Delprøve 1

Opgave 1

• Reducér $(a+b)\cdot(a-b)+b\cdot(a+b)$

$(a+b)\cdot(a-b)+b\cdot(a+b)=a^2-b^2+ab+b^2=a^2+ab$

Udtrykket kan reducéres til a^2+ab

• løs ligningen $23+2x=15$

$$23+2x=15$$

$$23+2x-23=15-23$$

$$2x=-8$$

$$\frac{2x}{2}=\frac{-8}{2}$$

$$x=-4$$

ligningen giver $x=-4$

Opgave 2

• Bestem fordoblingskonstanten for f.

Som vist på bilaget Startede jeg med at finde ud af hvor funktionen Skære y-aksen som den gør i 5 og den er fordoblet er den lig med 10 som jeg så finde på y-aksen hvorefter jeg går hen af x-aksen til jeg rammer grafen som jeg gør i $x=3$ og fordoblingskonstanten er defor 3

Opgave 3

$f(x) = 5x^2$ og $g(x) = 4\ln(x) + 7$

• Bestem $f'(x)$ og $g'(x)$

$f'(x) = 5 \cdot 2x^{2-1} = 10x$

$g'(x) = 4 \cdot \frac{1}{x} = \frac{4}{x}$

ved at difrencere funktionerne $f(x) = 5x^2$ og $g(x) = 4\ln(x) + 7$ finder jeg frem til at $f'(x) = 10x$ og $g'(x) = \frac{4}{x}$

Opgave 4

$f(x) = x^2 - 8x + 15$

• Gør rede for at parablen skære førsteaksen i punkterne $(3;0)$ og $(5;0)$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-(-8) \pm \sqrt{(-8)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 15}}{2 \cdot 1}$$

$$x = \frac{8 \pm \sqrt{4}}{2}$$

$$x = \frac{8 \pm 2}{2} \quad \begin{cases} + : & x_1 = \frac{8+2}{2} = 5 \\ - : & x_2 = \frac{8-2}{2} = 3 \end{cases}$$

eftersom man kender selve funktionen for parablen kan jeg ved at bruge formlen for beregning af de to steder hvor parablen skære x-aksen og ved at gøre det har fundet frem til at parablen skære føsteaksen i i de oplyste punkter

• Toppunktet

$x = \frac{-b}{2a} = \frac{-(-8)}{2 \cdot 1} = \frac{8}{2} = 4$

$y = \frac{-d}{4a} = \frac{-4}{4 \cdot 1} = \frac{-4}{4} = -1$

$d = b^2 - 4ac = (-8)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 15 = 64 - 60 = 4$

parablens toppunkt ligger i punktet $(4;-1)$

Opgave 5

• Bestem $\int(6x^2 - e^x)dx$

$\int(6x^2 - e^x)\,dx = 6 \cdot \frac{1}{2+1} x^{2+1} - e^x + k = \frac{6}{3}x^3 - e^x + k = 2x^3 - e^x + k$

ved at løse $\int(6x^2 - e^x)dx$ som man ved at intergre en funktion finder frem til stamfunktionen $2x^3 - e^x + k$

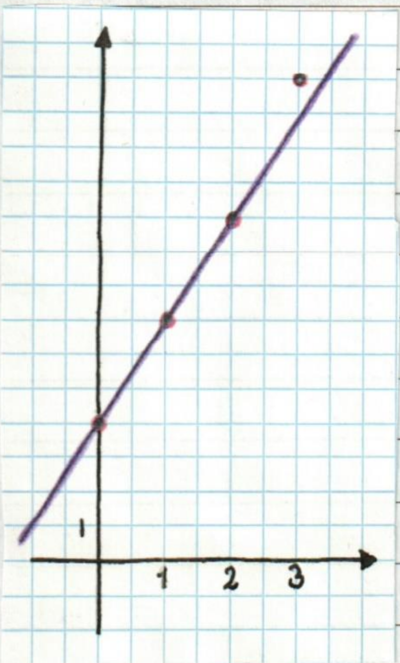
Opgave 6

• Undersøg, om y kan være en lineære funktion af x.

