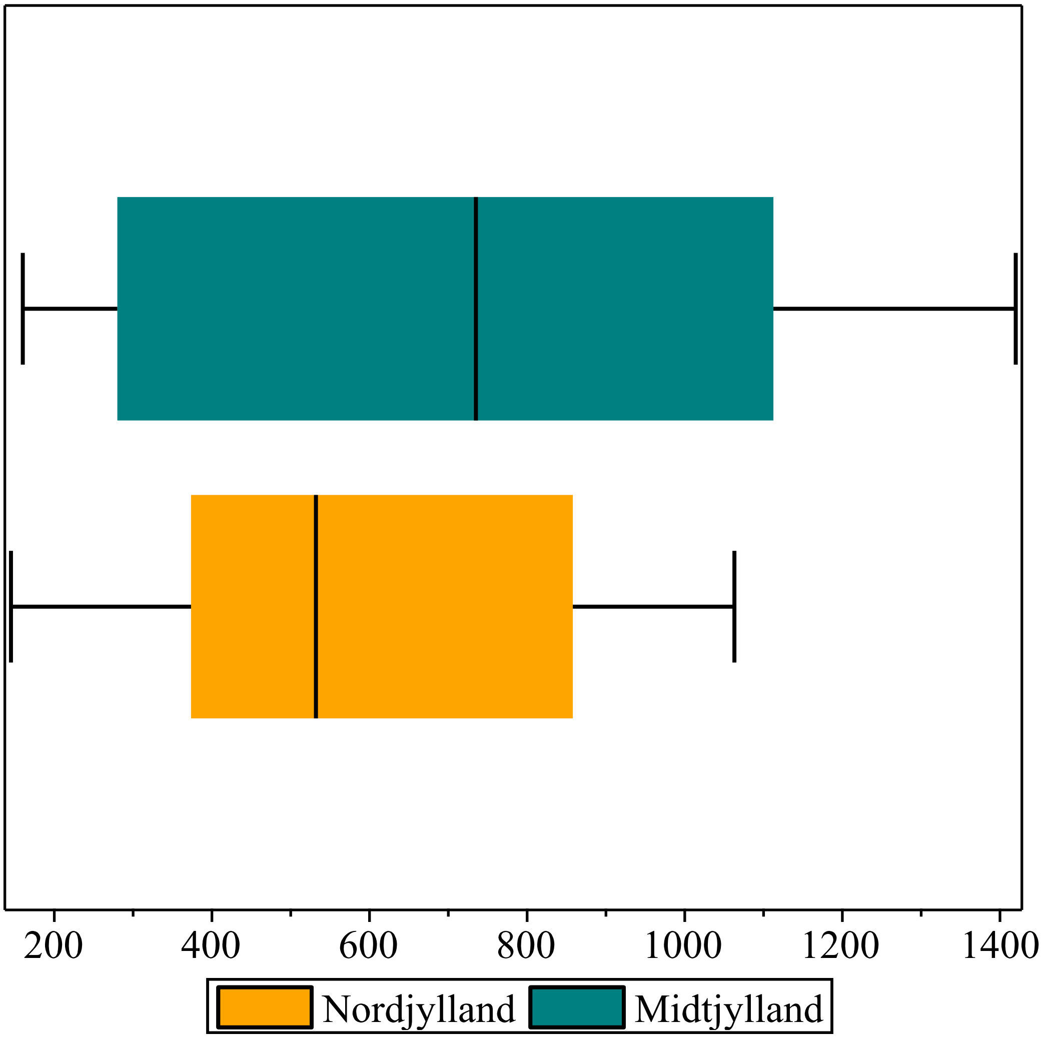
$obs2 := [160, 400, 735, 805, 1420]$

$$[160, 400, 735, 805, 1420] \tag{3.2.1}$$

Disse er aflæst som cirkaværdier. Formålet er blot at undersøge om påstandene passer og en afvigelse på 1 eller 2 elever gør ikke det store.

Vi bruger kommandoen *boksplot* igen og får:

boksplot(*obs*, *obs2*)



Vi undersøger første påstand og svaret er ja, der findes minimum et gymnasium med et større antal elever end Region Nordjylland, hvilket blot er at aflæse størsteværdien i det blå boksplot. Der er altså tale om et gymnasiun med ca. 1420 elever. Der findes ingen i Nordjylland med så mange elever.

Vi undersøger næste påstand og svaret er nej, det passer ikke i forhold til boksplottene. I Midtjylland findes der gymnasier, hvor mere end halvdelen har elevtal på over 600 hvoraf i Nordjylland findes der gymnasier med under 600 elever. Da begge udsagn er forskellige, så er påstanden forkert.

Opgave 4

restart :; *with*(*Gym*) :

Spgm. a

Givet en potensiel model over en bils benzinforbrug som funktion af vægten.

$f(x) := 0.42 \cdot x^{0.38}$

$$x \rightarrow 0.42\, x^{0.38} \tag{4.1.1}$$

Hvis den samlede vægt er 1600kg, så er det x og indsættes denne tal-værdi i forskriften fås benzinforbruget. Vi får:

$f(1600)$

$$6.931302991 \tag{4.1.2}$$

Dvs. bilen har et benzinforbrug på 6.93ltr pr. 100km.

