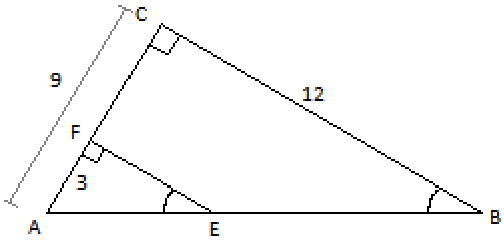
De første 6 opgaver løses **uden** hjælpemidler

Opgave 1

a) Givet trekanten:



Vi bestemmer forstørrelsesfaktoren (skalafaktor) k:

$$k = \frac{|AC|}{|AF|} = \frac{9}{3} = 3$$

Dernæst bestemmer vi længden $|EF|$:

$$|EF| = \frac{|CB|}{k} = \frac{12}{3} = 4$$

Vi bevæger os videre og bestemmer $|AB|$, men først bestemmes $|AE|$:

$$|EF|^2 + |AF|^2 = |AE|^2$$

Tallene indsættes:

$$4^2 + 3^2 = |AE|^2 \Leftrightarrow |AE| = \sqrt{16+9} = 5$$

Nu kan vi finde $|AB|$:

$$|AB| = |AE| \cdot k = 5 \cdot 3 = 15$$

Som er det ønskede.

Opgave 2

a) Givet ligningssystemet:

$$3x + y - 11 = 0 \quad (1)$$
$$2x - 3y + 11 = 0 \quad (2)$$

Vi isolerer y i (1):

$$3x + y - 11 = 0 \Leftrightarrow y = 11 - 3x$$

Vi indsætter nu ovenstående i ligningen (2):

$$2x - 3 \cdot (11 - 3x) + 11 = 0 \Leftrightarrow 2x - 33 + 9x + 11 = 0 \Leftrightarrow 11x = 22 \Leftrightarrow x = 2$$

Og denne x-værdi indsættes i (1):

$$3 \cdot 2 + y - 11 = 0 \Leftrightarrow 6 + y - 11 = 0 \Leftrightarrow y = 5$$

Så koordinatsættet er:

$$\{x = 2; y = 5\}$$

Vi kunne også løse det på en anden måde, som vi viser på næste side.

Vi betragter igen ligningssystemet:

$$\begin{aligned} 3x + y - 11 &= 0 \quad (1) \\ 2x - 3y + 11 &= 0 \quad (2) \end{aligned}$$

Denne gang ganger vi ligning (1) med 3:

$$\begin{aligned} 9x + 3y - 33 &= 0 \\ 2x - 3y + 11 &= 0 \end{aligned}$$

Vi lægger ligningerne til hinanden:

$$11x - 22 = 0$$

Dermed har vi kun en ubekendt:

$$11x - 22 = 0 \Leftrightarrow x = 2$$

Derfra kan vi indsætte denne værdi i (2) eller (1). Begge muligheder vises:

$$\begin{matrix} 3 \cdot 2 + y - 11 = 0 \\ 2 \cdot 2 - 3y + 11 = 0 \end{matrix} \Leftrightarrow \begin{matrix} 6 + y = 11 \\ 4 - 3y = -11 \end{matrix} \Leftrightarrow \begin{matrix} y = 5 \\ -3y = -15 \end{matrix} \Leftrightarrow \begin{matrix} y = 5 \\ y = 5 \end{matrix}$$

Som er det ønskede.

Opgave 3

a) Givet differentialligningen:

$$\frac{dy}{dx} = y \cdot (x - 1)$$

Og grafen for f løser differentialligningen. Ligeledes er punktet $P(3; 5)$ givet. Vi bestemmer ligningen for tangenten i P:

$$y = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$$

Vi indsætter P:

$$y = f'(x_0)(x - 3) + 5$$

Vi bestemmer $f'(x_0)$ vha. differentialligningen:

$$\frac{dy}{dx} = 5 \cdot (3 - 1) = 10$$

Så tangentligningen er:

$$y = 10 \cdot (x - 3) + 5 \Leftrightarrow y = 10x - 25$$

Opgave 4

a) Vi aflæser teksten og får at: $b = 5382$ og $r = -70\%$ så vi ved allerede nu, at det er en aftagende eksponentiel funktion med $0 < a < 1$. Vi bruger fremskrivningsfaktoren $a = 1 + r$:

$$a = 1 + \left(-\frac{70}{100}\right) = 0.30$$

Så vores forskrift er:

$$f(x) = 5382 \cdot 0.30^x$$

Der beskriver faldet af malariamyg fra år 2004.

Opgave 5

a) Givet to funktioner:

$$f(x) = (2x+1) \cdot \ln(x), \qquad x > 0$$
$$g(x) = \frac{1}{x} + 2 \cdot \ln(x), \qquad x > 0$$

Hvis $f(x)$ skal være en stamfunktion til $g(x)$, så skal man differentiere $f(x)$ eller integrere $g(x)$. Vi starter med at differentiere $f(x)$:

$$f'(x) = (2x+1) \cdot \frac{1}{x} + 2 \cdot \ln(x) = \frac{2x+1}{x} + 2 \cdot \ln(x)$$

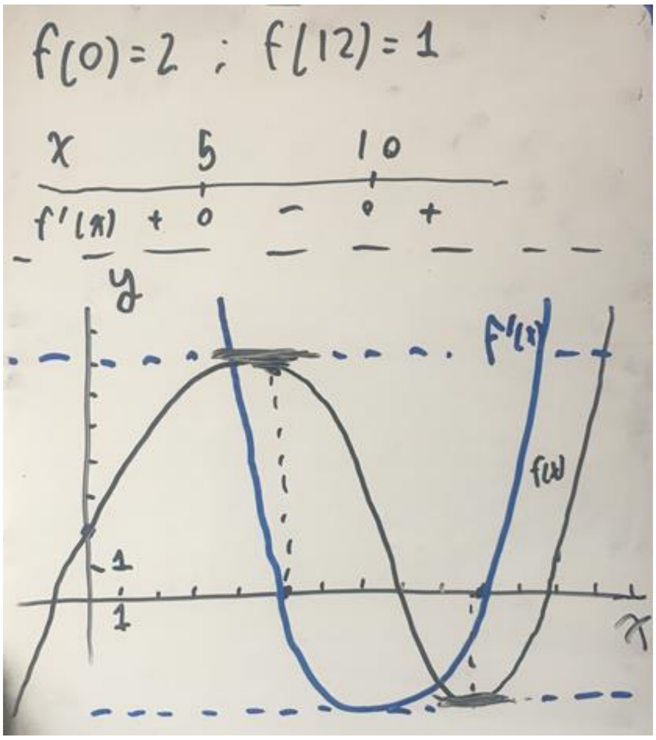
Vi ser, at $f'(x) \neq g(x)$. Vi prøver at integrere $g(x)$:

$$G(x) = \int \frac{1}{x} + 2 \cdot \ln(x)\, dx = \ln(x) + 2 \cdot (x \cdot \ln(x) - x) = \ln(x) + 2 \cdot x \cdot \ln(x) - 2x + k$$

Som overhovedet ikke passer. Med andre ord er $f(x)$ ikke nogen stamfunktion til $g(x)$.

Opgave 6

a) Givet monotonilinjen og punkterne $f(0) = 2$ og $f(12) = 1$. Vi tegner grafens forløb nedenfor:



Den blå linje repræsenterer $f'(x)$ og den sorte er $f(x)$. De stiplede blå linjer angiver de vandrette vendetangenter for maksimum og minimum.

De resterende opgaver løses **med** hjælpemidler. Delprøve 2 løses af den **dygtige** kursist Camilla Jakobsen fra VUC i Slagelse. Hendes opgave stammer fra en terminsprøve, så opgaven er løst som var det en rigtig eksamen.

$with(Gym)$:

Terminsprøve Mat A 2017

Camilla Jakobsen

Delprøve med hjælpemidler

Opgave 7
Tabellen viser omsætningen af certifikater på fondsbørsen for hvert af årene i perioden 2011-2014.

Årstal	2011	2012	2013	2014
Omsætning i mia kr	0.3	0.8	1.6	4.9

I en model kan udviklingn i omsætningen beskrives ved funktionen

$f(t) = b \cdot a^t$

Hvor f(t) betegner omsætningen af certifikater på fondsbørsen (målt i mia. kr) til tidspunktet t (målt i år efter 2011)

Delopgave a)
Ved at lave reggresion over tabellens data bestemmes konstanterne a og b:

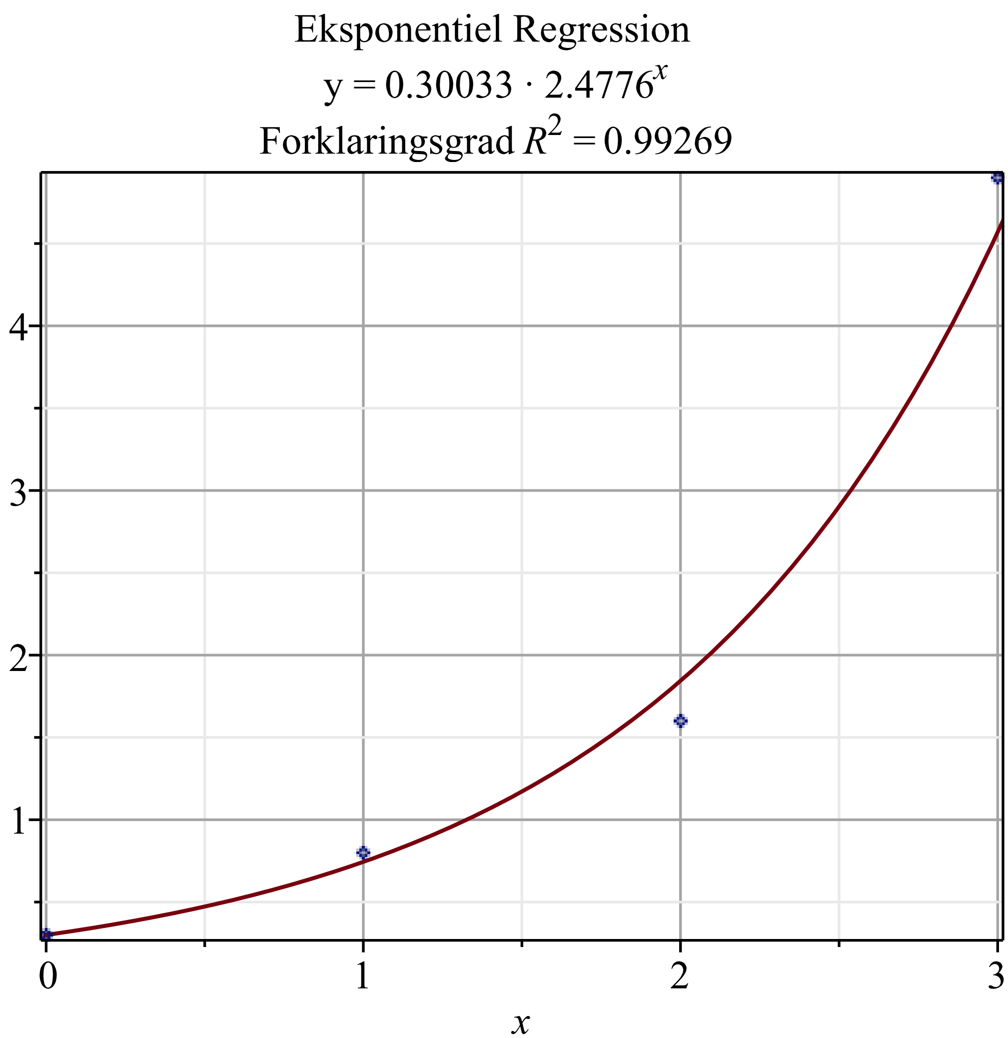
$X := [0, 1, 2, 3]$

$$[0, 1, 2, 3] \tag{1}$$

$Y := [0.3, 0.8, 1.6, 4.9]$

$$[0.3, 0.8, 1.6, 4.9] \tag{2}$$

$ExpReg(X, Y)$



Vi får modellen

$f := t \rightarrow 0.30033 \cdot 2.4776^{t}$

$$t \rightarrow 0.30033\ 2.4776^{t} \quad (3)$$

Hvoraf konstanterne kan aflæses: **a = 2.48** og **b = 0.30**

Delopgave b)

Omsætningen af fondsbørsen i 2015, altså 4 år efter 2011, kan i følge modellen bestemmes:

$f(4)$

$$11.31679596 \quad (4)$$

Omsætningen i 2015 er **11.32 mia. kr.**

Den årlige vækstrate for omsætningen af certifikater bestemmes:

$r = (a - 1) \cdot 100$

$r = (2.477 - 1) \cdot 100$

$$r = 147.700 \quad (5)$$

Omsætningen af cetifikater vokser med **147.7 %** årligt.