x	0	1	2	3
y	4	7	10	14

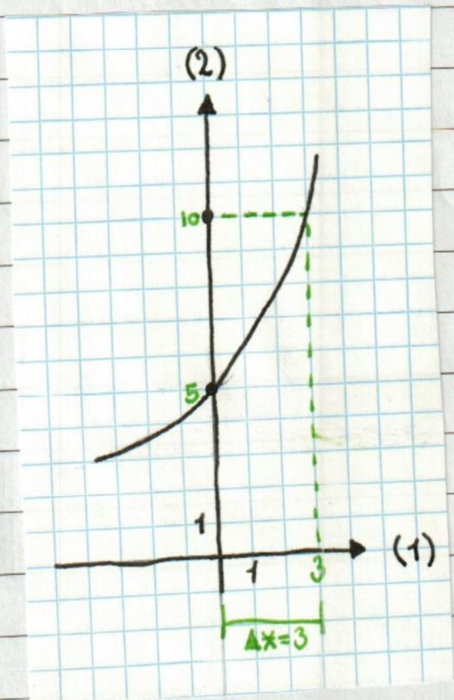
Når der er tale om en lineære funktion så skal Δy og Δx være ens hvilket ikke er tilfældet her da Δy ikke er ens hele vejen igennem men

Opgaven fortsættes næste side



også ved at tegne koordinaterne ind i et koordinatsystem kan man også se at der her ikke er tale om en lineær funktion af y-værdierne til x-værdierne

Bilaget



Tak til Cristina Sissee Jensen fra VUC i Slagelse for hendes vejledende besvarelse af opgavesættet: matematik B HF maj 2016 til vores hjemmeside.

with(*Gym*) :

Opgave 7

restart with(*Gym*) :

x	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013
$f(x)$	6.6	9.1	16	22	40	70	100	137

Den globale udvikling i solenergianlæg kan beskrives ved modellen

$$f(x) = b \cdot a^x$$

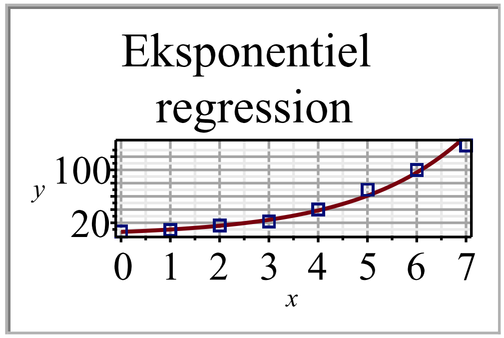
hvor f(x) er installeret solenergi (målt i GW), og x er antal år efter 2006

Opgave a

Bestem a og b

For at kunne finde frem til a og b tager jeg maple's regressions app og laver en eksponentiel regression af de oplyste data hvor startpunktet 0 er år 2006

Data		
0	6.6000	
1	9.1000	
2	16	
3	22	
4	40	
5	70	



Opdater plot

Residual plot

Læs & Plot Data

Eksponentiel regression

Regressionsresultat

$y = 6.261 \cdot 1.577^x$

Forklaringsgrad

$r^2 = 0.994$

Efter at have lavet den eksponentielle regression har jeg bestemt at a = 6,261 og b = 1,577

Opgave b

Hvad fortæller a om udviklingen i installeret solenergi

$F = 1 + r$

$$F = 1 + r \quad \textbf{(1.2.1)}$$

$1.577 = 1 + r$

$$1.577 = 1 + r \quad \textbf{(1.2.2)}$$

$\xrightarrow{\text{solve for r}}$

$$[[r = 0.5770000000]] \quad \textbf{(1.2.3)}$$

$r\% = 0.577 \cdot 100$

$$r\% = 57.700 \quad \textbf{(1.2.4)}$$

a er fremskrivningsfaktoren (F) og fortæller derfor at udviklingen i installeret solenergi vokser med 57,7% om året

Opgave c

I hvilket år kommer den installeret solenergi over 1000 GW, hvis udviklingen forsætter
Den eksponentielle funktion har forskriften
$f(x) = 6.261 \cdot 1.577^x$

$$f(x) = 6.261\ 1.577^x \tag{1.3.1}$$

Og da f(x) beskriver antallet af installeret solenergi målt i GW sætter man de 1000 GW ind på f(x) 's plads og ved at løse ligningen sådan her
$1000 = 6.261 \cdot 1.577^x$

$$1000 = 6.261\ 1.577^x \tag{1.3.2}$$

$\xrightarrow{\text{solve for x}}$

$$[[x = 11.13752938]] \tag{1.3.3}$$

Hvorefter jeg har fundet frem til at i mellem 11-12 år efter 2006 år 0 altså i mellem 2017-2018 vil den installeret solenergi være over 1000 GW his den angivet udvikling forsætter