Spgm. b

Vi får $r_x = 10\ \%$ og $a = 0.38$ så vi mangler r_y, den bestemmes ved følgende formel:

$r_y = \left((1 + r_x)^a - 1 \right) \cdot 100\ \%$ og vi kan slutte, at r_y er:

$r_y = \left(\left(1 + \frac{10}{100} \right)^{0.38} - 1 \right) \cdot 100$

$$r_y = 3.688172600 \tag{4.2.1}$$

Dvs. når vægten øges med 10% så øges benzinforbruget med 3.688%

Opgave 5

restart :; *with*(*Gym*) :

Spgm. a

Længden af det skrå stykke BC bestemmes via cosinusrelationerne. Vi får da:

$BC = \sqrt{AC^2 + AB^2 - 2 \cdot AC \cdot AB \cdot Cos(A)}$, så med tallene indsat er

$BC = \sqrt{73^2 + 35^2 - 2 \cdot 73 \cdot 35 \cdot Cos(96)}$

$$BC = 84.19109481 \tag{5.1.1}$$

Dvs. længden af skråstykket er 84.191 *cm*.

Spgm. b

Vinklen kan bestemmes på to måder. Cosinusrelationerne eller sinusrelationerne. Vi viser begge tilfælde.

$B = invCos\left(\frac{AB^2 + BC^2 - AC^2}{2 \cdot AB \cdot BC} \right)$

Bemærk, at *invCos* betyder $\cos^{-1}$ så med tallene indsat fås:

$B = invCos\left(\frac{35^2 + 84.19109481^2 - 73^2}{2 \cdot 35 \cdot 84.19109481} \right)$

$$B = 59.57866154 \tag{5.2.1}$$

Dvs. vinkel B er 59.579^o.

Med sinusrelationerne får vi:

$\frac{Sin(B)}{AC} = \frac{Sin(A)}{BC}$ og indsætter vi tallene fås:

$\frac{Sin(B)}{73} = \frac{Sin(96)}{84.19109481}$

$$\frac{1}{73} \sin(0.01745329252\ B) = 0.01181267327 \tag{5.2.2}$$

$\xrightarrow{\text{solve for B}}$

$$[[B = 59.57866150]] \tag{5.2.3}$$

Hvilket er det samme.

Spgm. c

Længden af stykket BD er 40cm. Vi kender vinkel B og vi ved, at højden gør, at vi får en ret vinkel. Dermed kan vi bestemme denne højde. Formlen bruges:
$h = BD \cdot Sin(B)$ (Overbevis dig om, at den passer!)

Vi indsætter tallene og får:
$h = 40 \cdot Sin(59.57866150)$

$$h = 34.49300595 \tag{5.3.1}$$

Altså er højden fra D til grundlinjen AB ca. 34.493cm.

Opgave 6

$restart :; with(Gym) :$

Spgm. a

Jeg er så uheldig ikke at have fået bilaget og dermed må jeg aflæse grafen. ...

Indekstallet i år 2012 aflæses til at være 120.
Indekstallet i år 2016 aflæses til at være 97.

For nemhedens skyld laves en tabel.

	2012	2016
Benzinpris	12.54	x
Indekstal	120	97

Vi skal nu (ifølge tabellen) bestemme x, så vi har ligningen
$\frac{12.54}{120} = \frac{x}{97} \Leftrightarrow 12.54 \cdot 97 = 120 \cdot x \Leftrightarrow x = \frac{12.54 \cdot 97}{120} = 10.1365$

Dvs. i år 2016 var benzinprisen pr. liter ca. 10.1365kr.

Opgave 7

$restart :; with(Gym) :$

Spgm. a

Givet eksponentiel modellen over antallet af 200-kronesedler i omløb. Modellen defineres.
$f(x) := 13.38 \cdot 1.065^x$

$$f := x \mapsto 13.38\ 1.065^x \tag{7.1.1}$$

Tallene forklares.
I år 2000 var antallet af 200-kronesedler i omløb ca. 13.38mio.
I de følgende år vokser det med 6.5 % årligt.*

*Brug $a = 1 + r$, dvs. $1.065 = 1 + r \Leftrightarrow r = 0.065$ og gang med 100 % fås $r = 6.5$ %

Spgm. b

Fordoblingstiden kan kun bestemmes hvis $a > 1$ og da $a = 1.065$ så er det muligt.

$$T_2 = \frac{\log_{10}(2)}{\log_{10}(1.065)} \xrightarrow{\text{at 5 digits}} T_2 = 11.007$$

Dvs. hvert 11 år fordobles antallet af 200-kronesedler. I første tilfælde vil være i år 2011 og dernæst 2022 mv.

Spgm. c

År 2015 svarer til $x = 15$ eftersom $x = 0$ svarer til år 2000 så vi har:

$f(15)$

$$34.41123267 \tag{7.3.1}$$

Dvs. ifølge modellen vil der være 34.411 mio. 200-kronesedler i omløb, og da påstanden ikke er identisk med modellens forudsigelse, så accepteres modellen ikke og denne kan ikke bruges.

Matematik C HF2 15. august 2017
Vejledende løsning
www.matematikhfsvar.page.tl

Opgave 1

restart :; *with*(*Gym*) :

Spgm. a

Spgm. b

Spgm. c

Opgave 2

Opgave 3

Opgave 4

Opgave 5

► **Opgave 6**

► **Opgave 7**

► **Opgave 8**

► **Opgave 9**

► **Opgave 10**

Matematik C HF2 7. december 2017
Vejledende løsning
www.matematikhfsvar.page.tl

► **Opgave 1**

► **Opgave 2**

► **Opgave 3**

► **Opgave 4**

► **Opgave 5**

► **Opgave 6**

► **Opgave 7**

► **Opgave 8**

► **Opgave 9**

► **Opgave 10**