Delopgave c)

Vi undersøger hvor længe der går før omsætningen af certifikater på fondsbørsen er fordoblet ved at bestemme fordoblingskonstanten:

$T_2 = \frac{\log_{10}(2)}{\log_{10}(a)}$

$T_2 = \frac{\log_{10}(2)}{\log_{10}(2.4776)}$

$$T_2 = \frac{2.537870147 \ln(2)}{\ln(10)} \quad \textbf{(6)}$$

$\xrightarrow{\text{at 5 digits}}$

$$T_2 = 0.76398 \quad \textbf{(7)}$$

Vi kan se at der går lidt under et år, nemlig **0.7 år** før omsætningen af certifikater vil være forboblet.

Opgave 8
Figuren viser en model af grundfladen i en bestemt hytte. Grundfladen er opbygget af 12 ens, ligebenet trekanter med grundlinje x.

Delopgave a)
Vinkel v bestemmes:
Da de 12 trekanter er lige store og udgør en cirkel kan vinkel v beregnes således:
$v = \frac{360}{12}$

$$v = 30 \quad \textbf{(8)}$$

Vinken v er **30°**

Det oplyses, at grundfladen har et areal på 22 m^2

$$m^2 \quad \textbf{(9)}$$

Delopgave b)
Sidelængden x i grundfladen bestemmes:

Hver trekant har et areal på $\frac{22}{12}$

Det indsættes i en-halv-appelsin formel, hvor de to lige lange sider i trekanten kaldes for a.
$\frac{22}{12} = \frac{1}{2}\, a^2 \cdot Sin(30) \xrightarrow{\text{solve for a}} [[a = -2.708012802], [a = 2.708012802]]$

Den negative værdi forkastes og vi får at de to lige store sider er 2.7 m.

Vi kan nu bestemme x.
$trekantsolve(A = 30, b = 2.7, c = 2.7)$

$$\{B = 75.00000000, C = 75.00000000, a = 1.397622844\} \quad \textbf{(10)}$$

Vi får at **x = 1.39**

restart : *with*(*Gym*) :

Opgave 9

En funktion f er givet ved

$f := x \rightarrow x^3 - 5x^2 + 4x$

$$x \rightarrow x^3 - 5x^2 + 4x \tag{11}$$

Delopgave a)

Nulpunkterne findes ved at sætte $f(x) = 0$

$f(x) = 0$

$$x^3 - 5x^2 + 4x = 0 \tag{12}$$

$\xrightarrow{\text{solve for x}}$

$$[[x = 0], [x = 4], [x = 1]] \tag{13}$$

Vi får **x = 0**, **x = 4** og **x = -1**

Delopgave b)

For at bestemme monotoniforholdene for f, løses $f'(x) = 0$

$f'(x) = 0$

$$3x^2 - 10x + 4 = 0 \tag{14}$$

$\xrightarrow{\text{solve for x}}$

$$\left[\left[x = \frac{5}{3} + \frac{1}{3}\sqrt{13}\right], \left[x = \frac{5}{3} - \frac{1}{3}\sqrt{13}\right]\right] \tag{15}$$

$\frac{5}{3} + \frac{1}{3}\sqrt{13} \xrightarrow{\text{at 5 digits}} 2.8686$

$\frac{5}{3} - \frac{1}{3}\sqrt{13} \xrightarrow{\text{at 5 digits}} 0.4648$

Vi har nu $x = 0.46$ og $x = 2.87$ og vil undersøge om disse værdier er maksimum eller minimum for f.