Opgave 8

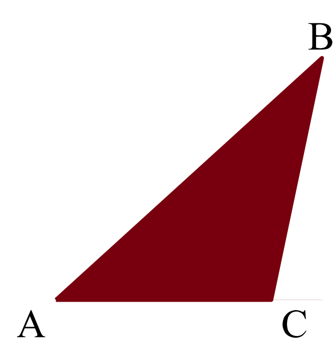
restart with(*Gym*) :
Figuren i opgavesættet viser en trekant *ABD*. Punktet C ligger på siden *AC*.
Nogle af målene fremgår på figuren
Trekant *BCD* har arealet 93

Opgave a

Bestem længden af siden *AB*
Ved at tage maple' trekants beregninger og sætter oplysningerne ind fra trekanten *ABC*

TREKANTSBEREGNER

Vinkel i grader		Sidelængde	
A	42.39	a	12.1
B	35.81	b	10.5
C	101.8	c	17.57
Indtast præcis 3 oplysninger			
Beregn		Rediger	
Slet Alt			



Har jeg kunne bestemme at længden mellem *AB* til at være 17,57

Opgave b

Bestem vinkel C i trekant *BCD*

Da man ved at vinkel C i trekant *ABC* er 101,8° og at man ud fra figuren kan se at gradene sammen lagt vil skabe en lige linje som er 180° vil man kunne finde vinkel C i *BCD* sådan her

$180 - 101.8$

$$78.2 \tag{2.2.1}$$

Som vil sige at vinkel C i trekan *BCD* vil være 78,2°

Bestem længden *CD*

Det er muligt at beregne længden *CD* fordi man for oplyst at arealet at trekant *BCD* er 93 og ved at tage arealformlen for vilkårligetrekanter og sætte ens oplysninger ind sådan her.

$T = \frac{1}{2} \cdot a \cdot b \cdot Sin(C)$

$93 = \frac{1}{2} \cdot 12.1 \cdot x \cdot Sin(78.2)$

$$93 = 5.922147702\, x \tag{2.2.2}$$

$\xrightarrow{\text{solve for x}}$

$$[[x = 15.70376233]] \tag{2.2.3}$$

I dette tilfælde bruger jeg x som et udtryk for siden *CD* og jeg har derfor fundet frem til at *CD* har en længde på 15,7037

Opgave 9

restart with(*Gym*) :

I 2006 var der 460000 medlemmer i de danske fitnesscentre. I perioden 2006-2010 voksende antallet af medllemmer med gol tilnærmelse med 43000 pr. år.

Opgave a

Indfør passende variable, og opstil en model til at beskrive udviklingen i antallet medlemmer i fitnesscentrene.

Til denne opgave vil jeg bruge den lineær model som er f(x) = ax + b, da jeg ud fra mine oplysninger for fortalt at den vokser med 43000 medlemmer pr. år og at der var 460000 medlemmer i 2006 og ved at sætte mine oplysninger ind i formlen for en lineær funktion sådan her

$f := x \rightarrow 43000\, x + 460000$

$$x \rightarrow 43000\, x + 460000 \tag{3.1.1}$$

Som gør jeg nu har opstillet en model som beskriver udviklingen i antallet af medlemmer i fitnesscentrene i perioden 2006-2010. hvor f(x) beskriver antal medlemmer og x er år i perioden 2006-2010

Opgave b

Kommenter modelle, når det oplyses, at fitnesscentrene i 2014 havde 810000 medlemmer.

Ved at sætte 8 ind i modellen som jeg fandt i opgave a kan jeg finde frem til hvor mange

medlemmer der i følge modellen ville være i 2010
$f(8)$

$$804000 \quad (3.2.1)$$

Ud fra udregningen kan man se der er en forskel på 6000 medlemmer i forhold til hvad modellen siger og hvad der er blevet oplyst dette er fordi at man i opgaven for af hvide at modellen kun kan beskrive udviklingen i perioden 2006-2010 og dermed passer modellen ikke længer i 2014.