$f'(-1)$

$$17 \tag{16}$$

$f'(1)$

$$-3 \tag{17}$$

$f'(4)$

$$12 \tag{18}$$

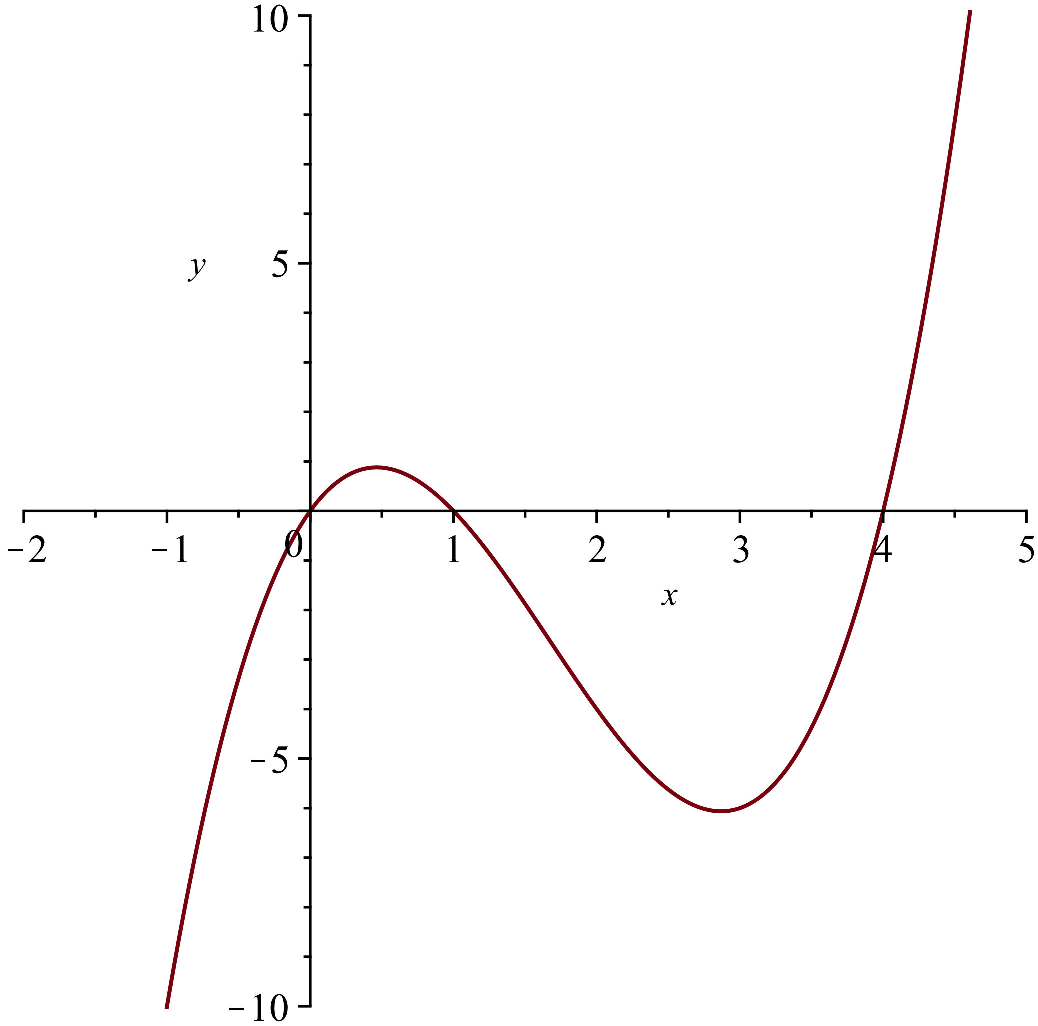
Vi ser at f er voksende når x ∈ [-,-0.46] og når x ∈ [2.87,]. f er aftagende når x ∈ [0.46,2.87].

$$f \tag{19}$$

f har maksimum når x = 0.46 og minimum når x = 2.87.

Der tegnes også en graf for f

$plot(x^3 - 5x^2 + 4x, x = -2..5, y = -10..10)$



Vi ser at grafen stemmer over ens med ovenstående.

Linjen l med ligningen $y = x - 9$ er tangent til grafen for f i punktet P(3,f(3)).
En anden linje m er parallel med linjen og tangerer grafen for f i punktet Q.

Delopgave c)
Jeg vil bestemme skæringspunktet mellem f og m.

m har samme hældningskoeficient som l, altså 1. Det må derfor gælde at:

$f'(x) = 1$

$$3x^2 - 10x + 4 = 1 \tag{20}$$

$\xrightarrow{\text{solve for x}}$

$$\left[[x = 3], \left[x = \frac{1}{3} \right] \right] \tag{21}$$

Vi kan udelukke x = 3, da det er her l tangerer grafen.

Vi har altså at m tangere grafen i $\boldsymbol{x} = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{3}}$

Opgave 10
En stikprøve blandt indskolingsbørn er fordelt efter familietype og BMI.

	Bor sammen med begge forældre	Bor sammen med én forældre
BMI under 25	120	201
BMI over 25	75	173

Nulhypotese: Familietype og BMI er uafhænige.

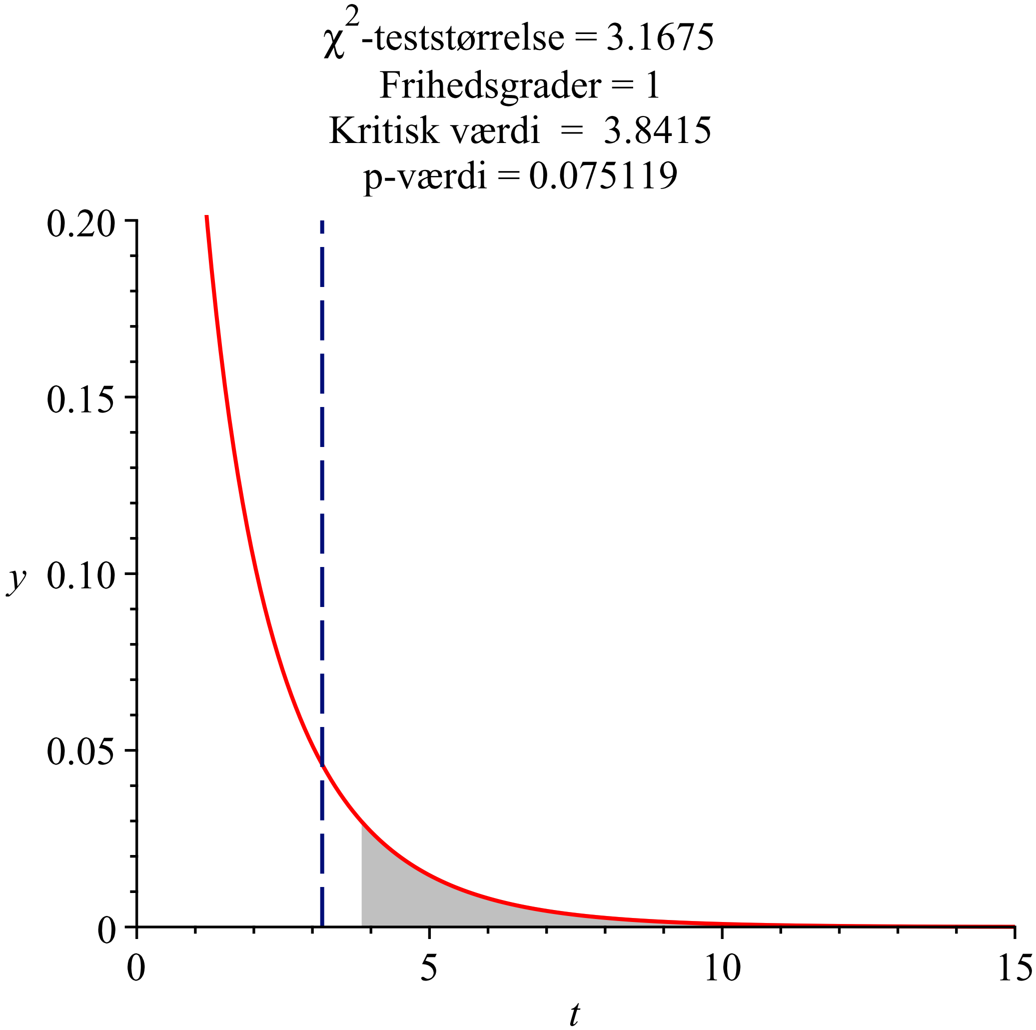
Delopgave a)
Med et 5 % signifikansniveau undersøger jeg om hypotesen kan forkastes.

$$obs := \begin{bmatrix} 120 & 201 \\ 75 & 173 \end{bmatrix}:$$

Men først bestemmes de forventede værdier:
$forv := forventet(obs)$

$$\begin{bmatrix} 110.01 & 210.99 \\ 84.991 & 163.01 \end{bmatrix} \qquad \textbf{(22)}$$

Vi laver en chi-i-anden test:
$ChiKvadratUtest(obs)$



Da p-værdien er 7.5 % og dermed over signifikansniveauet, acceptere vi hypotesen om at der ikke er nogen sammenhæng mellem familieype og BMI.

Delopgave b)

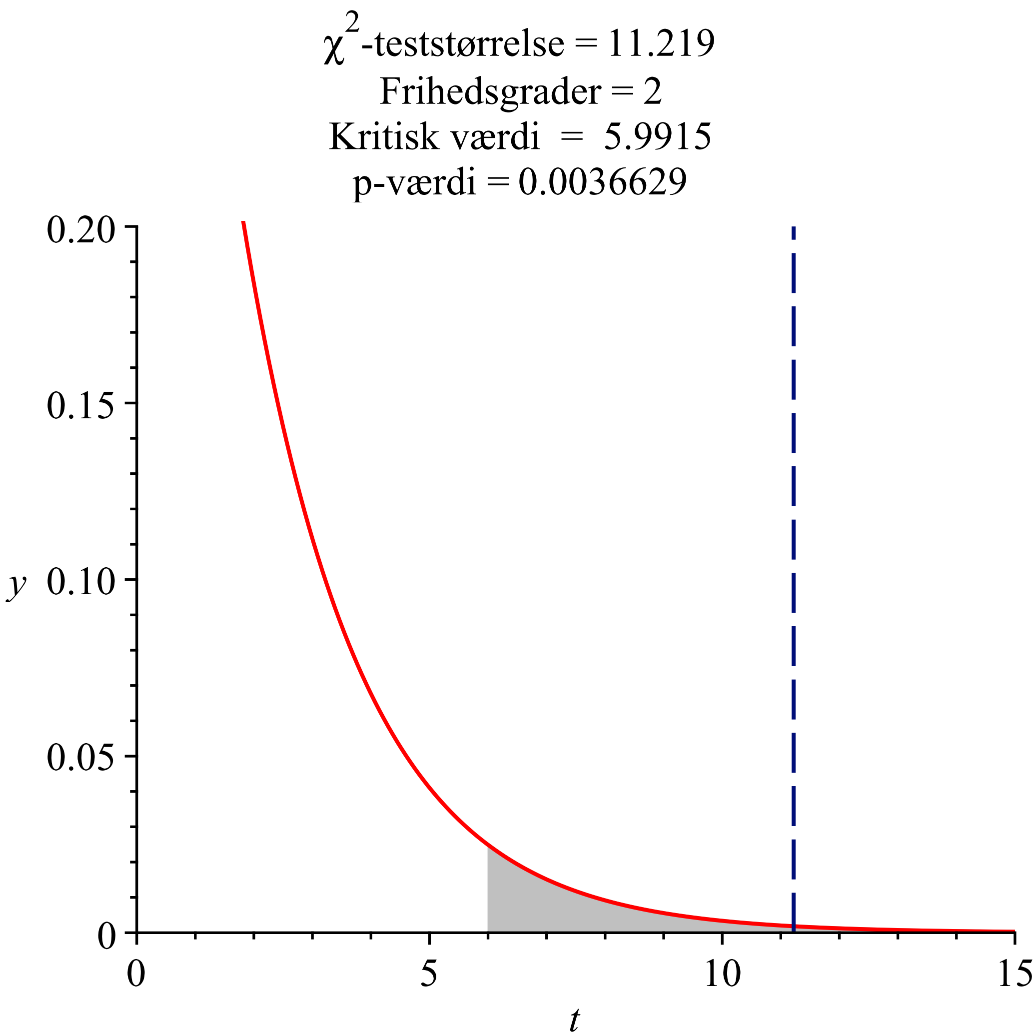
Vi har nu nogle nye observationer:

	Bor sammen med begge forældre	Bor på skift mellem forældre	Bor udelukkende med den ene forælder
BMI under 25	120	100	$201 - 100 = 101$
BMI over 25	75	61	$173 - 61 = 112$

Vi undersøger igen om nulhypotesen skal forkastes eller ej.

$$obs2 := \begin{bmatrix} 120 & 100 & 101 \\ 75 & 61 & 112 \end{bmatrix}:$$

$ChiKvadratUtest(obs2)$



Nu får vi en p-værdi på 0,3 % og er dermed under signifikansniveauet på 5 %. Det betyder at vi forkaster hypotesen og der med meget stor sandsynlighed er en sammenhæng mellem familietype og BMI.

Opgave 11
En model af Atradiusbygningen i Amsterdam er indstegnet i et koordinatsystem i rummet. Koordinatsættene til punkterne A, B, C, D og E er angivet på figuren. Alle mål er i meter.

Delopgave a)
Jeg vil bestemme arealet af glasfladen CDE.