Opgvae 10

restart with(Gym) :
Undersøgelser af dybhavsfisken Zenopsis conchifers i havet syd for Brasilien har vist, at der gælder sammenhængen
$m := L \to 0.025 \cdot L^{2.70}$

$$L \to 0.025\, L^{2.70} \quad (4.1)$$

mellem fiskens vægt m (målt i g) og dens længde L (målt i cm)

Opgave a

Bestem vægten af en 35 cm lang fisk.
$m(35)$

$$368.9128038 \quad (4.1.1)$$

Det vil sige at udfra den oplyste formel vil en 35 cm lang fisk veje 368,9128g

Opgave b

Hvor mange procent vokser fiskens vægt med, når dens længde vokser med 25%?
Den relative y tilvækst for funktionen har formlen
$r_y = \left(\left(1 + r_x\right)^a - 1\right)$

$$r_y = \left(1 + r_x\right)^a - 1 \quad (4.2.1)$$

Ved at sætte min oplysninger ind i formlen og derefter løse den ligninger der kommer ud af det sådan her
$r_y = \left((1 + 0.25)^{2.70} - 1\right)$

$$r_y = 0.826657125 \quad (4.2.2)$$

$r_y = 0.826657125 \cdot 100$

$$r_y = 82.66571250 \quad (4.2.3)$$

Jeg har hermed fundet frem til at når fiskens længde vosker med 25% så vokser fiskens vægt med 82,67%

Opgave 11

restart with(Gym) :
Der er givet en funktionen
$f := x \to 0.125\, x^3 - 4.5\, x^2 + 48\, x - 151$

$$x \to 0.125\, x^3 + (-1) \cdot 4.5\, x^2 + 48\, x - 151 \quad (5.1)$$

Grafen for f har to tangenter med hælningskoefficienten -4,5.

Opgave a

Løsligningen f'(x) = 0, og bestem de lokale ekstrema

$f'(x)$

$$0.375\,x^2 - 9.0\,x + 48 \qquad \textbf{(5.1.1)}$$

$f'(x) = 0$

$$0.375\,x^2 - 9.0\,x + 48 = 0 \qquad \textbf{(5.1.2)}$$

$\xrightarrow{\text{solve for x}}$

$$[[x = 16.], [x = 8.]] \qquad \textbf{(5.1.3)}$$

$f'(17)$

$$3.375 \qquad \textbf{(5.1.4)}$$

$f'(12)$

$$-6.000 \qquad \textbf{(5.1.5)}$$

$f'(7)$

$$3.375 \qquad \textbf{(5.1.6)}$$

Ligningen f'(x) = 0 giver x = 16 og x = 8, herefter er det så mugligt for mig at bestemme de lokale ekstrema som i dette tilfælde vil være at x = 16 er det lokale minimum mens x = 8 vil være det lokale maksimum.

$f(8)$

$$9.000 \qquad \textbf{(5.1.7)}$$

$f(16)$

$$-23.000 \qquad \textbf{(5.1.8)}$$

Opgave b

Bestem en ligning for tangenten til grafen for f i punktet (4, f(4))

Tangenten ligningen har formlen $t := x \rightarrow f'(x_0) \cdot (x - x_0) + f(x_0)$

$f'(4)$

$$18.000 \qquad \textbf{(5.2.1)}$$

$f(4)$

$$-23.000 \qquad \textbf{(5.2.2)}$$

$t := x \rightarrow 18 \cdot (x - 4) + (-23)$

$$x \rightarrow 18\,x - 95 \qquad \textbf{(5.2.3)}$$

Det vil sige at tangentligningen for grafen f som ligger i punktet (4, f(4)) vil have funktionen t(x) = 18x - 95