Vi har en trekant som udgøres af vektorene $\overrightarrow{ED}$ og $\overrightarrow{EC}$

$E := [27, 0, 43]$

$$[27, 0, 43] \quad (23)$$

$D1 := [18, 0, 32]$

$$[18, 0, 32] \tag{24}$$

$C := [18, 68, 32]$

$$[18, 68, 32] \tag{25}$$

$\overrightarrow{ED} := \langle D1 - E \rangle$

$$\begin{bmatrix} -9 \\ 0 \\ -11 \end{bmatrix} \tag{26}$$

$\overrightarrow{EC} := \langle C - E \rangle$

$$\begin{bmatrix} -9 \\ 68 \\ -11 \end{bmatrix} \tag{27}$$

Arealet af trekanten er:
$T = \frac{1}{2} \cdot \left| \overrightarrow{ED} \times \overrightarrow{EC} \right|$

$$T = \begin{bmatrix} 374 \\ 0 \\ 306 \end{bmatrix} \tag{28}$$

Krysproduktet af de to vektore beregnes:
$\overrightarrow{ED} \times \overrightarrow{EC}$

$$\begin{bmatrix} 748 \\ 0 \\ -612 \end{bmatrix} \tag{29}$$

Længden bestemmes:
$\left| \overrightarrow{ED} \times \overrightarrow{EC} \right| =$
$\sqrt{748^2 + 0^2 + (-612)^2}$

$$68\sqrt{202} \tag{30}$$

Vi kan endeligt berenge arealet:

$T = \frac{1}{2} \cdot 68\sqrt{202}$

$$T = 34\sqrt{202} \tag{31}$$

$\xrightarrow{\text{at 5 digits}}$

$$T = 483.24 \tag{32}$$

Arealet af glaspladen CDE er **483.24** $\boldsymbol{m^2}$

I modellen er gulvplanerne i bygningen parallelle med xy-planen.

Delopgave b)
Jeg vil bestemme vinklen mellem glasfladen CDE og et gulvplan i bygningen.

CDE ligger i en plan, vi kalder for β. Den plan som gulvpanen ligger i kalder vi for α. Vi ønsker altså at bestemme vinklen mellem de to planer og vi får derfor brug for planerne normalvektore.

Da vi kender to punkter A og B i planen α, mangler vi et punkt så vi kan bestemme dens normalvektor. Da punktet skal ligge i xy-planen vælges der et tifældigt punkt F, dog hvor z-koordinaten er lig nul.

$A := [22, 0, 0]$

$$[22, 0, 0] \tag{33}$$

$B := [22, 62, 0]$

$$[22, 62, 0] \tag{34}$$

$F := [1, 1, 0]$

$$[1, 1, 0] \tag{35}$$

Vi kan nu bestemme to vektore i planen:

$\overrightarrow{AB} := \langle B - A \rangle$

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 62 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{36}$$

$\overrightarrow{AF} := \langle F - A \rangle$

$$\begin{bmatrix} -21 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{37}$$

$\overrightarrow{n_\alpha} := \overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AF}$

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1302 \end{bmatrix} \tag{38}$$

På samme måde bestemmes normalvektoren til planen β:
Vi har tidligere fundet krydsproduktet mellem to vektore i planen β.

$\overrightarrow{n_\beta} := \overrightarrow{ED} \times \overrightarrow{EC}$

$$\begin{bmatrix} 748 \\ 0 \\ -612 \end{bmatrix} \tag{39}$$

Vi kan nu finde vinklen mellem de to normalvektorer og dermed vinklen mellem de to planer:

$vinkel\left(\vec{n}_\alpha, \vec{n}_\beta\right)$

$$129.2894069 \tag{40}$$

Vi ønsker at bestemme den spidse vinkel:
$180 - 129.289$

$$50.711 \tag{41}$$

Dvs at vinklen mellem CDE og et gulvplan er **50.71°**

På glasfalden ABCD skal der monteres en stålwire fra A til C og en stålwire fra B til D.

Delopgave c)
Jeg vil benytte modellen til at bestemme koordinatsættet til skæringspunktet mellem de to stålwire.

Jeg bestemmer parameterfremstillingenerne for de linjerne som går i gennem henholdsvis A og C, og B og D.

Først bestemmes parameterfremstillingen for den linje m der går igennem punkterne A og C.

Denne har retningsvektoren:
$\vec{r}_1 := \langle C - A \rangle$

$$\begin{bmatrix} -4 \\ 68 \\ 32 \end{bmatrix} \tag{42}$$

$$m: \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 22 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -4 \\ 68 \\ 32 \end{pmatrix}$$

Det samme gøres for den linje l som går igennem punkterne B og D:
$\vec{r}_2 := \langle D1 - B \rangle$

$$\begin{bmatrix} -4 \\ -62 \\ 32 \end{bmatrix} \tag{43}$$

$$l: \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 22 \\ 62 \\ 0 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} -4 \\ -62 \\ 32 \end{pmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 22 - 4\,s \\ 62 - 62\,s \\ 32\,s \end{bmatrix} \tag{44}$$

Vi undersøger nu hvor de to linjer skærer hinanden:

$m := t \rightarrow \langle 22, 0, 0 \rangle + t \cdot \langle -4, 68, 32 \rangle$

$$t \rightarrow \langle 22, 0, 0 \rangle + t \langle -4, 68, 32 \rangle \tag{45}$$

$l := s \rightarrow \langle 22, 62, 0 \rangle + s \cdot \langle -4, -62, 32 \rangle$

$$s \rightarrow \langle 22, 62, 0 \rangle + s \langle -4, -62, 32 \rangle \tag{46}$$

$vsolve(m(t) = l(s))$

$$\left\{ s = \frac{31}{65}, t = \frac{31}{65} \right\} \tag{47}$$

De to stålwirer skære hianden i:

$\langle 22, 62, 0 \rangle + \frac{31}{65} \cdot \langle -4, -62, 32 \rangle$

$$\begin{bmatrix} \frac{1306}{65} \\ \frac{2108}{65} \\ \frac{992}{65} \end{bmatrix} \tag{48}$$

restart : *with*(*Gym*) :

Opgave 12

I en model kan udviklingen af klorkoncentrationen i et bestemt svømmebasin beskrives ved differentialligningen

$y'(t) = -0.03 \cdot y(t)$

Hvor y(t) betegner klorkoncentrationen (målt i mg/liter) til tidspunktet t (målt i timer).

Det oplyses, at klorkoncentrationen er 1,8 mg/liter til tidspunktet t = 0.

Delopgave a)

Den hastighed som klorkoncentrationen aftager med, når klorkoncentrationen er på 1,2 mg/liter bestemmes ved at indsætte y = 1,2 i differentialligningen:

$y'(t) = -0.03 \cdot 1.2$

Klorkoncentrationen aftager med **0.036 mg/L** for hver time der går.

Delopgave b)

Differentialligningen løses:

$y'(t) = -0.03 \cdot y(t) \xrightarrow{\text{solve DE}} y(t) = \_C1\, \mathrm{e}^{-\frac{3}{100} t}$

$y'(t) = -0.03 \cdot y(t) \Rightarrow y(t) = c \cdot \mathrm{e}^{-\frac{3}{100} t}$

Vi har nu fundet den fuldstændige løsning. Den partikulære løsning findes ved at indsætte punktet (0;

1.8)

$$1.8 = c\cdot e^{-\frac{3}{100}\cdot 0}$$

$$1.8 = c \tag{49}$$

Det indsættes i løsningen:

$$\boldsymbol{y(t) = 1.8\cdot e^{-\frac{3}{100}t}}$$

$$y(t) = 1.8\ e^{-\frac{3}{100}t} \tag{50}$$

Vi kan nu bestemme klorkoncentrationen i vandet til tidspunktet $t = 24$.

$$y(t) = 1.8\cdot e^{-\frac{3}{100}\cdot 24} \xrightarrow{\text{at 5 digits}} y(t) = 0.87615$$

Vi får at efter 24 timer er koncentrationen af klor i vandet **0.88 mg/L**

restart : *with*(*Gym*) :

Opgave 13

I en model kan temperaturen et bestemt sommerdøgn, et bestemt sted beskrives ved

$f := t \rightarrow 20 - 5\cdot(\sin(0.262\cdot t) + \cos(0.262\cdot t))$

$$t \rightarrow 20 - 5\sin(0.262\ t) - 5\cos(0.262\ t) \tag{51}$$

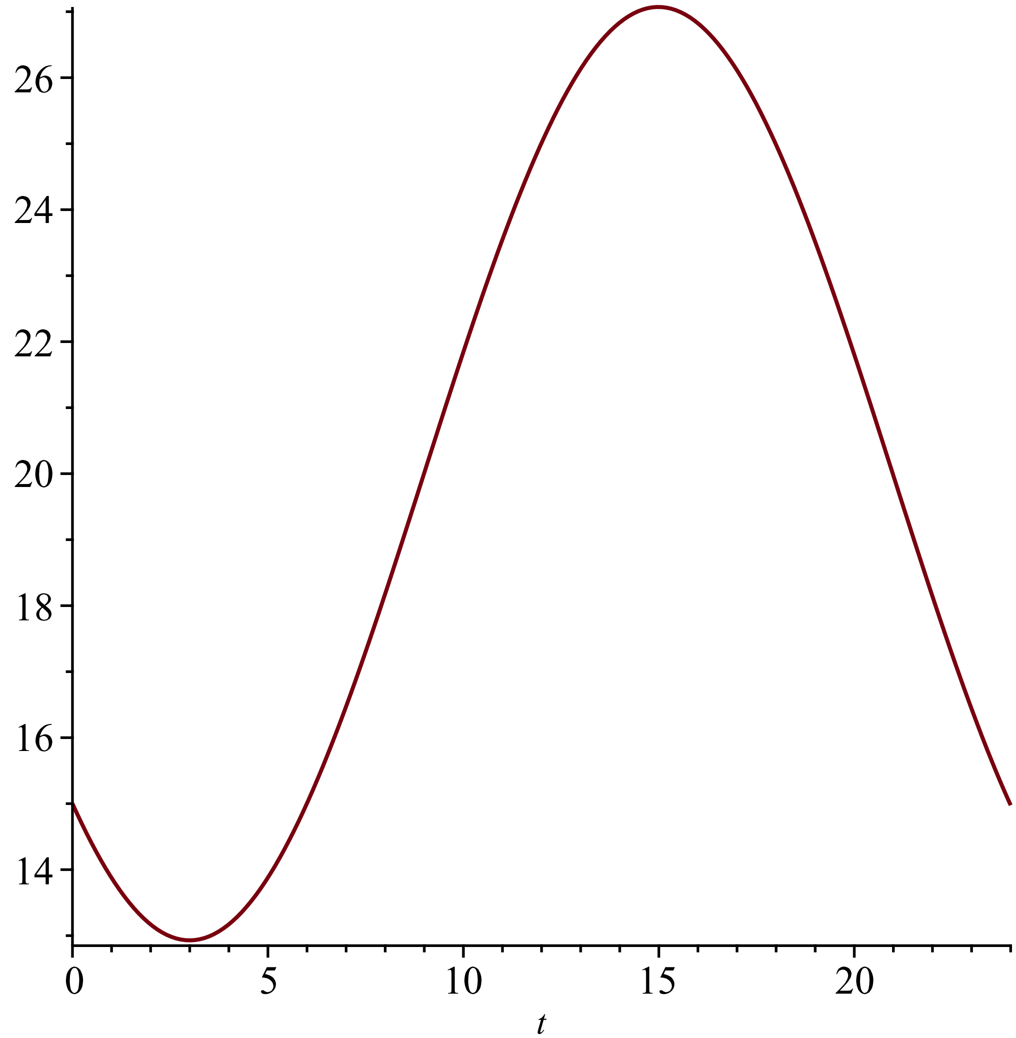
I intervallet $0 \le t \le 24$

Hvor *f(t)* betegner temperaturen (målt i °C) til tidspunktet *t* (målt i timer efter midnat)

Delopgave a)

Grafen for *f* tegnes:

$plot(f(t), t = 0..24)$



Jeg vil benytte modellen til at bestemme den højeste og laveste temperatur dette sommerdøgn, og det gør jeg ved at undersøge i hvilke punkter f' er lig nul:

intervalsolve$(f'(t)=0, t=0..25)$

$$[2.997702914, 14.98851457] \quad \textbf{(52)}$$

Vi får værdierne t = 2.99 og t = 14.99 og der er altså i disse puntker der enten er maksimun eller minimum.