Opgave c

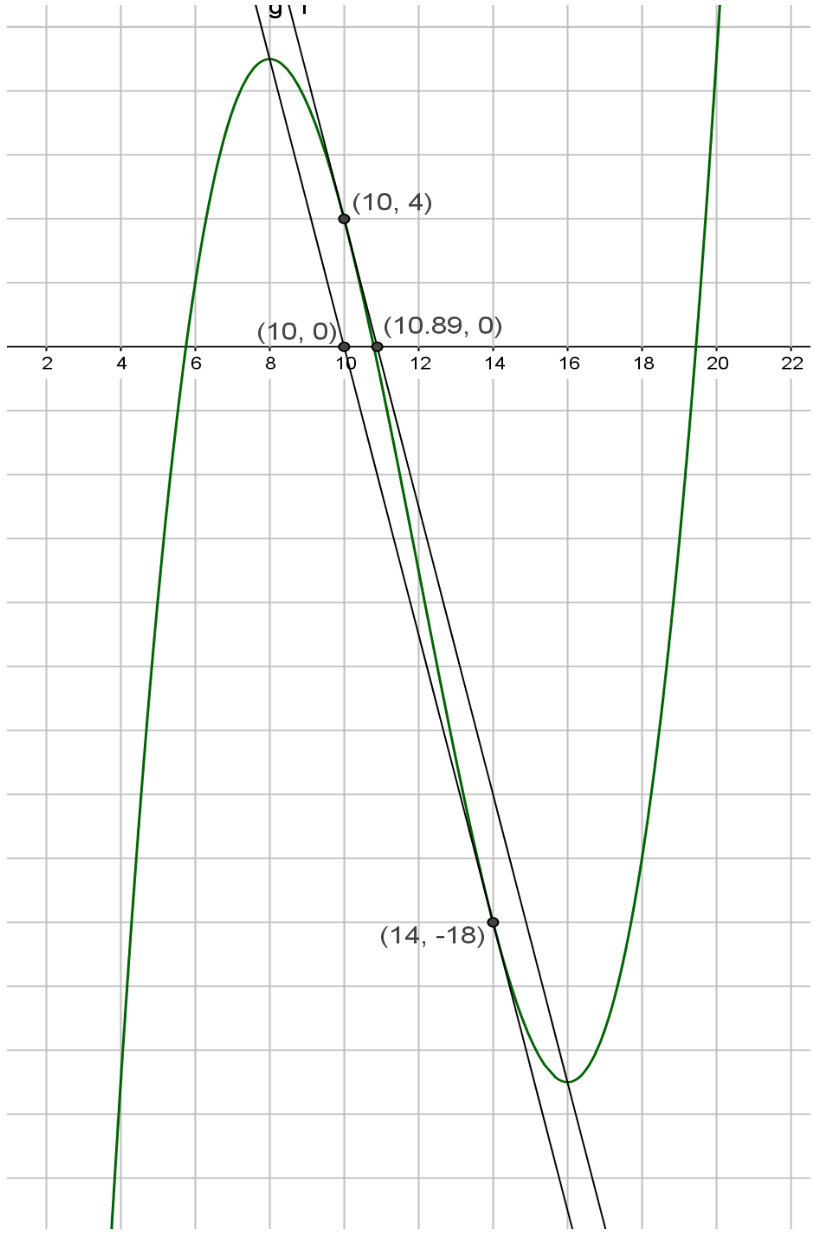
Bestem første koordinaten til røringspunktet for hver af disse for hver af disse tangenter

$f'(x) = -4.5$

$$0.375\,x^2 - 9.0\,x + 48 = -4.5 \qquad \textbf{(5.3.1)}$$

$\xrightarrow{\text{solve for x}}$

$$[[x = 14.], [x = 10.]] \qquad \textbf{(5.3.2)}$$



Ved at sætter de punkter fra f'(x) = -4,5 ind i f(x) har jeg kunnet finde frem til at de at de to tangenter med hældningenkoeficeienten -4,5x skære førsteaksen i hendholdsvis x = 10,89 og x = 10

Opgave 12

restart with(*Gym*) :

Et område M i første kvadrant er afgrænset af grafen for funktionen

$f := x \rightarrow 0.5\, x^2 + 1$

$$x \rightarrow 0.5\, x^2 + 1 \qquad \textbf{(6.1)}$$

Den lodrette linje x = 3 og koordinatakserne

Opgave a

Bestem arealet af område M

$$\int_0^3 f(x)\,dx$$

$$7.500000000 \tag{6.1.1}$$

Arealet af området M er 7.5 som jeg fandt frem til ved at integrer den bestemt intergral

Opgave b

En lodret linje x = k deler området M i to områder M_1 *og* M_2, når 0 < k < 3

Bestem tallet k, så de to områder M_1 *og* M_2 får det samme areal

$$\frac{7.5}{2}$$

$$3.750000000 \tag{6.2.1}$$

$$\int_0^b f(x)\,dx = 3.75$$

$$0.1666666667\,b^3 + b = 3.75 \tag{6.2.2}$$

$$\xrightarrow{\text{solve for b}}$$

$$[[b = 2.132873442], [b = -1.066436721 + 3.067875786\,I], [b = -1.066436721 - 3.067875786\,I]] \tag{6.2.3}$$

for at M_1 *og* M_2 skal kunne have samme areal så skal k være lig med 2,1329 da jeg ved at tage det bestemte intergrale hvor b er ubekendt og sætte det hele lig med halvdelen af arealet som i dette tilfælde er 3,75 og dermed kan jeg finde frem til at k er lig med 2,1329

Tak til Cristina Sissee Jensen fra VUC i Slagelse for hendes vejledende besvarelse af opgavesættet: matematik B HF maj 2016 til vores hjemmeside.