Ved hjælp af grafen kan vi se at f har minimum ved t = 2.99 og f har maksimum ved t = 14.99.

Den laveste temperatur dette sommerdøgn var:
$f(2.99)$

$$12.92894658 \quad \textbf{(53)}$$

12.9°

Den højeste tempeatur dette sommerdøgn var:
$f(14.99)$

$$27.07106728 \quad \textbf{(54)}$$

27.1°

Delopgave b)
f'(8) bestemmes:
$f'(8)$

$$1.790260511 \tag{55}$$

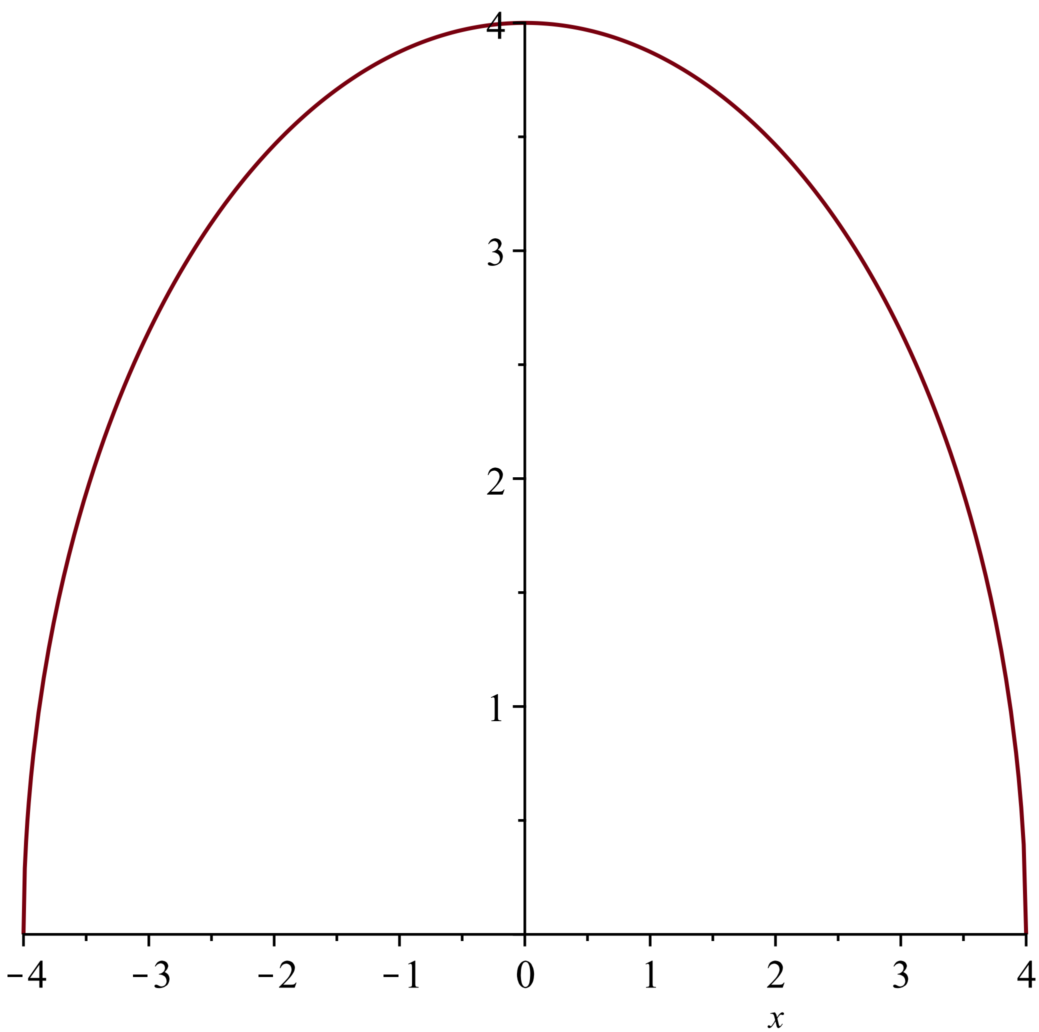
Ved 8 timer efter midnat stiger temperaturen med **1.8°** pr time.

restart : *with*(*Gym*) :
Opgave 14
En funktion f er givet ved forskriften
$f := x \rightarrow \sqrt{4^2 - x^2}$

$$x \rightarrow \sqrt{16 - x^2} \tag{56}$$

I intervallet $-4 \leq x \leq 4$

Delopgave a)
Grafen for f tegnes:
$plot(f(x), x = -4..4)$



Integralet $\int_{-4}^{4} f(x)\, \mathrm{d}x$ bestmmes:

$$\int_{-4}^{4} f(x)\, \mathrm{d}x$$

$$8\,\pi \tag{57}$$

En funktion g er givet ved

$g = \sqrt{a^2 - x^2}, \quad -a \le x \le a$

Hvor a er et positivt tal.

Grafen for g og førsteaksen afgrænser en punktmængde M, der har et areal.

Delopgave b)

Jeg vil bestemme a, så arelaet af M er 4:

$$\int_{-a}^{a} \sqrt{a^2 - x^2}\, \mathrm{d}x = 4$$

$$\frac{1}{2}\,\mathrm{csgn}(a)\, a^2\, \pi = 4 \tag{58}$$

$\xrightarrow{\text{solve for a}}$

$$\left[\left[a = -\frac{2\,\mathrm{I}\sqrt{2}}{\sqrt{\pi}}\right], \left[a = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{\pi}}\right]\right] \tag{59}$$

Da a er positiv forkastes den komplekse talværdi.

$\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{\pi}} \xrightarrow{\text{at 5 digits}} 1.5957$

Dvs at for at arealet af M er 4, skal **a = 1.5957**

Tak til Camilla Jakobsen fra VUC i Slagelse for hendes vejledende besvarelse af opgavesættet: matematik A STX maj 2016 til vores hjemmeside.